

USTL

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

DIPLOME D'ETUDES APPROFONDIES DE SCIENCES AGRONOMIQUES

Option : Science du Sol

MODELISATION DES PROPRIETES OPTIQUES DES FEUILLES

Par Stéphane JACQUEMOUD

Mémoire présenté le 22 Septembre 1988 devant le jury d'examen

MM : E. SERVAT
F. BARET
H. CHAMAYOU
B. LACAZE
P. VAROQUAUX

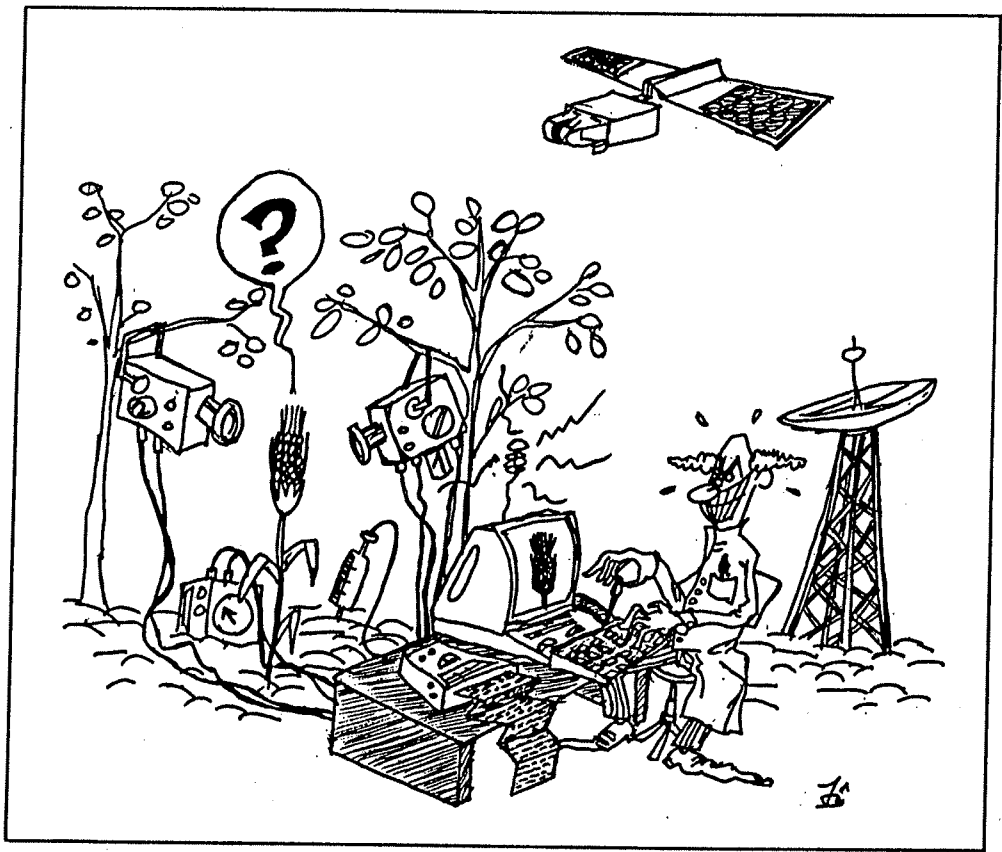
Je remercie :

Monsieur SERVAT, professeur à la Chaire de Science du Sol de l'ENSAM, qui a accepté que j'effectue ce stage en bioclimatologie

Monsieur Baret, chargé de recherche à l'INRA, pour ses conseils et sa grande disponibilité

Messieurs NICOLAS, VAROQUAUX et TACCHINI du laboratoire de technologie, pour leur aide et leurs conseils durant le dosage des pigments foliaires

Enfin je remercie tous ceux qui, à la station de bioclimatologie, m'ont apporté leur aide.



"Pour couvrir un large domaine, une théorie doit posséder à la fois assez de puissance pour expliquer des événements divers et assez de souplesse pour s'appliquer à des circonstances variées. Mais un excès de souplesse peut changer la puissance en faiblesse. Car une théorie qui explique tout finit par ne rien expliquer."

F. JACOB

SOMMAIRE

INTRODUCTION

LES PROPRIETES OPTIQUES DES FEUILLES

I) Le spectre proche infra-rouge.....	3
II) Le spectre visible.....	3
II-1) les principaux pigments.....	4
a) Les chlorophylles	
b) Les caroténoïdes	
c) Les pigments bruns	
II-2) Action des pigments sur le spectre.....	5
III) Le spectre moyen infra-rouge.....	6
Conclusion	

MODELISATION DES PROPRIETES OPTIQUES DES FEUILLES

I) Le "plate model".....	8
II) Le "plate model" généralisé.....	9
III) Le "K-M model".....	10
IV) Modèle simplifié.....	12
V) Autres modèles.....	13
Conclusion	

MATERIEL ET METHODES

I) Le choix du matériel végétal.....	14
I-1) Structure des feuilles.....	14
I-2) Teneur en pigments.....	15
I-3) Teneur en eau.....	16
I-4) Conclusion.....	16
II) Les mesures physiques.....	16
II-1) Matériel.....	16
II-2) Mesures.....	17
II-3) Correction des mesures.....	17
a) Correction due à la référence	
b) Correction de la réflectance due au fond noir	
c) Correction liée à la sphère et aux références	
III) Les mesures biochimiques.....	19
III-1) Extraction des chlorophylles et des carotènes.....	20
III-2) Les pigments bruns.....	21

RESULTATS ET MODELES

I) Modélisation de la structure.....	23
I-1) Observations préliminaires.....	24
I-2) Modèle de structure.....	24
a) Modélisation de l'indice de réfraction n	
b) Modélisation d'un paramètre de structure N	
I-3) Résultats.....	27
I-4) Conclusion.....	27

II) Calcul des coefficients d'absorption des différents pigments et du coefficient de diffusion.....	28
II-1) Observations préliminaires.....	28
a) Quelques spectres.....	28
b) Etude des pigments.....	29
II-2) Détermination de K et S.....	29
II-3) Etude de la sensibilité du modèle.....	30
II-4) Conclusion.....	31
III) Utilisation d'un modèle de transfert radiatif simplifié.....	32
III-1) Le modèle.....	32
III-2) Résultats.....	32
a) Premier lot	
b) Second lot	
III-3) Conclusion.....	34

CONCLUSION GENERALE

INTRODUCTION

La télédétection désigne l'ensemble des techniques d'acquisition à distance et de traitement des informations fournies par les rayonnements émis, réfléchis et diffusés par tout objet à la surface du sol. Un des problèmes spécifique de la télédétection appliquée à l'agriculture est l'interprétation de la réflectance des couverts végétaux et en arrière plan du sol. Les propriétés biologiques et optiques des feuilles déterminent la réflectance des couverts. En effet, les feuilles des plantes représentent des surfaces privilégiées où l'onde interagit avec la matière pour produire un signal qui peut être enregistré par un capteur de télédétection. La compréhension de l'interaction onde-matière est essentielle pour interpréter les données radiométriques.

Les satellites actuels sont dotés de capteurs ayant des bandes spectrales assez larges. Ils fournissent de ce fait une information limitée. Dans la décennie à venir, on pense utiliser des bandes spectrales beaucoup plus fines (de l'ordre de quelques nanomètres) multipliant les sources d'information de manière à extraire des paramètres plus spécifiques caractérisant un couvert végétal (Fig.1). De nouveaux capteurs appelés spectro-imageurs sont en cours de mise au point. Des campagnes de simulation ont eu lieu aux Etats Unis depuis 1983 avec les prototypes aéroportés AIS (Airborne Imaging Spectrometer) et AVIRIS (Airborne Visible / Infrared Imaging Spectrometer) réalisés par le Jet Propulsion Laboratory (VANE et GOETZ, 1988). L'Agence Spatiale Européenne prépare aussi un instrument à haute résolution spectrale et spatiale, HRIS, qui sera passager d'une plate forme polaire à la fin des années 90.

Les études théoriques tant qu'expérimentales utilisant la haute résolution spectrale pour caractériser les végétaux n'en sont donc qu'à leurs débuts. Compte tenue de la lourdeur des expérimentations et de leur étendue nécessairement limitée, l'utilisation de modèles de réflectance de couverts végétaux devrait permettre de dégager rapidement l'intérêt, les limites et la manière d'utiliser l'information "haute résolution spectrale". Mais ces modèles théoriques de réflectance de couverts nécessitent la connaissance des caractéristiques optiques des éléments constitutifs. Cette nécessité nouvelle-ment réapparue incite à élaborer des modèles de propriétés optiques des feuilles permettant de prendre en compte de la manière la plus réaliste possible les différentes variables déterminant les spectres de réflectance et de transmittance des feuilles

La station de Bioclimatologie INRA de Montfavet a engagé un programme de recherche sur la haute résolution spectrale. Ce programme doit à terme permettre de coupler la modélisation des propriétés optiques des feuilles à celle de la réflectance du couvert ainsi qu'à des modèles de corrections atmosphériques pour pouvoir simuler en fonction de diverses caractéristiques du couvert la luminance que mesure le satellite. Ce travail préliminaire de modélisation aux trois échelles différentes devra être comparé à des données expérimentales.

C'est dans ce cadre que s'inscrit ce travail de modélisation des propriétés optiques des feuilles.

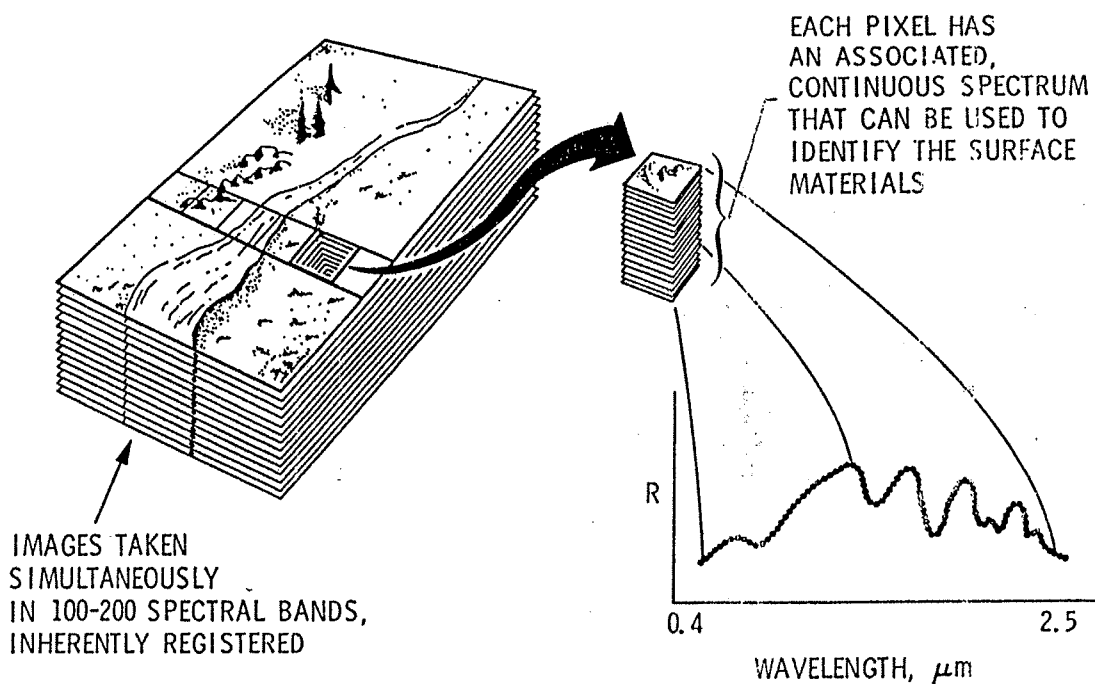


Figure 1 : Concept de la spectro-imagerie à haute résolution spectrale. 200 images ou plus sont acquises simultanément dans une bande spectrale étroite. De cette manière, un spectre complet de réflectance peut être construit pour chaque pixel de la scène (D'après VANE, 1983).

LES PROPRIETES OPTIQUES DES FEUILLES

Un flux radiatif arrivant sur une feuille peut être absorbé ou diffusé (GOEL, 1988). La diffusion est subdivisée en deux processus suivant la direction de propagation du flux : une réflexion et une transmission à travers la feuille.

Le devenir du flux incident sur la feuille dépend des caractéristiques du flux (longueur d'onde, angle d'incidence, polarisation) et de la feuille (propriétés de surface, structure, composition...).

Considérons le spectre de réflectance (ou de transmittance) d'une feuille verte (Fig. 2); on distingue classiquement trois domaines (GUYOT, 1984) :

- Le visible (400-700 nm) : cette bande est dominée par l'absorption des pigments des feuilles et est caractérisée par une faible réflectance.

- Le proche infra-rouge (700-1300 nm) : on appelle ce domaine le "plateau infra-rouge" en raison d'une valeur élevée et presque constante de la réflectance.

- Le moyen infra-rouge (1300-2500 nm) : c'est la zone d'absorption de l'eau. En effet l'eau joue un rôle prépondérant sur les valeurs de réflectance et de transmittance.

Voyons de façon plus précise chacun de ces trois domaines en commençant par le proche infra-rouge.

I) Le spectre proche infra-rouge

C'est une région de forte réflectance et transmittance, donc de faible absorptance. La structure interne des feuilles détermine les propriétés optiques dans ce domaine spectral (TRIGUI, 1987, GRANT, 1987). GAUSMAN et al. (1970) ont relié la réflectance proche infra-rouge au nombre d'espaces d'air entre les cellules. L'augmentation de la réflectance peut s'expliquer par le fait que la lumière passe souvent d'un indice de réfraction élevé ($n=1.4$ pour les parois cellulaires hydratées, $n=1.326$ pour l'eau à $1 \mu\text{m}$) à un indice faible ($n=1.0$ pour l'air).

Les feuilles des monocotylédones dont le mésophylle est de type compact réfléchissent peu les radiations proche infra-rouge ($\approx 40\%$). Les feuilles des dicotylédones réfléchissent d'avantage que les précédentes. En effet elles présentent un mésophylle spongieux avec des cavités remplies d'air : les réflexions à l'intérieur de la feuille sont plus nombreuses et par conséquent la réflectance totale de la feuille est plus importante. Des expériences d'infiltration des espaces intercellulaires par une huile (indice de réfraction 1.48), menées sur le soja, ont montré une chute de la réflectance de l'ordre de 15% (WOOLEY, 1971).

La réflectance des feuilles est assez constante pour une espèce donnée (déterminisme génétique) durant la croissance; cependant des changements importants s'observent au cours des stades juvéniles et de sénescence (SINCLAIR et al., 1971). Par exemple la sénescence se caractérise par une augmentation de la réflectance due à un accroissement des espaces intercellulaires et à une déshydratation.

II) Le spectre visible

La réflectance dans l'intervalle de longueur d'onde 400-700 nm est surtout influencée par les pigments foliaires (chlorophylles A et B, xanthophylles, caroténoïdes, pigments bruns, autres pigments).

II-1) les principaux pigments

a) Les chlorophylles

On distingue un pigment principal, la chlorophylle A, et un pigment accessoire, la chlorophylle B (LICHTENTHALER, 1987). Ces pigments situés dans les chloroplastes des feuilles vertes (BOURDU et GIRAUD, 1975) absorbent 70 à 90 % du rayonnement solaire dans la partie bleue (450 nm) ou rouge (670 nm) du spectre. Cette absorption est due à des transitions électroniques dans la molécule (COSTES, 1975). Les deux maximums principaux traduisent l'existence de deux niveaux énergétiques : un niveau B correspondant à l'absorption de quanta dans le bleu (bande de SORET) et un niveau R correspondant à l'absorption de quanta dans le rouge (bande visible). L'absorption est minimale à 550 nm où on observe des niveaux généralement inférieurs à 20 %. Les chlorophylles jouent un rôle essentiel dans la photosynthèse (conversion d'énergie lumineuse en énergie chimique pour la réduction du CO₂ en sucres).

b) Les caroténoïdes

Il s'agit essentiellement des carotènes et des xanthophylles.

Le β carotène qui est le mieux connu présente un pic d'absorption vers 450 nm (THOMAS et GAUSMAN, 1977), c'est à dire la partie bleue du spectre où l'absorption due à la bande de SORET des chlorophylles est la plus intense. C'est pourquoi lorsque la feuille est verte, les caroténoïdes sont présents mais ils sont masqués par la chlorophylle qui est alors le facteur le plus important affectant la réflectance. Lorsque la feuille jaunit en automne ou à la suite d'un stress, la chlorophylle disparaît plus rapidement que les carotènes (SANGER, 1971) qui deviennent les principaux pigments responsables de la valeur de la réflectance. Les propriétés du β carotène sont multiples : transfert d'énergie vers la chlorophylle, protection des structures... TUCKER et al. (1975) rapportent que les carotènes sont un indicateur utile pour évaluer la biomasse sèche.

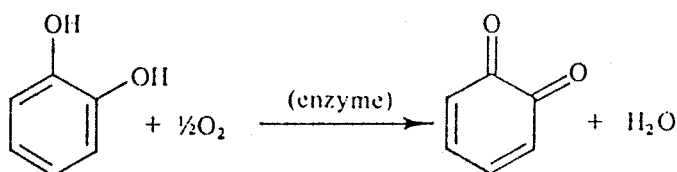
La fonction des xanthophylles dans les chloroplastes est encore mal connue.

remarque : la forme des spectres d'absorption d'une feuille, qui résulte de l'absorption à différentes longueurs d'onde de chacun de ces pigments, est différente de ce qu'on enregistre sur des solutions (Fig.3 et Fig.4). COSTES (1975) explique cette modification par la diffusion de la lumière qui allonge le trajet optique des photons. Enfin le maximum d'absorption de ces pigments en solution varie selon la polarité du solvant.

c) Les pigments bruns

A coté des chlorophylles et carotènes, les feuilles contiennent aussi des plastoquinones, des composés flavoniques qui absorbent une partie de l'énergie dans le visible (COSTES, 1975) mais sont en grande partie masqués. Au cours du développement de la feuille et jusqu'à la sénescence, la teneur relative en chacun de ces pigments varie (SANGER, 1971).

Le brunissement des feuilles est un phénomène complexe qui a reçu une attention croissante de la part des chimistes. Les polyphénols ont la propriété de provoquer des réactions de brunissement enzymatique (l'action de polyphénoloxydases) ou non enzymatique (interaction avec des métaux lourds comme le Fer)(MATHEW, PARPIA, 1971). Ces polyphénols sont des catéchols, des anthocyanidines, des flavones, des dérivés d'acide cinnamique...La première réaction est une déshydrogénation d'un groupement O-dihydroxyphénol sous l'action d'une polyphénol-oxydase libérant une O-quinone et de l'eau.



Les O-quinones ainsi formées sont déjà colorées mais la réaction s'arrête rarement à ce stade.

Des réactions secondaires ont lieu aboutissant à des composés encore plus colorés. Les étapes de ces réactions sont :

- une oxydation couplée
O-quinone + RH --> O-diphénol + R
- une complexation avec des composés aminés et des protéines
- une condensation et une polymérisation

Les produits ainsi formés et que nous appellerons "pigments bruns" sont des composés à fort poids moléculaire, très peu solubles. Les propriétés optiques des feuilles brunes dans le visible montrent une forte absorption de la part de ces pigments, mais qui s'atténue au fur et à mesure que l'on s'approche du proche infra-rouge.

II-2) Action des pigments sur le spectre

Les mesures de réflectance peuvent être utilisées pour suivre des changements de concentration en chlorophylle chez les feuilles; une faible teneur en pigments entraîne le plus souvent une augmentation de la réflectance et donc une diminution de l'absorption (GAUSMAN, 1982). THOMAS et GAUSMAN

(1977) ont proposé une relation entre la réflectance (Y) et les concentrations en chlorophylle (X1) et en caroténoïdes (X2) du type : $\ln Y = a - bX_1 - cX_2$. Ils ont montré que la concentration totale en chlorophylles et caroténoïdes était plus étroitement corrélée à la réflectance à 550 nm qu'à 450 ou 680 nm.

Remarque : Ce qui est valable au niveau d'une feuille ne l'est plus au niveau d'un couvert : TUCKER et al. (1973) qui travaillaient sur une prairie rase ont montré que les longueurs d'onde 450 et 680 nm étaient plus sensibles à la concentration en chlorophylle. Cependant ces résultats étaient influencés par un certain nombre de paramètres externes.

Des travaux récents (HORLER et al., 1983, GUYOT et BARET, 1988, BARET et al., 1988) ont étudié l'augmentation brutale de la réflectance entre 670 et 760 nm. La position en longueur d'onde μ_i du point d'inflexion ou du glissement spectral (point du spectre ayant une réflectance égale à la moyenne des réflectances rouges et proches infra-rouges) est caractéristique de l'état physiologique des feuilles. Ainsi μ_i est positivement corrélé à la teneur en chlorophylle. Ce point particulier présente un intérêt réel : des simulations au niveau d'un couvert végétal ont montré que μ_i était peu sensible aux propriétés optiques du sol et à l'état de l'atmosphère.

Lorsque la feuille devient sénescente, les chlorophylles et les carotènes disparaissent et sont remplacés par des pigments bruns caractéristiques des feuilles mortes. Le spectre de réflectance et de transmittance entre 400 et 750 nm est une courbe régulièrement décroissante entre 750 et 400 nm (TRIGUI et BALDY, 1983, BOYER et al., 1988).

Remarque : d'autres facteurs que les pigments peuvent intervenir : la présence de cire, de poils, la disposition et l'abondance des nervures augmentent la réflectance particulièrement dans le visible mais aussi dans le proche infra-rouge (TRIGUI, 1987, GRANT, 1987).

III) Le spectre moyen infra-rouge

L'eau joue un rôle prépondérant sur la réflectance et la transmittance des feuilles dans cette région. En effet au delà de 1300 nm il existe des bandes d'intense absorption du rayonnement par l'eau (1450 nm, 1950 nm, 2500 nm) mais même entre ces bandes, l'absorption par l'eau n'est pas nulle. Les deux maximums relatifs observés à 1650 et 2200 nm sont aussi influencés par la teneur en eau des feuilles. Une déshydratation des feuilles accroît la réflectance. La détection du stress hydrique est une application importante en agriculture. Ce stress est une combinaison de conditions abiotiques qui produisent de sérieux déficits internes en eau limitant la photosynthèse et réduisant la croissance de la plante (TUCKER, 1980). C'est pourquoi cette région a été particulièrement étudiée.

Le terme de teneur en eau relative (RWC = Relative Water Content) est en relation étroite avec le potentiel hydrique de la feuille Φ_{feuille} qui quantifie un degré de stress provoqué par une sécheresse (HUNT, ROCK, NOBEL, 1987). RWC peut se mesurer par le rapport :

$$\text{RWC} = \frac{\text{WF} - \text{WD}}{\text{WFT} - \text{WD}}$$

WF = poids frais
WD = poids sec
WFT = poids à pleine turgescence

THOMAS et al. (1971) ont relié la réflectance R à la teneur en eau relative RWC par une relation de type $R = \alpha - \beta \log(\text{RWC})$. Il est apparu que la réflectance d'une feuille de coton en cours de déshydratation était modifiée quand la teneur en eau relative prenait une valeur inférieure à 70 %. Entre 70 et 90 % les changements de réflectance étaient plus faibles. TUCKER (1980) a simulé la réflectance des feuilles dans le moyen infra-rouge en fonction d'un autre paramètre, l'épaisseur équivalente en eau. Il a montré que les longueurs d'onde où on observait une absorption modérée par l'eau, étaient plus sensibles pour apprécier les variations de teneur en eau, que les longueurs d'onde où l'absorption par l'eau est forte.

Les plantes succulentes ont des tissus remplis d'eau et absorbent d'avantage dans le moyen infra-rouge que les plantes non succulentes.

La réflectance d'une feuilles sèche ou sénescente est celle de la cellulose qui est masquée par les bandes d'absorption de de l'eau chez une feuille fraîche (WOLLEY, 1971). Des études très récentes (PETERSON et al., 1988) montrent qu'on peut extraire du spectre moyen infra-rouge des informations concernant les caractéristiques biochimiques des feuilles (lignine, azote, protéines, cellulose...).

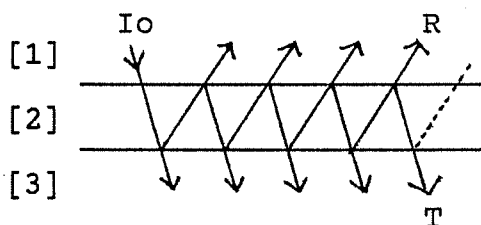
Conclusion :

Les résultats que nous venons de voir sont assez dispersés et qualitatifs. Les relations proposées entre les valeurs de réflectance (ou de transmittance) et certains paramètres foliaires sont souvent empiriques ou statistiques (régressions). Elles ne se justifient que par les résultats convenables obtenus. La nécessité de construire des modèles reposant sur des bases physiques est rapidement apparue. Voyons maintenant quelques uns de ces modèles, leur intérêt mais aussi leurs limites.

MODELISATION DES PROPRIETES OPTIQUES DES FEUILLES

I) Le "plate model"

ALLEN et al. (1969) ont publié une théorie expliquant la réflectance et la transmittance d'une feuille compacte (absence de cavités remplies d'air). Il considère la feuille comme une lame dont les constantes optiques (indice de réfraction n , coefficient d'absorption k) sont connues ou estimées à partir des valeurs de réflectance et de transmittance mesurées. Un flux incident I_0 , isotrope, arrive à la surface de la feuille : au niveau de l'interface air / feuille, il est en partie réfléchi (R_{ij} = réflectivité entre les milieux i et j) et en partie transmis ($T_{ij} = 1 - R_{ij}$ = transmittivité entre les milieux i et j). A l'intérieur de la feuille, le rayonnement subit des réflexions multiples. La réflectance correspond à la fraction du flux incident qui émerge dans le milieu [1]; la transmittance est la fraction du flux incident qui émerge dans le milieu [3].



Soit τ = transmittivité de la lame

A la première réflexion on a :

$$R_1 = R_{12}$$

A la seconde réflexion on a :

$$\begin{aligned} R_2 &= R_1 + T_{12} \cdot \tau \cdot R_{23} \cdot \tau \cdot T_{21} \\ &= R_{21} + T_{12} \cdot T_{21} \cdot R_{23} \cdot \tau^2 \end{aligned}$$

A la troisième réflexion on a :

$$\begin{aligned} R_3 &= R_2 + T_{12} \cdot \tau \cdot R_{23} \cdot \tau \cdot R_{12} \cdot \tau \cdot R_{23} \cdot \tau \cdot T_{21} \\ &= R_{12} + T_{12} \cdot T_{21} \cdot \tau^2 \cdot R_{23} \cdot (1 + R_{21} \cdot R_{23} \cdot \tau^2) \end{aligned}$$

A la $n+2^{\text{ème}}$ réflexion on a :

$$R_{n+2} = R_{12} + T_{12} \cdot T_{21} \cdot \tau^2 \cdot R_{23} \cdot [1 + R_{21} \cdot R_{23} \cdot \tau^2 + \dots + (R_{21} \cdot R_{23} \cdot \tau^2)^n]$$

$$= R_{12} + T_{12} \cdot T_{21} \cdot \tau^2 \cdot R_{23} \cdot \frac{1 - (R_{21} \cdot R_{23} \cdot \tau^2)^{n+1}}{1 - R_{21} \cdot R_{23} \cdot \tau^2}$$

Lorsque n tend vers l'infini,

$$R = R_{12} + \frac{T_{12} \cdot T_{21} \cdot \tau^2 \cdot R_{23}}{1 - R_{21} \cdot R_{23} \cdot \tau^2}$$

En posant $R_{12}=1-T_{12}$ (pas d'absorption à l'interface)
 $T_{12}=n^{-2} T_{21}$ (lois de diffusion à une interface)
 $T_{12}=T_{23}$ (mêmes interfaces)
 on obtient :

$$R=1-T_{12}+\frac{\tau^2 \cdot T_{12}^2 \cdot (n^2-T_{12})}{n^4-\tau^2 \cdot (n^2-T_{12})^2}$$

Par un raisonnement identique, on peut calculer la transmittance T :

$$T=\frac{\tau \cdot n^2 \cdot T_{12}^2}{n^4-\tau^2 \cdot (n^2-T_{12})^2}$$

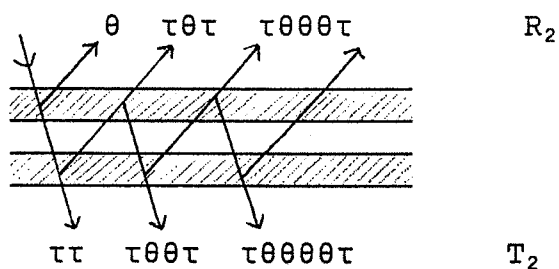
Cette théorie élémentaire s'applique à une feuille compacte (Ex : maïs, blé), une feuille immature dont la structure est caractérisée par une absence d'espaces intercellulaires. A partir de R et T on peut déterminer l'indice de réfraction n et un coefficient d'absorption k. Les résultats obtenus par ALLEN et al. justifient le modèle. Il est cependant limité aux feuilles compactes; d'autre part la rétrodiffusion à l'intérieur de la feuille n'est pas prise en compte.

II) Le "plate model" généralisé

La généralisation du "plate model" aboutit au concept de VAI (Void Area Index) d'une feuille. On considère une feuille comme un empilement de N couches de cellules compactes séparées par N-1 espaces d'air infinitésimaux : la VAI est égal à N-1 (ALLEN et al., 1970, GAUSMAN, 1970). Le VAI d'une feuille compacte (monocotylédone ou dicotylédone jeune) est nul ou proche de zéro. ALLEN et al. (1970) ont montré que, chez une dicotylédone, le VAI variait de zéro jusqu'à une valeur maximale caractéristique de l'espèce lorsque la plante a terminé sa croissance (Fig. 5).

Ces auteurs proposent comme calcul de N le rapport $N=s/s_0$, où s est le coefficient de diffusion moyen de la feuille étudiée sur le domaine 750-1050 nm et où s_0 est le même coefficient calculé pour des feuilles de citrus infiltrées d'eau. La feuille de citrus infiltrée est considérée par ces auteurs comme le standart de feuille compacte.

On peut aussi accéder à N par le calcul. STOCKES a étudié en 1862 la lumière réfléchiée ou transmise par une pile de lames de verre. Il est possible de faire de même avec des couches compactes de feuilles (annexe I). Considérons une couche compacte de réflectance θ et de transmittance τ . Si on combine deux couches homogènes, on observe les phénomènes suivants :



En faisant la somme de toutes les fractions réfléchies et transmises, on obtient deux séries géométriques convergentes R_2 et T_2

$$\begin{aligned} R_2 &= \theta + \tau\theta\tau + \tau\theta\theta\theta\tau + \tau\theta\theta\theta\theta\theta\tau + \dots \\ &= \theta + \tau^2\theta(1 + \theta^2 + \theta^4 + \dots) \\ &= \theta + \tau^2\theta/(1 - \theta^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \tau\tau + \tau\theta\theta\tau + \tau\theta\theta\theta\theta\tau + \dots \\ &= \tau^2(1 + \theta^2 + \theta^4 + \dots) \\ &= \tau^2/(1 - \theta^2) \end{aligned}$$

Si nous rajoutons maintenant une troisième couche, le calcul se fait en considérant deux couches (la deuxième et la troisième par exemple) comme une couche unique et en la combinant avec la première. On obtient alors comme valeurs de R_3 et T_3 les expressions suivantes:

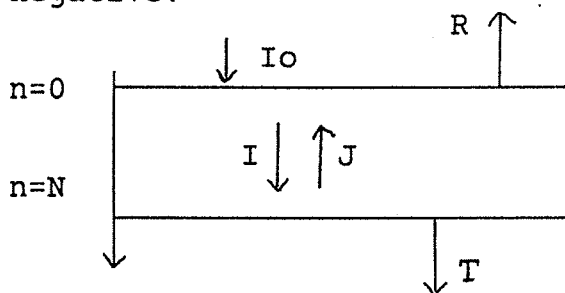
$$R_3 = \theta + \tau^2 \cdot R_2 / (1 - \theta \cdot R_2) \quad \text{et} \quad T_3 = \tau \cdot T_2 / (1 - \theta \cdot R_2)$$

On peut de la même façon étendre le raisonnement à 4, 5, 6...N couches. L'intérêt d'un tel modèle est qu'il s'applique à des feuilles non compactes et permet la mesure de N, paramètre caractéristique de la structure interne des feuilles.

III) Le "K-M model"

En 1968, ALLEN et RICHARDSON avaient proposé un modèle de transfert radiatif à travers un couvert végétal homogène. Reprenant les équations différentielles publiées pour la première fois par KUBELKA et MUNK en 1931, il fournissent une représentation à deux paramètres de la transmission de la lumière diffuse. Cette théorie a été appliquée avec succès à une feuille compacte homogène.

Considérons une feuille d'épaisseur N : Le plan $n=0$ est la face supérieure de la feuille où arrive le flux incident I_0 ; le plan $n=N$ est la face inférieure de la feuille. Le flux radiant est noté I dans la direction positive et J dans la direction négative.



$$\begin{aligned} dI &= -(k+s) \cdot I \cdot dn + s \cdot J \cdot dn & [1] \\ dJ &= (k+s) \cdot J \cdot dn - s \cdot I \cdot dn & [2] \end{aligned}$$

Avec k = coefficient d'absorption
 s = coefficient de diffusion

Soit R la réflectance et T la transmittance.

Quand $n=0$ $I(0)=1$ et $J(0)=R$

Quand $n=N$ $I(N)=T$ et $J(N)=0$

$$\begin{aligned} [1] & \rightarrow dI/dn = -(k+s) \cdot I + s \cdot J \\ [2] & \rightarrow dJ/dn = (k+s) \cdot J - s \cdot I \\ & \rightarrow d^2J/dn^2 = (k+s) \cdot dJ/dn - s \cdot dI/dn \\ & \quad = (k+s)(k+s) \cdot J - s(k+s) \cdot I + s(k+s) \cdot I - s^2 \cdot J \\ & \quad = k(k+2s) \cdot J \end{aligned}$$

On pose $a^2 = k(k+2s)$

Alors $\frac{d^2J}{dn^2} - a^2 \cdot J = 0$ et de même $\frac{d^2I}{dn^2} - a^2 \cdot I = 0$

La résolution de ces équations différentielles (Annexe II) du second ordre aboutit aux expressions suivantes :

$$J = \frac{(1-\beta^2)[e^{-a(N-n)} - e^{-a(N-n)}]}{(1+\beta)^2 e^{aN} - (1-\beta)^2 e^{-aN}} \quad \text{et}$$

$$I = \frac{(1+\beta)^2 e^{a(N-n)} - (1-\beta)^2 e^{-a(N-n)}}{(1+\beta)^2 e^{aN} - (1-\beta)^2 e^{-aN}}$$

Avec $\beta^2 = k/(k+2s)$

Pour simplifier ces deux expressions on pose $a = \ln b$
et $\beta = (a-1)/(a+1)$

$$\text{On obtient } J = \frac{b^{N-n} a - b^{-(N-n)} a}{b^{Na^2} - b^{-N}} \quad \text{et} \quad I = \frac{b^{(N-n)a^2} - b^{-(N-n)}}{b^{Na^2} - b^{-N}}$$

On en déduit alors les valeurs de réflectance R et de transmittance T

$$R = J(0) = \frac{b^N a - b^{-N} a}{b^{Na^2} - b^{-N}} = \frac{b^N - b^{-N}}{b^{Na} - b^{-Na-1}}$$

$$T = I(N) = \frac{a^2 - 1}{b^{Na^2} - b^{-N}} = \frac{a - a^{-1}}{b^{Na^2} - b^N}$$

Si N=1 on peut donc écrire que :

$$\frac{R}{b-b^{-1}} = \frac{T}{a-a^{-1}} = \frac{1}{ab-a^{-1}b^{-1}}$$

a et b sont des paramètres déterminés par l'expérience.

Bien que faisant appel à des hypothèses différentes, le "plate model" généralisé et le "K-M model" sont équivalents (BUNNIK, 1978). Le premier est un modèle discret, le second fait intervenir des variables continues. Le passage de l'un à l'autre consiste à transformer une somme en intégrale, un entier en réel. Le "K-M model" a l'avantage de prendre en compte la rétrodiffusion.

IV) Modèle simplifié

S'inspirant des travaux de PARK et DEERING (1982) et de RICHARDSON (1984) qui ont simplifié le "K-M model" appliqué à un couvert végétal, ANDRIEU et BARET (1988) ont proposé un modèle simple de réflectance permettant de simuler des spectres de feuilles de blé à partir de la concentration en chlorophylle et des niveaux de réflectance dans l'infra-rouge.

$$R(\mu) = R_{inf}(\mu) + [R_o(\mu) - R_{inf}(\mu)] \cdot e^{-K(\mu) \cdot Cab}$$

- Avec $R(\mu)$ = réflectance de la feuille à la longueur d'onde μ
- $R_{inf}(\mu)$ = limite inférieure des spectres de réflectance
- $R_o(\mu)$ = limite supérieure des spectres de réflectance
- $K(\mu)$ = coefficient d'atténuation de la réflectance
- Cab = concentration en chlorophylle A et B

Le terme $R_o(\mu)$ dépend de la structure de la feuille et de la concentration en pigments bruns. ANDRIEU et Al. l'ont exprimé sous la forme : $R_o(\mu) = R_{ir} \cdot R_{sen}(\mu) / R_{sen(ir)}$

- Avec R_{ir} = réflectance de la feuille dans l'infra-rouge
- $R_{sen(ir)}$ = réflectance moyenne des feuilles mortes dans l'infra-rouge
- $R_{sen}(\mu)$ = réflectance moyenne des feuilles mortes à la longueur d'onde μ

Ce modèle simplifié fournit des valeurs acceptables de réflectance pour les feuilles de blé sur lesquelles a porté l'étude. Sa simplicité en fait son intérêt. Il présente cependant un certain nombre de limites : les auteurs ayant trouvé des corrélations importantes entre les pigments (chlorophylle A et B, carotènes), ils n'ont pu fournir de coefficients d'absorption K distincts. Les pigments bruns ne sont pas pris en compte. Enfin l'étude est valable uniquement pour une feuille dont le mésophylle est de type compact.

V) Autres modèles

D'autres modèles se proposent d'expliquer les propriétés optiques des feuilles. Par exemple ALLEN et al. (1973) reprennent le modèle de WILLSTATTER-STOLL en utilisant la méthode du Ray Tracing (lancer de rayons); la réflectance dans le proche infra-rouge s'explique par de multiples réflexions dans le mésophylle causées par des différences d'indices de réfraction entre les parois cellulaires et l'air des cavités. Les résultats obtenus par ALLEN aboutissent à une sous-estimation de la réflectance et à une surestimation de la transmittance. L'inconvénient de ce modèle est la complexité des calculs.

CONCLUSION

L'analyse bibliographique a fait apparaître les principaux facteurs affectant les propriétés optiques des feuilles et les moyens de modéliser ces propriétés. Ces modèles ont été testés sur des cas particuliers ne prenant en compte que certains paramètres : par exemple certains auteurs travaillent sur une variété particulière éliminant ainsi le paramètre structure de la feuille; d'autres ne se préoccupent que des feuilles vertes, délaissant les feuilles brunes...Aucun ne prend en compte explicitement le rôle particulier de chacun des pigments. Il apparaît aussi que tous ces modèles sont complémentaires : les paramètres qu'ils fournissent sur les feuilles ont souvent une signification identique.

Mon travail consistera donc à essayer de construire un modèle de transfert radiatif aussi général que possible prenant en considération aussi bien l'anatomie des feuilles que leur teneur en pigments ou en eau. Ce modèle sera calé sur des observations expérimentales.

On peut résumer ainsi le plan expérimental : les feuilles sont choisies de façon à disposer d'une large gamme de variation des paramètres cités précédemment. Des mesures physiques (poids, surface, teneur en eau...) et biologiques (concentration en pigments) sont effectuées sur chaque feuille.

Commence alors la modélisation proprement dite. Le "plate model" fournira un indice de réfraction pour une feuille compacte qui constituera la couche élémentaire du modèle de structure. Ce modèle est dérivé du modèle de STOCKES; il permet de calculer à 780 nm (longueur d'onde où l'absorption est la plus faible) un paramètre de structure N ($N=VAI+1$) indépendant de la longueur d'onde. En inversant ce modèle sur tout le spectre, on peut calculer la réflectance et la transmittance d'une couche élémentaire. On applique alors le "K-M model" dans le sens inverse pour déterminer les coefficients d'absorption k et de diffusion s . On peut alors ajuster les coefficients d'extinction des différents pigments foliaires.

Voyons maintenant plus en détail le protocole expérimental

tissus	Dicotylédones	Monocotylédones
épiderme	<p><u>Généralités:</u> recouvre toute la surface du limbe</p> <ul style="list-style-type: none"> - épiderme ventral formé d'une assise de cellules épidermiques couvertes d'une cuticule épaisse avec peu de stomates. - épiderme dorsal à cuticule moins épaisse et présentant des stomates. <p><u>Complément:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - cellules normalement dépourvues de chloroplastes (sauf végétaux aquatiques). - cuticule épaisse chez les plantes adaptées aux milieux secs, présence de poils pour diminuer la transpiration. 	<p>épiderme avec stomates plus régulièrement répartis, aussi bien sur la face dorsale que sur la face ventrale de la feuille. parfois présence de cellules bulliformes ou cellules motrices pour lutter contre la dessiccation.</p>
mésophylle = parenchyme spongieux	<p>parenchyme chlorophyllien</p> <p><u>généralités:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - parenchyme palissadique = une ou deux assises de cellules sous l'épiderme supérieur, pressées les unes contre les autres, allongées dans le sens transversal de la feuille. - parenchyme lacuneux = plusieurs épaisseurs de cellules du côté dorsal de la feuille, arrondies, sans orientation préférentielle, séparées par de grandes lacunes. <p><u>complément:</u> le nombre et la localisation des assises palissadiques est variable selon l'espèce.</p>	<p>mésophylle plus homogène que celui des dicotylédones. on ne peut distinguer un tissu palissadique et un tissu lacuneux. les méats et lacunes sont peu importants.</p>
système vasculaire	<p>correspond aux nervures du limbe; formé d'un faisceau cribrovasculaire dont le xylème est orienté vers la face ventrale et le phloème vers la face dorsale. tissus pauvres en chlorophylle.</p>	<p>nervures parallèles, pas de côtes saillantes.</p>

Tableau 1 : Comparaison de la morphologie des feuilles chez les dicotylédones et les monocotylédones.

MATERIEL ET METHODES

I) Le choix du matériel végétal

Trois paramètres ont été pris en compte dans le choix des plantes : il s'agit de la structure, de la teneur en pigments et enfin de la teneur en eau.

I-1) Structure des feuilles

Les tissus constitutifs d'une feuille sont les suivants :

- un épiderme qui contient quelques chloroplastes.
- un mésophylle qui est un parenchyme chlorophyllien situé entre les deux épidermes. Il est constitué de trois types de tissus : les tissus conducteurs, les tissus de soutien localisés au niveau des nervures et enfin les tissus chlorophylliens.

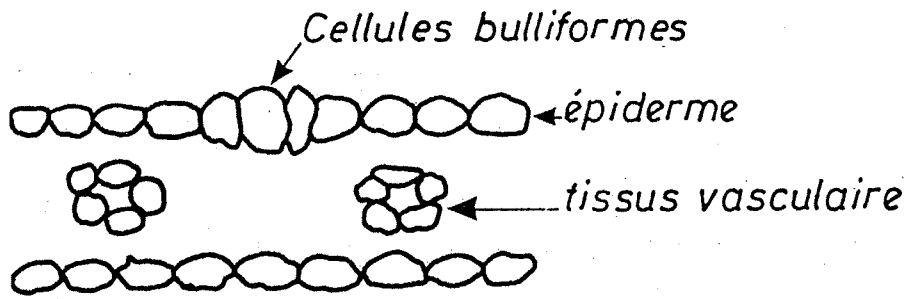
C'est la structure du parenchyme chlorophyllien qui différencie les feuilles entre elles (Tabl. 1):

- les monocotylédones présentent un mésophylle homogène avec peu de lacunes.
- les dicotylédones présentent sur la face dorsale un parenchyme palissadique constitué d'une ou plusieurs assises de cellules serrées, allongées dans le sens transversal de la feuille, et sur la face ventrale un parenchyme lacuneux où les cellules arrondies sont séparées par de grandes lacunes (CAMEFORT, PICKEN et al.). On parle de parenchyme dorsiventral. Certaines dicotylédones montrent un tissu palissadique sur les deux faces de la feuille : on parle de parenchyme isolatéral (Fig. 6).

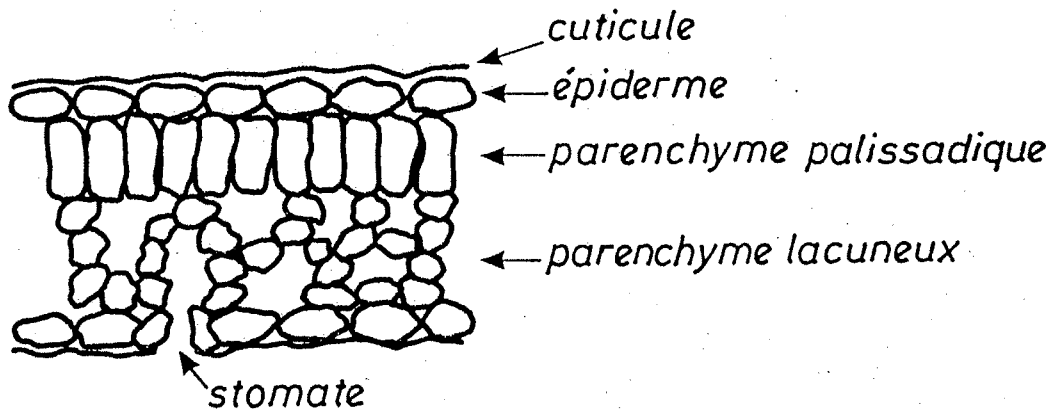
De manière à avoir une gamme de variation de structure des feuilles suffisamment large, le choix des feuilles s'est donc porté sur les espèces suivantes : le maïs (*Zea mays*), le blé (*Triticum aestivum*, PRINQUAL), la tomate (*Lycopersicon esculentum*, EARLYMECH), le soja (*Glycine max*, VERDON), le tournesol (*Helianthus annuus*, MIRASOL). Ces plantes ont été cultivées en pot sous serre. Une autre partie des feuilles provient d'arbres (chêne, érable) ou de plantes ornementales présents dans le centre INRA.

I-2) Teneur en pigments

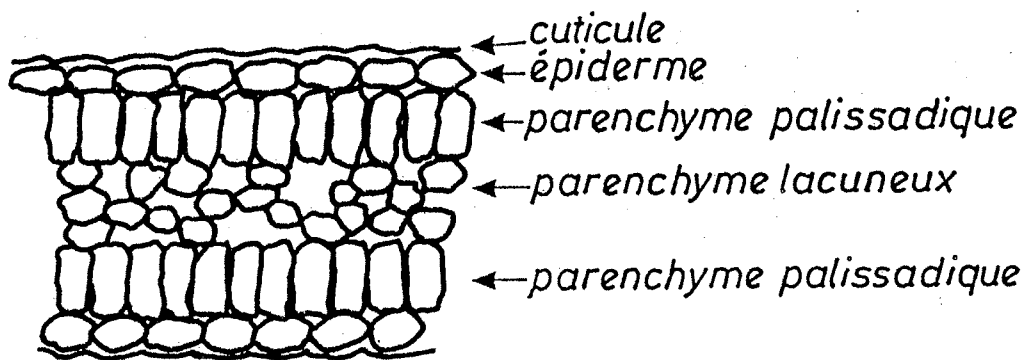
C'est le second paramètre considéré. Nous savons que les pigments foliaires sont les facteurs principaux affectant les propriétés optiques des feuilles dans le visible. Il s'agissait donc de disposer de plantes ayant une gamme de variation continue entre les feuilles très vertes et les feuilles très brunes.



PARENCHYME COMPACT



PARENCHYME DORSIVENTRAL



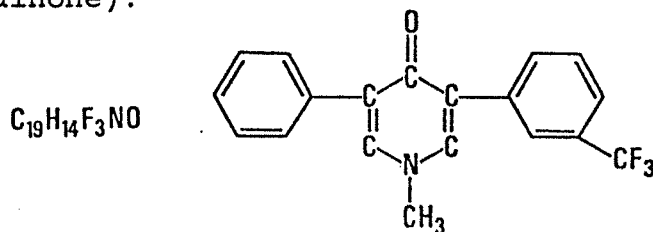
PARENCHYME ISOLATERAL

Figure 6 : Structures anatomique de quelques types de feuilles.

Pour obtenir cette variation, j'ai divisé les graines de chaque variété cultivée (maïs, tournesol, soja, blé, tomate) en quatre lots : pendant 16 heures, j'ai laissé imbiber 3 lots dans de l'eau pure et 1 lot dans une solution aqueuse de fluridone (plantules albinos). J'ai ensuite semé les graines dans des pots contenant un mélange de terreau et de pouzzolane (5 graines/pot et 5 pots/lot soit 25 plantules potentielles - compte tenu du taux de germination - pour chaque lot). Un des lots non traité a été placé à l'abri de la lumière sous des cartons (plantules étiolées). Les pots ont été fréquemment arrosés depuis le semi (début Avril) jusqu'aux derniers prélèvements (début Juin).

La chlorophylle est responsable de la couleur verte des plantes : cela signifie qu'on ne perçoit que la couleur complémentaire de celle qu'absorbe principalement cette molécule dans le visible, c'est à dire le bleu et le rouge (COSTES, 1975). La production de chlorophylle est un processus qui dépend de la lumière. Les plantes étiolées qui germent dans le noir ne produisent pas de chlorophylle et sont jaunes à cause de la présence de carotène. De telles plantes présentent des anomalies morphologiques : les entre-noeuds sont longs et les feuilles sont de petite taille. Ces inconvénients nous ont empêché de disposer de dicotylédones étiolées dont les feuilles aient une surface suffisante pour être mesurée au spectrophotomètre. Seul le maïs a pu être exploité mais l'absence de chlorophylle n'était pas totale : en effet les plantes étiolées produisent et contiennent une faible quantité de protochlorophylle, substance proche de la chlorophylle mais différent par l'absence de deux atomes d'hydrogène (BONNER et al., 1952). Pendant l'arrosage des plantules de maïs, une partie de la protochlorophylle s'est transformée en chlorophylle sous l'action de la lumière.

J'ai aussi essayé de cultiver des plantes albinos exemptes de tout pigment : une mutation ou la perte d'un gène essentiel à la formation de la chlorophylle peut donner de telles plantes (BONNER et al., 1952). J'ai utilisé une autre méthode pour produire des plantules albinos : j'ai laissé imbiber les graines pendant une nuit dans une solution aqueuse contenant 10 % (v:v) de fluridone (1-méthyl-3-phényl-5-[3-(trifluorométhyl)-phényl]-4(1H)-pyridinone).



La fluridone est un herbicide aquatique qui inhibe la synthèse de chlorophylle, de carotène et autres pigments colorés (BERARD et al., 1978, MAAS et DUNLAP, 1987). Les plantules, de couleur blanche, ressemblent morphologiquement à des plantules normales et constituent des sujets idéaux pour étudier les propriétés optiques des feuilles. Malheureusement elles ne peuvent survivre dans un milieu dépourvu de sucres assimilables après que les réserves de la graine se soient

feuilles
1 maïs vert
2 maïs albinos
3 maïs vert
4 maïs étioilé
5 tournesol vert
6 maïs frais
7 maïs sec
8 maïs très sec
9 blé jeune
10 soja vert
11 érable albinos
12 tournesol albinos
13 érable vert
14 maïs brun
15 chène brun
16 chène très brun
17 chène vert
18 chène jeune
19 tomate verte
20 blé avec cire
21 blé sans cire
22 soja brun
23 tournesol brun
24 soja intermédiaire
25 blé brun
26 maïs jaune
27 maïs intermédiaire
28 soja jaune
29 plante suc. avec cire
30 plante suc. sans cire
31 blé sec
32 tomate violette

<u>STRUCTURE</u>
<p>Mésophylle compact : [1] [2] [3] [4] [6] [7] [8] [9] [14] [20] [21] [25] [26] [27] [31]</p> <p>Mésophylle isolatéral : [5] [12] [23]</p> <p>Mésophylle dorsiventral : une ou deux couches de cellules palissadiques : [10] [11] [13] [19] [22] [24] [28] [32] plusieurs couches de cellules palissadiques : [15] [16] [17] [18]</p> <p>Plante succulente : [29] [30]</p>
<u>PIGMENTS</u>
<p>Feuilles très vertes : [1] [3] [5] [6] [7] [8] [9] [10] [13] [17] [19] [20] [21] [29] [30]</p> <p>Feuilles intermédiaires : [4] [18] [24] [27] [32]</p> <p>Feuilles jaunes : [26] [28]</p> <p>Feuilles albinos : [2] [11] [12]</p> <p>feuilles brunes : [14] [15] [16] [22] [23] [25] [31]</p>
<u>TENEUR EN EAU</u>
<p>>90% : [1] [2] [4] [5] 80-90% : [3] [6] [9] [11] [12] [19] [28] [29] [30] 70-80% : [13] [20] [21] [24] [32] 60-70% : [7] [10] [18] [26] [27] 40-60% : [17] 20-40% : [23] 10-20% : [22] <10% : [8] [14] [15] [16] [25] [31]</p>

Tableau 2 : Feuilles et paramètres principaux pris en compte pour la modélisation.

épuisées. C'est ainsi que les dicotylédones, après l'apparition de cotylédons albinos, n'ont pu se développer et ont péri. Seul le maïs dont la graine est riche en amidon a fourni des feuilles exploitables. J'ai pu cependant obtenir des feuilles de tournesol albinos en pulvérisant régulièrement sur des plantules de quelques semaines, une solution de fluridone : des taches blanches sont apparues sur les feuilles existantes alors que les feuilles nouvellement formées étaient totalement blanches. Cependant ces feuilles furent difficilement exploitables car elles brunissaient rapidement dès qu'on les détachait.

I-3) Teneur en eau

La teneur en eau des feuilles varie au cours de la vie des plantes pour atteindre une valeur minimale lorsque les feuilles sont brunes. J'ai fait varier artificiellement cette teneur en eau en plaçant des feuilles de maïs à l'étuve pendant 15 min et 16 heures. Enfin j'ai étudié une plante succulente dont le mésophylle est un véritable réservoir d'eau. Ces plantes absorbent d'avantage dans la proche infra-rouge que les plantes non succulentes.

I-4) Conclusion

Au total 32 types de feuilles ont été choisis en tenant compte des trois paramètres précédents. Le tabl.2 montre que l'on a obtenu une gamme de variation suffisante sur chacun des facteurs considérés de manière à pouvoir caler correctement notre modèle.

II) Les mesures physiques

II-1) matériel

Des mesures de réflectance et de transmittance ont été réalisées sur un échantillonnage de 32 feuilles choisies parmi les espèces précédentes. En fait chaque spectre est une moyenne logarithmique de 5 feuilles homogènes (tous les facteurs affectant les propriétés optiques des feuilles varient de façon exponentielle). J'ai utilisé le spectrophotomètre VARIAN 17 D (Fig. 7), appareil performant couplé à un micro-ordinateur qui le pilote et qui enregistre les données sur disquette. Le principe de fonctionnement est le suivant : une lampe de Tungstène émet un rayon lumineux collimaté sur un prisme qui le rend monochromatique. Un miroir oscillant renvoie ce faisceau alternativement sur l'échantillon étudié (en réflectance ou en transmittance) et sur une surface de référence recouverte de sulfate de baryum d'un blanc parfait. La mesure de réflectance ou de transmittance est directionnelle-hémisphérique (flux incident normal à la surface, flux réfléchi ou transmis analysé par un photomultiplicateur après de multiples réflexions sur une sphère intégrante peinte au sulfate de baryum) (Fig. 8). L'absorptance qui est la troisième composante de la réponse spectrale des feuilles peut être calculée à partir de la relation suivante :

$$R+T+A=1$$

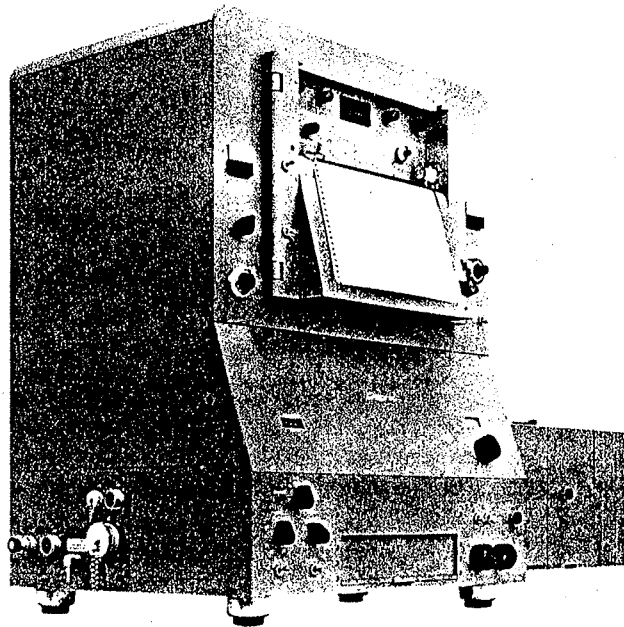


Figure 7 : Spectrophotomètre VARIAN modèle 17 D.

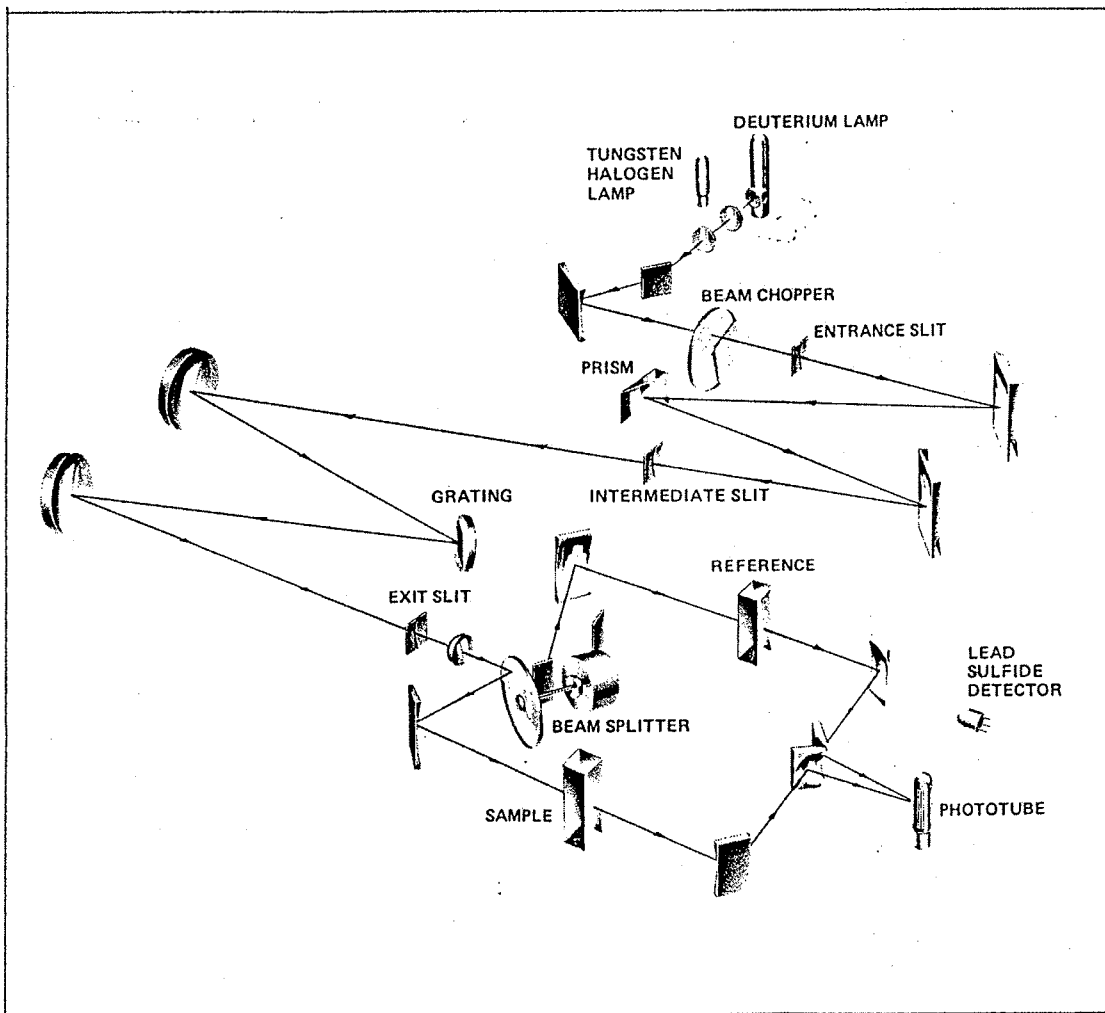


Figure 8 : Diagramme optique du spectrophotomètre VARIAN 17 D.

II-2) mesures

Les mesures de réflectance et de transmittance ont été effectuées systématiquement dans le domaine 400-800 nm avec un pas de mesure de 4 nm et dans le domaine 800-2500 nm avec un pas de 17 nm (soit au total 200 valeurs entre 400 et 2500 nm). La précision de la mesure (δR ou δT) est de l'ordre de 1 à 2 % de la valeur de R ou T. L'étude complète de chaque lot (5 feuilles) dure un peu plus de trois heures.

Les pots contenant les plantes ou les plantes prélevées sont apportés près du spectrophotomètre afin d'observer des feuilles très fraîches, dont les propriétés optiques ne sont pas "dégradées". Pour chaque feuille, j'ai mesuré l'épaisseur grâce à un micromètre électronique SONY, la surface et le poids avec une balance de précision. Après analyse au spectrophotomètre, les 5 feuilles constituant un échantillon sont enfermées hermétiquement dans un sac plastique et conservés au congélateur à -15° C jusqu'aux mesures biochimiques.

Parallèlement 8 feuilles homogènes ont été prélevées pour mesurer leur état hydrique. 4 feuilles sont pesées et mises à l'étuve à 85° C pendant toute une nuit; on peut ainsi déterminer la teneur en eau qui est le rapport :

$$t\% = \frac{\text{poids frais} - \text{poids sec}}{\text{poids sec}}$$

Les 4 autres feuilles sont pesées et imbibées d'eau pendant 24 à 36 heures jusqu'à ce que leur poids n'augmente plus. On les place alors à l'étuve pour mesurer le poids sec. On peut ainsi calculer la teneur en eau relative définie par le rapport:

$$\phi\% = \frac{\text{poids frais} - \text{poids sec}}{\text{poids à pleine turgescence} - \text{poids sec}}$$

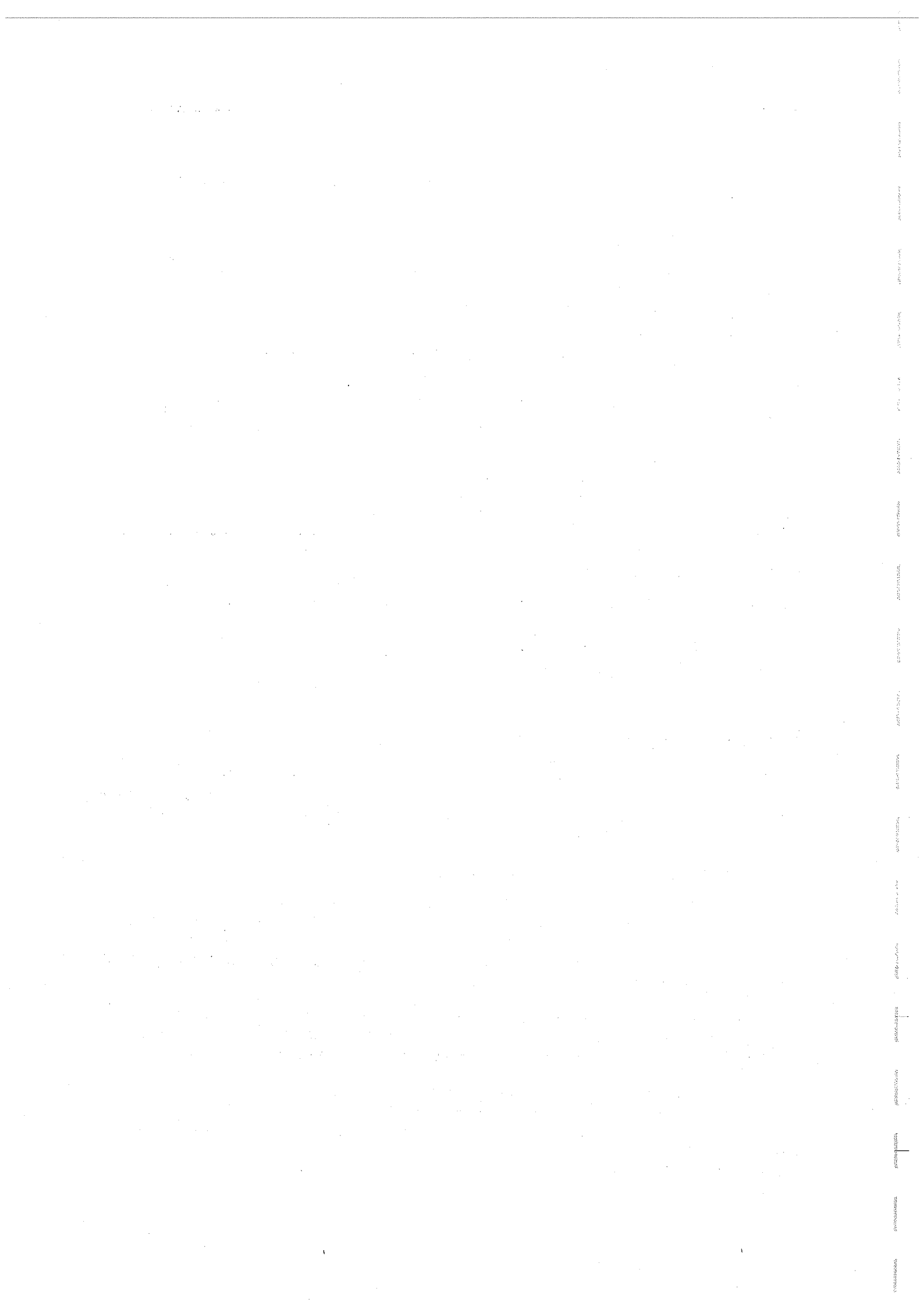
Enfin j'ai fait quelques coupes minces afin d'observer et de photographier la structure des feuilles au microscope optique.

II-3) correction des mesures

Les valeurs de réflectance et de transmittance fournies par l'appareil sont des données brutes qui nécessitent un certain nombre de corrections pour être exploitées.

a) Correction due à la référence

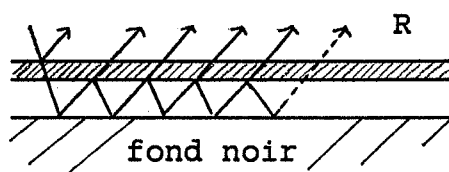
Une première correction consiste à diviser les valeurs brutes par les valeurs de réflectance de la référence (poudre de BaSO_4 comprimée) directement mesurées.



Compte tenu de la valeur très forte de réflectance du sulfate de baryum (plus de 99%) dans le visible et le proche infra-rouge, nous nous sommes arrêtés à ce niveau de correction sur ces domaines.

b) Correction de la réflectance due au fond noir

Lorsqu'on mesure la réflectance des feuilles, celles-ci sont maintenues plaquées contre la lucarne par un poussoir qui normalement absorbe totalement la lumière. Or il s'est avéré qu'il réfléchissait entre 5 et 8 % de la lumière selon la longueur d'onde. Nous avons dû corriger ce biais. Considérons une feuille de réflectance réelle θ et de transmittance réelle τ , séparée par un espace d'air infinitésimal de l'arrière plan dont la réflectance est noté θ_f .



La réflectance totale de la feuille prend la forme d'une série convergente :

$$\begin{aligned} R &= \theta + \tau \cdot \theta_f \tau + \tau \cdot \theta_f \cdot \theta \cdot \theta_f \cdot \tau + \tau \cdot \theta_f \cdot \theta \cdot \theta_f \cdot \theta \cdot \theta_f \cdot \tau + \dots \\ &= \theta + \tau^2 \cdot \theta_f (1 + \theta_f \cdot \theta + \theta_f^2 \cdot \theta^2 + \dots) \\ &= \theta + \tau^2 \cdot \theta_f \frac{1 - (\theta_f \cdot \theta)^n}{1 - \theta_f \cdot \theta} \end{aligned}$$

$$\text{Lorsque } n \rightarrow +\infty \quad R = \theta + \frac{\tau^2 \cdot \theta_f}{1 - \theta_f \cdot \theta}$$

Si la réflectance de l'arrière plan est nulle ($\theta_f=0$) alors on retrouve $R=\theta$. Pour déterminer la réflectance réelle, on inverse la relation précédente :

$$\theta = \frac{R \cdot \theta_f + 1 - \sqrt{(R \cdot \theta_f)^2 - 4 \cdot \theta_f (R - \tau^2 \cdot \theta_f)}}{2 \cdot \theta_f}$$

Cette correction diminue les valeurs de réflectance proportionnellement aux valeurs initiales. Prenons par exemple le cas du maïs vert :

longueur d'onde	R	T	R corrigé
780 nm	.4378	.5729	.4144
660 nm	.0759	.0355	.0758

c) Correction liée à la sphère et aux références

Une troisième correction liée à la géométrie de la sphère intégrante modifie les valeurs de la transmittance. En effet, normalement un écran fixé sur la sphère évite au flux transmis diffus d'exciter directement le photomultiplicateur. Or cet écran était absent si bien que les valeurs de transmittance étaient surévaluées. Nous avons fabriqué un tel écran et fait des mesures en son absence et en sa présence afin de déduire un terme correctif.

Enfin pour les mesures dans le moyen infra-rouge, il apparaît que le sulfate de Baryum des références et de la sphère n'est pas totalement sec et on observe une absorption notable dans les bandes de l'eau. Ce fait avait déjà été observé par GRUM et LUCKEY (1968). L'étude de notre référence au BaSO_4 , avec un spectrophotomètre BECKMAN DK-2A dont la sphère intégrante et la référence sont recouvertes de MgO le montre clairement (Fig. 9). Nous avons donc introduit un autre terme correctif.

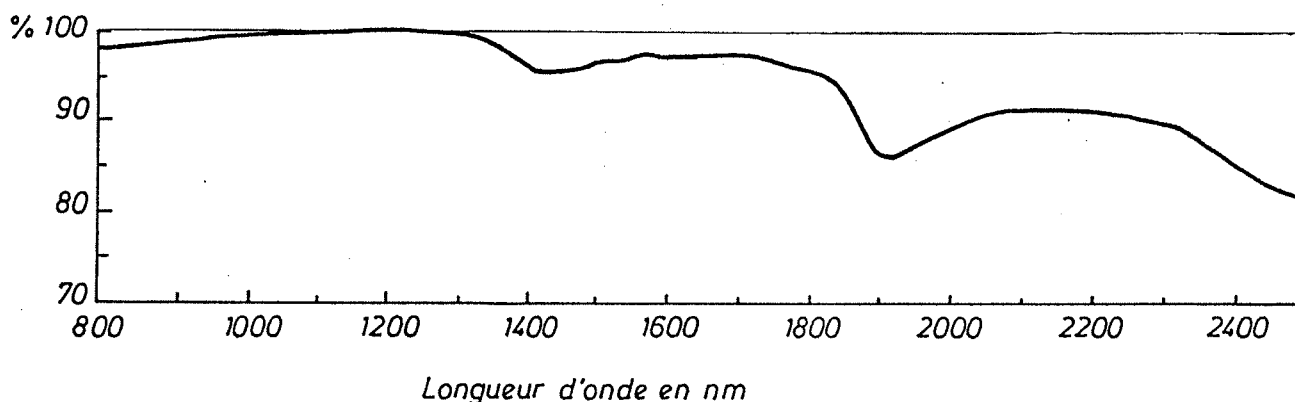


Figure 9 : Réflectance de la référence de sulfate de baryum, mesurée relativement à une référence d'oxyde de magnésium fraîchement préparée.

III) les mesures biochimiques

J'ai mesuré les concentrations en chlorophylle A et chlorophylle B, caroténoïdes totaux (carotène et xanthophylle) selon la méthode définie par LICHTENTHALER (1983) et ai essayé de définir un indice rendant compte d'une teneur relative en "pigments bruns". Comme nous l'avons vu, ces pigments regroupent une grande variété de composés chimiques oxydés, insolubles et donc très difficiles (ou même impossibles) à doser par les méthodes classiques. Le protocole expérimental est le suivant :

III-1) Extraction des chlorophylles et carotènes

Les feuilles, à peine sorties du congélateur, sont broyées dans des pots métalliques en présence d'azote liquide et de thiourée pour prévenir tout brunissement enzymatique. A partir de la poudre ainsi obtenue, on extrait les chlorophylles et les carotènes à l'acétone 80% (v:v) dans laquelle ces composés passent en solution. Le surnageant est séparé du culot végétal par centrifugation à 20000 tours/min pendant 10 min. Plusieurs manipulations ont été nécessaires chez certaines feuilles pour obtenir une extraction totale. Le volume du surnageant est soigneusement relevé avant le dosage calorimétrique au spectrophotomètre. L'absorbance A, mesurée à trois longueurs d'ondes ($\mu=663, 646, 470$ nm), permet de calculer Ca (concentration en chlorophylle A), Cb (concentration en chlorophylle B) et Cx+c (concentration en carotène et xanthophylle) en $\mu\text{g/ml}$.

$$\begin{aligned} \text{Ca} &= 12,21.A_{663} - 2,81.A_{646} \\ \text{Cb} &= 20,13.A_{646} - 5,03.A_{663} \\ \text{Cx+c} &= (1000.A_{470} - 3,27.Ca - 104.Cb)/229 \end{aligned}$$

Ces concentrations sont exprimées en $\mu\text{g/cm}^2$ de feuille et sont rassemblées dans le tableau 3.

feuilles	surface en cm^2	acétone en ml	D0470	D0646	D0663	Chl. A $\mu\text{g/cm}^2$	Chl. B $\mu\text{g/cm}^2$	Carot $\mu\text{g/cm}^2$
1 maïs vert	96,25	200	0,537	0,178	0,373	8,42	3,55	3,14
2 maïs albinos	62,33	25	0,035	0,012	0,014	0,06	0,07	0,03
3 maïs vert	103,36	100	0,740	0,381	1,028	11,11	2,42	1,87
4 maïs étioilé	109,23	100	0,243	0,032	0,081	0,82	0,22	0,86
5 tournesol vert	152,80	200	1,087	0,427	0,963	13,82	4,91	3,79
6 maïs frais	318,92	600	0,726	0,342	0,856	17,86	4,85	3,51
7 maïs sec	212,20	400	0,667	0,335	0,898	18,89	4,20	3,31
8 maïs très sec	246,71	200	0,912	0,513	1,555	14,22	2,03	2,10
9 blé jeune	139,18	250	0,834	0,427	1,024	20,30	6,19	3,44
10 soja vert	183,83	250	1,097	0,477	0,940	13,79	6,63	3,31
11 érable albinos	101,88	50	0,120	0,035	0,079	0,43	0,15	0,18
12 tournesol albinos	56,91	25	0,084	0,008	0,014	0,07	0,04	0,14
13 érable vert	153,73	200	1,201	0,354	0,799	11,40	4,04	4,82
14 maïs brun	139,37	50	0,921	0,036	0,035	0,12	0,20	0,35
15 chêne brun	90,60	50	0,626	0,275	0,451	2,61	1,80	0,65
16 chêne très brun	116,95	50	0,259	0,031	0,036	0,15	0,19	0,40
17 chêne vert	119,73	250	1,504	0,619	1,551	35,91	9,73	8,78
18 chêne jeune	120,68	200	0,749	0,286	0,701	12,85	3,70	3,56
19 tomate verte	119,59	200	0,559	0,280	0,470	8,28	5,47	1,48
20 blé avec cire	130,34	200	1,496	0,525	1,088	18,12	7,82	6,21
21 blé sans cire	130,34	200	1,496	0,525	1,088	18,12	7,82	6,21
22 soja brun	127,69	100	0,221	0,109	0,128	0,98	1,21	0,19
23 tournesol brun	120,88	50	0,310	0,109	0,188	0,82	0,52	0,31
24 soja intermédiaire	83,33	100	0,459	0,113	0,167	2,07	1,72	1,59
25 blé brun	103,40	100	0,117	0,015	0,023	0,23	0,18	0,41
26 maïs jaune	213,00	200	0,652	0,035	0,058	0,57	0,39	2,49
27 maïs intermédiaire	266,70	200	0,573	0,171	0,459	3,84	0,85	1,44
28 soja jaune	62,82	100	0,329	0,029	0,064	1,12	0,42	2,09
29 plante suc. avec cire	50,82	200	0,608	0,269	0,606	26,14	9,31	5,85
30 plante suc. sans cire	42,88	200	0,517	0,229	0,494	25,13	9,91	5,67
31 blé sec	128,40	50	0,208	0,047	0,087	0,36	0,20	0,26
32 tomate violette	62,28	50	0,398	0,091	0,184	1,60	0,73	1,04

valeurs enueves → vom Heise

Tableau 3 : Concentrations en chlorophylle A, chlorophylle B et caroténoïdes.

TRANSMITTANCE EN %

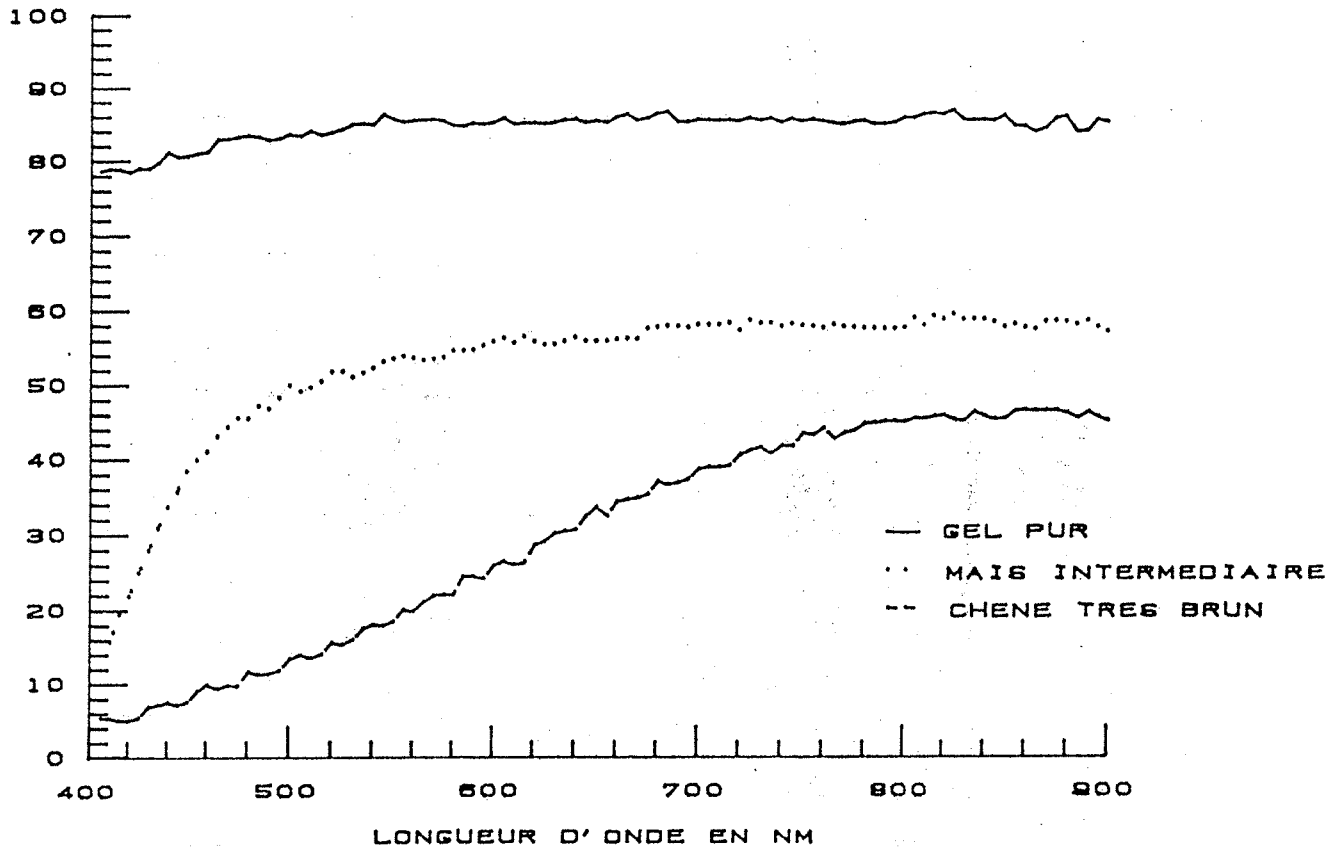


Figure 10 : Spectres de transmittance de deux échantillons de poudre de feuilles incluses dans la gélose et de gélose pure.

$T_{550} - 18.07$
 $T_{max} - 18.07$

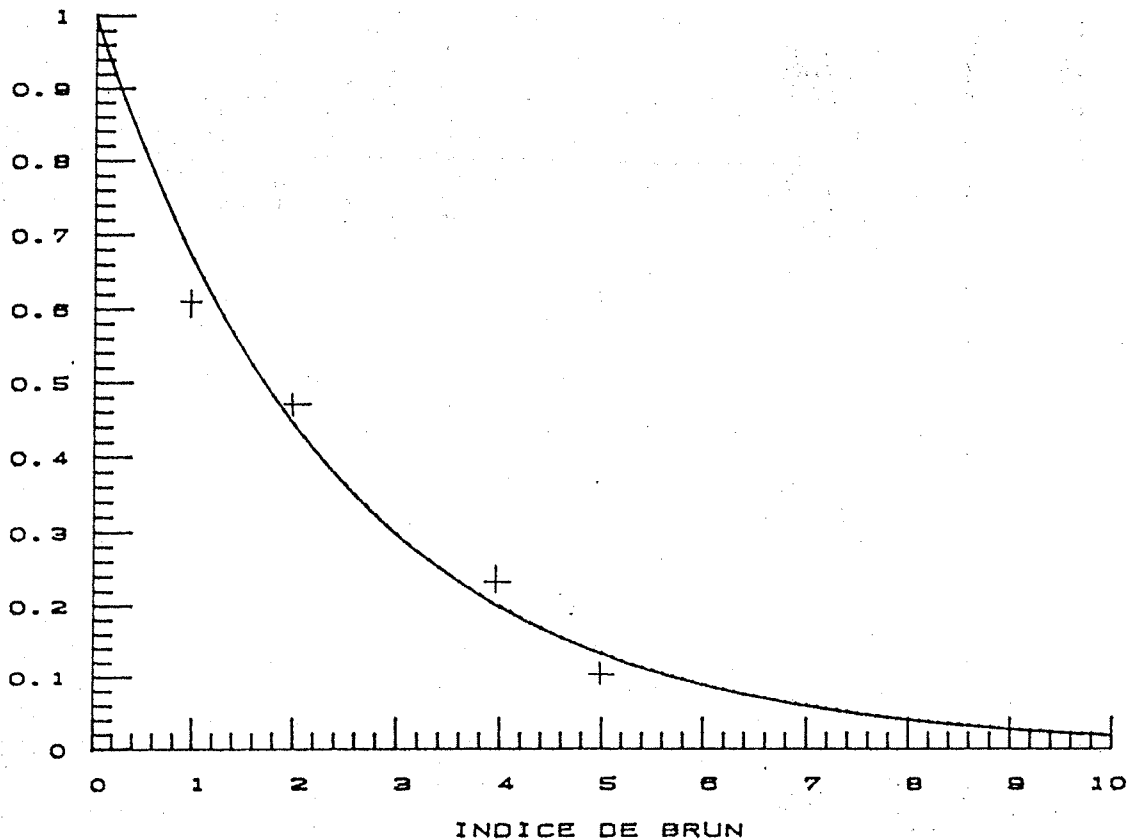


Figure 11 : Variation ajustée de l'indice de brun IB en fonction du rapport $T_{550} - 18.07 / T_{max} - 18.07$. Les points représentent la gamme étalon.

Le culot formé après centrifugation est conservé, séché, broyé et tamisé (maille 200 μm) pour obtenir une poudre de feuille homogène.

III-2) les pigments bruns

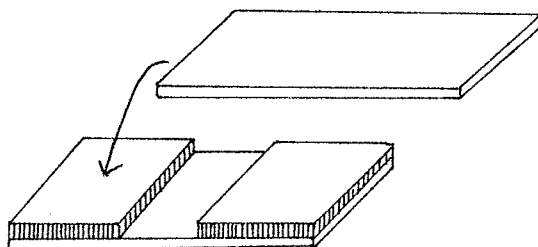
Nous inspirant d'une technique utilisée dans l'industrie agroalimentaire pour mesurer un "indice de brun" sur des semoules de blé (LAIGNELET et al., 1970) ou sur des poudres de cacao, nous avons essayé d'étudier la réflectance dans le visible de nos poudres de feuilles.

Il est tout d'abord apparu que l'aspect de surface de la poudre jouait un rôle non négligeable. Plusieurs essais ont été réalisés dans le but de mettre en évidence ces effets : de façon générale, on observe une réflectance maximum pour des échantillons compacts et lissés, alors que les échantillons grossiers et rugueux avaient une valeur plus faible.

Dans un souci de normalisation de nos mesures, nous avons adopté une autre méthode : il s'agit d'observer en transmittance les poudres mélangées à de la gélose. Cette méthode est utilisée au CIRAD (Centre International de Recherche en Agronomie et de Développement) de Montpellier pour évaluer le brunissement de poudres de cacao.

Il faut d'abord préparer la gélose : on mélange 0,3 g d'Agar avec 20 ml d'eau froide. On chauffe à 80° C au four micro-onde puis on maintient la solution au bain marie à 45° C afin que la gélose ne prennent pas en masse.

On pèse précisément 0,02 g de poudre de feuille dans un petit tube à essai. On ajoute 1 ml de gélose prélevée à la pipette et on homogénéise avec un VORTEX. Le mélange est pris en "sandwich" sur 2 mm entre deux lames de verres où il prend en masse très rapidement; l'échantillon ainsi préparé est conservé au frigidaire pour éviter un dessèchement de la gélose, avant d'être étudié en transmittance au spectrophotomètre entre 400 et 800 nm.



Le spectre observé est assez mou : il décroît régulièrement entre 800 et 400 nm (Fig. 10). Nous avons retenu la longueur d'onde 550 nm pour caractériser "notre indice de brun". Ce choix se justifie par l'éloignement des domaines d'absorption par les chlorophylles et les caroténoïdes. Malgré toutes les précautions prises pour standardiser la préparation des échantillons, nous avons observé des écarts entre les valeurs de transmittance à 800 nm ce qui signifie que la

Feuilles	T _{max} ‰	T ₅₅₀ ‰	IB	IB corrigé
1 maïs vert	54.93	38.75	1.424	0.382
2 maïs albinos	55.05	38.53	1.000	0.382
3 maïs vert	54.59	39.58	1.304	0.382
4 maïs étioilé	52.48	38.27	1.312	0.382
5 tournesol vert	55.62	34.25	2.074	0.382
6 maïs frais	51.41	38.33	1.227	0.382
7 maïs sec	50.31	31.94	2.078	2.078
8 maïs très sec	52.52	28.47	2.950	2.950
9 blé jeune	58.86	49.13	0.671	0.382
10 soja vert	56.69	45.14	0.875	0.382
11 érable albinos	54.78	42.73	0.980	0.382
12 tournesol albinos	56.61	33.32	2.284	0.382
13 érable vert	52.67	44.83	0.663	0.382
14 maïs brun	57.62	35.25	2.054	2.054
15 chêne brun	46.32	24.84	3.519	3.519
16 chêne très brun	46.31	19.13	8.093	8.093
17 chêne vert	55.71	42.95	1.020	0.382
18 chêne jeune	54.67	38.68	1.414	0.382
19 tomate verte	46.48	27.92	2.609	0.382
20 blé avec cire	51.08	40.60	0.941	0.382
21 blé sans cire	51.08	40.60	0.941	0.382
22 soja brun	56.23	38.75	1.509	1.509
23 tournesol brun	52.90	19.82	7.371	7.371
24 soja intermédiaire	54.87	42.75	0.984	0.382
25 blé brun	51.33	22.03	5.243	5.243
26 maïs jaune	54.51	46.60	0.603	0.603
27 maïs intermédiaire	53.23	53.23	0.382	0.382
28 soja jaune	53.16	37.42	1.466	1.466
29 plante suc. avec cire	60.31	49.56	0.723	0.382
30 plante suc. sans cire	61.26	48.78	0.840	0.382
31 blé sec	59.14	44.81	1.057	1.057
32 tomate violette	60.19	47.57	0.877	0.382
gel pur	86.52	85.59	0.034	0.034

Tableau 4 : Indice de brun et indice de brun corrigé.

structure des échantillons n'est pas totalement homogène. L'indice de brun doit prendre en compte cette valeur maximale. Nous proposons donc de calculer le rapport suivant :

$$\frac{T_{550} - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \quad \text{avec } T_{550} = \text{valeur de transmittance à 550 nm}$$

$$T_{\max} = \text{valeur maximale de transmittance}$$

$$T_{\min} = \text{valeur minimale théorique à déterminer}$$

J'ai préparé une gamme étalon en prenant une poudre A albinos (obtenue à partir du maïs albinos ou d'une feuille verte après extraction des pigments) et une poudre B très brune (obtenue à partir de feuilles mortes très brunes). J'ai mélangé ces deux poudres en proportions différentes : de façon arbitraire, j'attribue les valeurs 1 à A, 2 à 3A+B, 3 à A+B, 4 à A+3B, 5 à B. ces valeurs constituent une échelle d'indice de brun. Le rapport $(T_{550} - T_{\min}) / (T_{\max} - T_{\min})$ est probablement lié à cet indice noté IB par une loi de BEER-LAMBER. Nous avons donc ajusté deux paramètres T_{\min} et α tels que :

$$\frac{T_{550} - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} = e^{-\alpha \cdot IB}$$

La régression non linéaire a fourni $T_{\min} = 18,07\%$ et $\alpha = 0,406$. (Fig. 11). Nous pouvons alors inverser cette relation pour donner l'expression suivante de IB :

$$IB = - \frac{1}{0,406} \ln \frac{T_{550} - 18,07}{T_{\max} - 18,07}$$

Considérons deux cas particuliers : si une poudre est totalement albinos, alors $T_{550} = T_{\max}$ soit $IB = 0$. Si une poudre est brune, alors le rapport devient très faible et IB augmente fortement. Cet indice a été calculé pour chaque feuille : nous obtenons des valeurs de IB comprises entre 0,382 et 8,093 ce qui signifie que nos poudres étalons n'étaient pas des cas extrêmes. En particulier la poudre A a subi un brunissement enzymatique non contrôlé ce qui explique qu'elle ne correspond pas à la valeur minimale de IB.

Un certain nombre de poudres ayant subi un brunissement, nous avons décidé d'attribuer aux feuilles vertes, albinos et intermédiaires la valeur minimale 0,382 obtenant ainsi un indice de brun corrigé (tabl. 4).

Nous avons désormais tous les éléments pour construire un modèle de propriétés optiques des feuilles (Schéma 1).

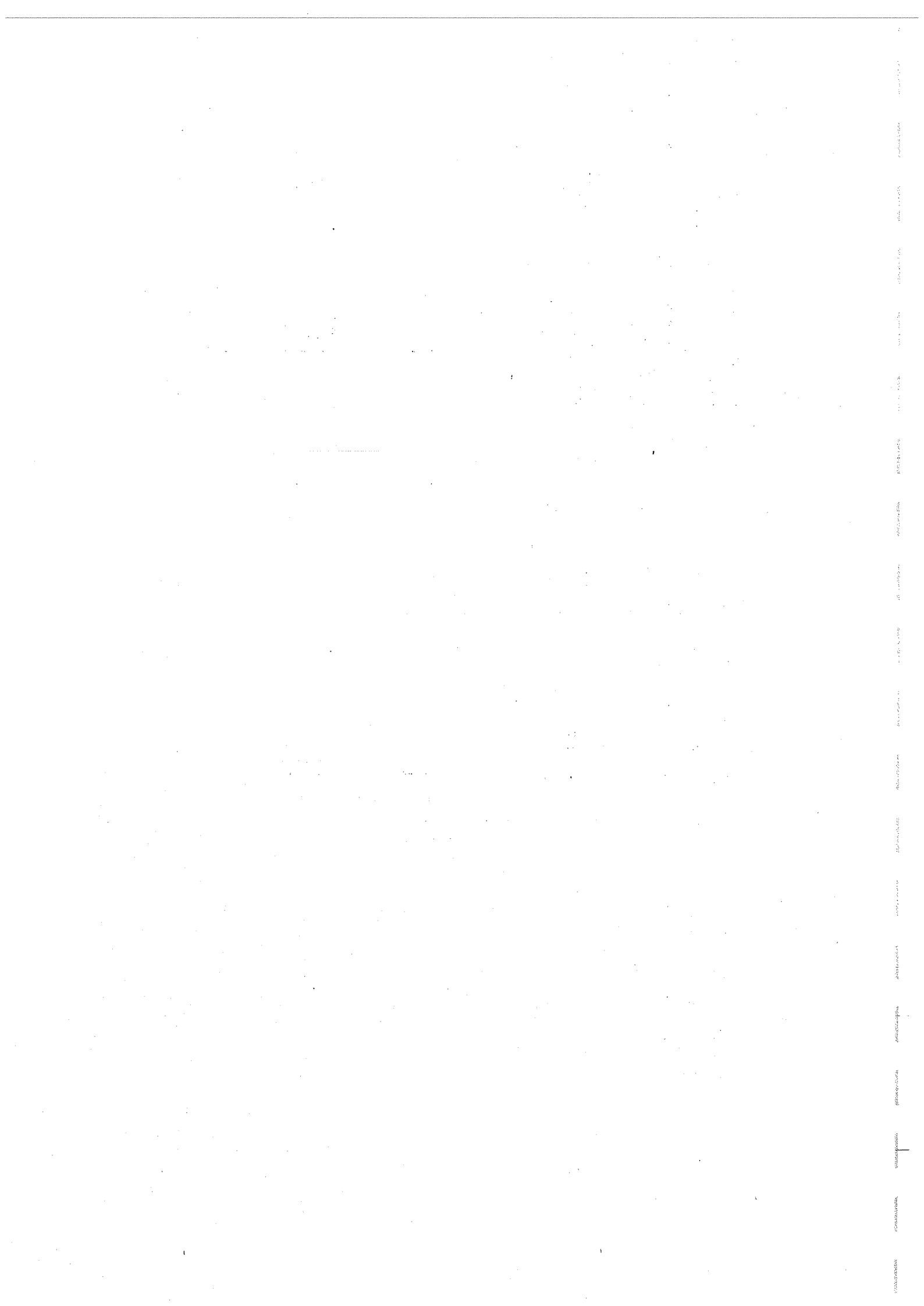
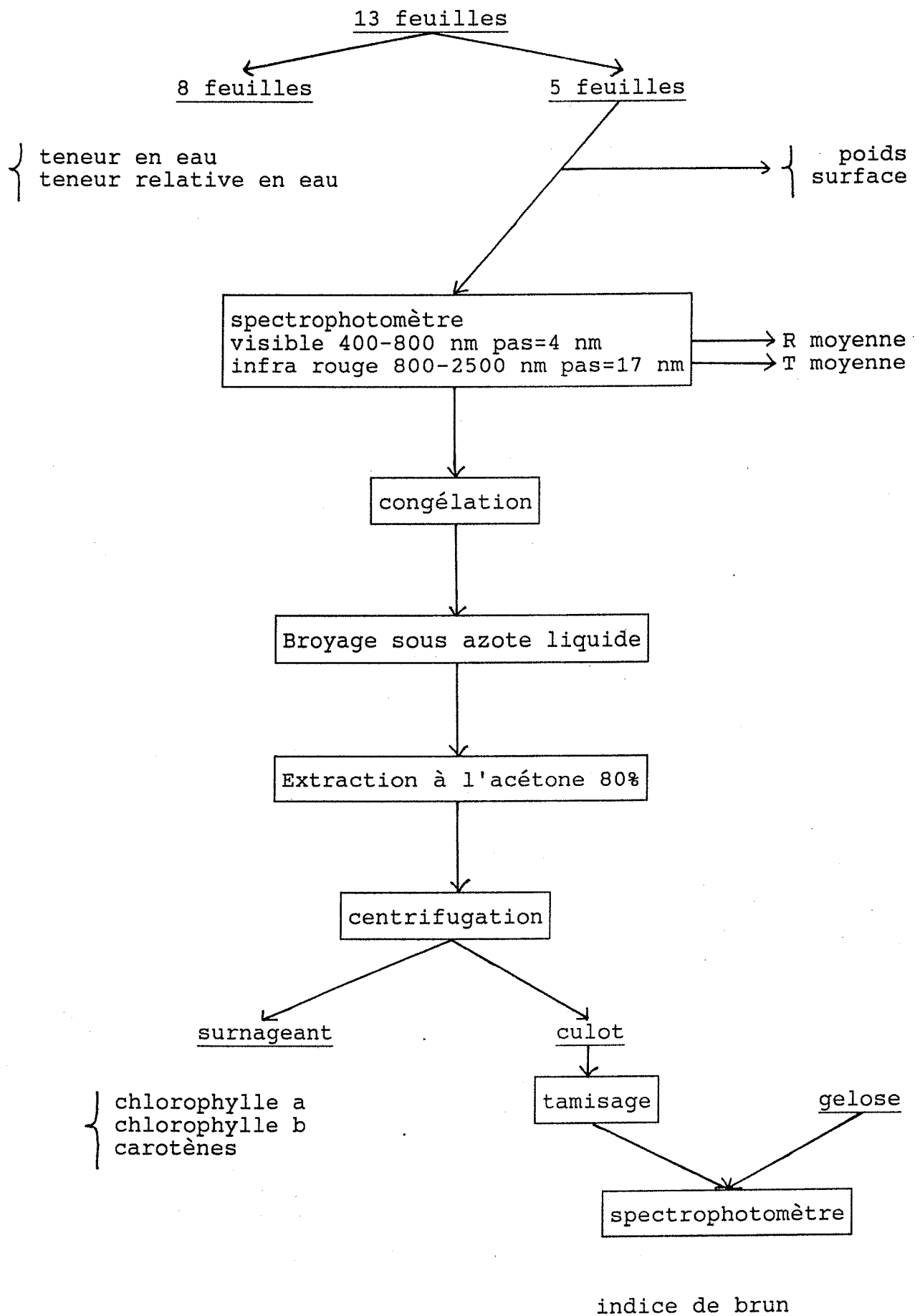
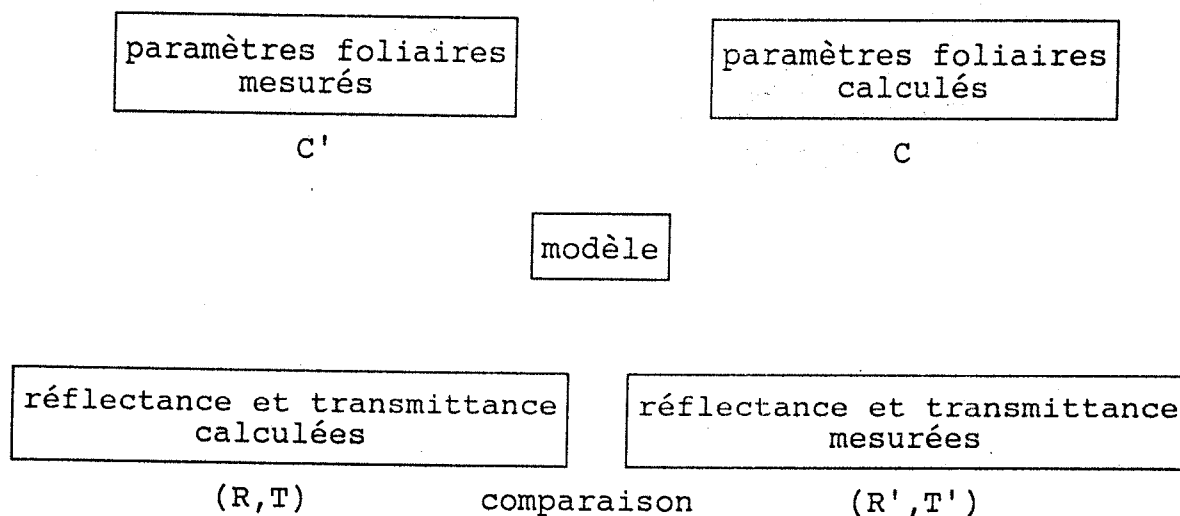


Schéma 1 : Résumé du protocole expérimental.



RESULTATS ET MODELES

Le modèle de propriétés optiques des feuilles peut être schématisé de la façon suivante.



Les paramètres foliaires sont les teneurs en pigments (chlorophylle A, B, carotènes + xanthophylles, pigments bruns), la teneur en eau et un paramètre de structure qui prend en compte l'anatomie de la feuille.

Le schéma ci dessus se lit de la manière suivante : le sens C' --> (R,T) représente le problème direct : connaissant un certain nombre de caractéristiques de la feuilles, il est possible de tracer son spectre de réflectance ou de transmittance. Le sens (R',T') --> C représente le problème inverse : à partir des valeurs de réflectance ou de transmittance mesurées au spectrophotomètre, on peut estimer les paramètres foliaires.

La comparaisons entre les valeur calculées et les valeurs mesurées de réflectance et de transmittance donne une indication sur la qualité du modèle : $(R',T') = (R,T) + (\delta R, \delta T)$

La masse des données à traiter étant considérable, nous n'avons pas pu aborder le rôle de l'eau et donc notre étude se limitera au domaine visible et proche infra-rouge (400-800 nm). Le moyen infra-rouge fera l'objet d'un travail ultérieur.

I) Modélisation de la structure

La détermination d'un paramètre de structure est important car ce dernier conditionne toute la suite du problème. On choisit comme longueur d'onde 780 nm : nous sommes sur le plateau infra-rouge caractérisé par des valeurs maximales de réflectance et de transmittance, par une absorptance presque nulle. Avant d'entrer dans la modélisation, on peut faire quelques observations préliminaires.

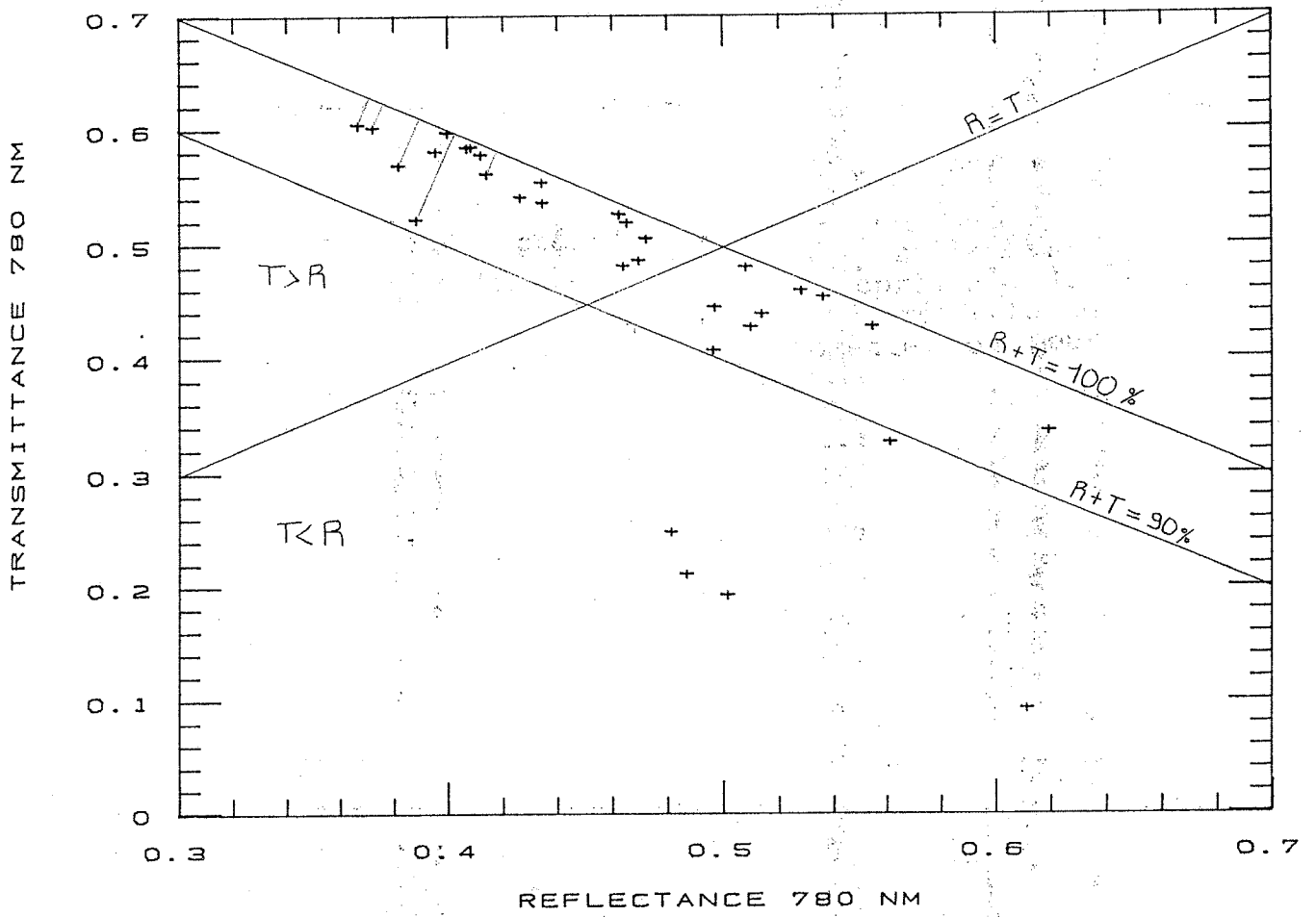


Figure 12 : Relation entre la réflectance et la transmittance des feuilles à 780 nm.

I-1) Observations préliminaires

Lorsqu'on porte la réflectance à 780 nm en abscisse et la transmittance à 780 nm en ordonnée (Fig. 12), un certain nombre de faits apparaissent. On distingue trois groupes de points : un premier compris dans la portion de plan défini par $T > R$ et $90\% < R+T < 100\%$. Il s'agit de feuilles de plantes monocotylédones ou de dicotylédones jeunes. Ces feuilles dont le mésophylle est de type compact présentent une forte transmittance ($\approx 60\%$) et une faible réflectance ($\approx 40\%$) (Fig. 13). Le second groupe défini par $T < R$ et $90\% < R+T < 100\%$ correspond aux dicotylédones dont le mésophylle est divisé par un certain nombre d'espace intercellulaires qui provoquent un accroissement de la réflectance et une diminution de la transmittance (Fig. 14). Enfin le dernier groupe caractérisé par une forte réflectance et une faible transmittance rassemble les feuilles brunes. La forte absorptance en est en partie due aux pigments bruns.

Le graphe représentant la réflectance à 780 nm en fonction de la surface spécifique est aussi intéressant : la surface spécifique (rapport entre la surface et le poids sec de la feuille) est dépendante de la structure foliaire qu'on peut caractériser par la réflectance (ou la transmittance) dans le proche infra-rouge (Tableau 5). En supposant que les parois cellulaires ont un poids surfacique constant, un accroissement de la surface spécifique s'accompagne d'une diminution du nombre de parois cellulaires dans la feuille et donc d'espaces intercellulaires. Comme nous l'avons déjà vu, ceci entraîne une diminution de la réflectance et une augmentation de la transmittance. On observe effectivement ces résultats (Fig. 15 et Fig. 16) : il existe une relation de type exponentielle entre la surface spécifique et la réflectance (ou la transmittance). Cette notion de surface spécifique est importante : les physiologistes (RAWSON et al., 1987) ont montré que combinée avec le taux d'échange en CO_2 (CER= CO_2 Exchange Rate), on pouvait en tirer des informations intéressantes sur la croissance des plantes.

I-2) Modèle de structure

Il s'agit de fournir un paramètre de structure pour des feuilles compactes ou non. Pour cela nous allons utiliser le "plate model" étendu à N couches compactes. Il faut d'abord nous assurer que la feuille qui nous servira de référence est bien de type compacte : c'est le "plate model" qui nous permettra de le confirmer.

a) Modélisation de l'indice de réfraction n : le "plate model"

Comme nous l'avons vu précédemment, le "plate model" appliqué à une feuille compacte fournit les valeurs de réflectance et de transmittance suivantes :

$$R = R_{12} + \frac{\tau^2 \cdot T_{12}^2 (n^2 - T_{12})}{n^4 - \tau^2 (n^2 - T_{12})^2} \quad \text{et} \quad T = \frac{\tau \cdot n^2 \cdot T_{12}^2}{n^4 - \tau^2 (n^2 - T_{12})^2}$$

avec τ = transmittivité de la feuille

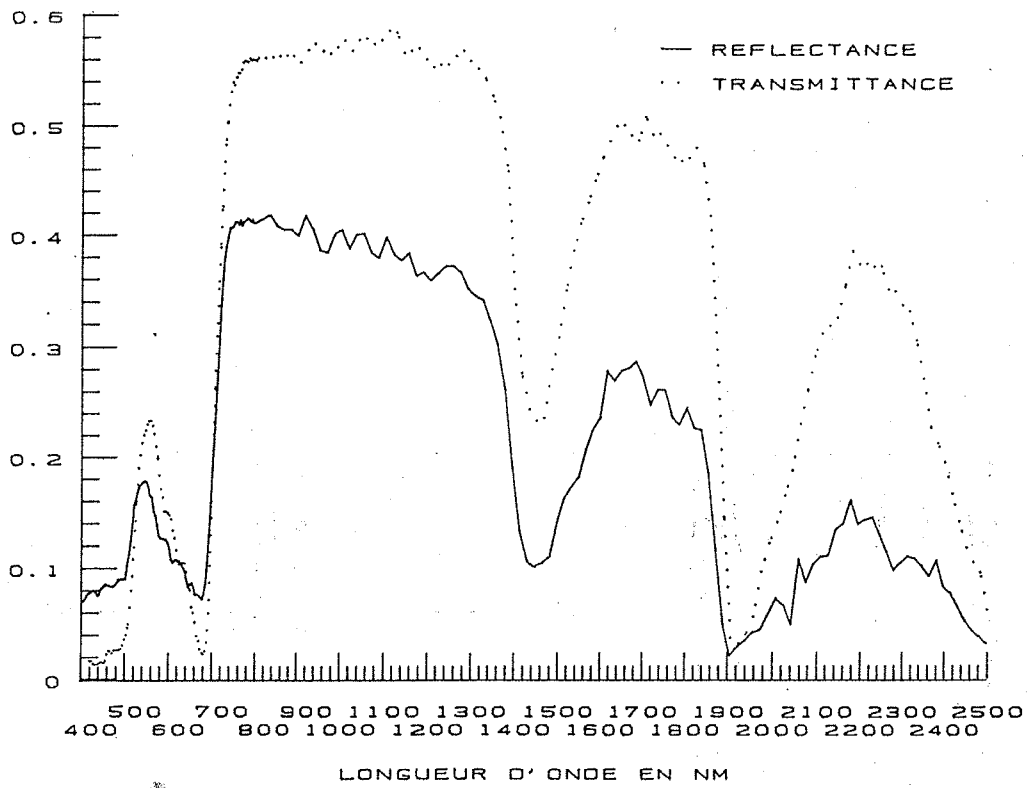


Figure 13 : Spectre de réflectance et de transmittance d'une feuille de maïs verte.

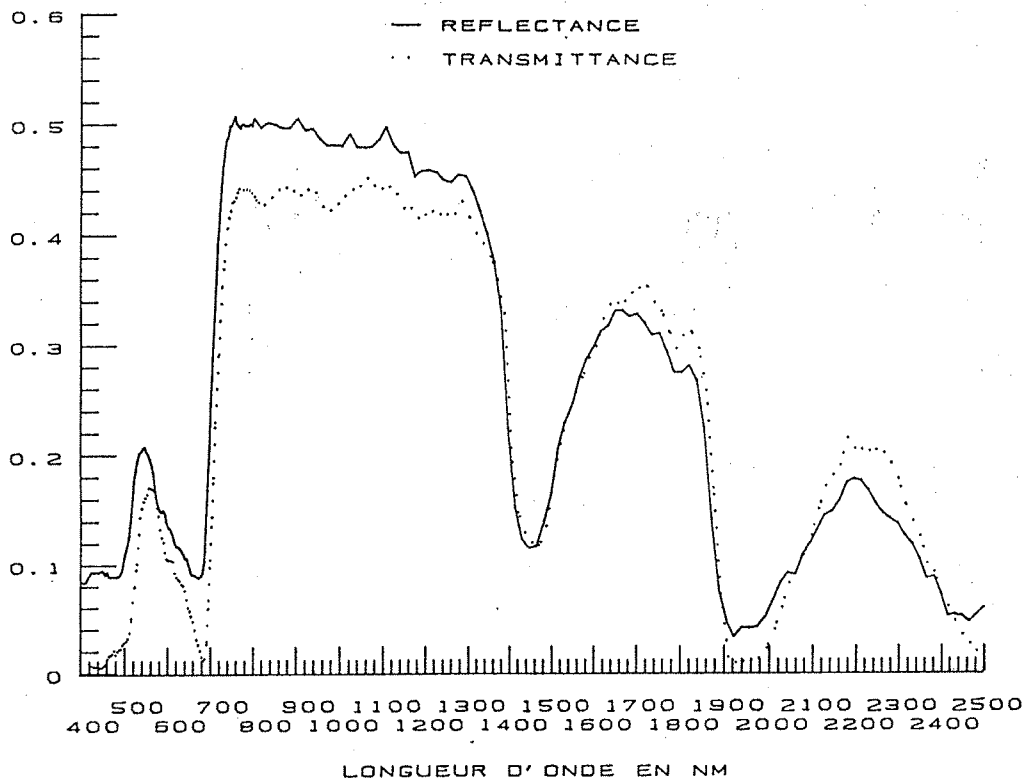


Figure 14 : Spectre de réflectance et de transmittance d'une feuille de tournesol verte.

REFLECTANCE 780 NM

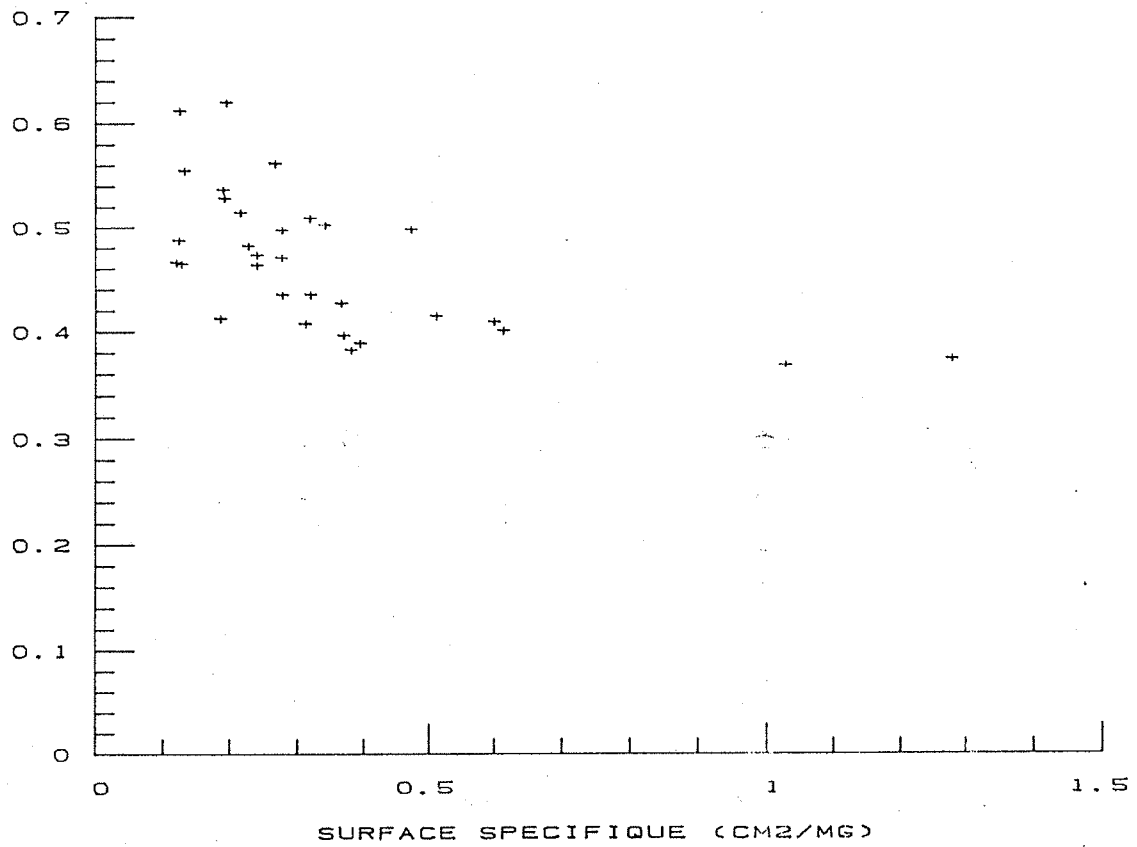


Figure 15 : Relation entre la surface spécifique des feuilles et la réflectance proche infra-rouge (780 nm).

TRANSMITTANCE 780 NM

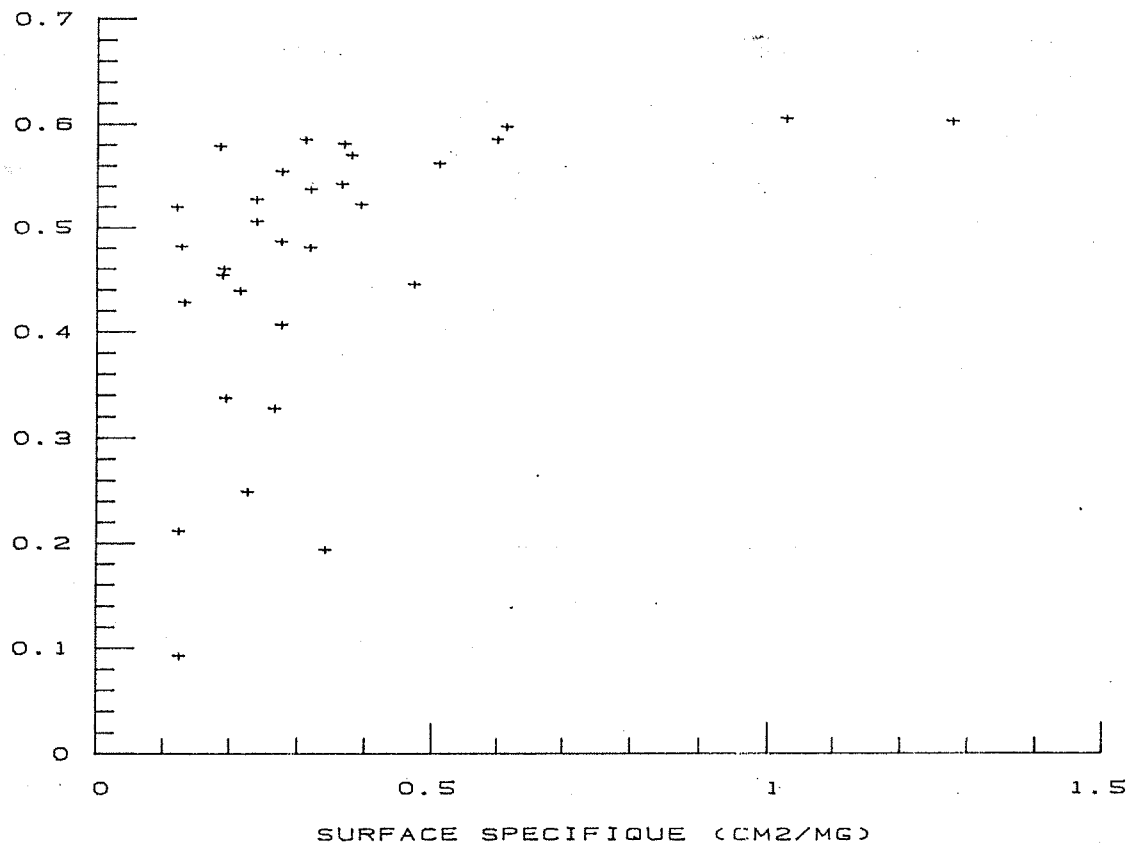


Figure 16 : Relation entre la surface spécifique des feuilles et la transmittance proche infra-rouge (780 nm).

feuilles	surface cm ²	poids frais en g	teneur en eau %	poids sec en g	surface spécif. cm ² /mg
1 maïs vert	96,25	1,802	91,30	0,157	0,614
2 maïs albinos	62,33	1,044	94,19	0,061	1,028
3 maïs vert	103,36	1,914	89,44	0,202	0,511
4 maïs étioilé	109,23	1,818	95,30	0,085	1,278
5 tournesol vert	152,80	4,098	92,12	0,323	0,473
6 maïs frais	318,92	5,721	85,87	0,808	0,395
7 maïs sec	212,20	1,909	69,92	0,574	0,370
8 maïs très sec	246,71	0,773	0,00	0,773	0,319
9 blé jeune	139,18	2,511	80,02	0,502	0,277
10 soja vert	183,83	3,373	74,74	0,852	0,216
11 érable albinos	101,88	1,057	93,92	0,170	0,600
12 tournesol albinos	56,91	1,386	85,16	0,206	0,277
13 érable vert	153,73	1,762	76,17	0,420	0,366
14 maïs brun	139,37	0,540	6,80	0,503	0,277
15 chêne brun	90,60	0,777	7,45	0,719	0,126
16 chêne très brun	116,95	1,024	8,57	0,937	0,125
17 chêne vert	119,73	2,030	54,06	0,932	0,128
18 chêne jeune	120,68	2,106	69,15	0,650	0,186
19 tomate verte	119,58	2,447	84,68	0,375	0,319
20 blé avec cire	130,34	1,995	72,82	0,542	0,240
21 blé sans cire	130,34	1,995	72,82	0,542	0,240
22 soja brun	127,69	0,591	10,15	0,531	0,240
23 tournesol brun	120,88	0,685	33,96	0,453	0,267
24 soja intermédiaire	83,33	1,463	74,94	0,367	0,227
25 blé brun	103,40	0,569	4,52	0,544	0,190
26 maïs jaune	213,00	2,003	68,89	0,623	0,342
27 maïs intermédiaire	266,70	3,086	72,28	0,856	0,312
28 soja jaune	62,43	1,013	83,82	0,164	0,381
29 plante suc. avec cire	50,82	2,797	84,95	0,421	0,121
30 plante suc. sans cire	42,88	2,039	84,19	0,322	1,133
31 blé sec	128,40	0,732	8,66	0,668	0,192
32 tomate violette	62,28	1,389	77,02	0,319	0,195

Tableau 5 : Quelques caractéristiques physiques de feuilles.

n = indice de réfraction de la feuille
 $T_{12} = 1 - R_{12}$ = transmittivité de l'interface entre le milieu 1
 (air) et le milieu 2 (feuille)

On peut éliminer τ entre R et T :

$$\begin{aligned} \text{en effet } R &= R_{12} + \tau^2 \cdot T_{12} \cdot (n^2 - T_{12}) / (n^4 - \tau^2 (n^2 - T_{12})^2) \\ &= R_{12} + \tau^2 \cdot T_{12} \cdot T \cdot (n^2 - T_{12}) / \tau \cdot n^2 \cdot T_{12}^2 \\ &= R_{12} + \tau \cdot T \cdot (n^2 - T_{12}) / n^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \tau = n^2 \cdot (R - R_{12}) / T \cdot (n^2 - T_{12})$$

En réintroduisant cette valeur dans l'expression de T on aboutit à la relation suivante :

$$[T^2 - (R - R_{12})^2] (n^2 - T_{12}) - T_{12}^2 (R - R_{12}) = 0 \quad [1]$$

T_{12} et $R_{12} = 1 - T_{12}$ peuvent s'exprimer en fonction de l'indice de réfraction n uniquement. La transmittivité T_{12} est de la forme:

$$T_{12} = \mu T_1 + (1 - \mu) T_2$$

avec T_1 = composante correspondant au cas où le vecteur électrique de la radiation électromagnétique incidente est perpendiculaire au plan d'incidence.

T_2 = composante correspondant au cas où ce vecteur est dans le plan d'incidence.

STERN (1964) a proposé $\mu = \frac{1}{2}$ pour une polarisation moyenne et a calculé T_1 et T_2 en fonction de n .

$$T_1 = - \frac{4}{3} \frac{2n+1}{(n+1)^2} \quad \text{et}$$

$$T_2 = \frac{4n^3(n^2+2n+1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)} - \frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \ln n + \frac{2n^2(n^2+1)^2}{(n^2+1)^3} \ln \frac{n(n+1)}{n-1}$$

La relation [1] est donc de la forme $f(R, T, n) = 0$; nous connaissons R et T , nous pouvons alors déterminer l'indice de réfraction n pour chaque longueur d'onde. ALLEN et al. (1969) ont calculé n pour une feuille de maïs verte, GAUSMAN et al. (1970) pour une feuille de coton verte. Il apparaît que n n'est pas indépendant de l'absorption par les pigments. Le maïs albinos que nous avons cultivé constitue donc un matériel de choix pour étudier l'indice de réfraction n . Les variations de n montrent une décroissance continue de 1.41 à 404 nm jusqu'à 1.36 à 780 nm (Fig. 17). Ces valeurs sont proches de celles publiées pour des substances chimiques semblables à celles des cires végétales (EGLINTON et HAMILTON, 1967).

ALLEN et Al. (1970) ont trouvé les valeurs suivantes pour trois feuilles entre 750 et 1050 nm :

INDICE DE REFRACTION

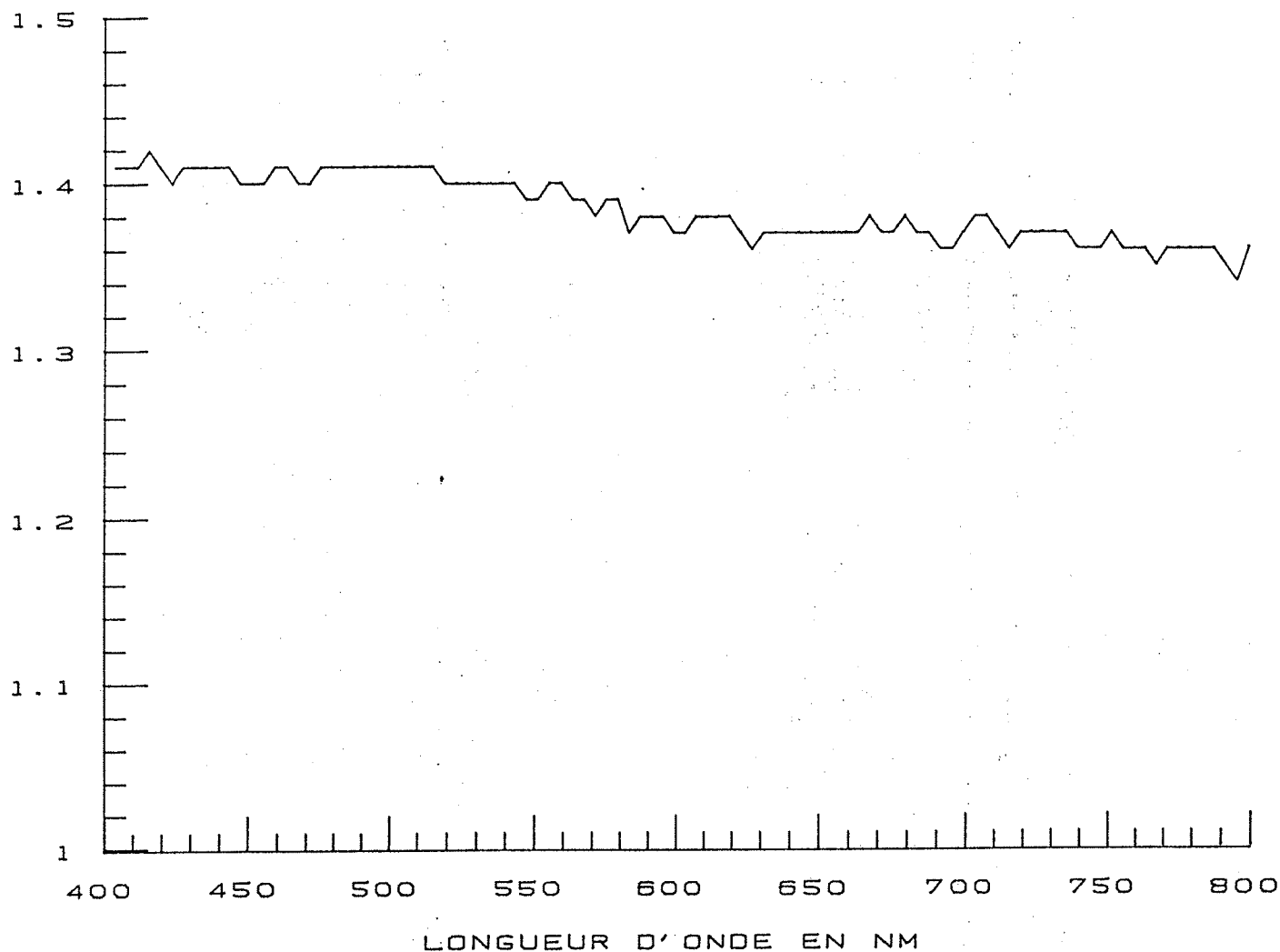


Figure 17 : Indice de réfraction de la feuille de maïs albinos.

feuilles	indice de réfraction
citrus infiltré	1.378 ± 0.005
coton immature	1.471 ± 0.003
maïs jeune	1.457 ± 0.007

L'indice plus élevé du coton et du maïs montre que ces deux feuilles ne sont pas aussi compactes que la feuille de citrus infiltrée d'eau. En revanche le résultat que nous obtenons avec la maïs albinos ($n=1.36$ à 780 nm) montre que celui-ci constitue une feuille compacte idéale sur laquelle le "plate model" est valable.

Cette feuille compacte sera le point de départ de la modélisation du "plate model" généralisé qui va nous permettre d'évaluer un paramètre de structure N .

b) Modélisation du paramètre de structure N

Considérons une couche compacte de réflectance $R_1=\theta$ et $T_1=\tau$. Si nous combinons deux couches identiques, la réflectance et la transmittance totales prennent l'allure de deux séries géométriques :

$$\begin{aligned} R_2 &= \theta + \tau\theta\tau + \tau\theta\theta\tau + \tau\theta\theta\theta\tau + \dots \\ &= \theta + \tau^2\theta(1 + \theta^2 + \theta^4 + \dots) \\ &= \theta + \tau^2\theta/(1 - \theta^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \tau\tau + \tau\theta\theta\tau + \tau\theta\theta\theta\tau + \dots \\ &= \tau^2(1 + \theta^2 + \theta^4 + \dots) \\ &= \tau^2/(1 - \theta^2) \end{aligned}$$

Pour obtenir des équations similaires avec trois couches compactes (KORTUM, 1969), on considère deux d'entre elles comme α une couche compacte, laquelle est combinée avec la troisième. Les expressions de R_3 et T_3 sont :

$$R_3 = \theta + \tau^2 \cdot R_2 / (1 - \theta \cdot R_2) \quad \text{et} \quad T_3 = \tau \cdot T_2 / (1 - \theta \cdot R_2)$$

Les calculs peuvent être étendus à N couches compactes. On montre facilement par récurrence que :

$$\boxed{R_N = \theta + \frac{\tau^2 \cdot R_{N-1}}{1 - \theta \cdot R_{N-1}}} \quad \text{et} \quad \boxed{T_N = \frac{\tau \cdot T_{N-1}}{1 - \theta \cdot R_{N-1}}}$$

On peut exprimer R_N et T_N en fonction de θ , τ et N (Annexe I).

$$\boxed{R_N = \frac{a(\theta - \beta) - \beta k^{N-1}(\theta - a)}{(\theta - \beta) - k^{N-1}(\theta - a)}} \quad \text{et}$$

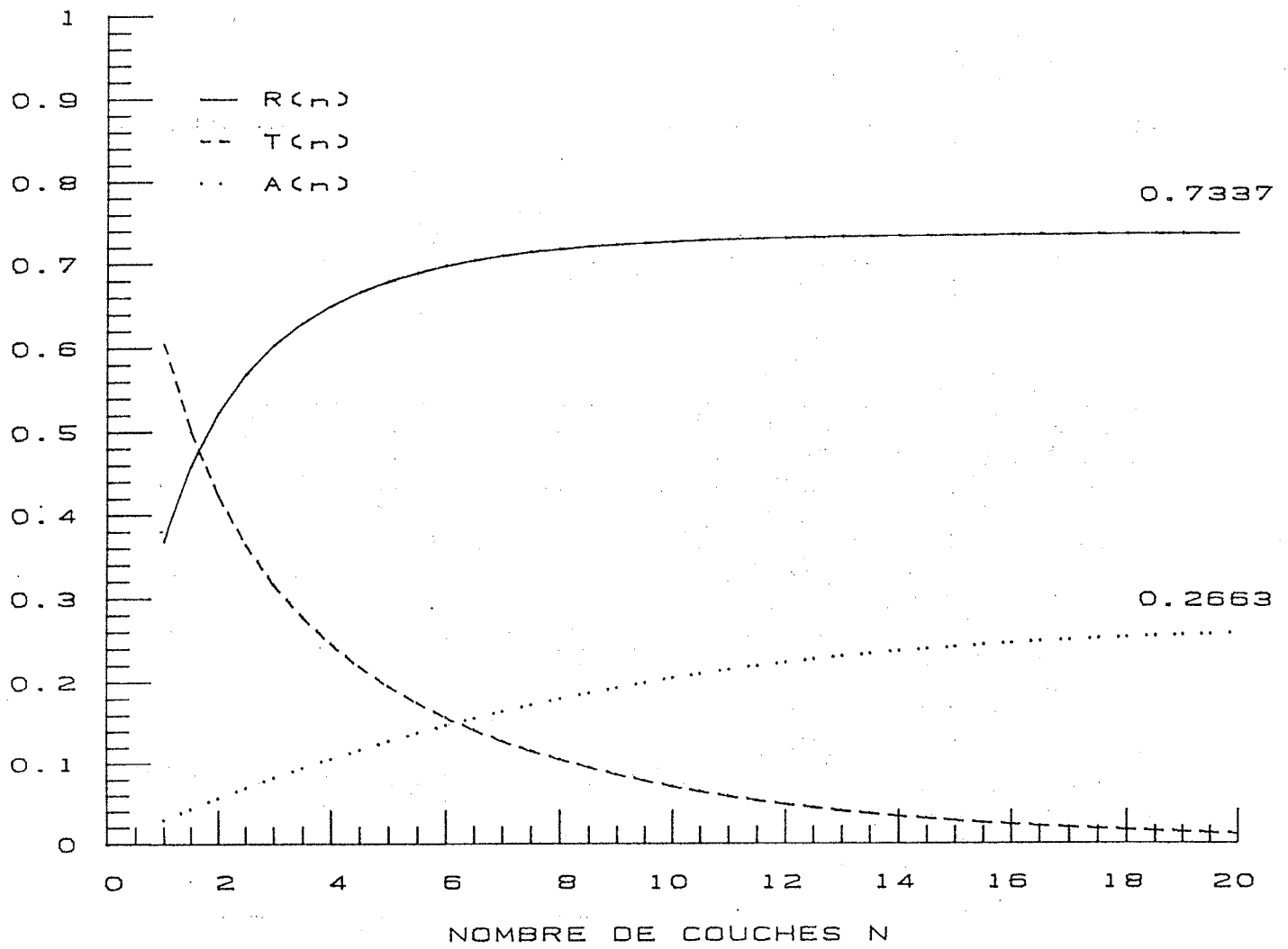


Figure 18 : Variations des suites $R(N)$, $T(N)$ et $A(N)$ en fonction du nombre de couches N .

$$T_n = \tau^N / (1 - \theta\beta)^{N-1} \exp\left(\sum_{i=1}^m (-1)^i \frac{B^i - A^i}{i} \cdot \frac{1 - k^{(N-1)i}}{k^{(N-2)i} (1 - k^i)} \right)$$

avec $\alpha = 1 + \theta^2 - \tau^2 + \sqrt{((\tau^2 - \theta^2 - 1) - 4\theta^2)/2\theta}$
 $\beta = 1 + \theta^2 - \tau^2 - \sqrt{((\tau^2 - \theta^2 - 1) - 4\theta^2)/2\theta}$
 $k = \beta(\alpha - \theta) / (\alpha(\beta - \theta))$
 $A = (\theta - \beta)(1 - \theta\alpha) / ((\alpha - \theta)(1 - \theta\beta))$
 $B = (\theta - \beta) / (\alpha - \theta)$

Les calculs de T_N ont été effectués pour $m=10$: la précision est plus que suffisante. Nous avons choisi comme valeur de θ et τ les valeurs de réflectance et de transmittance mesurées à 780 nm sur maïs albinos ($\theta=0.3673$, $\tau=0.6040$). Le graphe représentant les variations de R_N et T_N en fonction de n montre que R_N tend vers une valeur limite $R_\infty = \alpha = 0.7337$ et que T_N tend vers 0 lorsque $N \rightarrow \infty$ (Fig. 18). En réalité ces valeurs sont atteintes pour $N > 30$. Le point d'intersection entre ces deux courbes ($R_N = T_N$) correspond à $N = 1.628$. On remarque que la suite $A_N = 1 - R_N - T_N$ est croissante de 0 à une valeur limite égale à 0.2663. Cette absorption est due uniquement à la structure : une partie du rayonnement qui pénètre dans la feuille est "piégée" entre les couches compactes.

Connaissant alors R_N et T_N en fonction de θ , τ et N = nombre de couches compactes, il est désormais possible d'ajuster un paramètre de structure N pour chacune des 32 feuilles (Tableau 6). Les valeurs de N sont réelles : elles sont caractéristiques de la feuille et sont indépendantes de la longueur d'onde. L'ajustement de N se fait en minimisant l'expression :

$$(R_{\text{mesuré}} - R_{\text{calculé}})^2 + (T_{\text{mesuré}} - T_{\text{calculé}})^2.$$

I-3) Résultats

Comme prévu, on retrouve $N=1$ pour le maïs albinos. De façon générale $N \in [1; 1.5]$ pour les feuilles ayant un mésophylle compact, $N \in [1.5; 2]$ pour les dicotylédones et enfin $N > 2$ pour les feuilles brunes sèches. Si on porte sur un graphe le nombre de couches N en abscisse et la réflectance (ou la transmittance) en ordonnée, les points se calent assez bien à la courbe théorique de R_N (ou T_N) sauf en ce qui concerne les feuilles brunes (Fig. 19 et Fig. 20). On peut expliquer cette distorsion par une absorption du rayonnement à 780 nm par les pigments bruns, qui n'est pas prise en compte dans ce modèle de structure construit avec des hypothèses d'absorption très faible à cette longueur d'onde.

I-4) Conclusion

Connaissant pour chaque feuille le nombre de couches N , la réflectance R et la transmittance T à une longueur d'onde donnée, il est possible d'inverser le modèle précédent et d'estimer les valeurs de θ et τ . Ceci revient à résoudre le système d'équations non linéaires à deux inconnues $R=f(\theta, \tau, N)$

feuilles	réflectance 780 nm	transmittance 780 nm	nombre de couches N
1 maïs vert	.4002	.5966	1.085
2 maïs albinos	.3673	.6040	1.000
3 maïs vert	.4144	.5610	1.206
4 maïs étioolé	.3729	.6013	1.017
5 tournesol vert	.4974	.4443	1.817
6 maïs frais	.3889	.5215	1.253
7 maïs sec	.3961	.5805	1.115
8 maïs très sec	.4349	.5362	1.323
9 blé jeune	.4347	.5538	1.273
10 soja vert	.5142	.4383	1.899
11 érable albinos	.4088	.5846	1.133
12 tournesol albinos	.4702	.4860	1.577
13 érable vert	.4267	.5414	1.288
14 maïs brun	.4970	.4063	1.978
15 chêne brun	.6118	.0924	6.913
16 chêne très brun	.4873	.2113	3.200
17 chêne vert	.4643	.4813	1.576
18 chêne jeune	.4123	.5784	1.156
19 tomate verte	.5058	.4800	1.713
20 blé avec cire	.4727	.5054	1.518
21 blé sans cire	.4629	.5264	1.424
22 soja brun	.5615	.3270	2.695
23 tournesol brun	.4816	.2489	2.838
24 soja intermédiaire	.5365	.4536	1.910
25 blé brun	.5019	.1932	3.492
26 maïs jaune	.4073	.5845	1.130
27 maïs intermédiaire	.3822	.5695	1.112
28 soja jaune	.4657	.5194	1.454
29 plante suc. avec cire	.5549	.4275	2.094
30 plante suc. sans cire	.5282	.4595	1.858
31 blé sec	.6195	.3366	2.926
32 tomate violette	.5099	.4273	1.931

Tableau 6 : Nombre de couches élémentaires N pour les 32 feuilles (Remarque : le VAI se déduit de N par la relation $VAI=N-1$)

REFLECTANCE (EN %)

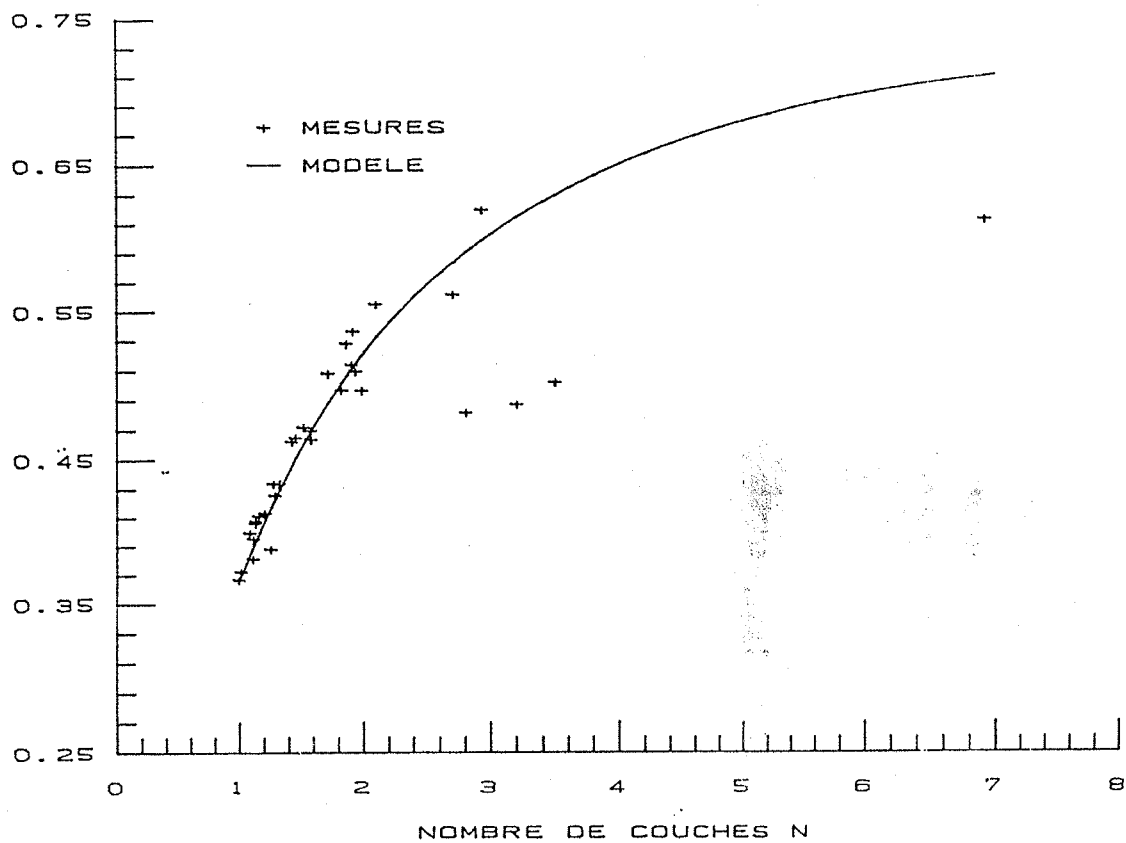


Figure 19 : Comparaison des réflectances mesurées et de la réflectance théorique calculée par le modèle de structure.

TRANSMITTANCE (EN %)

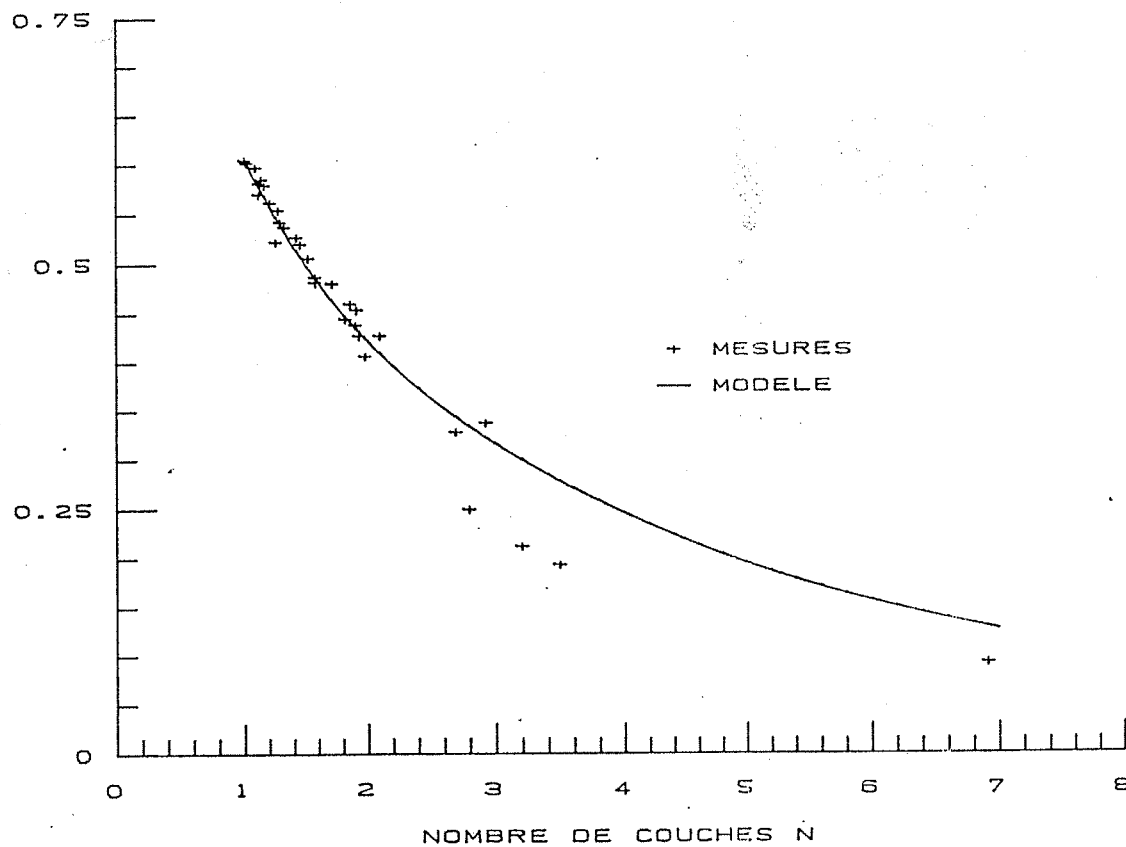


Figure 20 : Comparaison des transmittances mesurées et de la transmittance théorique calculée par le modèle de structure.

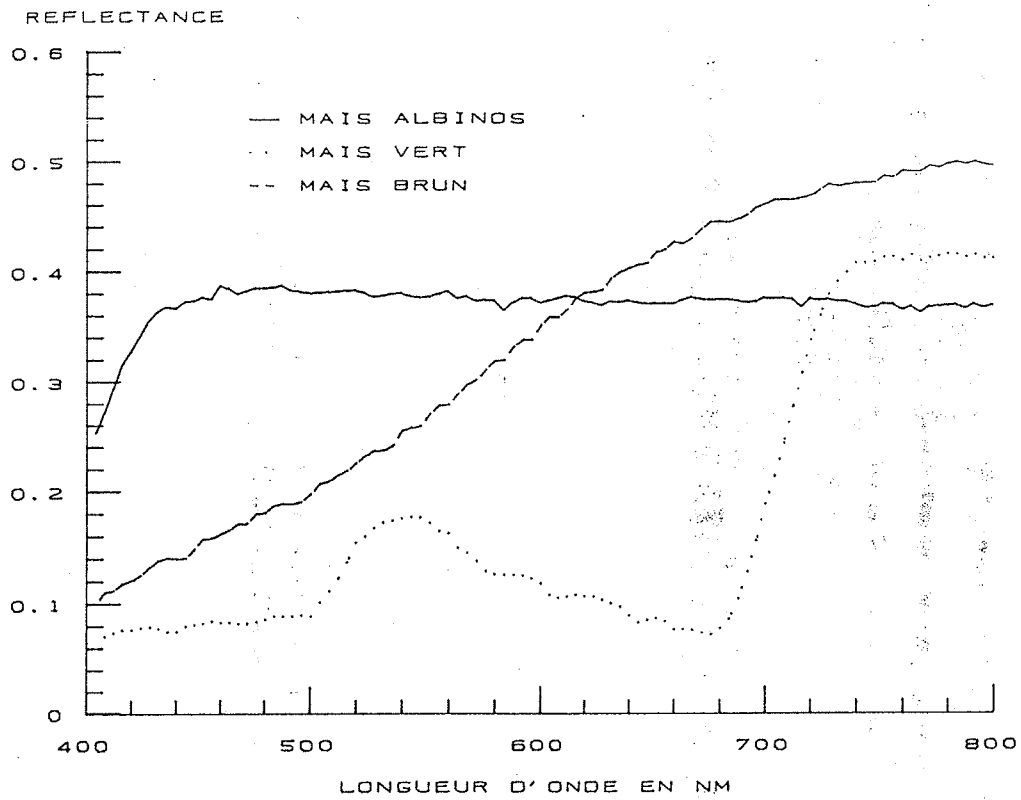


Figure 21 : Spectres de réflectance de feuilles de maïs albinos, brunes, étiolées entre 400 et 800 nm.

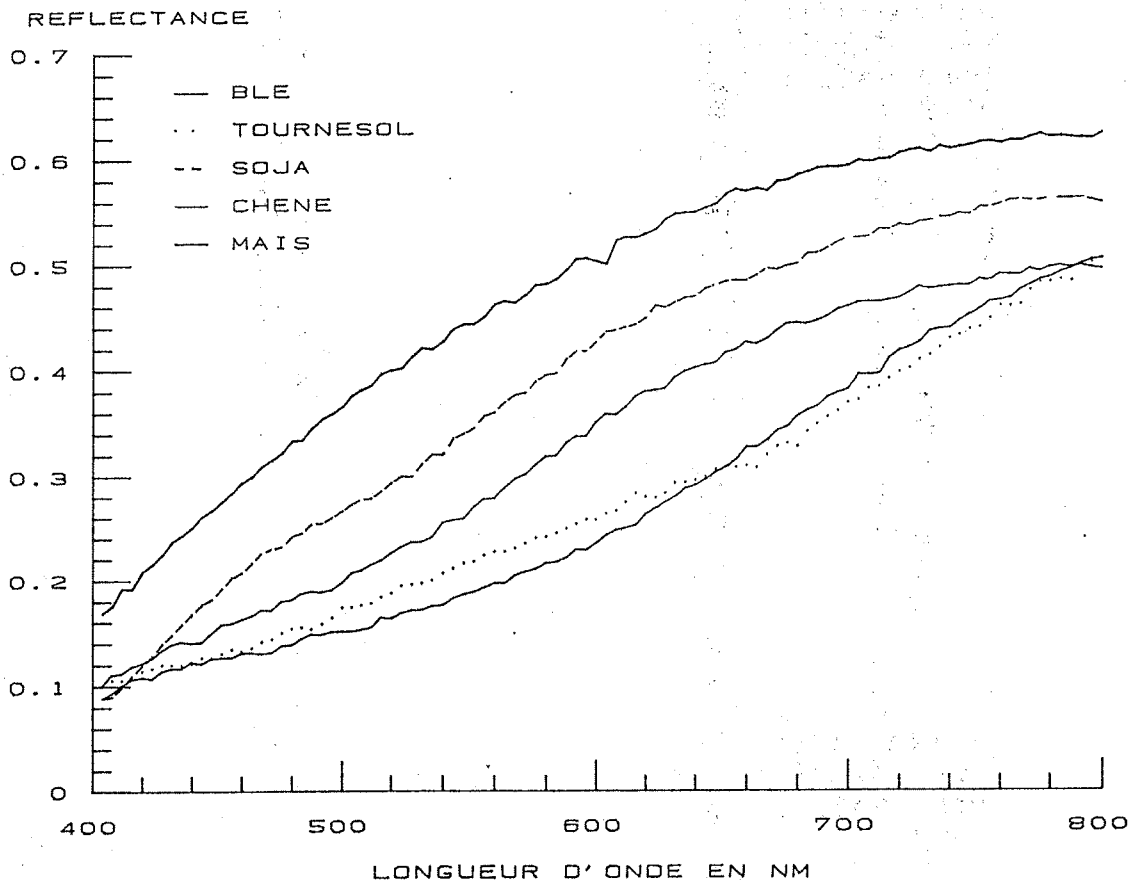


Figure 22 : Comparaison des spectres de réflectance de quelques feuilles brunes entre 400 et 800 nm.

et $T=g(\theta, \tau, N)$, R et T étant les valeurs mesurées, N le paramètre de structure précédemment déterminé. Donc pour chaque longueur d'onde et pour chacune des 32 feuilles, on peut connaître la réflectance $r=\theta$ et la transmittance $t=\tau$ d'une couche. Ce calcul nous permet d'accéder à plusieurs paramètres caractéristiques des feuilles : un indice de réfraction n au moyen du "plate model" (en fait nous avons vu que cela n'avait pas de sens physique pour des feuilles vertes), un coefficient d'absorption k et de diffusion s au moyen du "K-M model".

II) calcul des coefficients d'absorption des différents pigments et du coefficient de diffusion

Nous allons modéliser dans cette partie le spectre visible qui est principalement affecté par les différents pigments foliaires. Avant d'aborder la modélisation, on peut faire un certain nombre d'observations.

II-1) Observations préliminaires

a) Quelques spectres

Considérons les spectres de réflectance et de transmittance de quelques feuilles particulières :

Le maïs albinos (Fig. 21) présente un spectre légèrement croissant entre 800 et 400 nm ce qui signifie que la structure est seule responsable de la réponse spectrale. Entre 450 et 400 nm on observe une chute des valeurs de réflectance et de transmittance. On s'approche dans cette zone du domaine ultra-violet et il est probable que des substances autres que les pigments absorbent le rayonnement lumineux.

Le spectre du maïs vert (Fig. 21) est classique : comme nous l'avons déjà décrit auparavant, la feuille absorbe beaucoup vers 660 nm et en deçà de 500 nm (rôle des chlorophylles et carotènes). Entre 550 et 660 nm, la réflectance et la transmittance augmentent et donc l'absorptance diminue.

Enfin le spectre d'une feuille brune (Fig. 21 et Fig. 22) se caractérise par une décroissance constante des valeurs de réflectance et de transmittance entre 800 et 400 nm. L'absorptance, croissante entre ces deux longueurs d'onde, est l'intégration des absorptances des différentes molécules complexes que nous avons regroupé sous le terme de pigments bruns.

Entre ces deux cas extrêmes, on peut rencontrer toutes les figures intermédiaires possibles (Fig. 23) : feuilles étiolées, feuilles jaunes, feuilles en cours de sénescence...

D'autres pigments que les chlorophylles et les carotènes peuvent affecter le spectre d'une feuille : une feuille de tomate violette (Fig. 24) réfléchit très peu les radiations au delà de 660 nm.

Enfin certains facteurs affectent le spectre visible (et proche infra-rouge) : par exemple la cire que produisent certaines variétés de plantes à la surface de leur épiderme. La présence de cire sur la feuille augmente les valeurs de

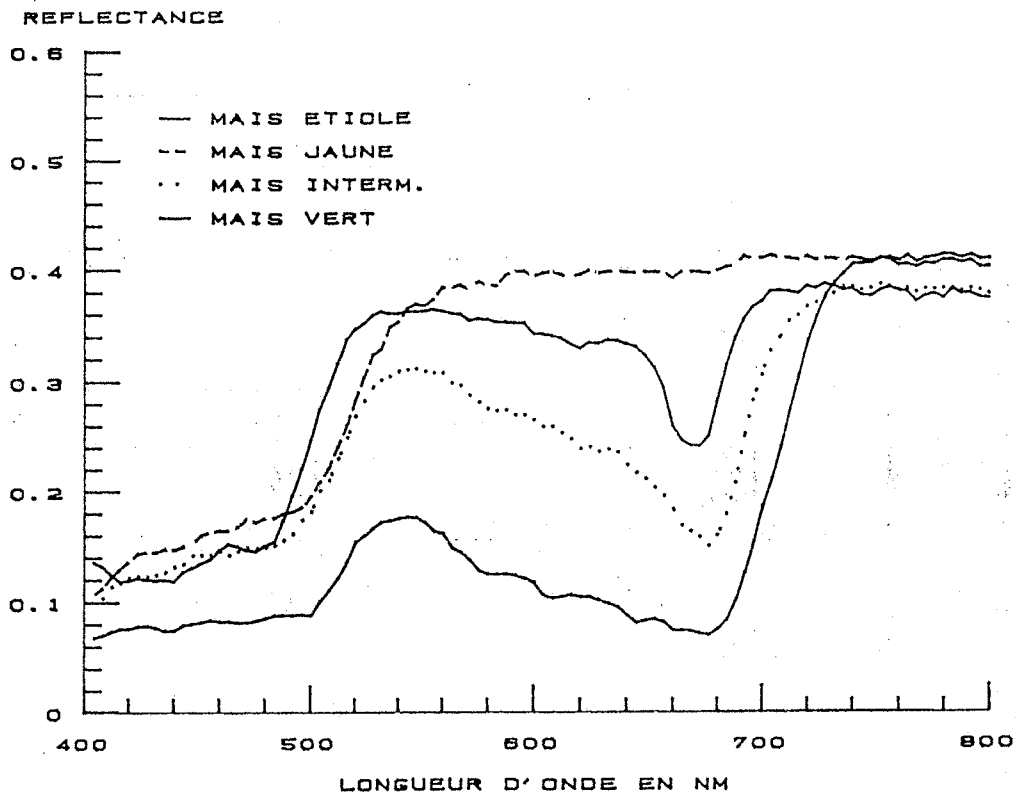


Figure 23 : Effets de la pigmentation sur les spectres de réflectance de quelques feuilles de maïs.

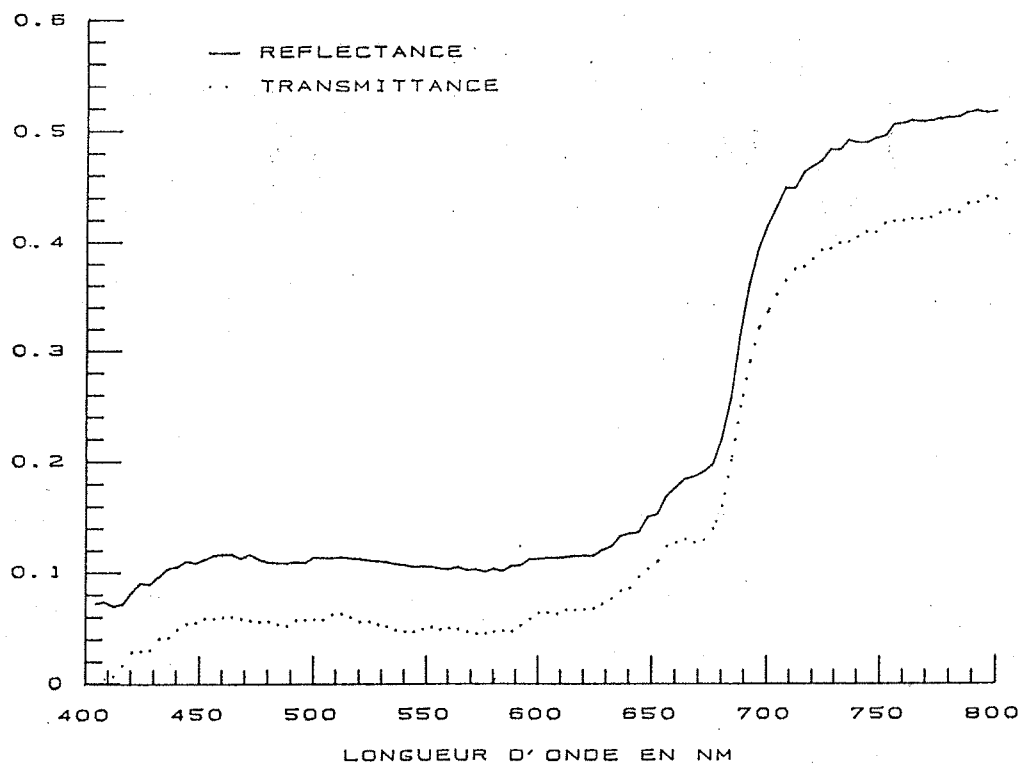


Figure 24 : Spectre de réflectance et de transmittance d'une feuille de tomate violette.

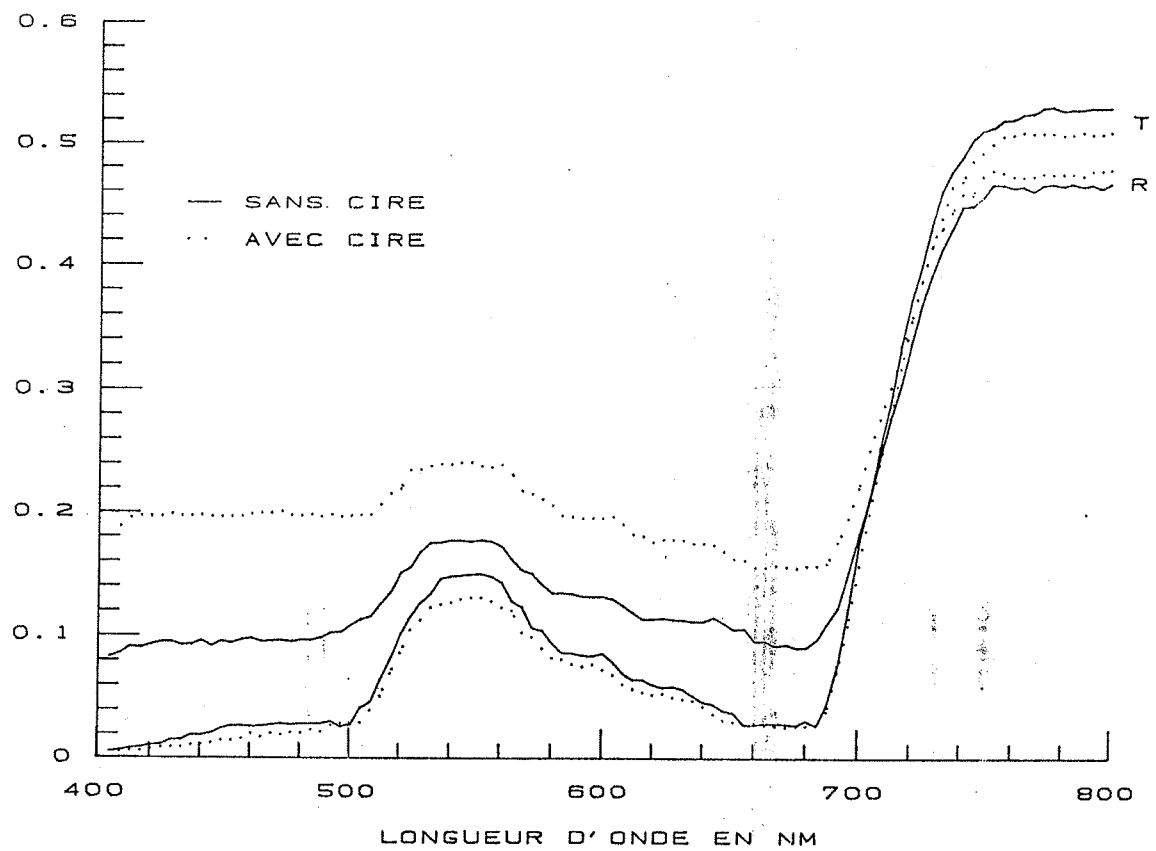


Figure 25 : Comparaison des spectres de réflectance et de transmittance d'une feuille de blé avec et sans cire.

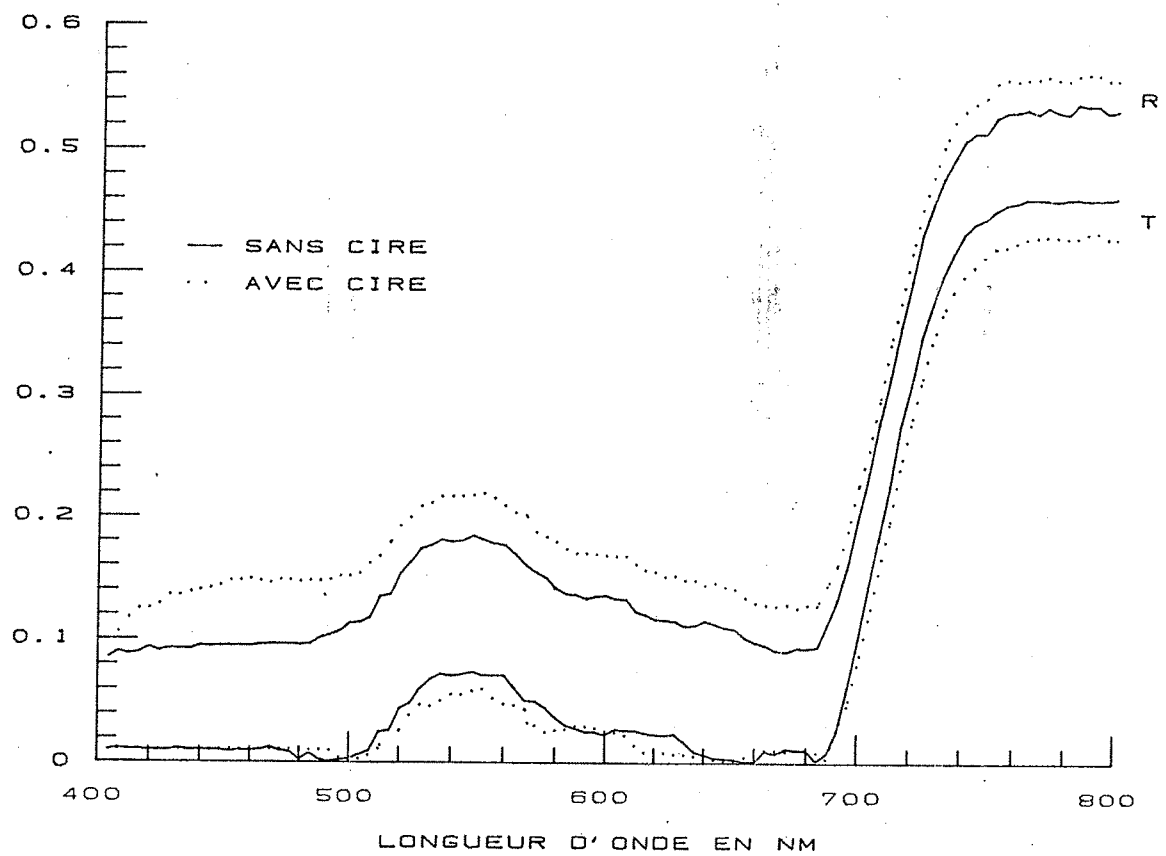


Figure 26 : Comparaison des spectres de réflectance et de transmittance d'une feuille de plante succulente avec et sans cire.

CHLOROPHYLLE B
(MICRO G / CM²)

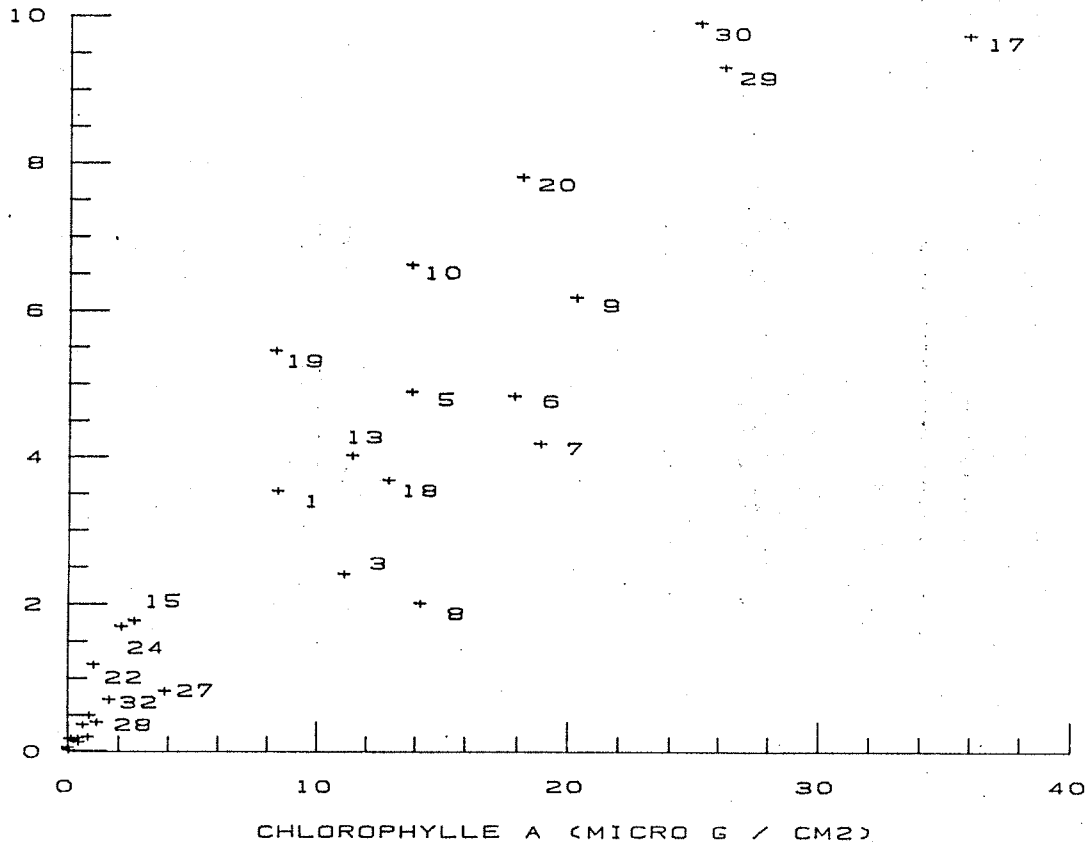


Figure 27 : Relation entre les concentrations en chlorophylle A et en chlorophylle B.

CAROTENES
(MICRO G / CM²)

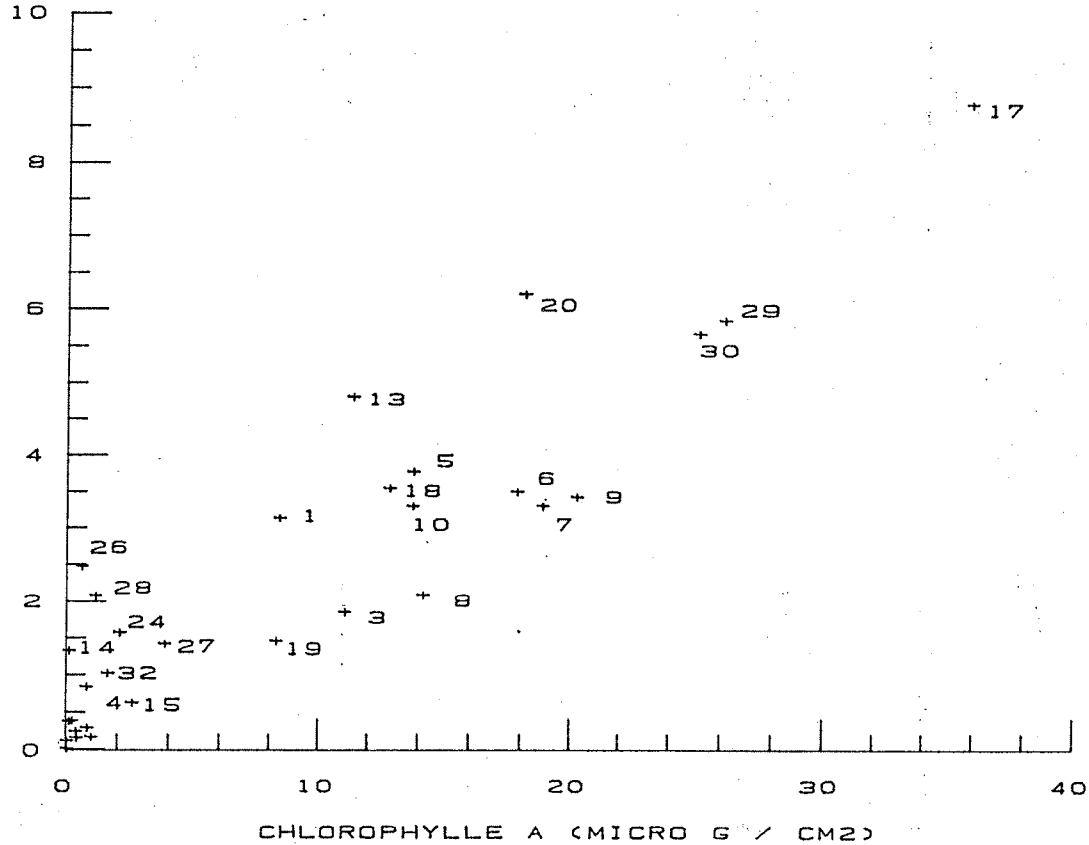


Figure 28 : Relation entre les concentrations en Chlorophylle A et en caroténoïdes.

réflectance et diminue les valeurs de transmittance sur tout le spectre (Fig. 25 et Fig. 26). Cette différence est cependant très atténuée en transmittance.

Remarque : Les feuilles ayant de la cire ([20], [29]) et la tomate violette [32] ne seront pas prises en compte dans la modélisation proprement dite.

b) Etude des pigments

Etant les principaux facteurs affectant le spectre visible, les pigments ont fait l'objet d'une attention particulière. On peut tout d'abord tracer les trois graphes mettant en relation la chlorophylle A, la chlorophylle B et les carotènes (Fig. 27, Fig. 28, Fig. 29). Il apparaît de suite que ces pigments sont assez corrélés entre eux. Les trois régressions linéaires donnent les résultats suivants :

$$\begin{aligned} [\text{chlorophylle A}] &= 0.31 [\text{chlorophylle B}] + 0.36 & R=93\% \\ [\text{chlorophylle A}] &= 0.21 [\text{carotènes}] + 0.61 & R=91\% \\ [\text{chlorophylle B}] &= 0.62 [\text{carotènes}] + 0.53 & R=90\% \end{aligned}$$

Malgré les forts coefficients de corrélation obtenus, il nous semble que les concentrations en pigments sont suffisamment décorrélées pour que nous puissions prendre en compte chacune d'elles séparément. ANDRIEU et BARET (1988) avaient obtenus sur des feuilles de blé des corrélations très fortes ce qui les avait obligés à regrouper les pigments.

Nous avons vu sur le spectre d'une feuille verte que l'absorption était très importante vers 660 nm. On peut tracer le graphe portant la concentration en chlorophylle A par exemple en abscisse, et les valeurs de réflectance (ou de transmittance) à 672 nm en ordonnée (Fig. 30). Les points suivent une exponentielle, rappelant une loi de BEER-LAMBER. On observe la même chose avec en abscisse la concentration en chlorophylle B ou en carotènes.

Le graphe de l'indice de brun corrigé (assimilable à une concentration) en fonction de la réflectance a la même allure (Fig. 31). Les feuilles de maïs sèches ou très sèches se singularisent : elles ont subi un brunissement mais sont riches en chlorophylles et carotènes ce qui explique la faible réflectance à 672 nm.

II-2) Détermination de k et s

Reprenons les valeurs de réflectance r et de transmittance t calculées précédemment pour une couche compacte : si on leur applique le "K-M model" on a l'égalité suivante :

$$\frac{t}{a-a^{-1}} = \frac{r}{b-b^{-1}} = \frac{1}{ab-a^{-1}.b^{-1}}$$

On peut inverser le modèle et exprimer a et b en fonction de r et t (ALLEN et al., 1969).

CAROTENES
(MICRO G / CM²)

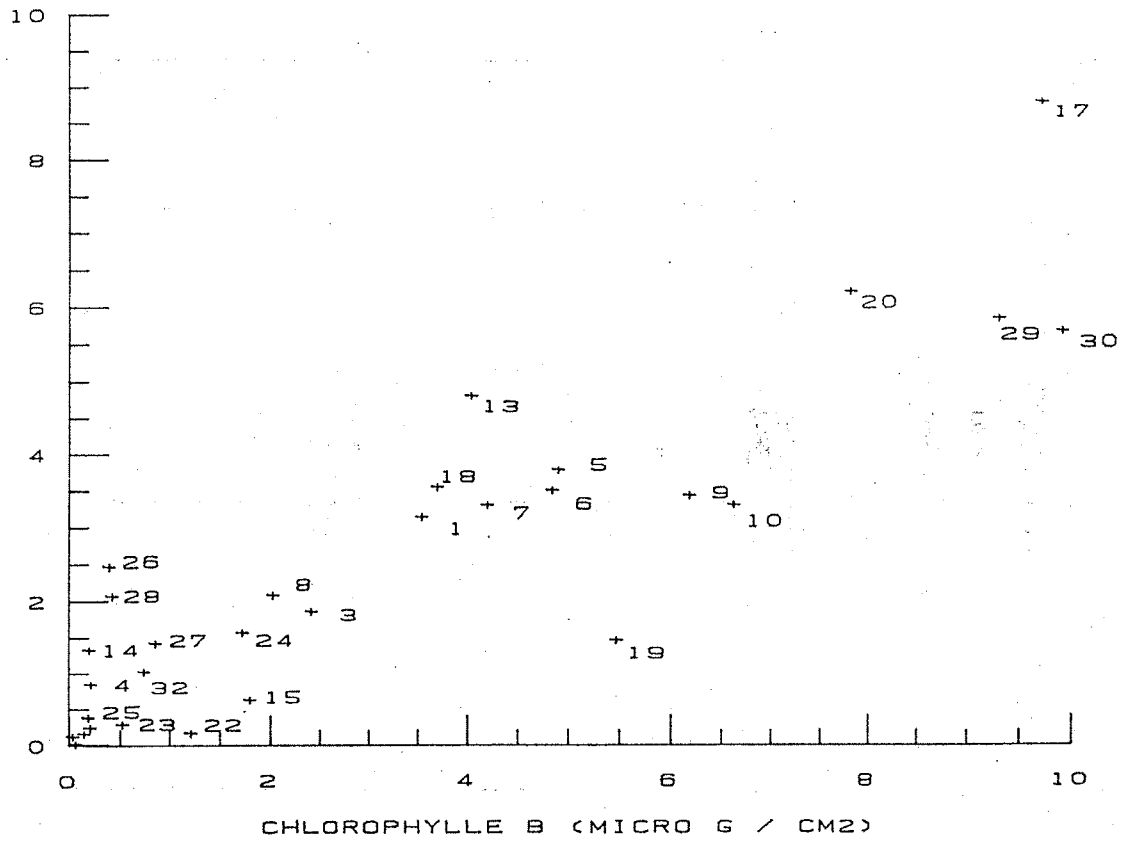


Figure 2 : Relation entre les concentrations en chlorophylle B et en caroténoïdes.

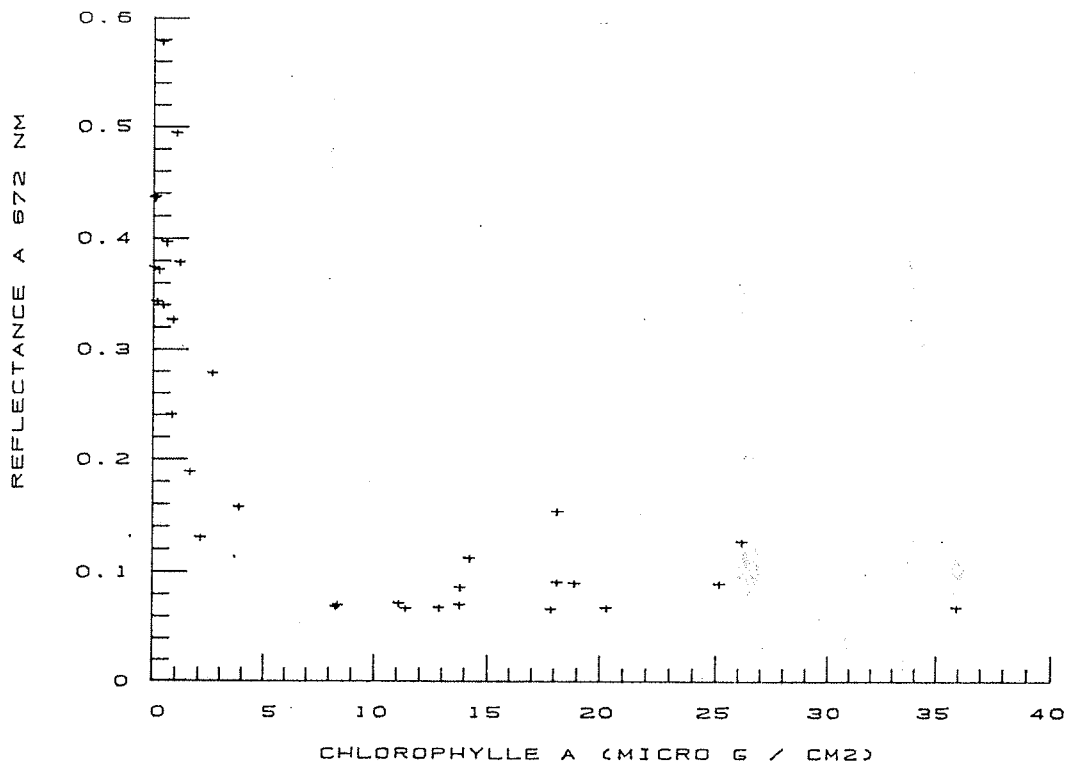


Figure 30 : Concentration en chlorophylle A en fonction de la réflectance à 672 nm.

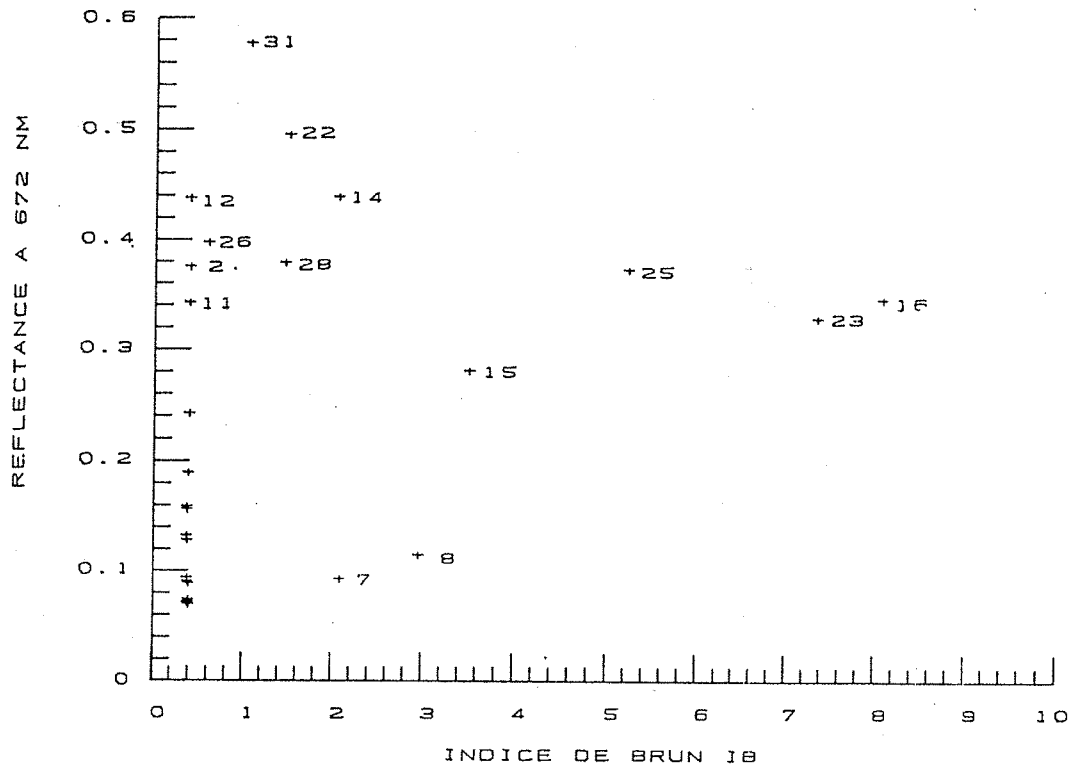
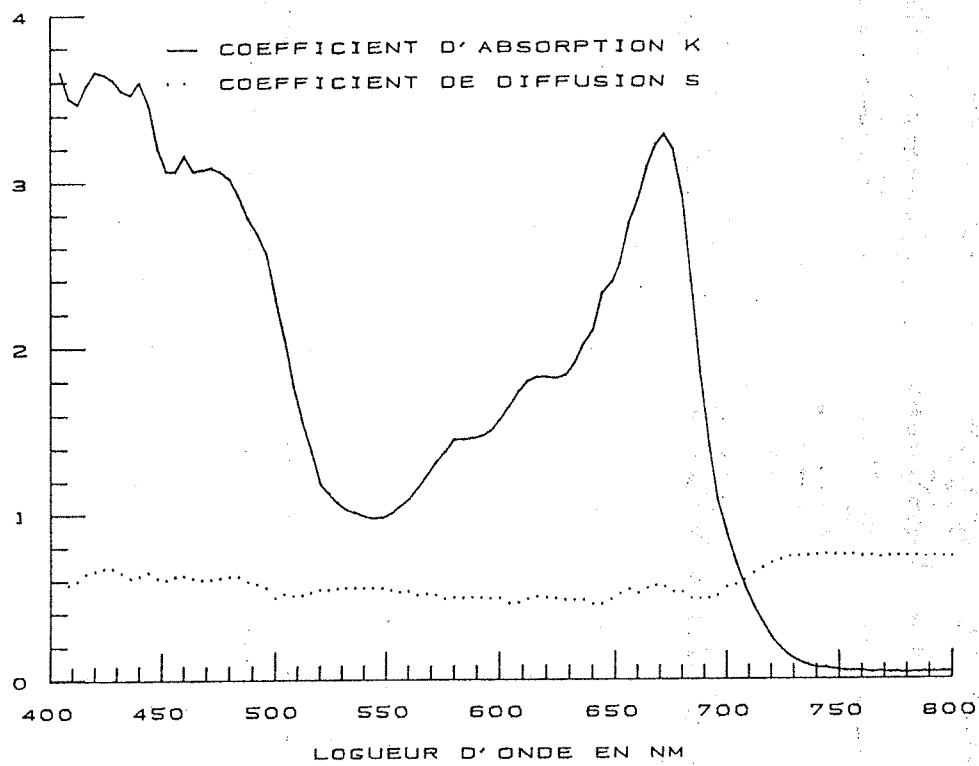
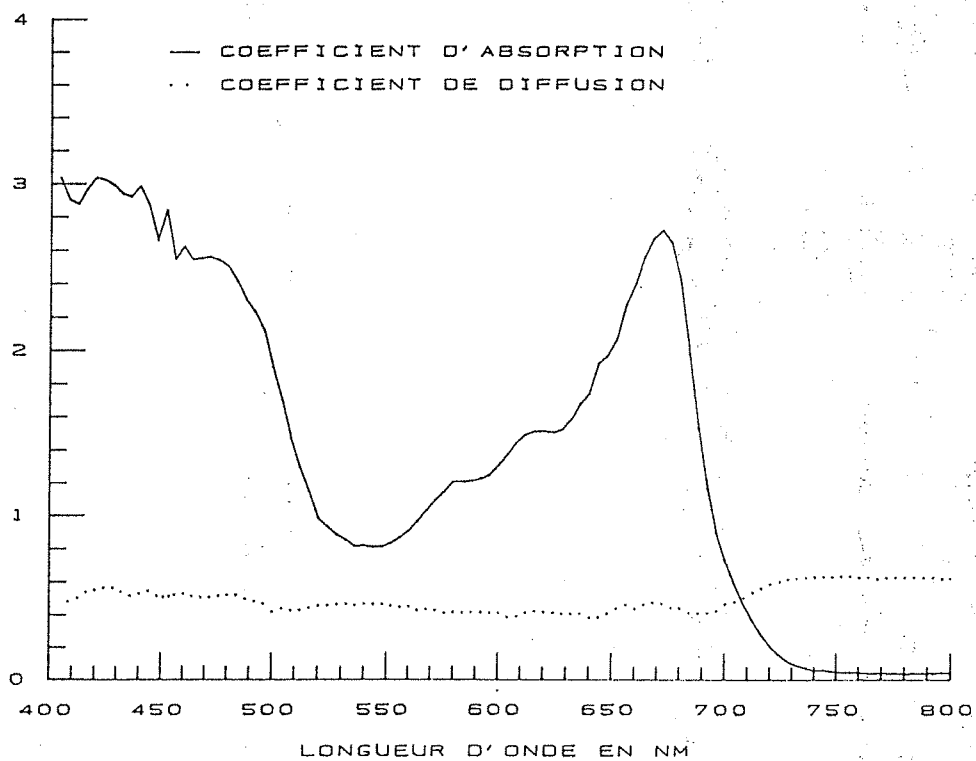


Figure 31 : Indice de brun corrigé en fonction de la réflectance à 672 nm.



a) feuille entière (K et S)



b) couche élémentaire (k et s)

Figure 32 : K-M coefficient d'absorption et de diffusion d'une feuille de maïs verte :

$$\begin{aligned} a &= (1+r^2-t^2+\delta)/2r \\ b &= (1-r^2+t^2+\delta)/2t \end{aligned}$$

$$\text{avec } \delta^2 = (1+r+t)(1+r-t)(1-r+t)(1-r-t)$$

α et β se déduisent de a et b par

$$\begin{aligned} \alpha &= \ln b \\ \beta &= (a-1)/(a+1) \end{aligned}$$

On accède ainsi aux coefficients d'absorption k et au coefficient de diffusion s :

$$\begin{aligned} k &= \alpha\beta \\ s &= \alpha(1-\beta^2)/2\beta \end{aligned}$$

Ces valeurs de k et s sont caractéristiques d'une couche compacte élémentaire. On peut aussi calculer K et S à partir des valeurs de réflectance R et de transmittance T de la feuille entière. Les spectres observés sont en accord avec les résultats d'ALLEN et al. (1968, 1970). Pour une feuille verte le coefficient d'absorption K reproduit les pics d'absorption des différents pigments; le coefficient de diffusion S garde une valeur assez constante sur tout le spectre avec néanmoins une légère augmentation à partir de 700 nm (Fig. 32, Fig. 33).

Si on porte maintenant sur un graphe K (feuille entière) et k (couche élémentaire) en fonction de la longueur d'onde (Fig. 34, Fig. 35), on remarque un certain parallélisme entre les deux courbes. Faisons le rapport K/k et S/s : il apparaît alors que ce rapport est une constante qui s'avère être le paramètre de structure N calculé précédemment. On peut donc écrire que :

$$K = N \cdot k$$

et

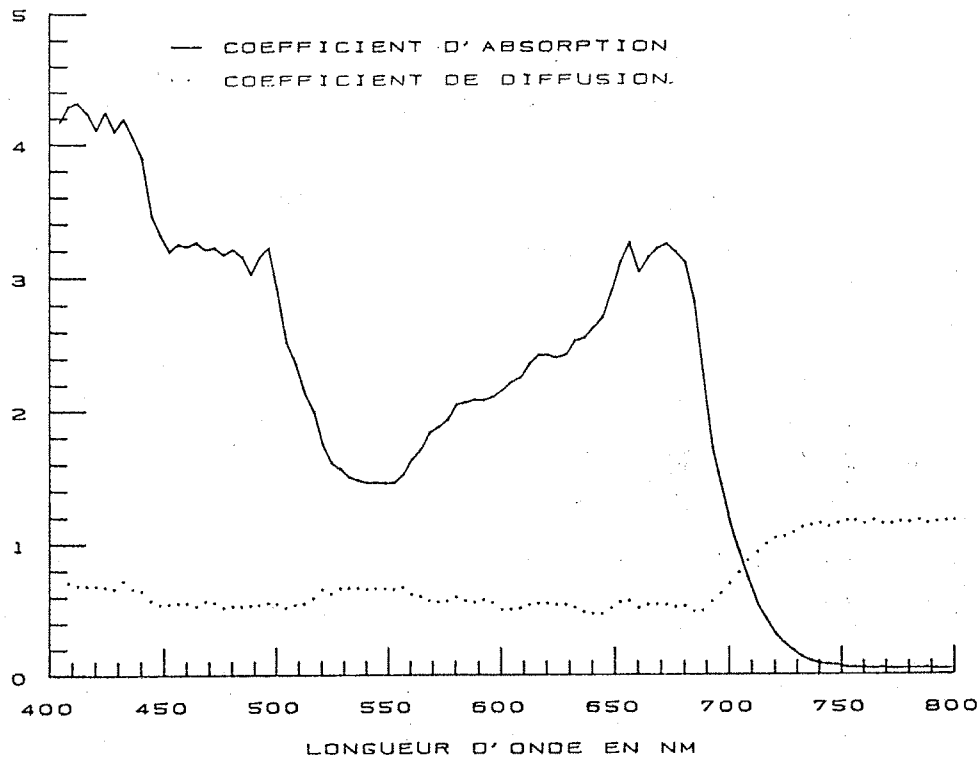
$$S = N \cdot s$$

Cette propriété résulte de l'équivalence entre le système de STOCKES et le système de KUBELKA-MUNK.

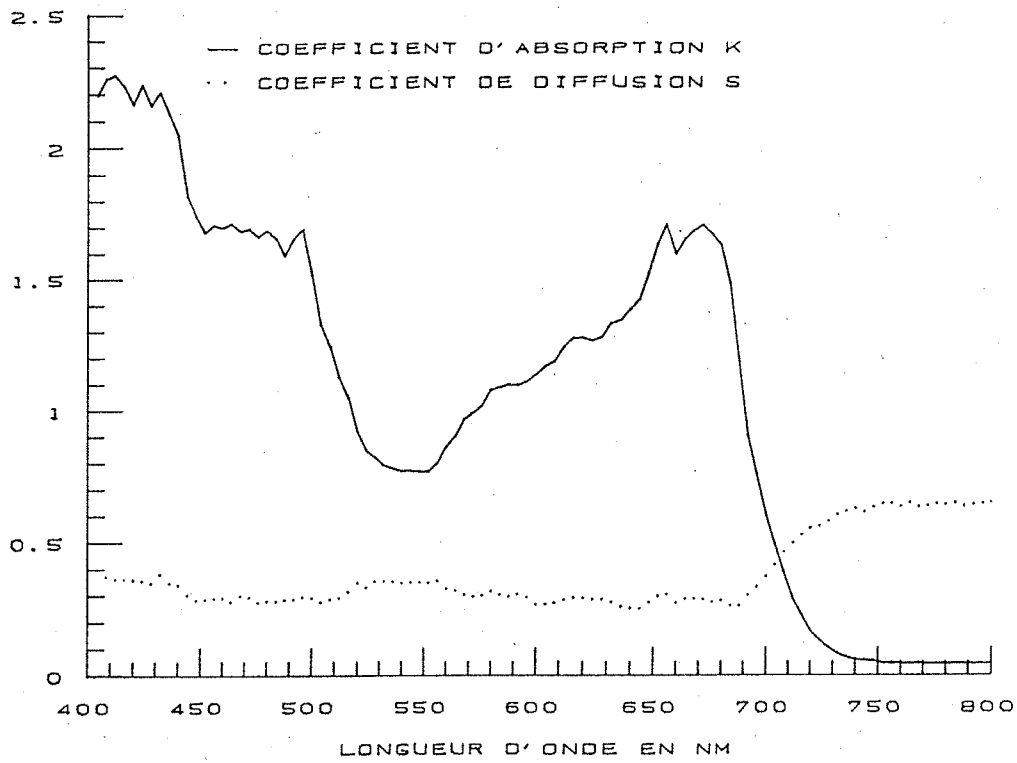
II-3) Etude de la sensibilité du modèle

Plaçons-nous à la longueur d'onde de 780 nm et reprenons pour les 32 feuilles les valeurs de réflectance r et de transmittance t de la couche élémentaire : on calcule R et T par le modèle de structure et on accède ainsi à K et S selon la méthode vue précédemment. Si on place ces valeurs sur un graphe portant le nombre de couches N en abscisse, on remarque une assez forte dispersion pour le paramètre K (Fig. 36) alors qu'elle est faible pour la paramètre S (Fig. 37). Il apparaît ainsi que la sensibilité du coefficient d'absorption est beaucoup plus importante que la sensibilité du coefficient de diffusion.

Considérons la couche élémentaire (mais albinos) de réflectance $\theta=0.3673$ et de transmittance $\tau=0.6040$. On peut calculer pour $N=1,1.1,1.2,\dots,9.9,10$ la réflectance R et la transmittance T à partir du modèle de structure. On peut donc



a) feuille entière (K et S)



b) couche élémentaire (k et s)

Figure 33 : K-M coefficient d'absorption et de diffusion d'une feuille de soja verte :

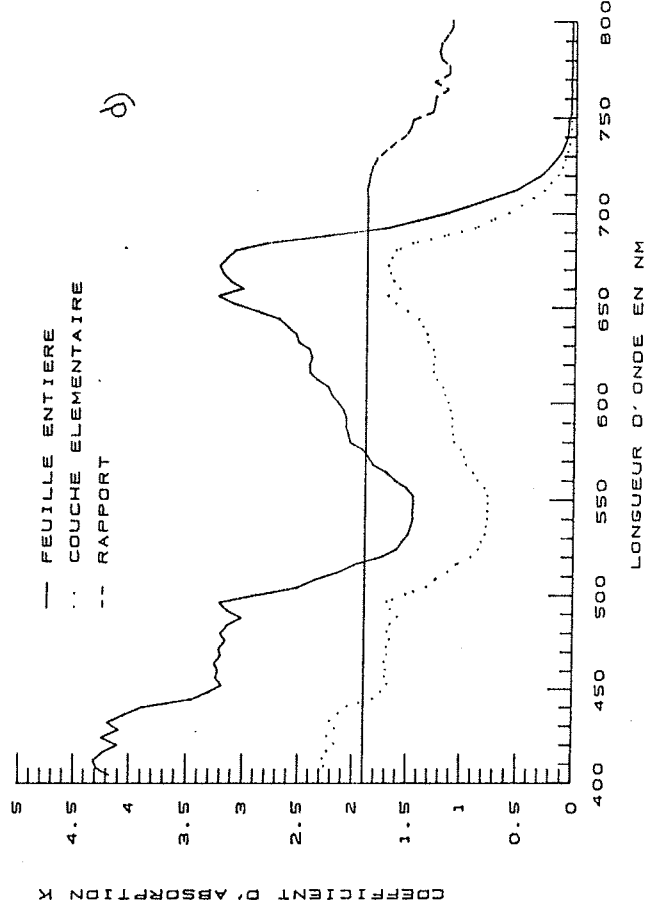
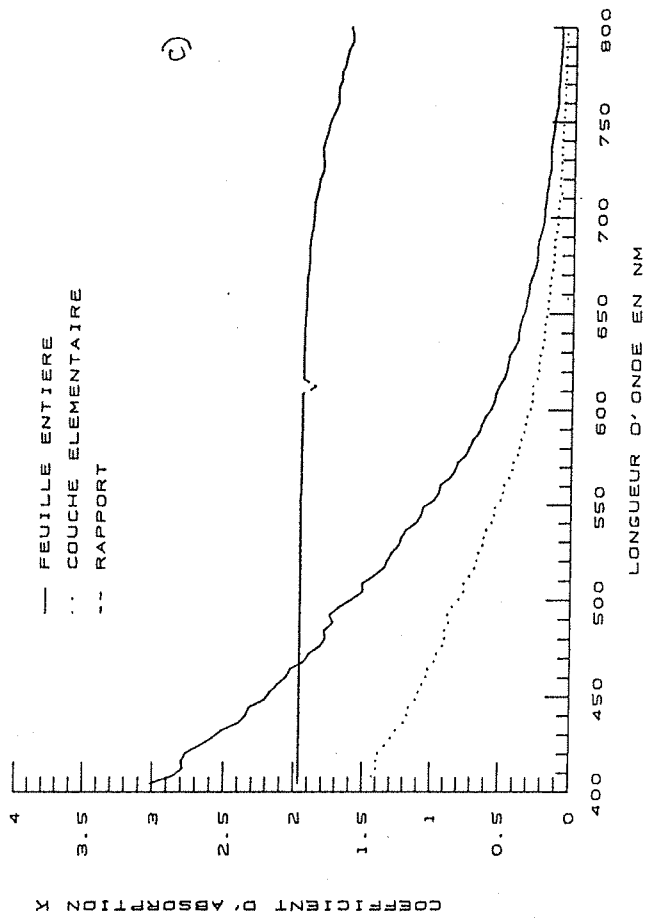
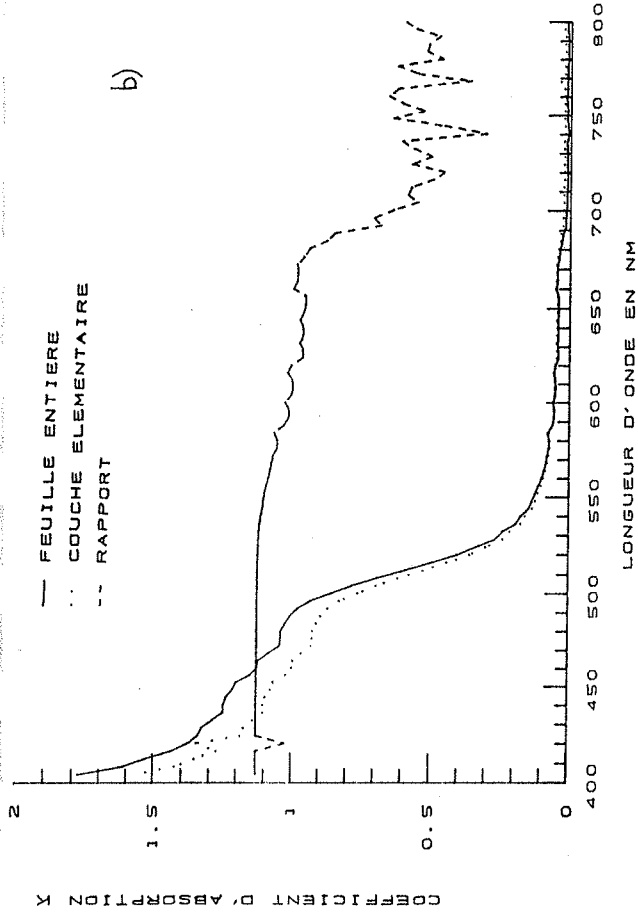
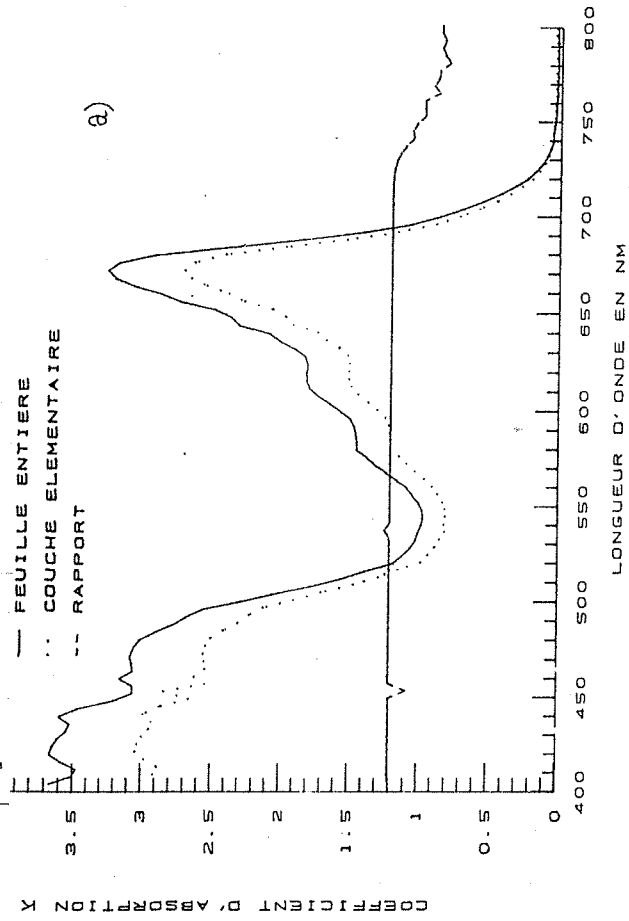
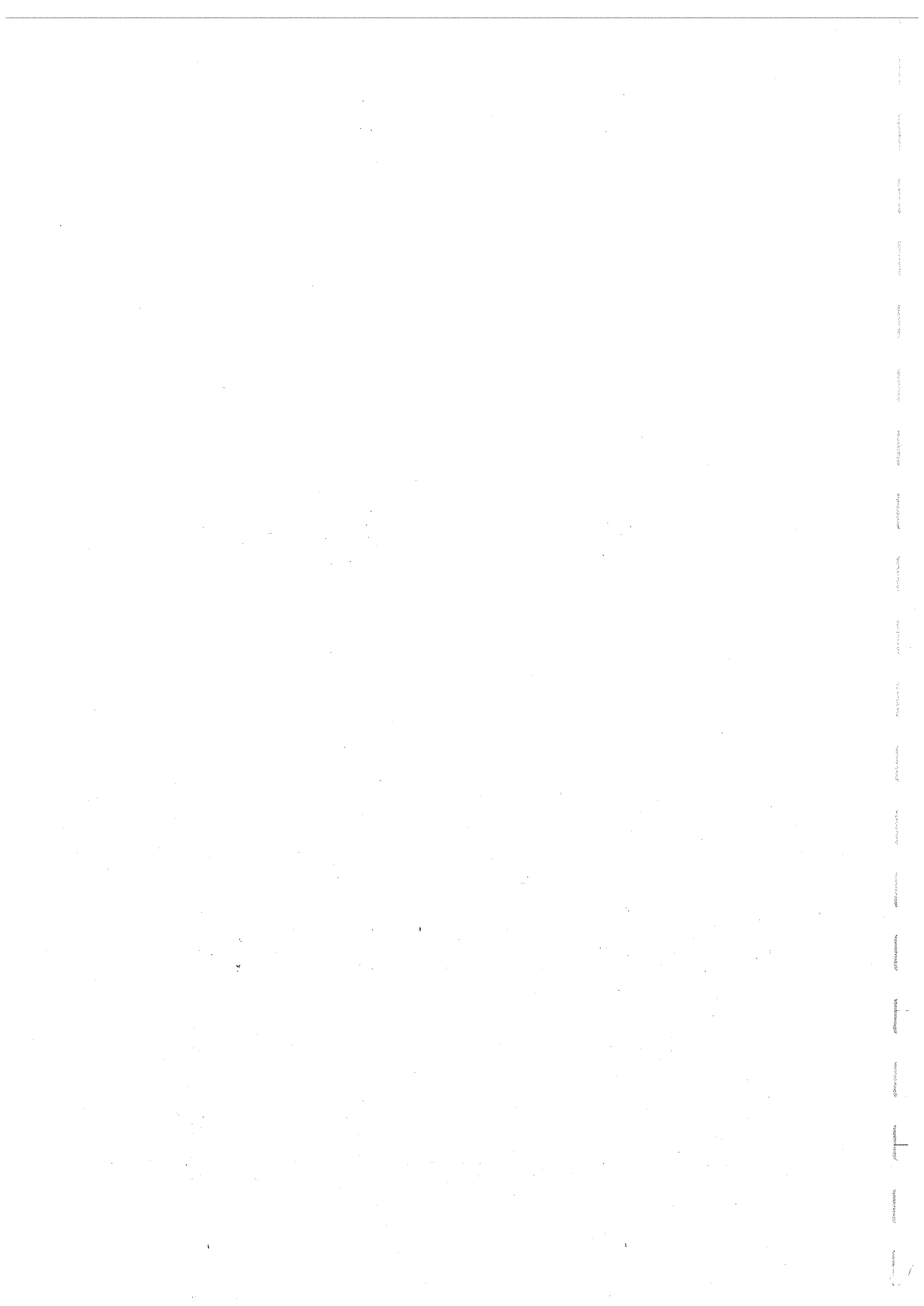


Figure 34 : Comparaison des K-M coefficients d'absorption pour une feuille entière et la couche élémentaire correspondante. Rapport entre les deux spectres : a) maïs vert, b) maïs jaune, c) maïs brun d) soja vert.



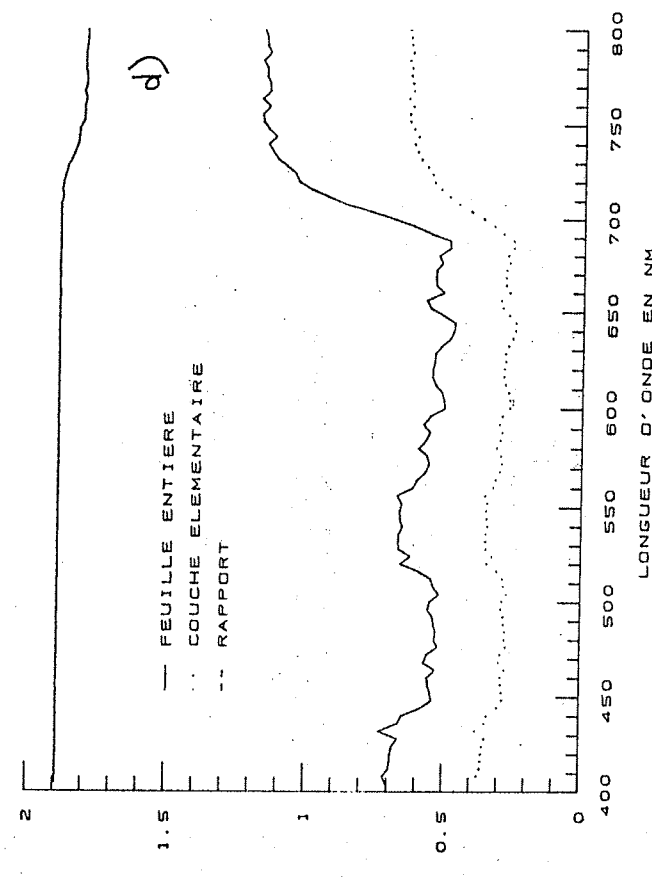
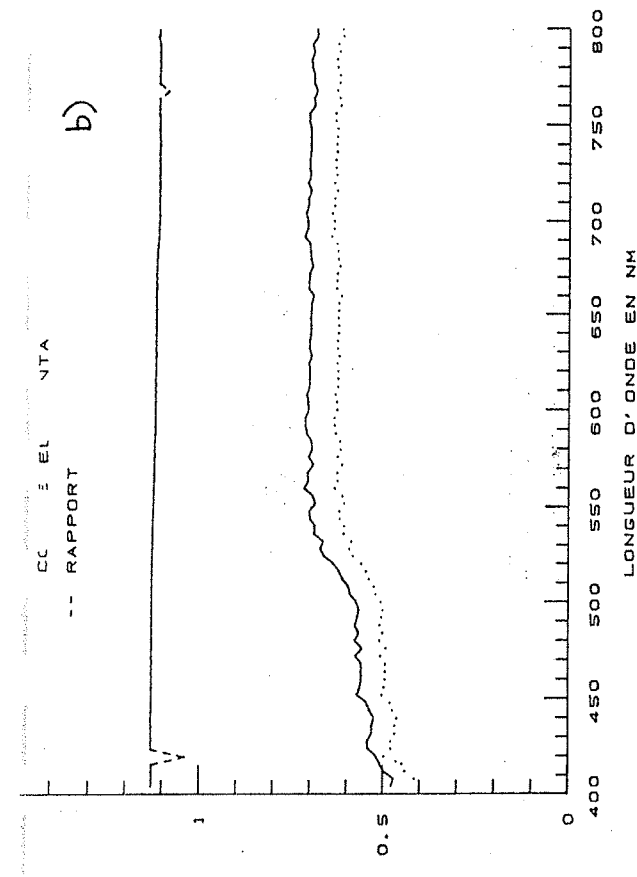
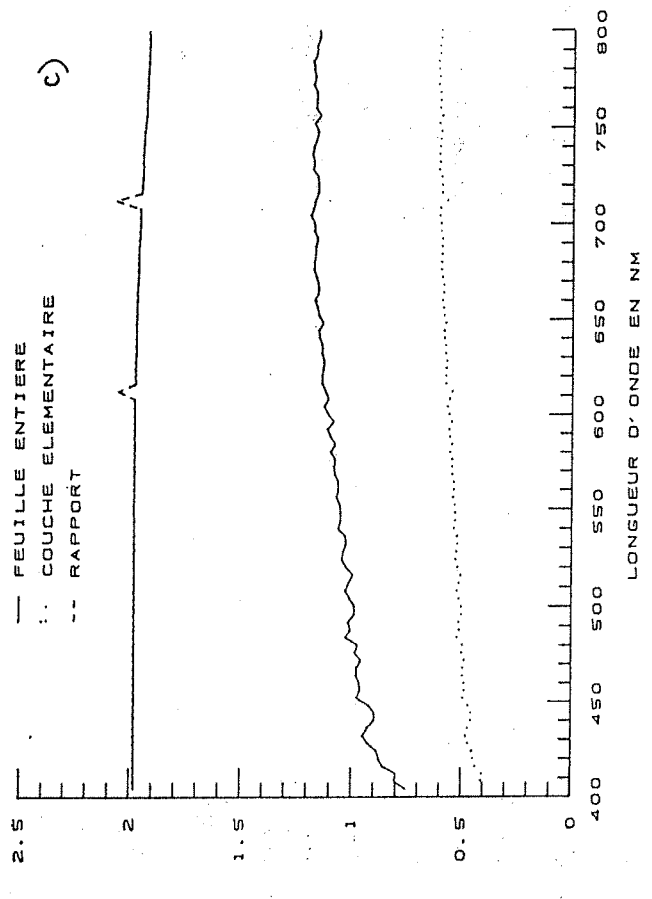
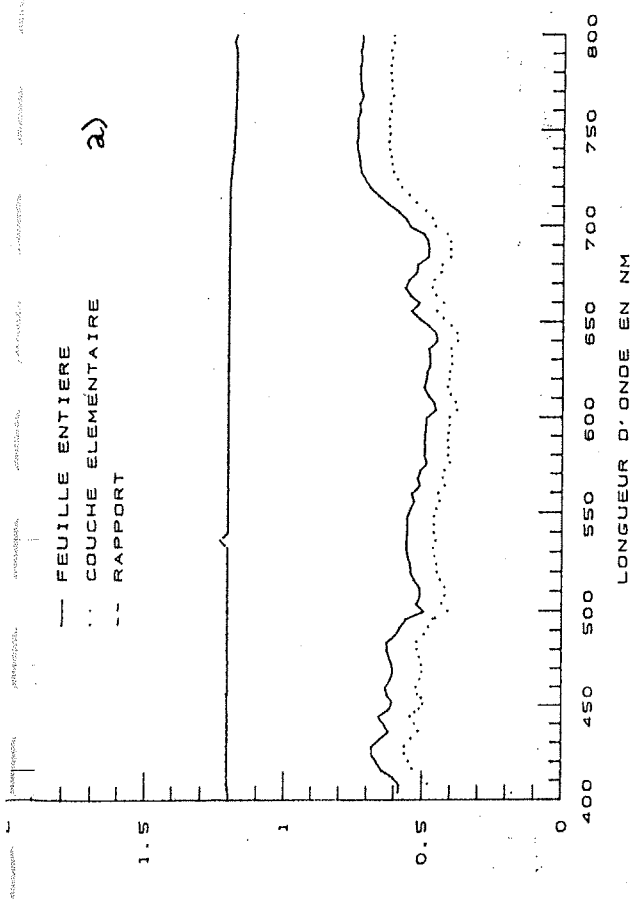


Figure 35 : Comparaison des K-M coefficients de diffusion pour une feuille entière et la couche élémentaire correspondante. Rapport entre les deux spectres : a) maïs vert, b) maïs jaune, c) maïs brun d) soja vert.

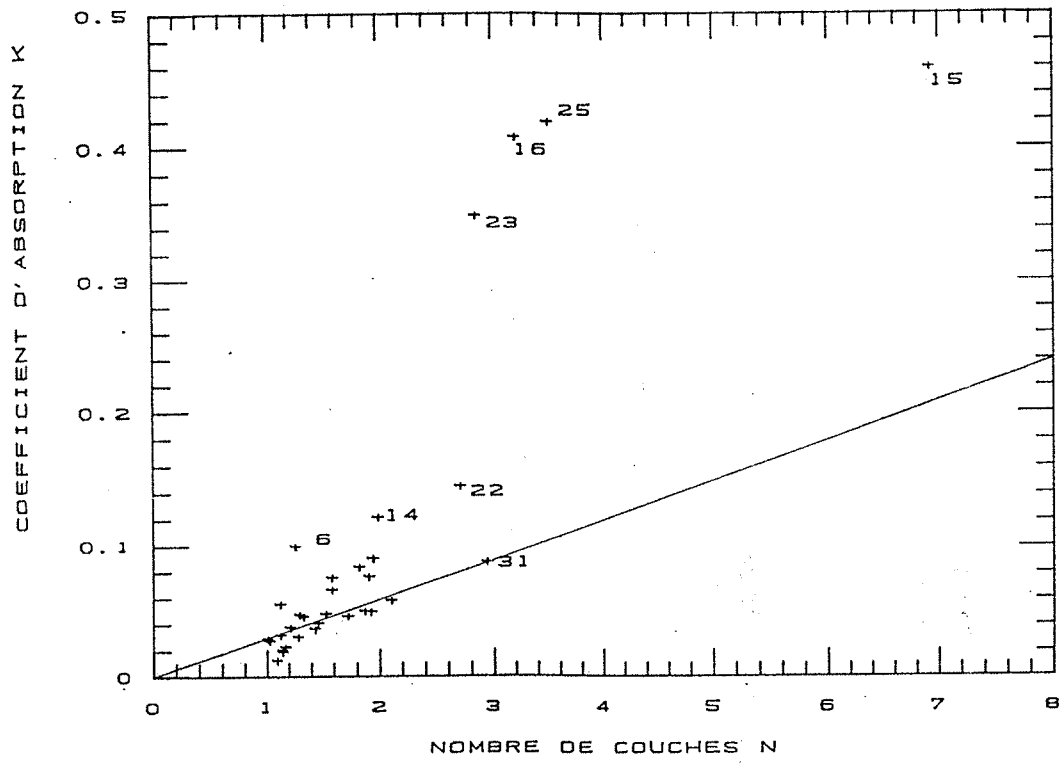


Figure 36 : Relation entre le nombre de couches N et le coefficient d'absorption K d'une feuille entière à 780 nm. La droite représente les valeurs théoriques.

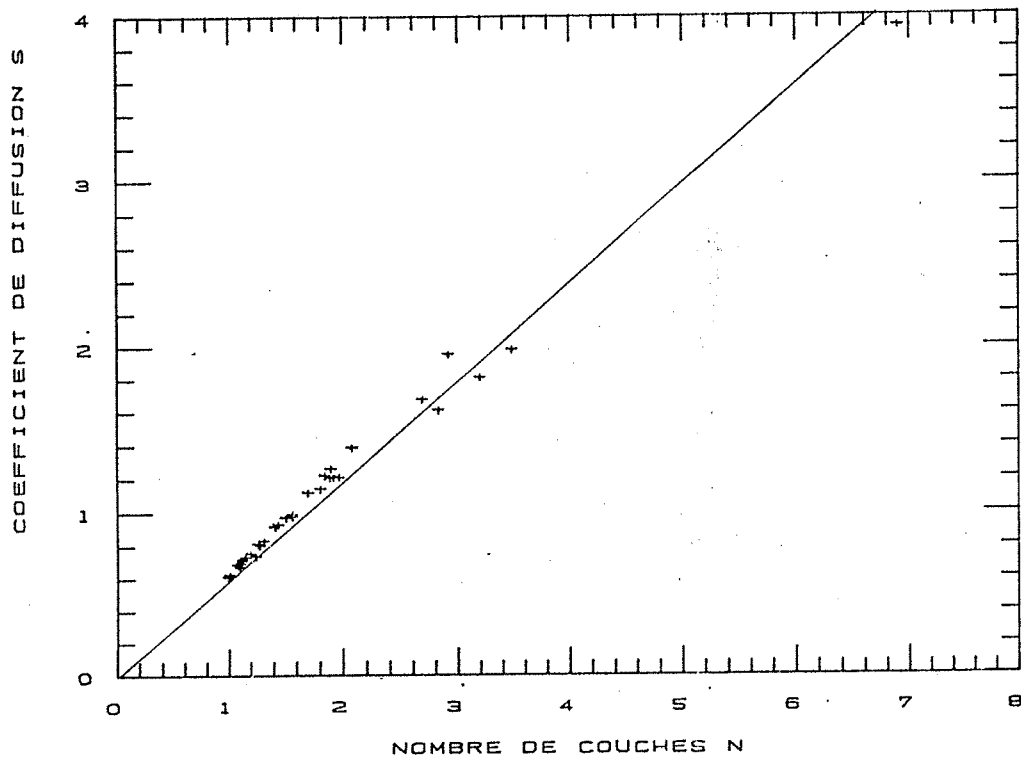


Figure 37 : Relation entre le nombre de couches N et le coefficient de diffusion S d'une feuille entière à 780 nm. La droite représente les valeurs théoriques.

calculer K et S correspondants. Si on trace maintenant K (Fig. 36) ou S (Fig. 37) sur le graphe précédent, on observe des droites passant par l'origine d'équation : $K=0,03.N$ et $S=0,6.N$; ces droites sont une preuve supplémentaire du lien étroit qui existe entre le modèle discret ("plate model" généralisé) et le modèle continu ("K-M model").

II-4) Conclusion

La suite du problème consiste à déterminer les coefficients d'extinction relatifs à chaque pigment. Pour une feuille entière le coefficient d'absorption K est à une longueur d'onde μ donnée égal à :

$$K(\mu) = \sum k_i(\mu) \cdot [C_i] + K_0 \quad [1]$$

- avec $K(\mu)$ = coefficient d'absorption
- $k_i(\mu)$ = coefficient d'extinction du pigment i
- $[C_i]$ = concentration en pigment i
- K_0 = coefficient d'absorption du à la structure (on prend la valeur de K à 780 nm dans la moyen infra-rouge)

Si on divise [1] par N on obtient la relation suivante :

$$k(\mu) = \sum k_i(\mu) \cdot [C_i] / N + k_0$$

Il en est de même pour le coefficient de diffusion s : on peut écrire que $S(\mu) = S_0 - \sum s_i(\mu) \cdot [C_i]$ et donc que

$$s(\mu) = s_0 - \sum s_i(\mu) \cdot [C_i] / N$$

Nous avons donc essayé d'ajuster les paramètres k_i et s_i . Malheureusement, les résultats obtenus ne nous ont pas donné satisfaction : les spectres de chacun des pigments présentent des pics d'absorption mal placés, voir absents là où on les attendait. La forte sensibilité du paramètre K peut expliquer pourquoi nous n'avons pas abouti dans l'estimation des différents coefficients d'extinction. Cette analyse de sensibilité mériterait d'être approfondie afin de déterminer les hypothèses ou les mécanismes qui mettent à mal cette voie de modélisation.

Nous avons donc pris la décision de laisser provisoirement cette méthode pour utiliser et améliorer le modèle simplifié proposé par ANDRIEU et BARET en 1988.



III) Utilisation d'un modèle de transfert radiatif simplifié

III-1) Le modèle

Ce modèle décrit précédemment s'appliquait à des feuilles de blé : il ne prenait en compte ni la structure, ni les pigments bruns et les auteurs n'avaient pu séparer les autres pigments. Nous allons donc essayer d'appliquer ce modèle de la façon la plus générale possible en y apportant quelques modifications. Nous proposons de formuler la réflectance spectrale selon la relation :

$$R(\mu) = R_{inf}(\mu) + (R_o(\mu) - R_{inf}(\mu)) \cdot e^{-\sum k_i(\mu) \cdot [C_i]}$$

avec $R(\mu)$ = réflectance mesurée à la longueur d'onde μ
 $R_{inf}(\mu)$ = réflectance atteinte quand la concentration en pigments tend vers l'infini
 $R_o(\mu)$ = réflectance de la feuille en l'absence de pigments
 $k_i(\mu)$ = coefficient d'extinction du pigment i
 $[C_i]$ = concentration en pigment i

Le terme $R_o(\mu)$ dépend de la structure de la feuille : nous pouvons l'exprimer en fonction des valeurs de réflectance $\theta(\mu)$ et de transmittance $\tau(\mu)$ de la feuille de maïs albinos et du paramètre de structure N . L'intérêt de prendre des valeurs à une longueur d'onde donnée μ est qu'on prend en compte les variations d'indice de réfraction ainsi que la chute la chute de réflectance que nous avons observée en dessous de 450 nm. Cependant les résultats à ces longueurs d'onde seront à manier avec précaution car on s'approche du domaine ultra-violet qui est encore assez mal connu. Le problème consiste à déterminer par ajustement non linéaire les paramètres $R_{inf}(\mu)$ et $k_i(\mu)$.

Il est possible d'exprimer la transmittance par une formulation identique :

$$T(\mu) = T_{inf}(\mu) + (T_o(\mu) - T_{inf}(\mu)) \cdot e^{-\sum k_i(\mu) \cdot [C_i]}$$

Etant donnée la similitude entre les modèle de réflectance et de transmittance, nous restreindrons la discussion à la réflectance des feuilles.

III-2) Résultats

Nous avons d'abord essayé d'ajuster les cinq paramètres $R_{inf}(\mu)$, $k_{chlor.A}(\mu)$, $k_{chlor.B}(\mu)$, $k_{carot}(\mu)$ et $k_{pig.brun}(\mu)$ sur 29 feuilles (toutes les feuilles sauf [20], [29] et [32]). Les valeurs parfois aberrantes des paramètres ajustés ainsi que des intervalles de confiances très élevés indiquent que la méthode employée ne convient pas. Nous avons donc séparé les feuilles en deux lots : un premier lot contient 22 feuilles vertes albinos et intermédiaires ([1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8],[9],[10],[11],[12],[13],[17],[18],[19],[21],[24],[26],[27],[28],[30]), un second lot 6 feuilles brunes + feuille de maïs albinos ([2],[14],[16],[22],[23],[25],[31]).

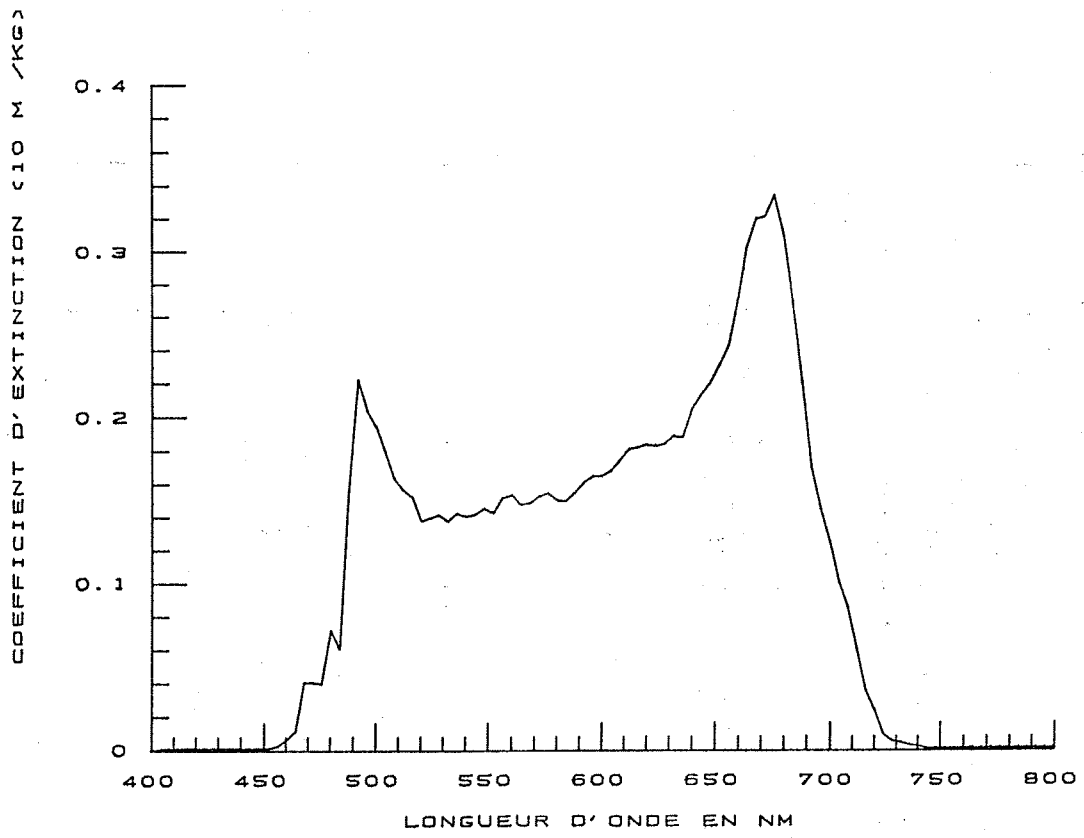


Figure 38 : Spectre du coefficient d'extinction des chlorophylles A et B.

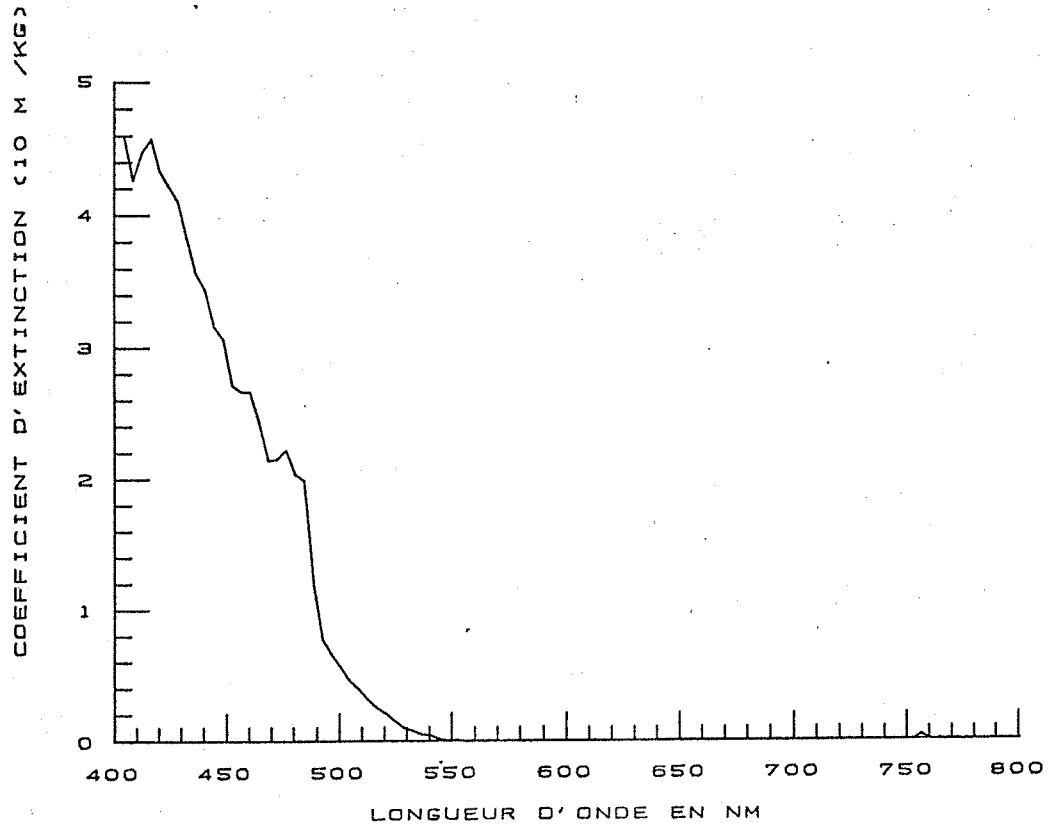


Figure 39 : Spectre du coefficient d'extinction des caroténoïdes.

Remarque : Le maïs albinos fait partie des deux lots car il constitue un cas extrême dans chacun des cas.

a) Premier lot

La répartition des valeurs de k se faisant très mal entre les chlorophylle A et B, nous avons dû regrouper ces deux pigments. On peut expliquer ce biais par la forte corrélation (93%) que nous avons observée entre ces deux pigments. Le coefficient d'extinction des chlorophylles (Fig. 38) reproduit partiellement les pics d'absorption de ces pigments. On peut noter un pic vers 672 nm dû surtout à l'absorption par la chlorophylle A, un pic vers 490 nm dû à l'absorption par la chlorophylle B. ANDRIEU et Al. (1988) avaient observé un pic vers 440 nm que nous ne retrouvons pas ici : leur coefficient d'extinction calculé à partir de la concentration en chlorophylles A+B prend indirectement en compte les carotènes. Le spectre d'extinction des caroténoïdes (Fig. 39) que nous obtenons montre une forte absorption entre 420 et 500 nm. On peut distinguer un pic vers 480 nm.

Dans chaque cas, il existe un décalage entre le maximum observé sur les pigments en solution et les pigments in vivo. Il semble cependant qu'il soit assez difficile de séparer les différents pigments foliaires lorsqu'il existe pour le lot étudié de très fortes corrélations entre les concentrations en différents pigments.

Le spectre de $R_{inf}(\mu)$ a la forme de celui d'une feuille "très verte" (Fig. 40). Nous avons remarqué que son estimation était très peu dépendante de l'association entre les différents coefficients d'extinction. Enfin les valeurs de $R_{inf}(\mu)$ sont significative jusque vers 700 nm. Au delà, l'ajustement calcule des valeurs complètement aberrantes : ceci s'explique facilement; en effet entre 700 et 800 nm l'absorption est très faible et donc les coefficients d'extinction sont presque nuls. L'exponentielle est égale à 1 et $R(\mu)$ est indépendant de $R_{inf}(\mu)$.

b) Second lot

Le spectre du coefficient d'extinction (Fig. 41) décroît de façon régulière entre 430 et 800 nm. On n'observe pas de pic bien individualisé : les pigments bruns dans leur ensemble absorbent beaucoup dans la partie bleu, verte et rouge du spectre mais les valeurs non nulles du proche infra-rouge (700-800 nm) montrent qu'ils absorbent aussi à ces longueur d'ondes.

Le spectre de $R_{inf}(\mu)$ présente une variation inverse (Fig. 42) : il croît de façon régulière entre 400 et 800 nm rappelant le spectre de réflectance d'une feuille brune.

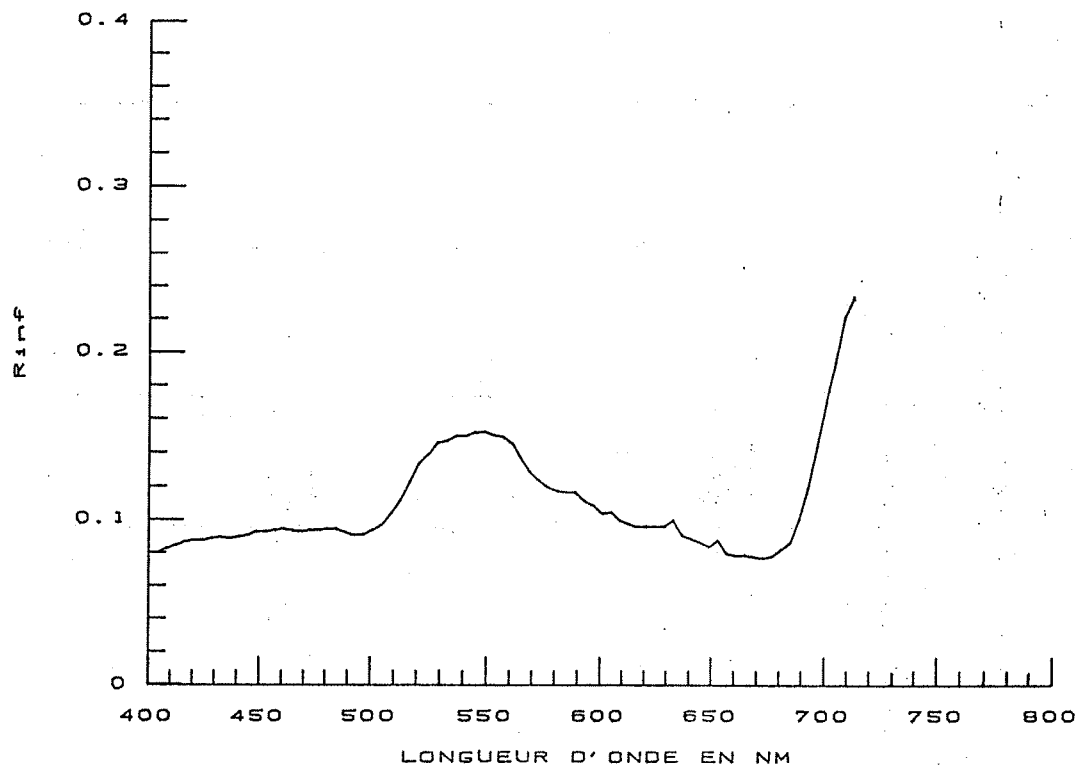


Figure 40 : Spectre de Rinf(μ) ajusté à partir du lot n°1 (feuilles vertes, albinos et intermédiaires).

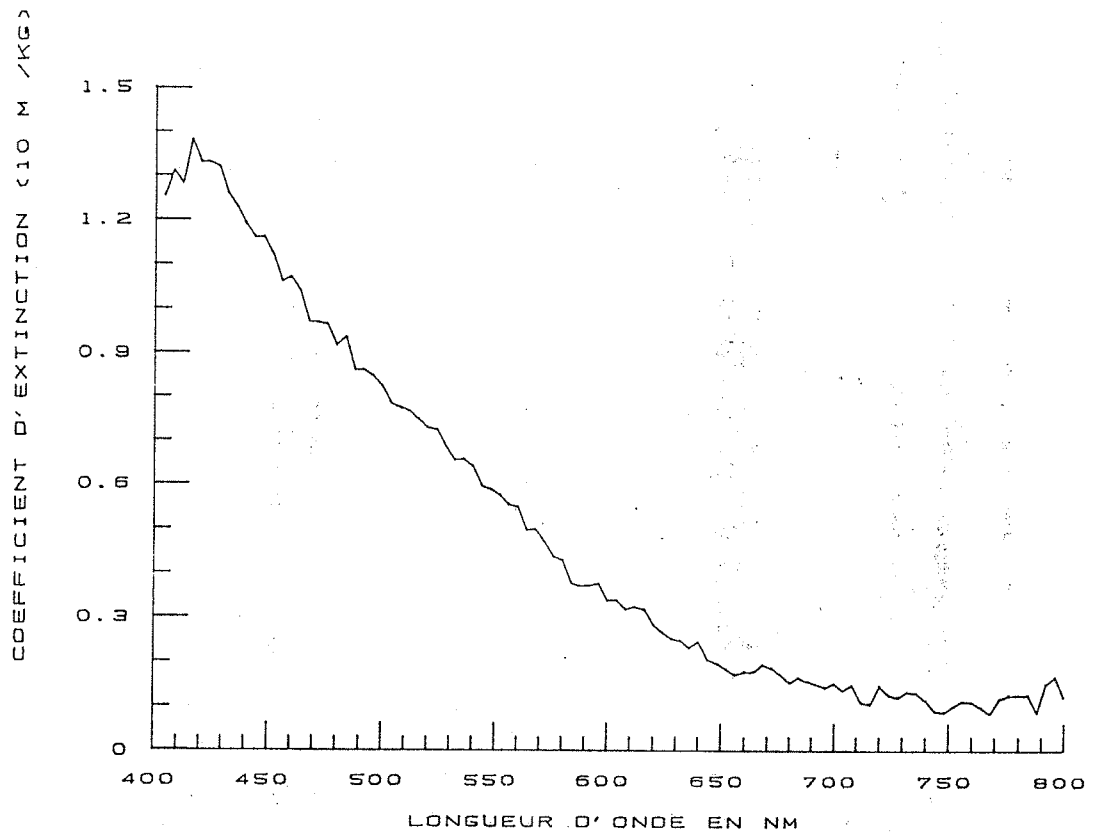


Figure 41 : Spectre du coefficient d'extinction des pigments bruns.

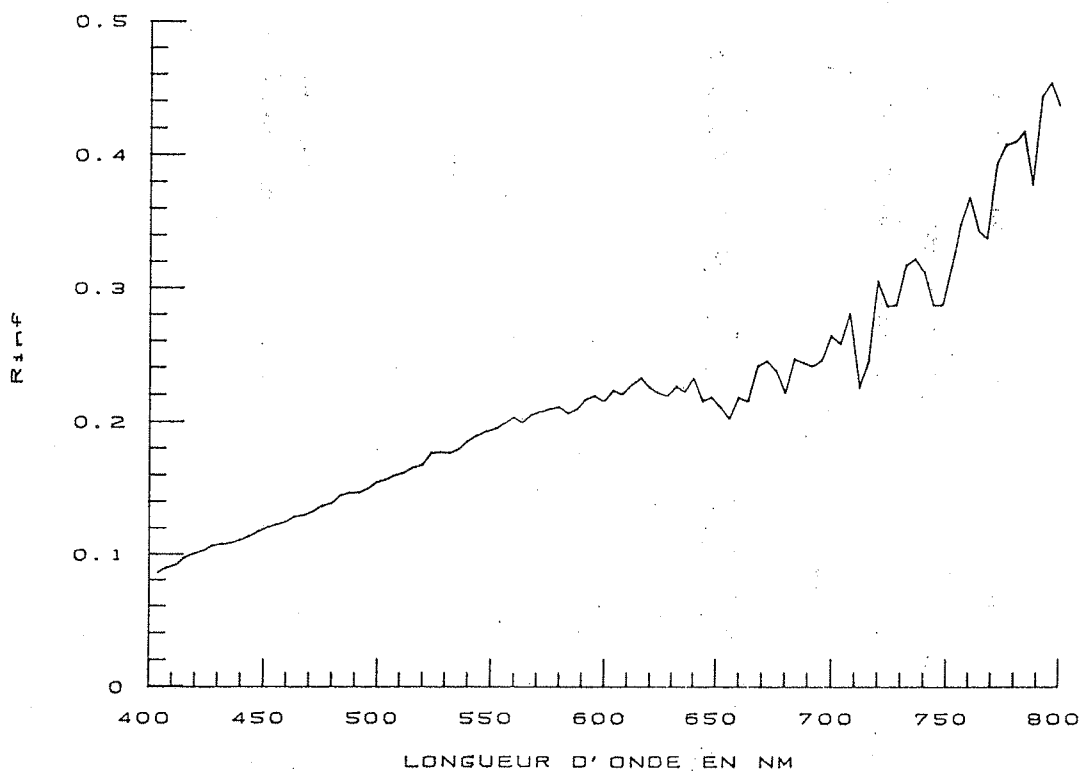


Figure 42 : Spectre de $R_{inf}(\mu)$ ajusté à partir du lot n°2 (les feuilles brunes).

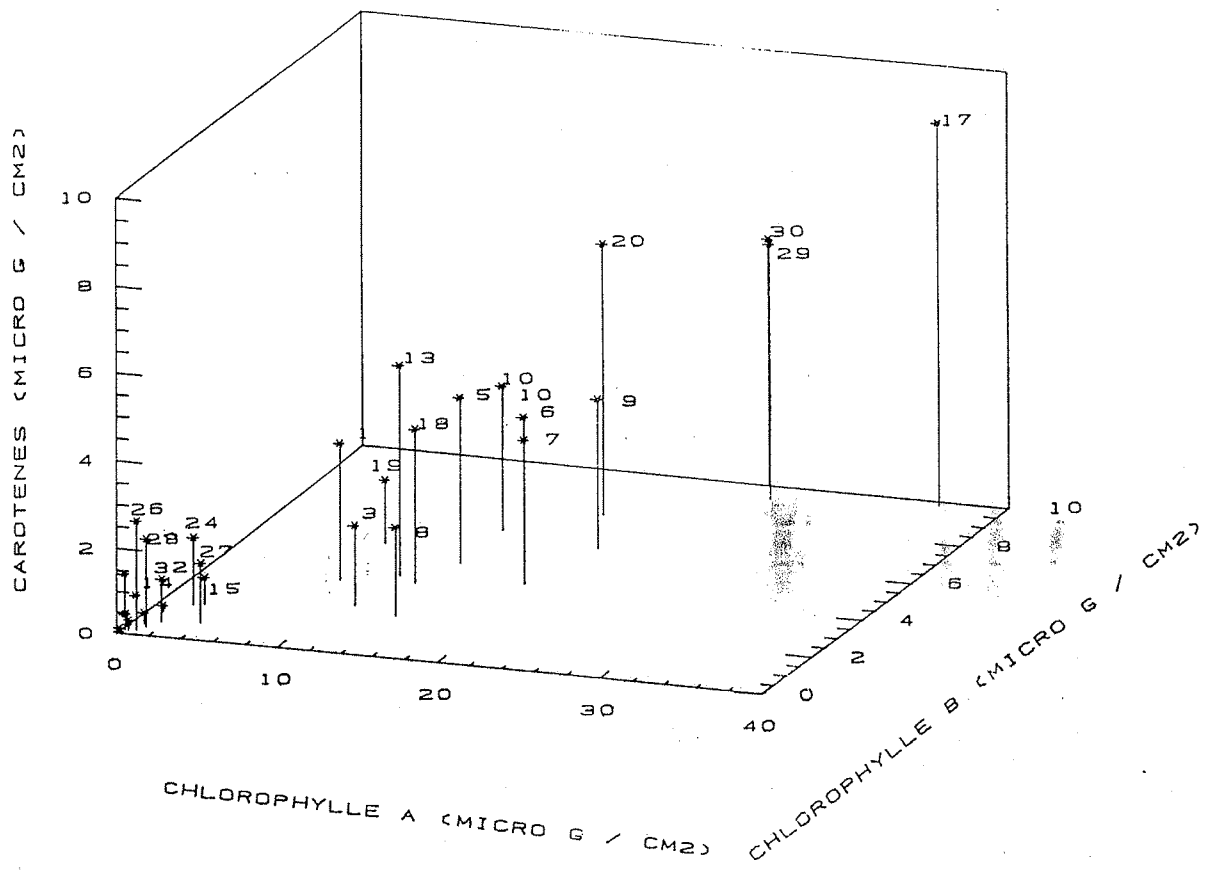


Figure 43 : Relation entre les concentrations en chlorophylle A, chlorophylle B et caroténoïdes.

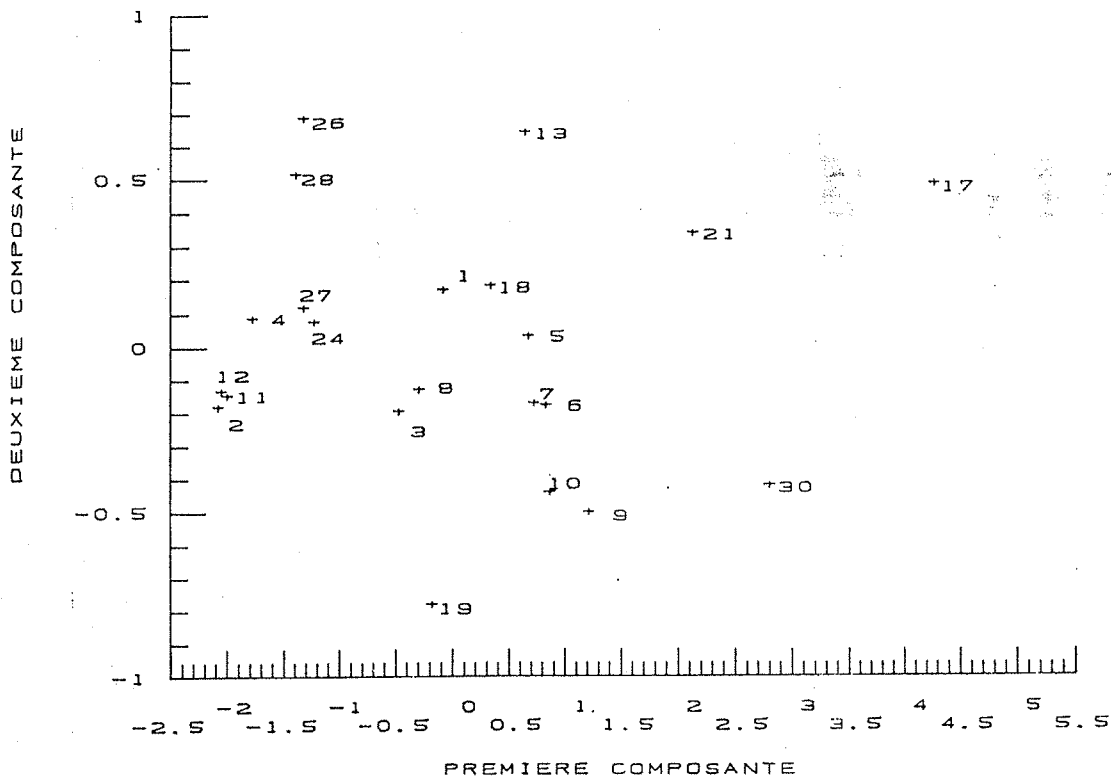


Figure 44 : Répartition des concentrations en chlorophylles A, B et caroténoïdes dans le plan des deux premières composantes (lot de 22 feuilles).

III-3) Conclusion

La tentative d'estimation d'un coefficient d'extinction pour les différents pigments a fait apparaître les difficultés et les limites d'une telle entreprise. Nous avons dû d'abord séparer les pigments bruns. Ensuite les fortes corrélations entre les chlorophylles et les caroténoïdes faussent en partie la régression non linéaire (Fig. 43). Un moyen de décorréler ces pigments est de faire une Analyse en Composantes Principales (ACP). Le calcul a montré que la première composante (Fig. 44) permettait d'expliquer 92% du "phénomène pigmentation" :

<u>composante</u>	<u>% variance</u>	<u>% cumulé</u>
1	92.15	92.15
2	4.74	96.89
3	3.11	100

Connaissant les coordonnées des concentrations dans ce nouveau système d'axes, il pourrait être possible d'estimer les coefficients d'extinction à partir de ces nouvelles concentrations. Le temps nous a manqué pour mettre en application cette méthode.

CONCLUSION GENERALE

Les propriétés optiques des feuilles qui avaient été beaucoup étudiées au début des années 70 connaissent aujourd'hui un regain d'intérêt dans le cadre de la haute résolution spectrale. La modélisation entreprise pendant ce stage a confirmé les travaux antérieurs. Cependant nous avons essayé d'aller plus loin dans le processus de modélisation.

Tout d'abord, nous inspirant de la théorie de STOCKES, nous avons proposé le calcul d'un paramètre N qui rend compte de la structure anatomique des feuilles. Il est apparu que N expliquait de façon satisfaisante la réalité physique. Ce modèle ne prend cependant pas en compte les pigments bruns qui absorbent une partie de la lumière dans le proche infra-rouge et il faudrait donc y intégrer ce facteur.

La détermination des coefficients d'absorption K et de diffusion S par le modèle de KUBELKA-MUNK a fourni des résultats conformes aux travaux d'ALLEN et al. Le calcul des coefficients d'extinction pour chacun des pigments n'a pas abouti en raison de la forte sensibilité du paramètre K. Le modèle simplifié d'ANDRIEU et al. a montré les limites d'une telle entreprise lorsque les concentrations en pigments sont trop corrélées entre elles. Nous aurions souhaité construire un modèle général valable pour des feuilles très différentes aussi bien du point de vue structure de du point de vue pigmentation. Nous avons dû séparer les feuilles en deux lots car le manque de temps a empêché toute investigation supplémentaire.

Nous avons tiré en outre un certain nombre d'enseignements de cette étude : il apparaît que le maïs albinos est un matériel de choix qui pourrait être utilisé comme référence dans les modèles de propriétés optiques de feuilles. Enfin nous avons mis au point une méthode de "dosage" des pigments bruns qui est encore imparfaite mais qu'on peut améliorer. Ces pigments ont fait l'objet de peu d'études quantitatives en télédétection. Leur rôle en agriculture n'est pourtant pas négligeable : il peuvent apparaître à l'occasion de stress hydriques ou minéraux, d'attaques parasitaires, et bien sûr au cours de la sénescence. Tous ces facteurs ont des conséquences souvent néfastes sur les cultures.

Enfin ce travail mériterait d'être poursuivi de façon plus précise au niveau de la feuilles (état hydrique) et élargi à une étude au niveau d'un couvert végétal en attendant les premières images satellites.

BIBLIOGRAPHIE

ALLEN W.A., RICHARDSON A.J., 1968, Interaction of Light with a plant canopy, J. Opt. Soc. Am., Vol 58, 8:1023-1028

ALLEN W.A., GAUSMAN H.W., RICHARDSON A.J., THOMAS J.R., 1969, Interaction of Isotropic light with a Compact Plant Leaf, J. Opt. Soc. Am., Vol 59, 10:1376-1379

ALLEN W.A., GAUSMAN H.W., RICHARDSON A.J., 1970, Mean Effective Optical Constants of Cotton Leave, J. Opt. Soc. Am., Vol 60, 4:542-547

ALLEN W.A., GAUSMAN H.W., RICHARDSON A.J., CARDENAS R., 1971, Water and Air Changes in Grapefruit, Corn, and Cotton Leaves with Maturation, Agron. J., Vol 63, 392-394

ALLEN W.A., GAUSMAN H.W., RICHARDSON A.J., 1973, Willstätter-Stoll Theory of Leaf Reflectance Evaluation by Ray Tracing, Appl. Opt., Vol 12, 10:2448-2453

ANDRIEU B., BARET F., SCHELLBERG J., RINDERLE U., 1988, Estimation de spectres de feuilles à partir de mesures dans les bandes spectrales larges, In Proc. 4th Int. Coll. on Spectral Signatures of Objects in Remote Sensing, Aussois (FRANCE), 28-22 January 1988, ESA SP-287:351-356

BARET F., ANDRIEU B., GUYOT G., 1988, A simple model for leaf optical properties in visible and near infrared : application to the analysis of spectral shifts determinism, à paraitre dans Proc. Workshop on chlorophyll Fluorescence, Bad-Honnef, Juin 1988

BERARD D.F., RAINEY D.P., LIN C.C., 1978, Absorption, Translocation and Metabolism of Fluridone in Selected Crop Species, Weed Science, Vol 26, 3:252-254

BONNER J., GALSTON A.W., 1952, Principles of Plant Physiology, W.H. Freeman and Company, San Francisco, p29, p470

BOURDU R., GIRAUD G., 1975, Structure et développement des chloroplastes, In Photosynthèse et Production Végétale, Gauthier-Villars, 1-32

BOYER M., MILLER J., BELANGÈR M., HARE E., JIYOU WU, 1988, Senescence and Spectral Reflectance in Leaves in Northern Pin Oak (*Quercus palustris*), Remote Sens. Environ., 25:71-87

BUNNIK N.J.J., 1978, The multispectral reflectance of shortwave radiation by agricultural crops in relation with their morphological and optical properties, H. VEENMAN & B.U. ZONEN, WAGENINGEN, 10-22

CAMEFORT H., 1977, Morphologie des végétaux vasculaires, DOIN, 275-290

COSTES C., 1975, Processus photochimiques et conversion énergétique de la lumière dans la feuille, In Photosynthèse et Production Végétale, Gauthier-Villars, 33-72

EGLINTON G., HAMILTON R.J., 1967, Leaf Epicuticular Waxes, Science, 156:1322-1335

GAUSMAN H.W., 1982, Visible Reflectance, Transmittance and Absorptance of Differently Pigmented Cotton Leaves, Remote Sens. Environ., 13:233-238

GAUSMAN H.W., ALLEN W.A., CARDENAS R., RICHARDSON A.J., 1970, Relation of Light Reflectance to Histological and Physical Evaluation of Cotton Leaf Maturity, Appl. Opt., Vol 9, 3:545-552

GOEL N.S., 1987, Models of Vegetation Canopy Reflectance and their Use in Estimation of Biophysical Parameters from Reflectance Data, à paraître, 9-12

GRANT L., 1987, Diffuse and Specular Characteristics of Leaf Reflectance, Remote Sens. Environ., 22:309-322

GRUM F., LUCKEY G.W., 1968, Optical Sphere Paint and a Working Standard of Reflectance, Appl. Opt., Vol 7, 11:2289-2294

GUYOT G., 1984, Caractérisation des couverts végétaux dans le visible et le proche infra-rouge, application à la télédétection, Bul. S.F.P.T., n°95

GUYOT G., BARET F., 1988, Utilisation de la haute résolution spectrale pour suivre l'état des couverts végétaux, In Proc. 4th Int. Coll. on Spectral Signatures of Objects in Remote Sensing, Aussois (FRANCE), 18-22 January, ESA SP-287:279-286

HORLER D.N., DOCKRAY M., BARBER J., 1983, The red edge of plant leaf reflectance, Int. J. Remote Sensing, Vol 4, 2:273-288

HUNT E.R., ROCK B.N., NOBEL P.S., 1987, Measurement of Leaf Relative water Content by Infrared Reflectance, Remote Sens. Environ., 22:429-435

KORTUM G., 1969, Reflectance Spectroscopy, Principles, Methods, Applications, SPRINGER-VERLAG, 123-127

LAIGNELET B., KOBREHEL K., FEILLET P., 1972, Le problème de la coloration des pâtes alimentaires, Industries alimentaires Agricoles, Avril 1972, n°4:413-427

LICHTENTHALER H.K., WELLBURN A.R., Determination of total carotenoids and chlorophylls a and b of leaf extracts in different solvents, Biochemical Society Transaction, 603:591-592

LICHTENTHALER H.K., 1987, Chlorophylls and Carotenoids : Pigments of Photosynthetic Biomembranes, Methods in Enzymology, Vol 148, 350-382

MAAS S.J., DUNLAP J.R., 1987, Reflectance, Transmittance and Absorptance of Light by Normal, Etiolated and Albinos Corn Leaves, non paru

MATHEW A.G., PARPIA H.A., 1971, Food Browning as a Polyphenol Reaction, Adv. Food Res., 19:74-145

PETERSON D.L., ABER J.D., MATSON P.A., CARD D.H., SWANBERG N., WESSMAN C., SPANNER M., 1988, Remote Sensing of Forest Canopy and leaf Biochemical Contents, Remote Sens. Environ., 24:85-108

PARK J.K., DEERING D.W., 1982, Simple radiative transfert model for relationships between conopy biomass and reflectance, Appl. Opt., Vol 21, 2:303-309

PICKEN A.J.F., STEWART K., KLAPWIJK D., 1985, The Tomato Crop, Germination and Vegetative Development, CHAPMAN et HALL 123-125

RAWSON H.M., GARDNER P.A., LONG M.J., 1987, Sources of Variation in Specific Leaf Area in Wheat Grown at High Temperature, Aust. J. Plant Physiol., 14:287-298

RICHARDSON A.J., 1984, Interception of light by a plant canopy, Machine Processing of Remotely Sensed Data Symposium, June 12-14, 378-382

SANGER J.E., 1971, Quantitative Investigation of Leaf Pigments from Their Inception in Buds through Autumn Coloration to Decomposition in Falling Leaves, Ecology, Vol 52, 6:1075-1089

SINCLAIR T.R., HOFFER R.M., SCHREIBER M.M., 1971, Reflectance and Internal Structure of Leaves from Several Crops During a Growing Season, Agron. J., 63:864-867

STERN F., 1964, Transmission of Isotropic Radiation Across an Interface between Two Dielectrics, Appl. Opt., Vol 3, 1:111-113

THOMAS J.R., NAMKEN L.N., OERTHER G.F., BROWN, 1971, Estimating Leaf Water Content by Reflectance Measurements, Agron. J., Vol 63, 845-847

THOMAS J.R., GAUSMAN H.W., 1977, Leaf Reflectance versus Leaf Chlorophyll and Carotenoid Concentration for Eight Crops, Agron. J., 69:799-802

TRIGUI A., 1987, Contribution à l'étude bioclimatique de la variété d'olivier Chemlali par l'analyse des propriétés biophysiques, structurales et spectrales des feuilles, Thèse USTL, 269-344

TRIGUI A., BALDY C., 1983, Evolution des propriétés optiques des feuilles d'olivier sénescences ou malades, II^{ème} Coll. Int. Signatures Spectrales d'Objets en Télédétection, Bordeaux, 12-16 Septembre, Les Colloques de l'INRA, n°23:353-363

TUCKER C.J., MILLER L.D., PEARSON R.L., 1975, Measurement of the combined effect of green biomass, chlorophyll, and leaf water on canopy spectroreflectance of the shortgrass prairie, Remote Sen. Earth Resources, 2:601-626

TUCKER C.J., 1980, Remote Sensing of Leaf Water Content in the Near Infrared, Remote Sens. Environ., 10:23-32

VANE G., GOETZ A.F.H., 1988, Terrestrial Imaging Spectroscopy, Remote Sens. Environ., 24:1-29

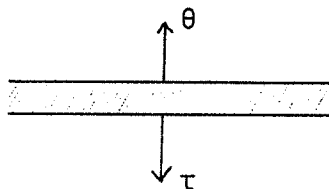
WOOLLEY J.T., 1971, Reflectance and Transmittance of Light by Leaves, Plant Physiol., 47:656-662



MODELISATION D'UN PARAMETRE DE STRUCTURE

Considérons une couche compacte de réflectance θ et de transmittance τ :

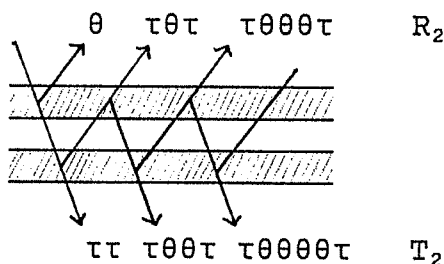
1 couche :



$$R_1 = \theta \quad T_1 = \tau$$

2 couches :

Si on combine deux couches homogènes, on observe les phénomènes suivants : le flux radiatif incident est en partie réfléchi (θ) et en partie transmis (τ). La fraction τ arrive sur la seconde couche; la fraction τ est transmise, la fraction $\tau\theta$ est réfléchie et revient sur la première couche; une nouvelle fraction $\tau\theta\tau$ est transmise et $\tau\theta\theta$ est réfléchie...



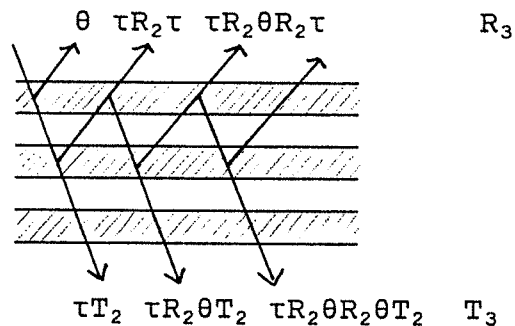
En faisant la somme de toutes les fractions réfléchies et transmises, on obtient deux séries géométriques convergentes R_2 et T_2 .

$$\begin{aligned} R_2 &= \theta + \tau\theta\tau + \tau\theta\theta\theta\tau + \tau\theta\theta\theta\theta\theta\tau + \dots \\ &= \theta + \tau^2\theta (1 + \theta^2 + \theta^4 + \dots) \\ &= \theta + \tau^2\theta / (1 - \theta^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \tau\tau + \tau\theta\theta\tau + \tau\theta\theta\theta\theta\tau + \dots \\ &= \tau^2 (1 + \theta^2 + \theta^4 + \dots) \\ &= \tau^2 / (1 - \theta^2) \end{aligned}$$

3 couches :

Dans ce cas, on considère deux couches (la deuxième et la troisième par exemple) comme une couche unique et on la combine avec la première.



$$\begin{aligned}
 R_3 &= \theta + \tau \cdot R_2 \cdot \tau + \tau \cdot R_2 \cdot \theta \cdot R_2 \cdot \tau + \tau \cdot R_2 \cdot \theta \cdot R_2 \cdot \theta \cdot R_2 \cdot \tau + \dots \\
 &= \theta + \tau^2 \cdot R_2 (1 + \theta \cdot R_2 + \theta^2 \cdot R_2^2 + \dots) \\
 &= \theta + \tau^2 \cdot R_2 / (1 - \theta \cdot R_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_3 &= \tau \cdot T_2 + \tau \cdot R_2 \cdot \theta \cdot T_2 + \tau \cdot R_2 \cdot \theta \cdot R_2 \cdot \theta \cdot T_2 + \dots \\
 &= \tau \cdot T_2 (1 + \theta \cdot R_2 + \theta^2 \cdot R_2^2 + \dots) \\
 &= \tau \cdot T_2 / (1 - \theta \cdot R_2)
 \end{aligned}$$

n couches :

Les calculs précédents peuvent être étendus à un nombre fini n de couches. On montre par récurrence que :

$$\boxed{R_n = \theta + \frac{\tau^2 \cdot R_{n-1}}{1 - \theta \cdot R_{n-1}}} \quad \text{et} \quad \boxed{T_n = \frac{\tau \cdot T_{n-1}}{1 - \theta \cdot R_{n-1}}} \quad n > 1$$

Etude de la réflectance R_n

$$\begin{aligned}
 R_n &= \theta + (\tau^2 \cdot R_{n-1}) / (1 - \theta \cdot R_{n-1}) \\
 &= (\theta - \theta^2 \cdot R_{n-1} + \tau^2 \cdot R_{n-1}) / (1 - \theta \cdot R_{n-1}) \\
 &= (\theta + (\tau^2 - \theta^2) \cdot R_{n-1}) / (1 - \theta \cdot R_{n-1}) \quad [1]
 \end{aligned}$$

Calcul des limites :

$$\begin{aligned}
 R &= (\theta + (\tau^2 - \theta^2) \cdot R) / (1 - \theta \cdot R) \\
 \Rightarrow R - \theta \cdot R^2 &= \theta + (\tau^2 - \theta^2) \cdot R \\
 \Rightarrow \theta \cdot R^2 + (\tau^2 - \theta^2 - 1) \cdot R + \theta &= 0
 \end{aligned}$$

Il s'agit d'une équation du second degré admettant deux racines réelles α et β .

soit $\delta = (\tau^2 - \theta^2 - 1)^2 - 4\theta^2$

α et β sont les deux limites de R_n quand $n \rightarrow \infty$

$$\alpha = (1 + \theta^2 - \tau^2 + \sqrt{\delta}) / 2\theta \quad \text{et} \quad \beta = (1 + \theta^2 - \tau^2 - \sqrt{\delta}) / 2\theta$$

α et β sont tels que :

$$\alpha = (\theta + (\tau^2 - \theta^2) \alpha) / (1 - \theta \alpha) \quad \beta = (\theta + (\tau^2 - \theta^2) \beta) / (1 - \theta \beta)$$

Etudions l'expression $\frac{R_n - \alpha}{R_n - \beta}$:

$$\begin{aligned}
\frac{R_n - \alpha}{R_n - \beta} &= \left[\frac{\theta + (\tau^2 - \theta^2) \cdot R_{n-1}}{1 - \theta \cdot R_{n-1}} - \alpha \right] : \left[\frac{\theta + (\tau^2 - \theta^2) \cdot R_{n-1}}{1 - \theta \cdot R_{n-1}} - \beta \right] \\
&= \frac{\theta + (\tau^2 - \theta^2) \cdot R_{n-1} - \alpha + \alpha \theta \cdot R_{n-1}}{\theta + (\tau^2 - \theta^2) \cdot R_{n-1} - \beta + \beta \theta \cdot R_{n-1}} \\
&= \frac{(\tau^2 - \theta^2 + \alpha \theta) \cdot R_{n-1} + \theta - \alpha}{(\tau^2 - \theta^2 + \beta \theta) \cdot R_{n-1} + \theta - \beta} \\
&= \frac{((\alpha - \theta) / \alpha) \cdot R_{n-1} + \theta - \alpha}{((\beta - \theta) / \beta) \cdot R_{n-1} + \theta - \beta} \\
&= k \cdot \frac{R_{n-1} - \alpha}{R_{n-1} - \beta} \quad \text{avec } k = \frac{\beta(\alpha - \theta)}{\alpha(\beta - \theta)} \\
&= k^{n-1} \cdot \frac{R_1 - \alpha}{R_1 - \beta}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow (R_n - \alpha)(R_1 - \beta) &= k^{n-1}(R_n - \beta)(R_1 - \alpha) \\
\Rightarrow R_n((R_1 - \beta) - k^{n-1}(R_1 - \alpha)) &= \alpha(R_1 - \beta) - \beta k^{n-1}(R_1 - \alpha)
\end{aligned}$$

$$R_n = \frac{\alpha(R_1 - \beta) - \beta k^{n-1}(R_1 - \alpha)}{(R_1 - \beta) - k^{n-1}(R_1 - \alpha)}$$

Cette formule est valable pour $n=1$. Nous pouvons l'étendre à $n \in [1, +\infty]$

Etude de la transmittance T_n

$$\begin{aligned}
T_n &= \tau \cdot T_{n-1} / (1 - \theta \cdot R_{n-1}) \\
&= \tau^{n-1} \cdot T_1 / ((1 - \theta \cdot R_{n-1})(1 - \theta \cdot R_{n-2}) \dots (1 - \theta \cdot R_1)) \\
&= \tau^{n-1} \cdot T_1 / P_n
\end{aligned}$$

P_n est une nouvelle suite que nous allons calculer :

$$P_n = \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \theta \cdot R_i) \Rightarrow \ln(P_n) = \sum_{i=1}^{n-1} (\ln(1 - \theta \cdot R_i))$$

$$\ln(P_n) = \sum_{i=1}^{n-1} \ln \left[1 - \theta \frac{\alpha(\theta - \beta) - \beta k^{i-1}(\theta - \alpha)}{(\theta - \beta) - k^{i-1}(\theta - \alpha)} \right]$$

$$\ln(P_n) = \sum_{i=1}^{n-1} \ln \left[\frac{(\theta - \beta) - k^{i-1}(\theta - \alpha) - \theta \alpha(\theta - \beta) + \theta \beta k^{i-1}(\theta - \alpha)}{(\theta - \beta) - k^{i-1}(\theta - \alpha)} \right]$$

$$\begin{aligned} \ln(P_n) &= \sum_{i=1}^{n-1} \ln \left[(\theta-\beta)(1-\theta\alpha) - k^{i-1}(\theta-\alpha)(1-\theta\beta) \right] - \ln \left[(\theta-\beta) - k^{i-1}(\theta-\alpha) \right] \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \ln \left[k^{i-1}(\alpha\theta)(1-\theta\beta) \left(1 + \frac{(\theta-\beta)(1-\theta\alpha)}{k^{i-1}(\alpha-\theta)(1-\theta\beta)} \right) \right] \\ &\quad - \ln \left[k^{i-1}(\alpha-\theta) \left(1 + \frac{\theta-\beta}{k^{i-1}(\alpha-\theta)} \right) \right] \end{aligned}$$

On pose $A = (\theta-\beta)(1-\theta\alpha)/(\alpha-\theta)(1-\theta\beta)$ et $B = (\theta-\beta)/(\alpha-\theta)$

$$\ln(P_n) = (n-1)\ln(1-\theta\beta) + \sum_{i=1}^{n-1} \left[\ln\left(1 + \frac{A}{k^{i-1}}\right) - \ln\left(1 + \frac{B}{k^{i-1}}\right) \right]$$

Or pour $|x| < 1$ $\ln(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 + \dots + (-1)^{m+1} \cdot x^m/m$

$$\begin{aligned} \ln(P_n) &= \ln(1-\theta\beta)^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{A}{k^{i-1}} + \dots + \frac{A^m (-1)^{m+1}}{m(k^{i-1})^m} \right] \\ &\quad - \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{B}{k^{i-1}} + \dots + \frac{B^m (-1)^{m+1}}{m(k^{i-1})^m} \right] \end{aligned}$$

$$\ln(P_n) = \ln(1-\theta\beta)^{n-1} + (A-B) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{k^{i-1}} + \dots + (-1)^{m+1} \frac{A^m - B^m}{m} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{(k^{i-1})^m}$$

$$\text{Or } \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{(k^{i-1})^m} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{(k^m)^{i-1}} = \frac{1 - (k^m)^{n-1}}{(k^m)^{n-2}(1-k^m)}$$

$$\text{Alors } \ln(P_n) = \ln(1-\theta\beta)^{n-1} + \sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} \frac{A^i - B^i}{i} \frac{1 - k^{(n-1)i}}{k^{(n-2)i}(1-k^i)}$$

Donc $P_n = \exp(\ln(P_n))$

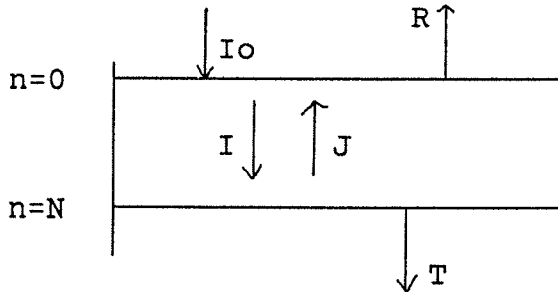
$$\Rightarrow P_n = (1-\theta\beta)^{n-1} \exp \left[\sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} \frac{A^i - B^i}{i} \frac{1 - k^{(n-1)i}}{k^{(n-2)i}(1-k^i)} \right]$$

$$\text{Alors } T_n = \tau^{n-1} \cdot T_1 / P_n$$

Cette formule est valable pour $n=1$. Nous pouvons l'étendre à $n \in [1, +\infty]$.

THEORIE DE KUBELKA-MUNK (1931)

La théorie de KUBELKA-MUNK est la représentation à deux paramètres la plus satisfaisante, de la transmission de la lumière diffuse. Considérons une feuille homogène compacte d'épaisseur N , sur laquelle arrive un flux incident I_0 .



La K-M théorie est basée sur les équations différentielles

$$\begin{cases} dI = -(k+s) \cdot I \cdot dn + s \cdot J \cdot dn & [1] \\ dJ = (k+s) \cdot J \cdot dn - s \cdot I \cdot dn & [2] \end{cases}$$

Avec k = coefficient d'absorption

s = coefficient de diffusion

I = flux radiant dans la direction positive

J = flux radiant dans la direction négative

$$\begin{aligned} [2] &\Rightarrow dJ/dn = (k+s) \cdot J - s \cdot I \\ &\Rightarrow d^2J/dn^2 = (k+s) \cdot dJ/dn - s \cdot dI/dn \\ &\Rightarrow d^2J/dn^2 = (k+s) \cdot (k+s) \cdot J - s \cdot (k+s) \cdot I + s \cdot (k+s) \cdot I - s^2 \cdot J \\ &\Rightarrow d^2J/dn^2 = (k^2 + 2ks + s^2 - s^2) \cdot J \\ &\Rightarrow d^2J/dn^2 = k(k+2s) \cdot J \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{d^2J/dn^2 - a^2 \cdot J = 0} \quad [3] \quad \text{avec } a^2 = k(k+2s)$$

On a de même :

$$[1] \Rightarrow \boxed{d^2I/dn^2 - a^2 \cdot I = 0} \quad [4]$$

La résolution de l'équation [3] est la suivante :

$$\begin{aligned} d^2J/dn^2 - a^2 \cdot J = 0 &\Leftrightarrow J'' - a^2 \cdot J = 0 \\ \text{on pose } J = e^v &\Rightarrow J' = v' e^v \Rightarrow J'' = v'' e^v + v'^2 e^v \\ \text{Donc [3]} &\Rightarrow v'' e^v + v'^2 e^v - a^2 e^v = 0 \\ &\Rightarrow v'' + v'^2 - a^2 = 0 \end{aligned}$$

On pose $v' = u$

$$\Rightarrow u' + u^2 - a^2 = 0$$

$u = a$ est intégrale de l'équation précédente, d'où $v = a(N-n)$ et $J = e^{a(N-n)}$ est intégrale particulière de l'équation $J'' - a^2 \cdot J = 0$.
Equation caractéristique : $r^2 - a^2 = 0 \Rightarrow r = \pm a$

Les intégrales $e^{a(N-n)}$ et $e^{-a(N-n)}$ ont pour rapport $e^{2a(N-n)}$ non constant donc toute intégrale de $J'' - a^2 \cdot J = 0$ est de la forme :

$$J(n) = C_1 \cdot e^{a(N-n)} + C_2 \cdot e^{-a(N-n)}$$

De même on a pour [4] :

$$I(n) = C_3 \cdot e^{a(N-n)} + C_4 \cdot e^{-a(N-n)}$$

Ces solutions satisfont [1] et [2] quel que soit n

$$\begin{aligned} dJ &= (k+s) \cdot J \cdot dn - s \cdot I \cdot dn \\ &= (k+s) (C_1 \cdot e^{a(N-n)} + C_2 \cdot e^{-a(N-n)}) \cdot dn - s (C_3 \cdot e^{a(N-n)} + C_4 \cdot e^{-a(N-n)}) \cdot dn \\ &= ((k+s) \cdot C_1 - s \cdot C_3) \cdot e^{a(N-n)} \cdot dn + ((k+s) \cdot C_2 - s \cdot C_4) \cdot e^{-a(N-n)} \cdot dn \\ &= -a \cdot C_1 \cdot e^{a(N-n)} \cdot dn + a \cdot C_2 \cdot e^{-a(N-n)} \cdot dn \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} (k+s+a) \cdot C_1 &= s \cdot C_3 & [5] \\ (k+s-a) \cdot C_2 &= s \cdot C_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dI &= -(k+s) \cdot I \cdot dn + s \cdot J \cdot dn \\ &= -(k+s) (C_3 \cdot e^{a(N-n)} + C_4 \cdot e^{-a(N-n)}) \cdot dn + s (C_1 \cdot e^{a(N-n)} + C_2 \cdot e^{-a(N-n)}) \cdot dn \\ &= (-k+s) \cdot C_3 \cdot e^{a(N-n)} \cdot dn + (-k+s) \cdot C_4 \cdot e^{-a(N-n)} \cdot dn \\ &= -a \cdot C_3 \cdot e^{a(N-n)} \cdot dn + a \cdot C_4 \cdot e^{-a(N-n)} \cdot dn \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} s \cdot C_1 &= (k+s-a) \cdot C_3 & [6] \\ s \cdot C_2 &= (k+s+a) \cdot C_4 \end{aligned}$$

Les systèmes [5] et [6] admettent une infinité de solutions. Ce sont des droites. On calcule la différence entre ces droites et on obtient de nouvelles conditions :

$$\begin{aligned} (k+a) \cdot C_1 &= (a-k) \cdot C_3 & [7] \\ (a-k) \cdot C_2 &= (k+a) \cdot C_4 \end{aligned}$$

On met a en facteur :

$$[7] \Leftrightarrow \begin{aligned} (1+k/a) \cdot C_1 &= (1-k/a) \cdot C_3 \\ (1-k/a) \cdot C_2 &= (1+k/a) \cdot C_4 \end{aligned}$$

On pose $\beta = k/a = k / (\sqrt{k(k+2s)}) = \sqrt{k/(k+2s)} \Rightarrow \beta^2 = k/(k+2s)$

$$[7] \Leftrightarrow \begin{aligned} (1+\beta) \cdot C_1 &= (1-\beta) \cdot C_3 \\ (1-\beta) \cdot C_2 &= (1+\beta) \cdot C_4 \end{aligned}$$

$$\text{Ceci a lieu si } \begin{aligned} C_1 &= C_5 \cdot (1-\beta) & C_2 &= C_6 \cdot (1+\beta) \\ C_3 &= C_5 \cdot (1+\beta) & C_4 &= C_6 \cdot (1-\beta) \end{aligned}$$

Les solutions générales des équations [3] et [4] sont donc de la forme :

$$\begin{aligned} J &= C_5 \cdot (1-\beta) \cdot e^{a(N-n)} + C_6 \cdot (1+\beta) \cdot e^{-a(N-n)} \\ I &= C_5 \cdot (1+\beta) \cdot e^{a(N-n)} + C_6 \cdot (1-\beta) \cdot e^{-a(N-n)} \end{aligned}$$

On détermine C_5 et C_6 en utilisant les conditions limites [8] et [9] :

$$\text{si } n=0 \quad I(0) = C_5 \cdot (1+\beta) \cdot e^{aN} + C_6 \cdot (1-\beta) \cdot e^{-aN} = 1 \quad [8]$$

$$\begin{aligned} \text{si } n=N \quad J(N) &= C_5 \cdot (1-\beta) + C_6 \cdot (1+\beta) & [9] \\ &= R_0 \cdot I(N) \\ &= R_0 \cdot C_5 \cdot (1+\beta) + R_0 \cdot C_6 \cdot (1-\beta) \end{aligned}$$

R_0 est la réflectance de l'arrière plan

[8] et [9] forment un système de deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} (1+\beta) \cdot e^{aN} \cdot C_5 + (1-\beta) \cdot e^{-aN} \cdot C_6 = 1 \\ ((1-\beta) - R_0 \cdot (1+\beta)) \cdot C_5 + ((1+\beta) - R_0 \cdot (1-\beta)) \cdot C_6 = 0 \end{cases} \quad [10]$$

$$D = \begin{vmatrix} (1+\beta) \cdot e^{aN} & (1-\beta) \cdot e^{-aN} \\ 1-\beta-R_0 \cdot (1+\beta) & 1+\beta \end{vmatrix} \\ = (1+\beta)^2 \cdot e^{aN} - (1-\beta)^2 \cdot e^{-aN} - R_0 \cdot (1-\beta^2) (e^{aN} - e^{-aN})$$

$$C_5 = 1/D \begin{vmatrix} 1 & (1-\beta) \cdot e^{-aN} \\ 0 & 1+\beta-R_0 \cdot (1-\beta) \end{vmatrix} \\ = (1+\beta-R_0 \cdot (1-\beta)) / D$$

$$C_6 = 1/D \begin{vmatrix} (1+\beta) \cdot e^{aN} & 1 \\ 1-\beta-R_0 \cdot (1-\beta) & 0 \end{vmatrix} \\ = (-(1-\beta) + R_0 \cdot (1+\beta)) / D$$

alors

$$I = \frac{(1+\beta)^2 \cdot e^{a(N-n)} - (1-\beta)^2 \cdot e^{-a(N-n)} + R_0 \cdot (1-\beta^2) (e^{a(N-n)} - e^{-a(N-n)})}{(1+\beta)^2 \cdot e^{aN} - (1-\beta)^2 \cdot e^{-aN} - R_0 \cdot (1-\beta^2) (e^{aN} - e^{-aN})}$$

$$J = \frac{(1-\beta^2) (e^{a(N-n)} - e^{-a(N-n)}) - R_0 \cdot ((1-\beta)^2 e^{a(N-n)} - (1+\beta)^2 e^{-a(N-n)})}{(1+\beta)^2 \cdot e^{aN} - (1-\beta)^2 \cdot e^{-aN} - R_0 \cdot (1-\beta^2) (e^{aN} - e^{-aN})}$$

On pose $\alpha = \ln b$
 $\beta = (a-1)/(a+1)$

$$\begin{aligned} I &= \frac{(1+(a-1)/(a+1))^2 \cdot b^{N-n} - (1-(a-1)/(a+1))^2 \cdot b^{-(N-n)} - R_0 \cdot (1 - ((a-1)/(a+1))^2) \cdot (b^{N-n} - b^{-(N-n)})}{(1+(a-1)/(a+1))^2 \cdot b^N - (1-(a-1)/(a+1))^2 \cdot b^{-N} - R_0 \cdot (1 - ((a-1)/(a+1))^2) \cdot (b^N - b^{-N})} \\ &= \frac{(4a^2/(a+1)^2) \cdot b^{N-n} - (4/(a+1)^2) \cdot b^{-(N-n)} - R_0 \cdot (4a/(a+1)^2) \cdot (b^{N-n} - b^{-(N-n)})}{(4a^2/(a+1)^2) \cdot b^N - (4/(a+1)^2) \cdot b^{-N} - R_0 \cdot (4a/(a+1)^2) \cdot (b^N - b^{-N})} \\ &= \frac{b^{N-n} \cdot (a^2 - a \cdot R_0) + b^{-(N-n)} \cdot (a \cdot R_0 - 1)}{b^N \cdot (a^2 - a \cdot R_0) + b^{-N} \cdot (a \cdot R_0 - 1)} \quad [11] \end{aligned}$$

Le calcul de J est identique :

$$J = \frac{b^{(N-n)} \cdot (a - R_0) + b^{-(N-n)} \cdot (a^2 \cdot R_0 - a)}{b^N \cdot (a^2 - a \cdot R_0) + b^{-N} \cdot (a \cdot R_0 - 1)} \quad [12]$$

La réflectance et la transmittance sont deux cas particuliers des expressions [11] et [12] : $R = J(0)$ et $T = I(N)$

$$R = \frac{(a - R_0) \cdot b^N + a(a \cdot R_0 - 1) \cdot b^{-N}}{a(a - R_0) \cdot b^N + (a \cdot R_0 - 1) \cdot b^{-N}} \quad [13]$$

$$T = \frac{a^2 - 1}{a(a - R_0) \cdot b^N + (a \cdot R_0 - 1) \cdot b^{-N}} \quad [14]$$

PREMIERE HYPOTHESE

On pose $N=1$ et $R_0=0$. Il existe une relation entre R et T :

$$\frac{R}{a \cdot (b^1 - b^{-1})} = \frac{T}{a^2 - 1} = \frac{1}{a^2 \cdot b^1 - b^{-1}}$$

Soit
$$\frac{R}{b^1 - b^{-1}} = \frac{T}{a - a^{-1}} = \frac{1}{a \cdot b^1 - a^{-1} \cdot b^{-1}} \quad [15]$$

SECONDE HYPOTHESE

Si on divise l'expression [13] par b^N on obtient :

$$R = \frac{a - R_0 + a \cdot (a \cdot R_0 - 1) \cdot b^{-2N}}{a \cdot (a - R_0) + (a \cdot R_0 - 1) \cdot b^{-2N}} \quad [16]$$

quand $N \rightarrow \infty$ $R \rightarrow R_\infty = a^{-1}$

R_∞ est la réflectance atteinte quand la concentration en pigments tend vers l'infini.

$$\begin{aligned} [16] &\Rightarrow R(a \cdot (a - R_0) + (a \cdot R_0 - 1) \cdot b^{-2N}) = a - R_0 + a(a \cdot R_0 - 1) \cdot b^{-2N} \\ &\Rightarrow b^{-2N}(R(a \cdot R_0 - 1) - a \cdot (a \cdot R_0 - 1)) = a - R_0 - a \cdot R \cdot (a - R_0) \\ &\Rightarrow b^{-2N} = (a - R_0)(1 - a \cdot R) / (1 - a \cdot R_0)(R - a) \\ &\Rightarrow b^{-2N} = (1 - R_0 \cdot R_\infty)(R_\infty - R) / (R_\infty - R_0)(R \cdot R_\infty - 1) \end{aligned}$$

On peut négliger les doubles produits $R_0 \cdot R_\infty$ et $R \cdot R_\infty$ devant 1 compte tenu des faibles valeurs de R , R_0 et R_∞ .

$$[16] \Rightarrow b^{-2N} = (R_\infty - R) / (R_\infty - R_0)$$

Or $a = \ln b$

Donc
$$R = R_\infty + (R_0 - R_\infty) \cdot e^{-2aN} \quad [17]$$