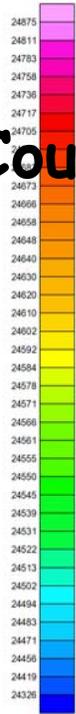
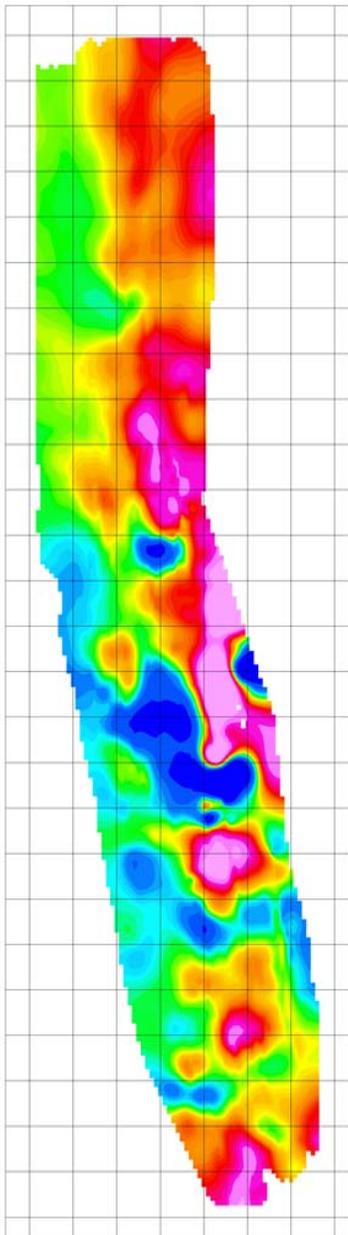


« Imageries gravimétrique et magnétique » Année 2007-2008

Cours des 26-11-2007 et 11-12-2007



[nT]

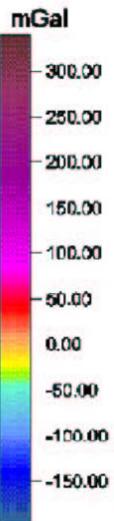
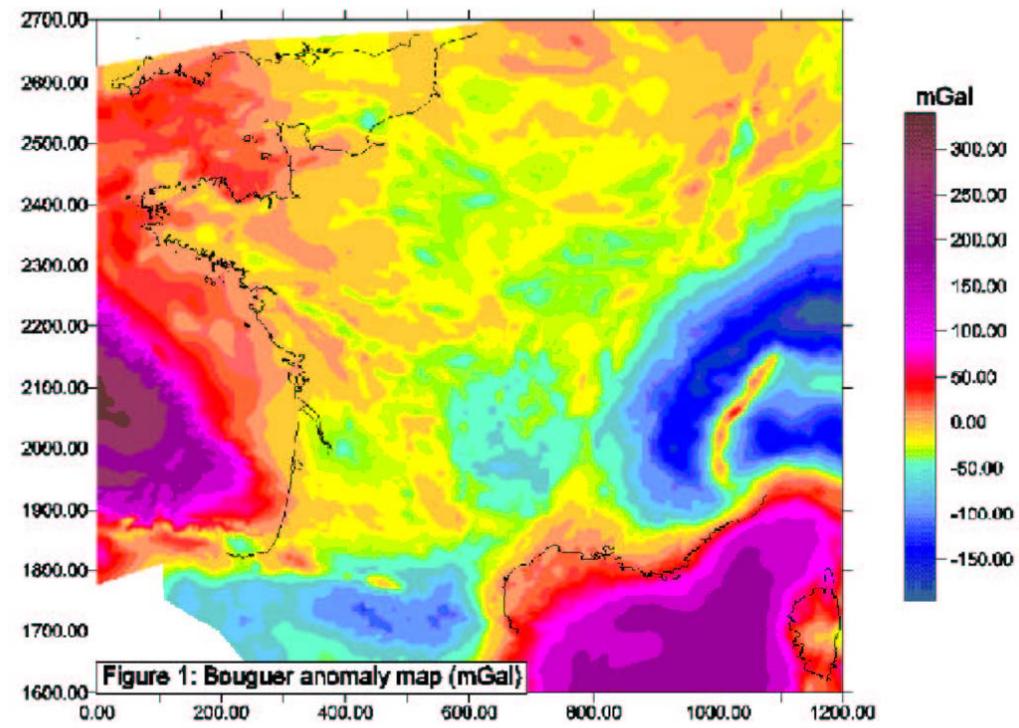
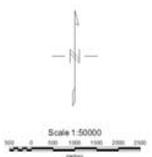


Figure 1: Bouguer anomaly map (mGal)

La gravimétrie consiste à mesurer, étudier et analyser les variations dans l'espace et dans le temps du champ de pesanteur de la Terre et des autres corps du système solaire.

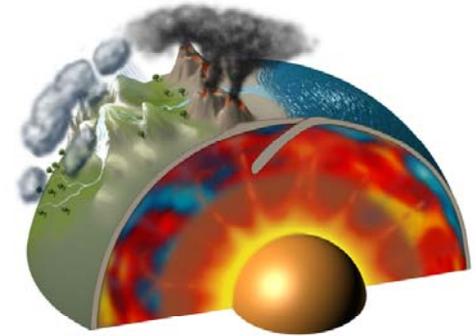
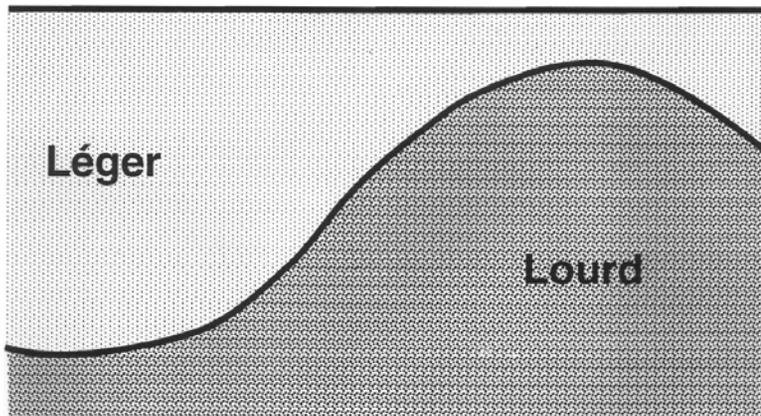
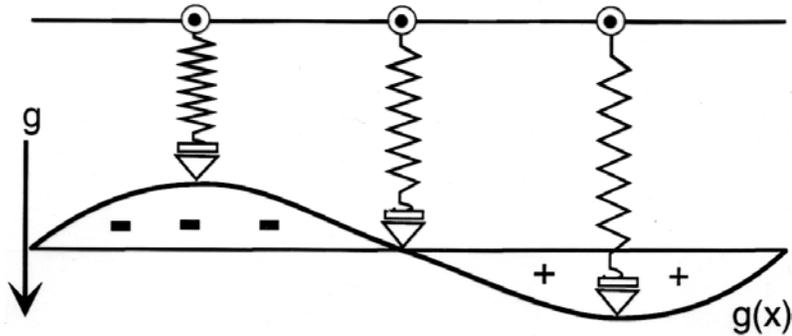
Elle est étroitement liée à la **géodésie**, qui a pour objet l'étude de la forme de la Terre et la mesure de ses dimensions.



La gravimétrie est une des disciplines fondamentales de la géophysique.

Son champ d'application couvre différents objectifs, parmi lesquels on peut citer :

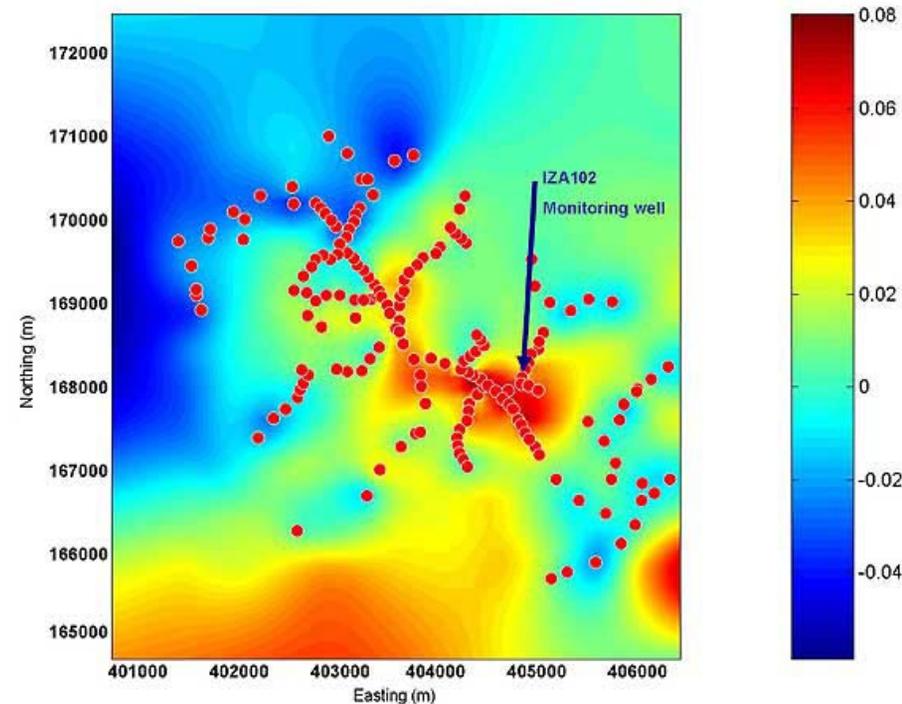
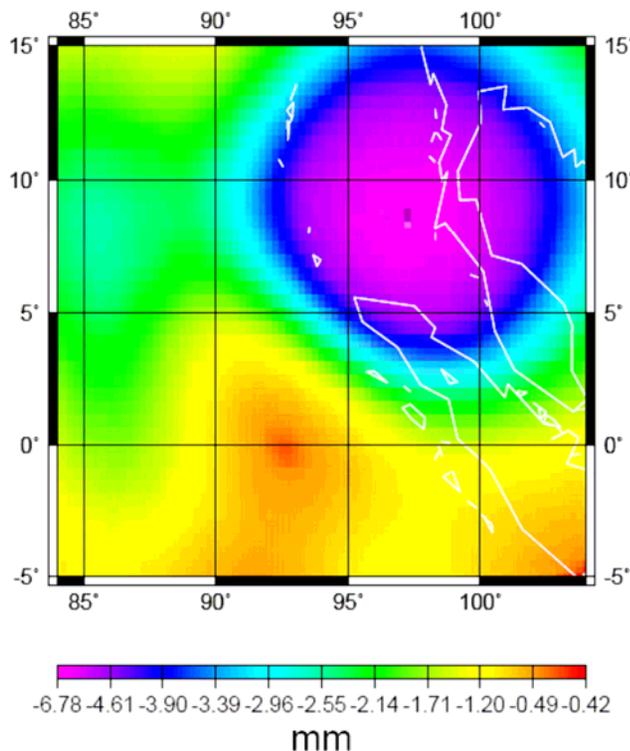
- ***L'étude de la structure interne à diverses échelles. En effet les anomalies de pesanteur s'expliquent par la présence d'hétérogénéités de masse dans le sous-sol, depuis la subsurface jusqu'au noyau !***



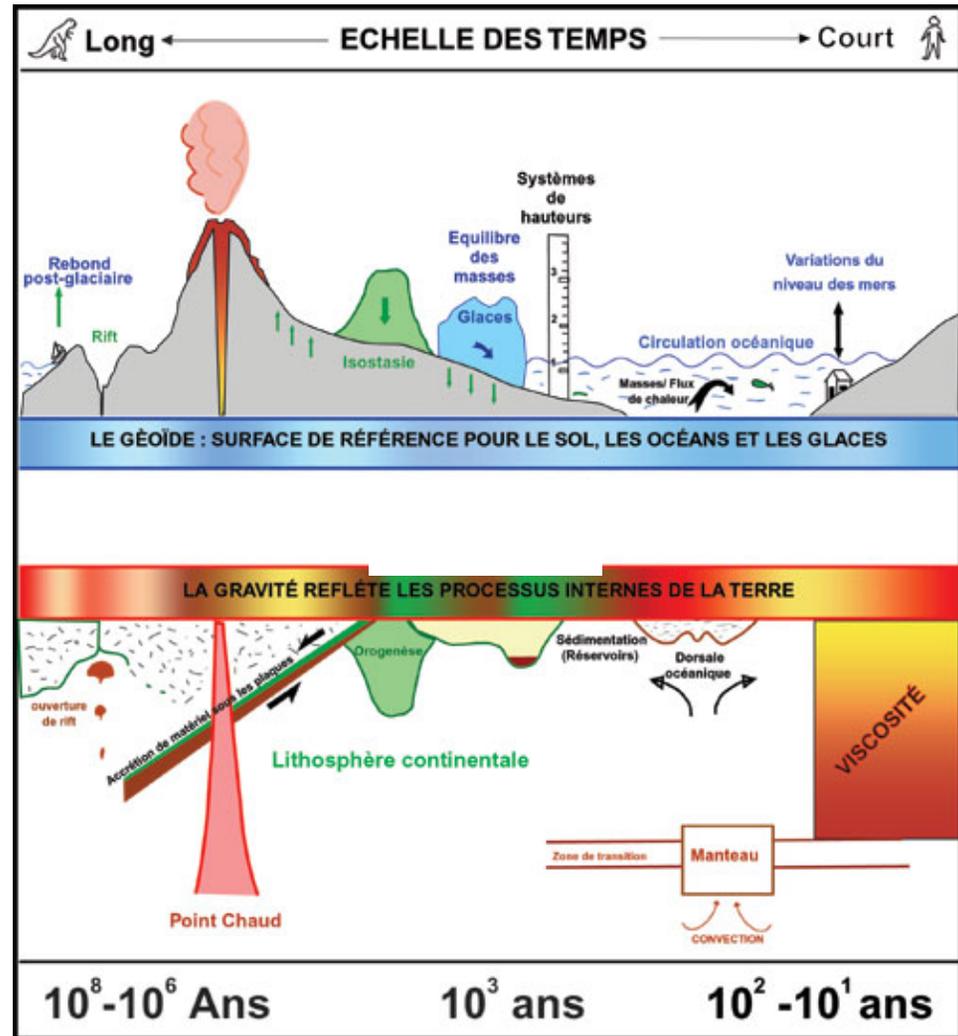
La gravimétrie est donc utilisée en géophysique appliquée et en physique du globe.

• **L'étude des variations temporelles de la pesanteur relève du domaine des marées terrestres, il s'agit des variations de la pesanteur dues principalement à l'action de la Lune et du Soleil sur le globe terrestre.**

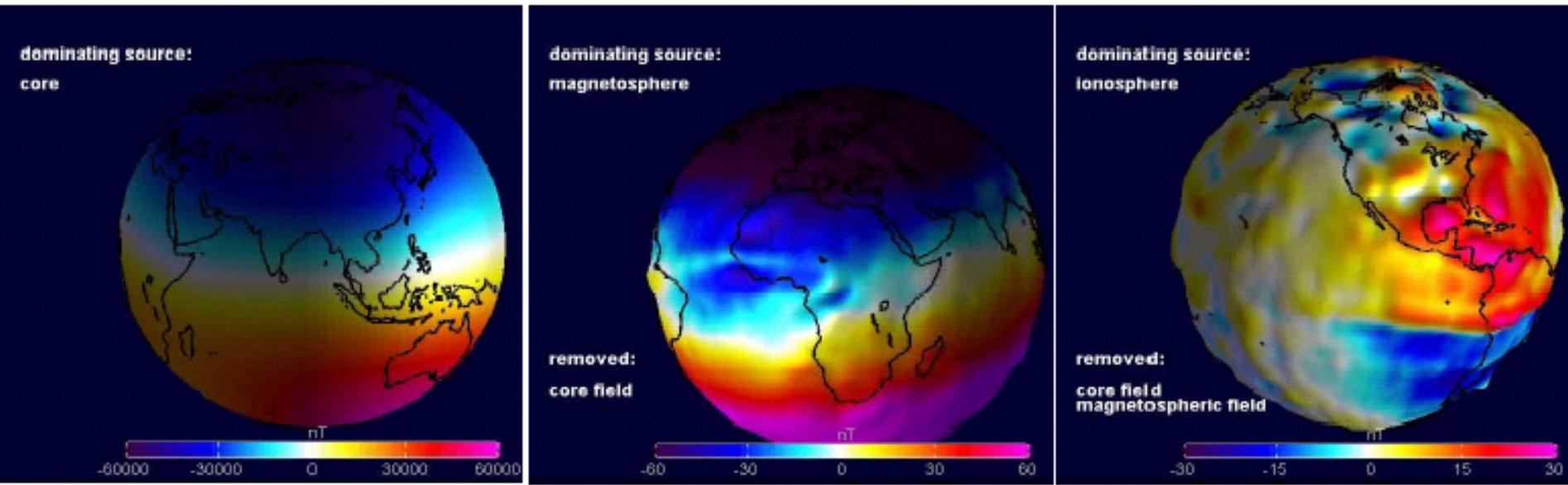
Depuis quelques années, on analyse également des variations temporelles de la pesanteur liées aux variations des masses dans le sous-sol (enveloppes fluides et autres) dans des études géodynamiques, hydrogéologiques ou volcanologiques...



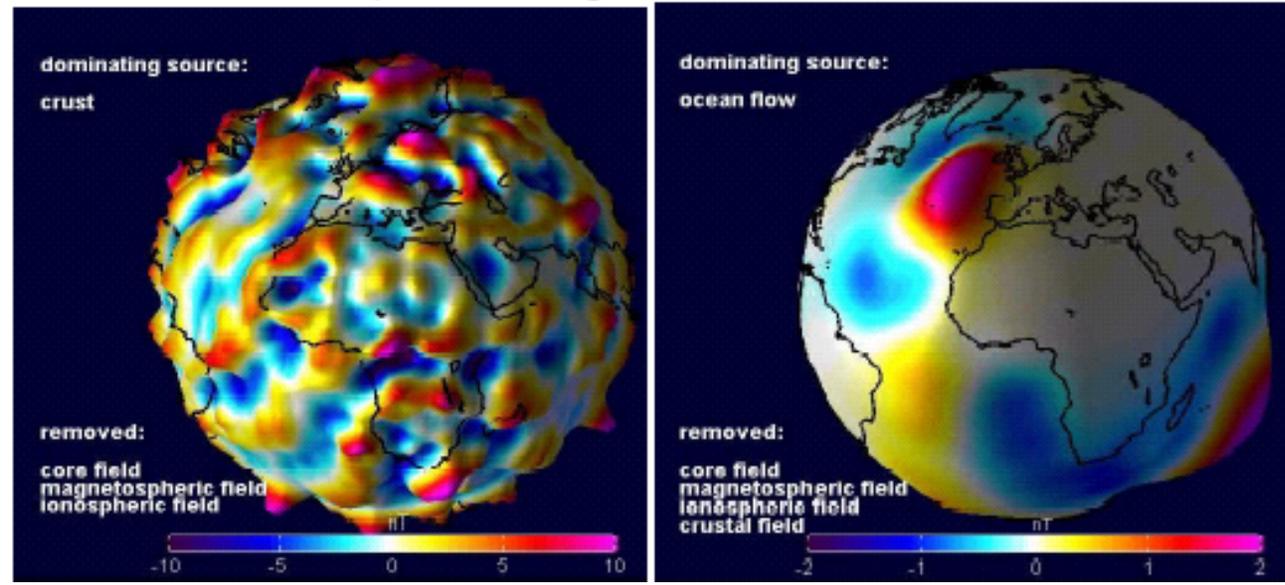
- **En métrologie,...**
- **Enfin, la connaissance du champ de pesanteur à la surface du globe est indispensable à de nombreuses applications de géodésie spatiale. Réciproquement, les connaissances sur la pesanteur de la Terre ont été considérablement accrues ces dernières années grâce aux données spatiales.**



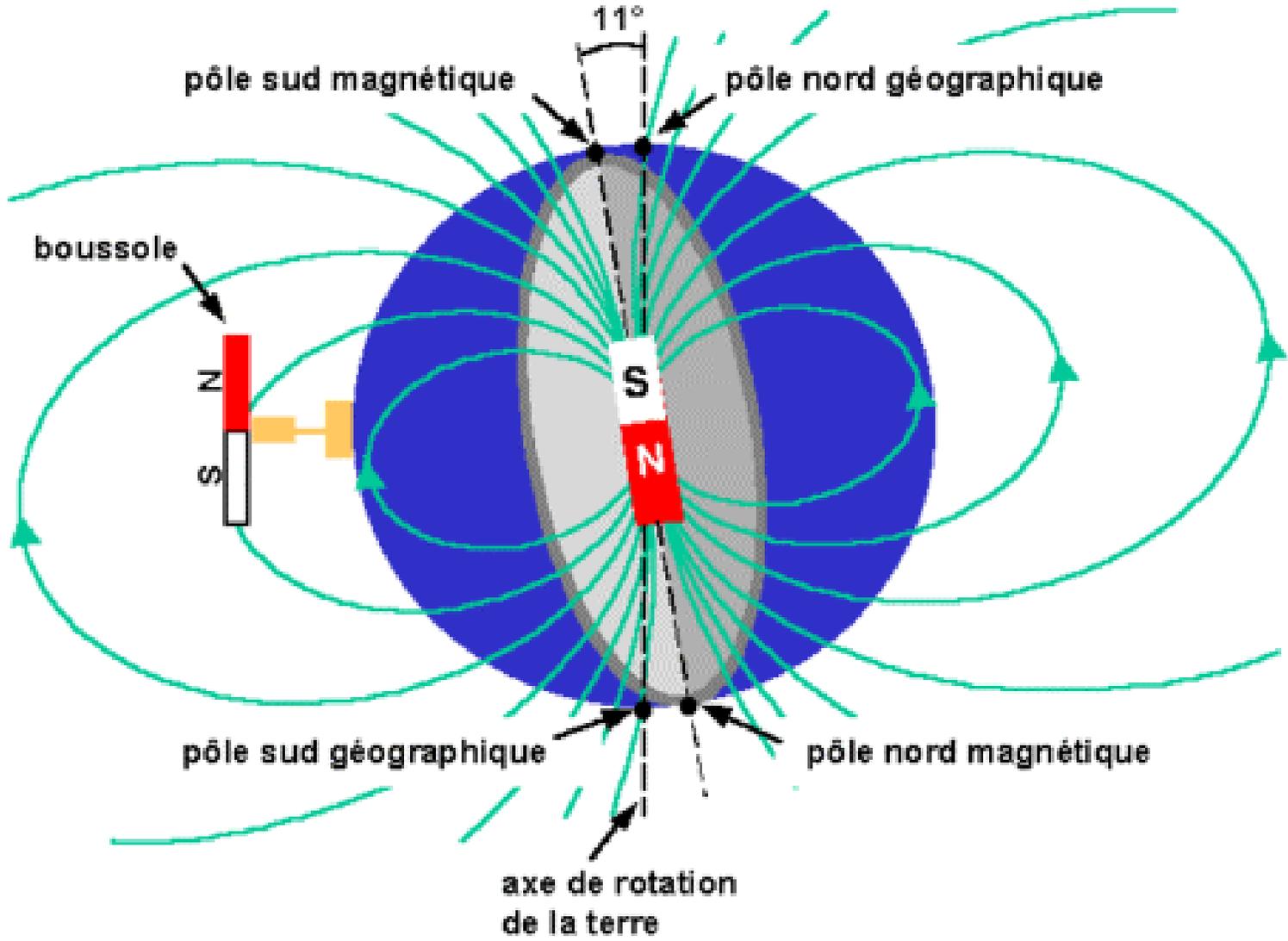
Le champ magnétique terrestre



Example of the signal of the source contributions

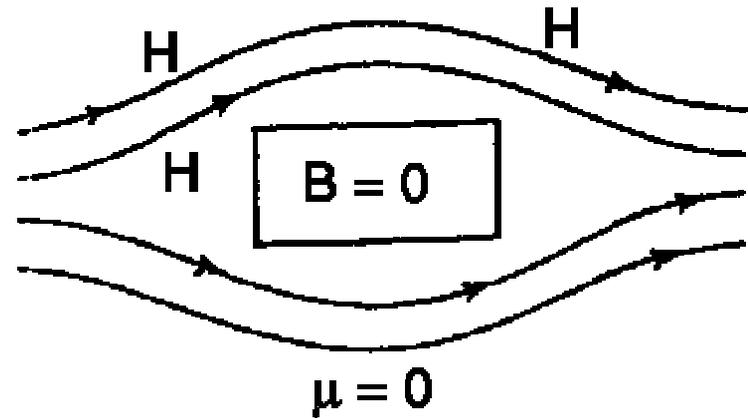


Le champ magnétique terrestre

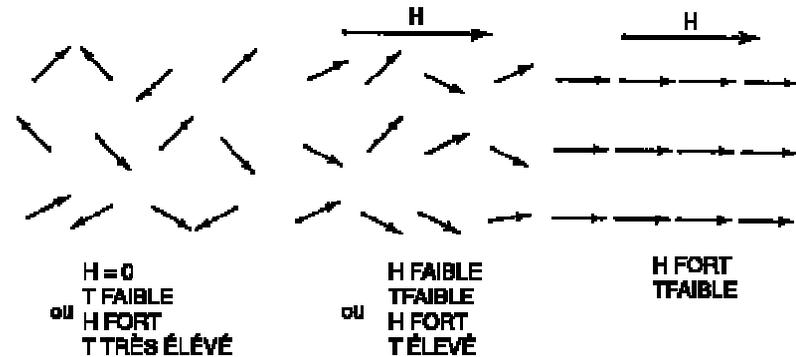


Les propriétés magnétiques

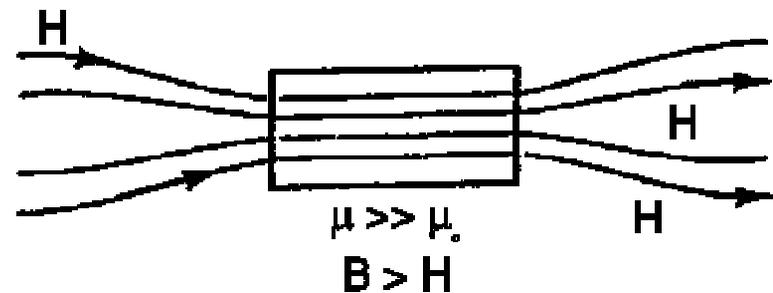
Le diamagnétisme ($k < 0$)



Le paramagnétisme ($k > 0$)



Le ferromagnétisme



Some Diamagnetic Minerals

Mineral	Susc., <u>SI</u> *
quartz	-6.3E-6
calcite	-4.8E-6
halite	-6.5E-6
galena	-4.3E-6
sphalerite	-3.3E-6

Some Paramagnetic Minerals

Mineral	Susc., <u>SI*</u>
fayalite	1.3E-3
pyroxene	9.2E-4
amphiboles	1.6-9.4E-4
biotite	6.7-9.8E-4
garnet	0.4-2.0E-3

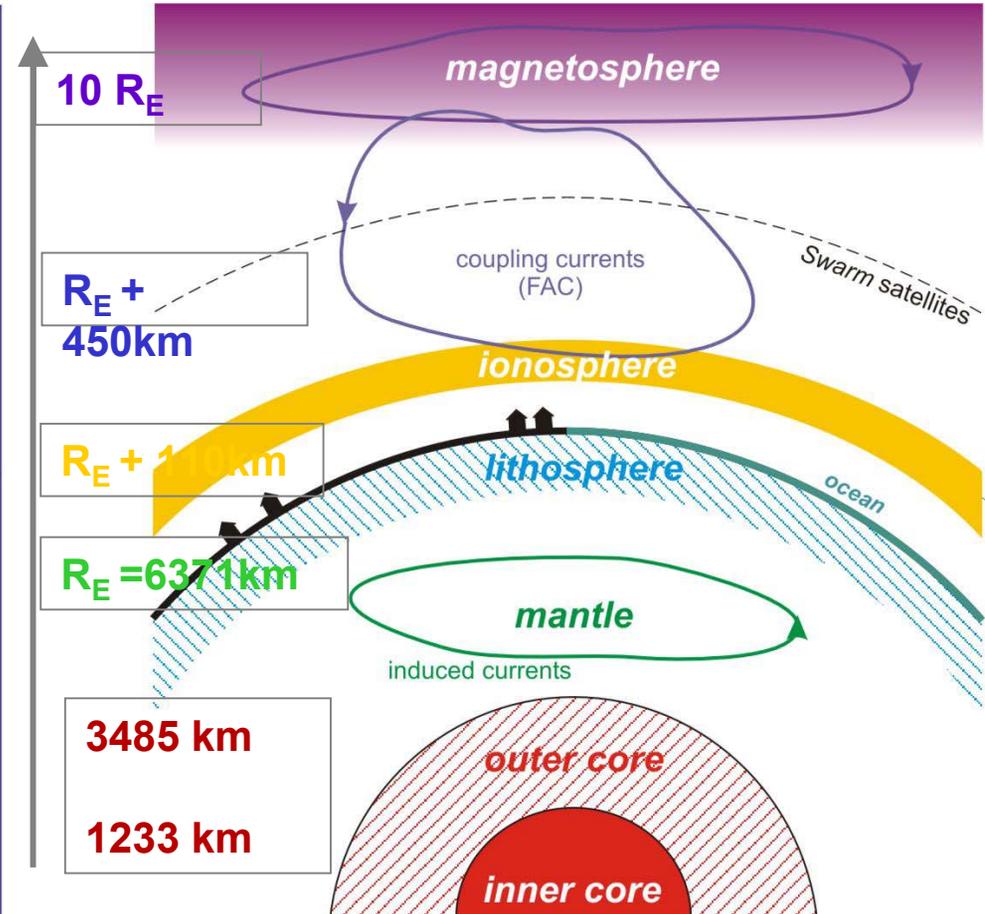
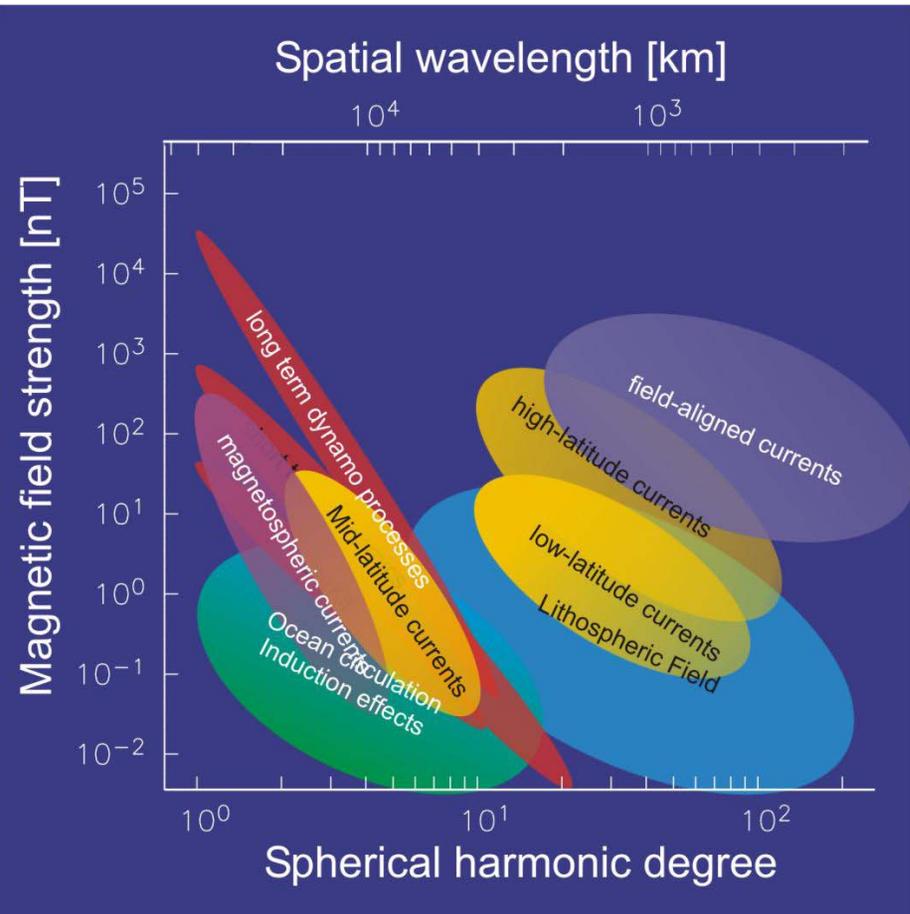
Table 3.2. *Magnetic susceptibilities of various minerals*

Type	Susceptibility $\times 10^6$ emu Range	Average	Type	Susceptibility $\times 10^6$ emu Range	Average
Graphite		-8	Siderite	100-310	
Quartz		-1	Pyrite	4-420	130
Rock salt		-1	Limonite		220
Anhydrite, Gypsum		-1	Arsenopyrite		240
Calcite	-0.6- -1		Hematite	40-3000	550
Coal		2	Chromite	240-9400	600
Clays		20	Franklinite		36,000
Chalcopyrite		32	Pyrrhotite	$10^2-5 \times 10^3$	125,000
Sphalerite		60	Ilmenite	$2.5 \times 10^4-$	
Cassiterite		90		3×10^5	1.5×10^5
			Magnetite	$10^5-1.6 \times 10^6$	5×10^5

Table 3.1. *Magnetic susceptibilities of various rocks*

Type	Susceptibility $\times 10^6$ emu Range	Average	Type	Susceptibility $\times 10^6$ emu Range	Average
Sedimentary			Igneous		
Dolomite	0-75	10	Granite	0-4000	200
Limestones	2-280	25	Rhyolite	20-3000	
Sandstones	0-1660	30	Dolerite	100-3000	1400
Shales	5-1480	50	Augite-Syenite	2700-3600	
Av. Var. Sed. (48)	0-4000	75	Olivine-Diabase		2000
Metamorphic			Diabase	80-13,000	4500
Amphibolite		60	Porphyry	20-16,700	5000
Schist	25-240	120	Gabbro	80-7200	6000
Phyllite		130	Basalts	20-14,500	6000
Gneiss	10-2000		Diorite	50-10,000	7000
Quartzite		350	Pyroxenite		10,500
Serpentine	250-1400		Peridotite	7600-15,600	13,000
Slate	0-3000	500	Andesite		13,500
Av. Var. Met (61)	0-5800	350	Av. acid Ign.	3-6530	650
			Av. basic Ign.	44-9710	2600

Les échelles spatiales : Les différentes contributions :



(Friis-Christensen et al., 2004)

Quelques ouvrages et sites ouaibes

- ***Potential theory in gravity & magnetic applications***, R. Blakely, Cambridge University Press, 1995
- ***Applied Geophysics***, Telford, Geldart & Sheriff, Cambridge Uni. Press, 1990.
- ***Fundamentals of Geophysics***, W. Lowrie, Cambridge Uni. Press, 1997.
- ***Géophysique***, J. Dubois & M. Diament, Dunod, 2005.

<http://ganymede.ipgp.jussieu.fr/frog/> (site FROG)

<http://www-projet.cnes.fr:8110/> (bureau gravimétrique international)

http://www.cours.polymtl.ca/glq3201/notes_de_cours.htm (note de cours de M. Chouteau, Canada)

II – Imagerie gravimétrique

II-1 Introduction

II-2 Le champ et le potentiel de pesanteur, géoïde et ellipsoïde

II-3 La pesanteur normale

II-4 Les mesures du champ de pesanteur et de ses variations (mesures absolues, relatives, sur des plateformes mobiles, dans des puits, par satellite), les réseaux de base (IGSN71)

II-5 Corrections et anomalies gravimétriques (de la mesure à la carte d'anomalie de Bouguer résiduelle)

II-6 Résolution et bruit

Gravimétrie

- Qu'est-ce que la gravimétrie ?

=> étude du champ de pesanteur terrestre

- Que mesure t-on ?

=> on mesure g , l'accélération de la pesanteur ou gravité
($g=9.81\text{m/s}^2=980\text{ gal}$)

- Quelles sont ses applications ?

=> variations temporelles

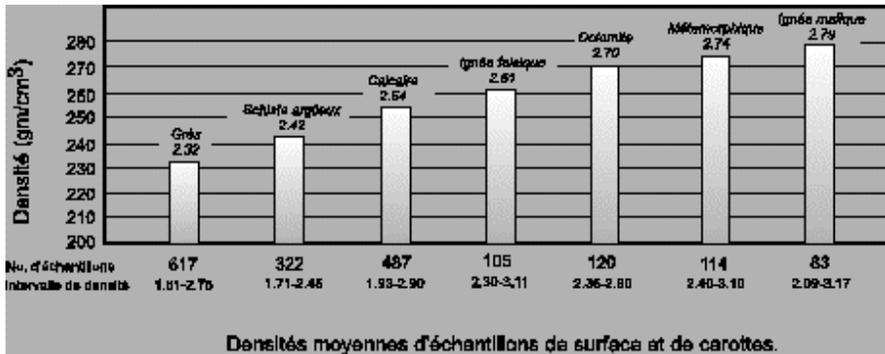
- ex:
- 1- étude des marées terrestres
 - 2- volcanisme, monitoring de réservoir

=> variations spatiales

- ex:
- 1- prospection / imagerie sous-sol
 - 2- indirectement, contrainte pour modélisations (mécanique, thermo-pétrologie...)
 - 3- applications globales (forme de la Terre, orbitographie, balistique...) - géodésie

- Ses avantages : non-destructif - peu coûteux - multi-échelle
- Ses inconvénients : non-unicité des sources

Les densités des roches



grès ~2.3



Ignée mafique ~2.8

Pour les modélisations à l'échelle crustale: $\rho_c = 2.67$

$\rho_o = 2.9$

$\rho_m = 3.35$

Eau pure 1

Sable « sec » 1,4 à 1,65

Sable « humide » 1,9 à 2,05

Sel 2,1 à 2,4

Marnes 2,1 à 2,6

Calcaires 2,4 à 2,8

Granites 2,5 à 2,7

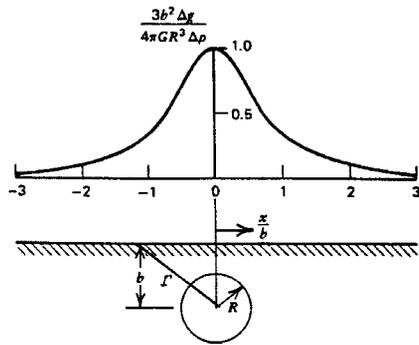
Basaltes 2,7 à 3,1

Fer 7,3 à 11,1

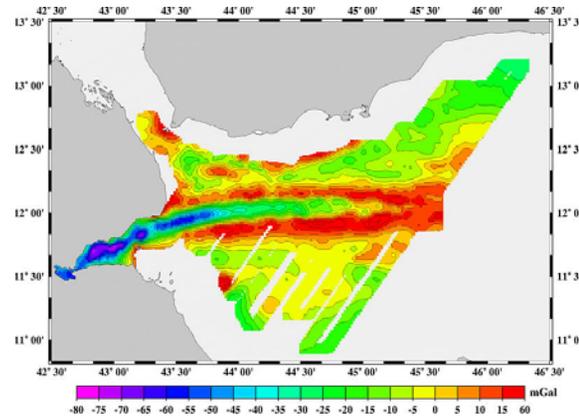
Or 15,6 à 19,4

Pétrole 0,6 à 0,9

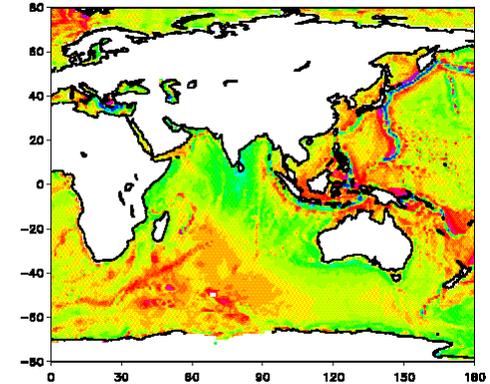
Variations spatiales du champ de pesanteur



LOCAL



REGIONAL



GLOBAL

- gravité liée à la densité des corps:

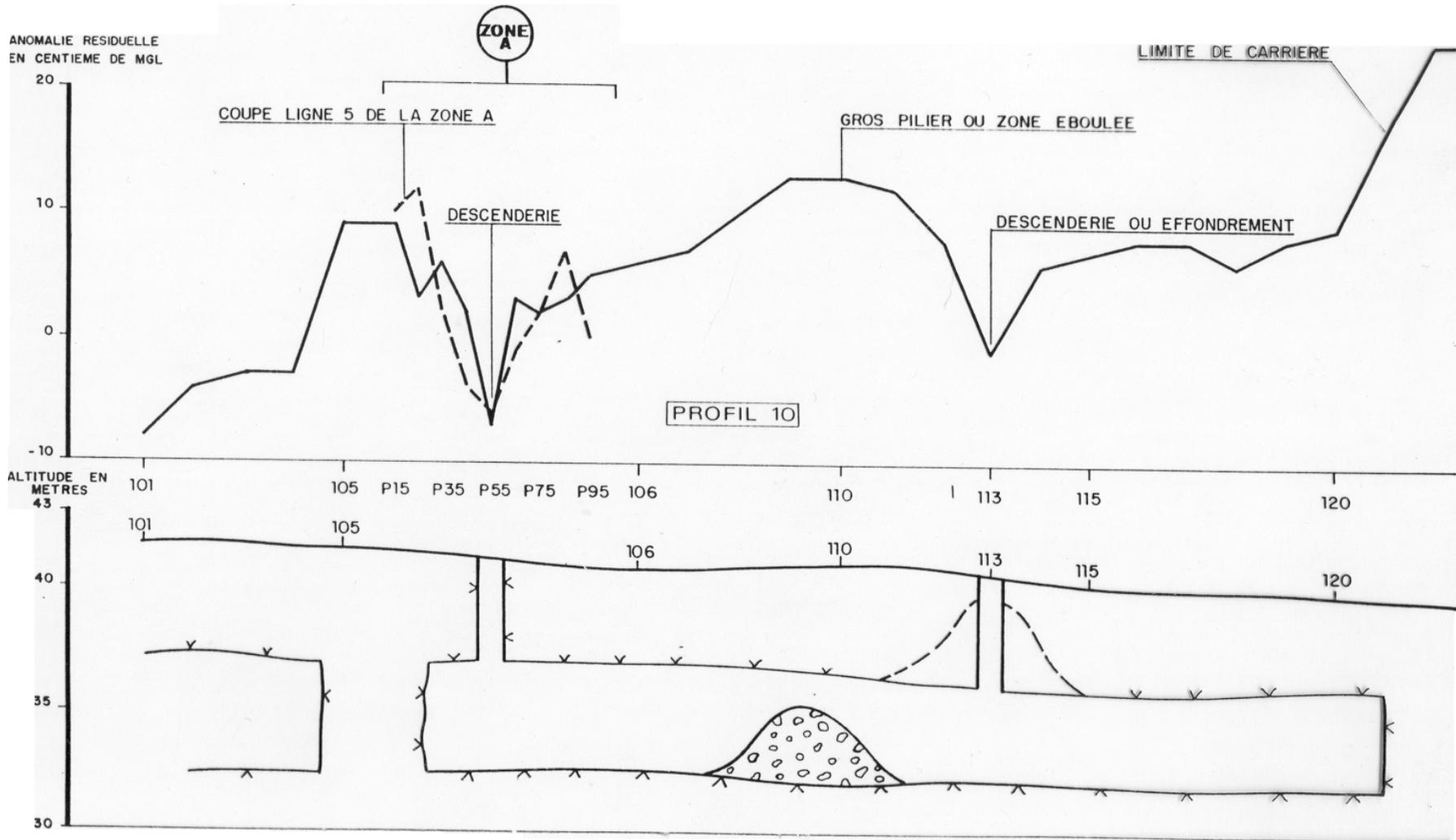
$$g = GM/r^2, \text{ où } M = \rho V \quad \rho \text{ est la masse volumique [kg/m}^3\text{]}$$

- hétérogénéités du sous-sol à différentes échelles,

VILLE DE CAEN

Etude des descenderies par gravimétrie

COUPES GRAVIMETRIQUES



SCHEMA D'INTERPRETATION

TGV. PARIS - LYON
Déblai de MASSILLY
OUVRAGE PK 9,127

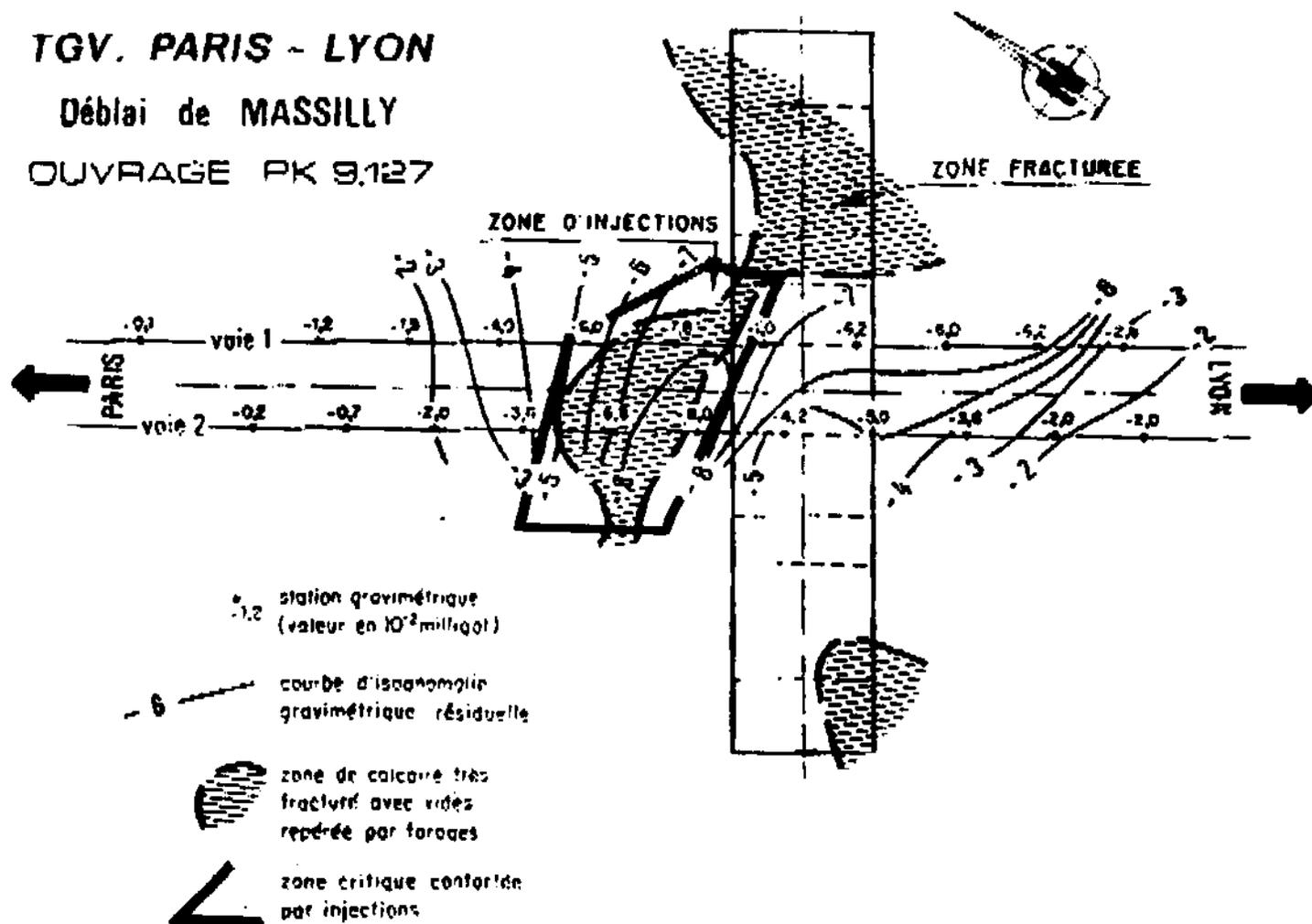
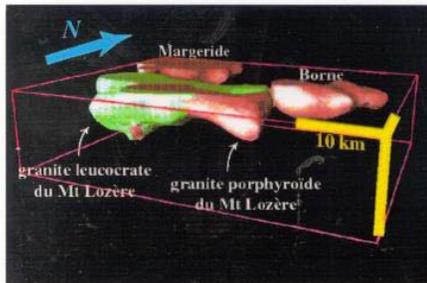
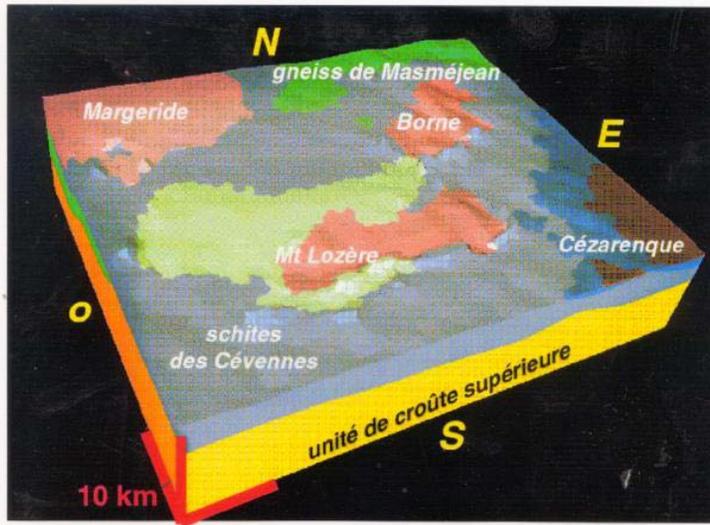
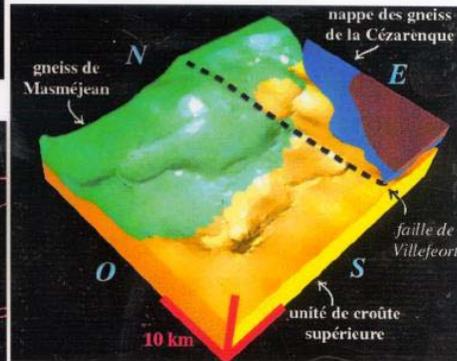
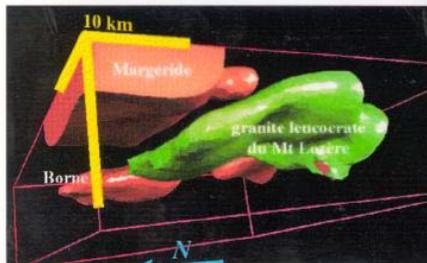


Fig. 15 : Ligne TGV Paris-Lyon - Déblai de Massilly - Repérage d'un réseau karstique à proximité d'un ouvrage, par microgravimétrie et traitement par injections.

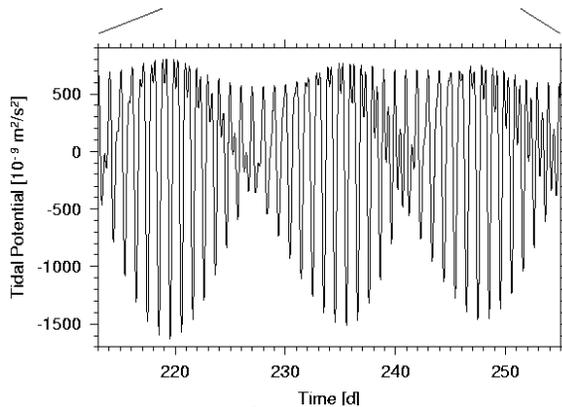


Le modèle 3-D du granite du M^t Lozère-Borne



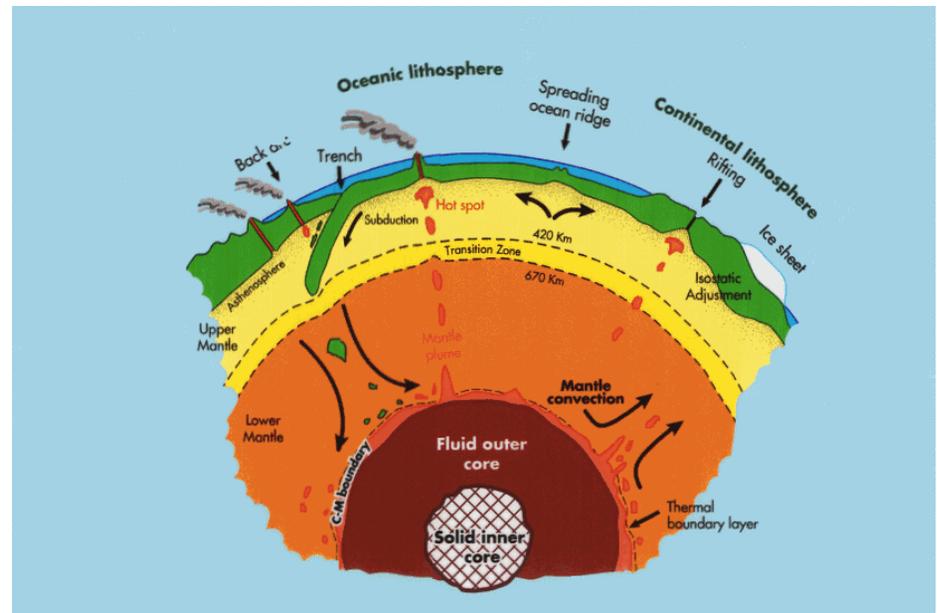
Variations temporelles du champ de pesanteur

marées gravimétriques terrestres (interactions Terre-Lune / Terre-Soleil),



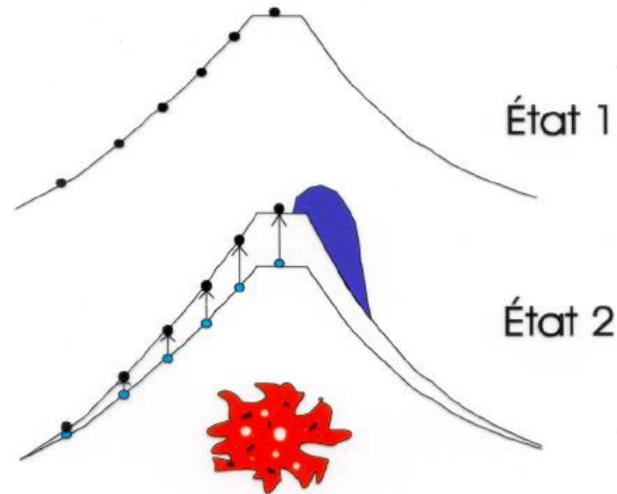
Mouvements de masses :

- mouvements internes lents
- (convections...),
- géodynamique de surface
- (volcanisme ...).
- Enveloppes fluides



Le dynamisme d'un volcan

Nous cherchons des évidences de
mouvements de masses
et de
variations de densité
liées à l'activité volcanique



$$\Delta g_{\text{mesuré}} = \Delta g_{\text{Déformation air-libre}} + \Delta g_{\text{Changement topographie}} + \Delta g_{\text{Changement volume}} + \Delta g_{\text{Changement densité}}$$

* Phénomènes mesurables ou modélisés:

- variations d'altitude des points

effet à l'air libre

changement de volume

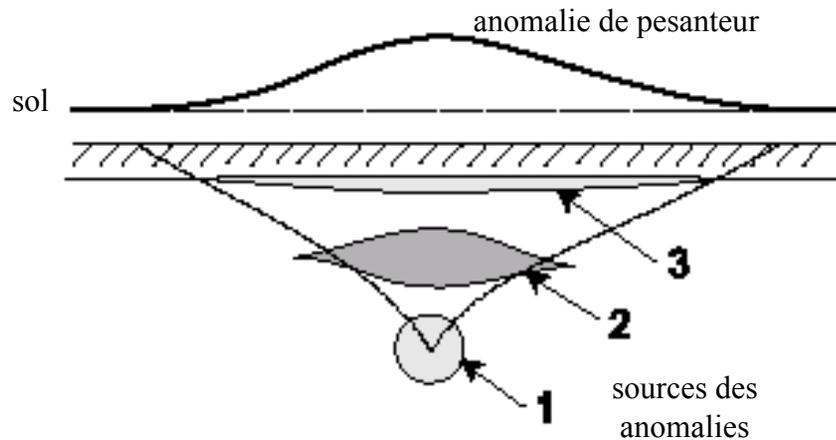
- changement de topographie

* Phénomènes déduits: processus internes

Quelques ordres de grandeur

- La pesanteur sur la Terre est de l'ordre de $9,80 \text{ m s}^{-2} = \langle g \rangle$
- Les variations en latitude (du pôle à l'équateur) et en altitude (des montagnes les plus élevées aux fosses océaniques) sont au maximum de $5 \cdot 10^{-3} \langle g \rangle$
- Les masses perturbatrices localisées dans la partie supérieure de la croûte, induisent des anomalies de l'ordre de $5 \cdot 10^{-5} \langle g \rangle$
- Celles situées dans la croûte inférieure ou dans le manteau créent des anomalies plus étendues atteignant $5 \cdot 10^{-4} \langle g \rangle$
- Les effets dus aux forces de marées atteignent $3 \cdot 10^{-7} \langle g \rangle$
- Les déplacements de masses à longues périodes de temps provoquent des effets très faibles, de l'ordre de $10^{-8} - 10^{-9} \langle g \rangle$

« Non-unicité » en gravimétrie



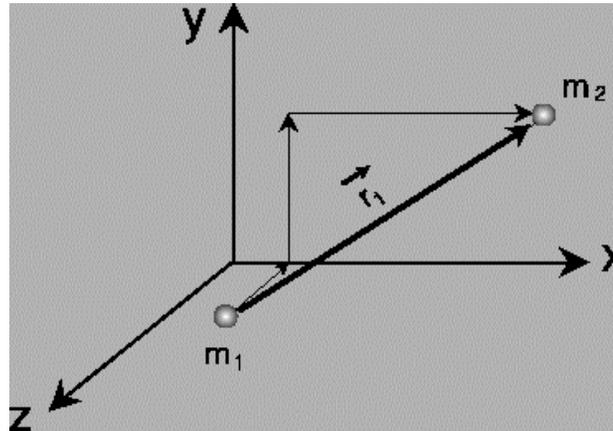
- À une anomalie de pesanteur peuvent correspondre plusieurs sources différentes.

Les paramètres mis en jeu sont :
profondeur / extension

- En utilisant des **informations indépendantes** et/ou en étudiant le **contenu spectral** du signal, on arrive à « réduire » cet effet.

Newton, 1689, « *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* »

Loi de l'attraction universelle:
action réciproque de 2 masses et force gravitationnelle



Deux particules de masse m_1 et m_2 séparées par une distance r sont attirées l'une vers l'autre par une force F telle que :

$$\vec{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r_1^3}\vec{r}_1$$

où F est la force appliquée sur la masse m_2 , le vecteur unitaire, r_1 , la distance entre les masses m_1 et m_2 , et G , la constante universelle de la gravité. r_1 et G sont données par:

$$[G] = [\text{force}] \cdot [\text{longueur}]^2 / [\text{masse}]^2 =$$

$$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} = \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

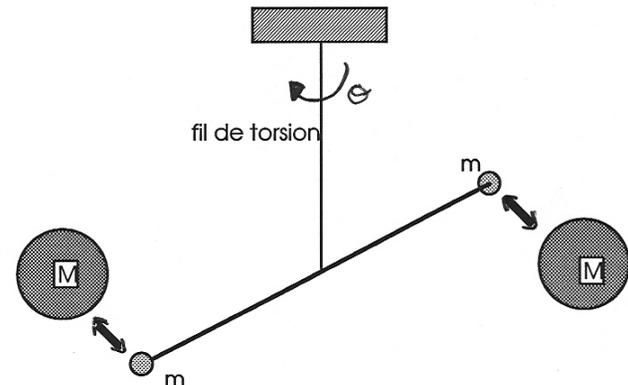
$$|\vec{r}_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \text{ SI}$$

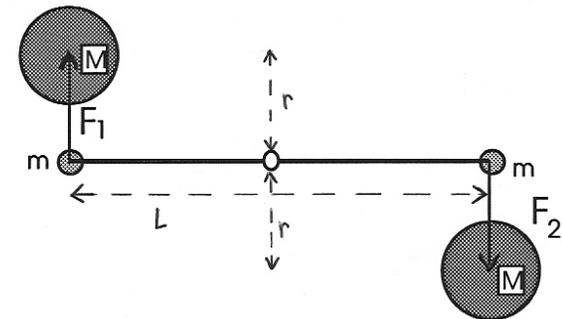
Détermination de G : l'expérience de Cavendish (1798)

la balance de torsion

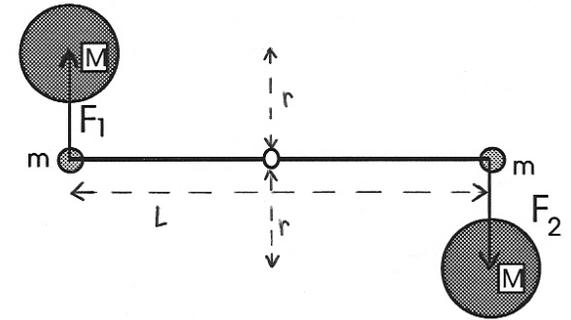
L'expérience consiste en un pendule suspendu au plafond par un fil. Le pendule est constitué d'une tige au bout de laquelle on place deux masses identiques (m). On approche deux grosses masses (M) des deux petites. Chacune des grosses masses exerce une attraction sur la petite masse la plus proche (on néglige l'effet sur la petite masse la plus lointaine), et provoque une rotation du pendule. Le fil de suspension va donc se tordre, jusqu'à ce que la force de torsion équilibre les forces gravitationnelles. Le pendule va donc se stabiliser à un certain angle de rotation du fil.



Vu du dessus, on définit les dimensions : L est la longueur du pendule, r est la distance à laquelle on approche les masses M des bouts des pendules représentés par les masses m . F est la force gravitationnelle entre M et m .



Détermination de G : l'expérience de Cavendish



les forces gravitationnelles F_1 et F_2 valent : $F_1 = F_2 = F = \frac{GMm}{r^2}$ où r est la distance entre la grosse et la petite masse.

Le couple gravitationnel vaut donc : $L.F = \frac{GMm.L}{r^2}$

Et le couple de torsion du pendule vaut : $C. \theta$

à l'équilibre, les deux couples s'annulent : $\frac{GMm.L}{r^2} = C$. ce qui donne G .

Une fois G connue, on en déduit la masse et la densité de la Terre. Sachant que la force d'attraction à la surface vaut environ $F = 10 \text{ m/s}^2$ (valeur donnée par la mesure de la vitesse de la chute des corps), on peut poser :

$R_{\text{Terre}} = 6400 \text{ km}$, on trouve :

$$M_{\text{Terre}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$F = \frac{GM_{\text{Terre}}}{R_{\text{Terre}}^2}$$

et surtout : $\rho_{\text{Terre}} = 5500 \text{ kg/m}^3$

La densité des roches que l'on trouve à la surface de la Terre est de l'ordre de 3300 kg/cm^3

=> cette mesure met en évidence la présence de matière cachée plus dense dans la Terre. C'est bien sur son noyau (constitué principalement de fer).

Sur TERRE:

Il faut appliquer une force F à une masse m pour lui faire subir une accélération a :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

L'accélération d'une masse m à la surface du sol s'exprime donc par : $\vec{a} = -\frac{GM_T}{R_T^2} \vec{r} = \vec{g}$

- M_T est la masse de la terre (5.977×10^{24} kg)
- R_T le rayon moyen de la terre (6370 km).

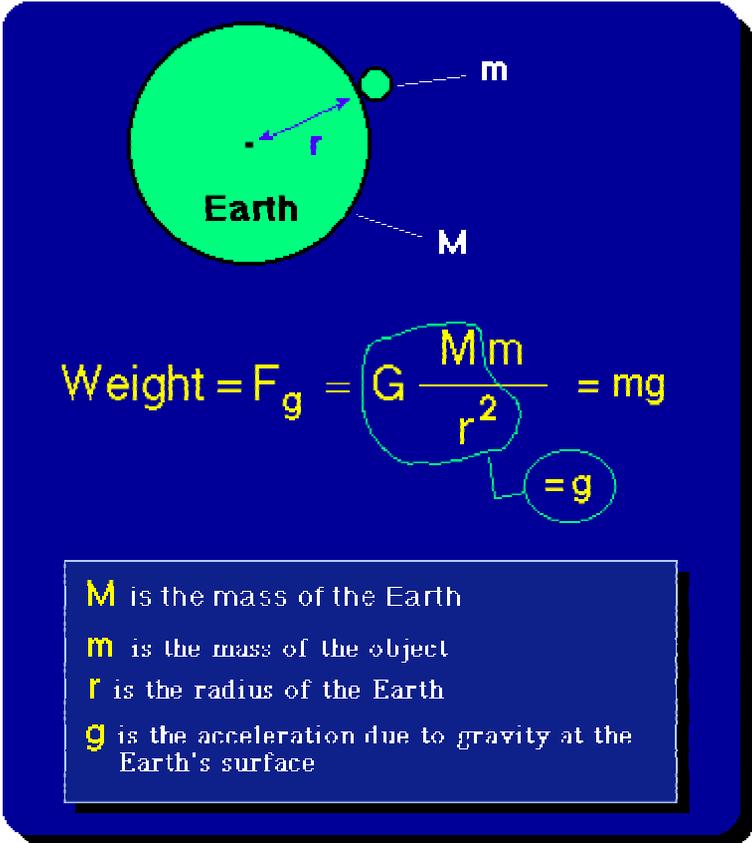


Diagram illustrating the forces acting on a mass m near the Earth's surface. The Earth is represented by a large green circle with mass M and radius r . A smaller green circle represents the mass m . The distance between the center of the Earth and the mass m is labeled r .

Weight = $F_g = G \frac{Mm}{r^2} = mg$

M is the mass of the Earth
 m is the mass of the object
 r is the radius of the Earth
 g is the acceleration due to gravity at the Earth's surface

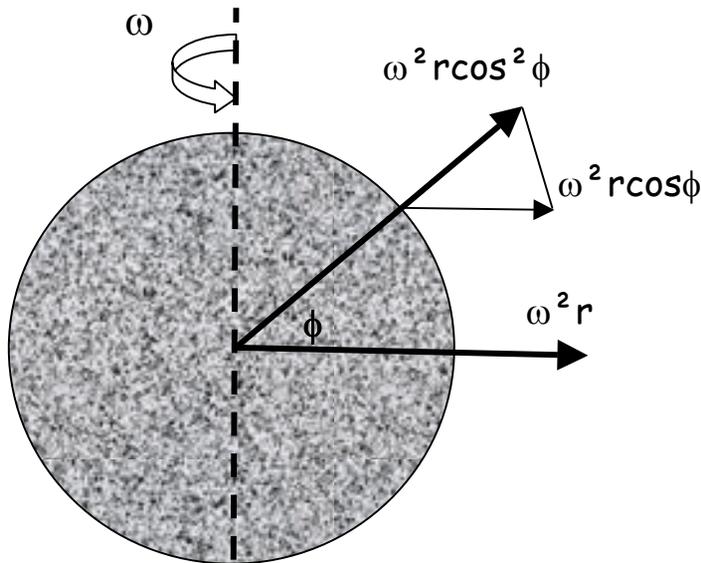
• $g = GM/r^2$ est la gravité ou accélération de la gravité et vaut en moyenne 9.81 m/s^2

• $G = 6.672 \cdot 10^{-11}$ [S.I.] (cte de gravitation)

• si Terre sphérique et homogène, alors gravité à sa surface est constante.

En réalité, Terre aplatie aux pôles (rotation sur elle-même).

Accélération de la pesanteur = gravité + Accélération centrifuge



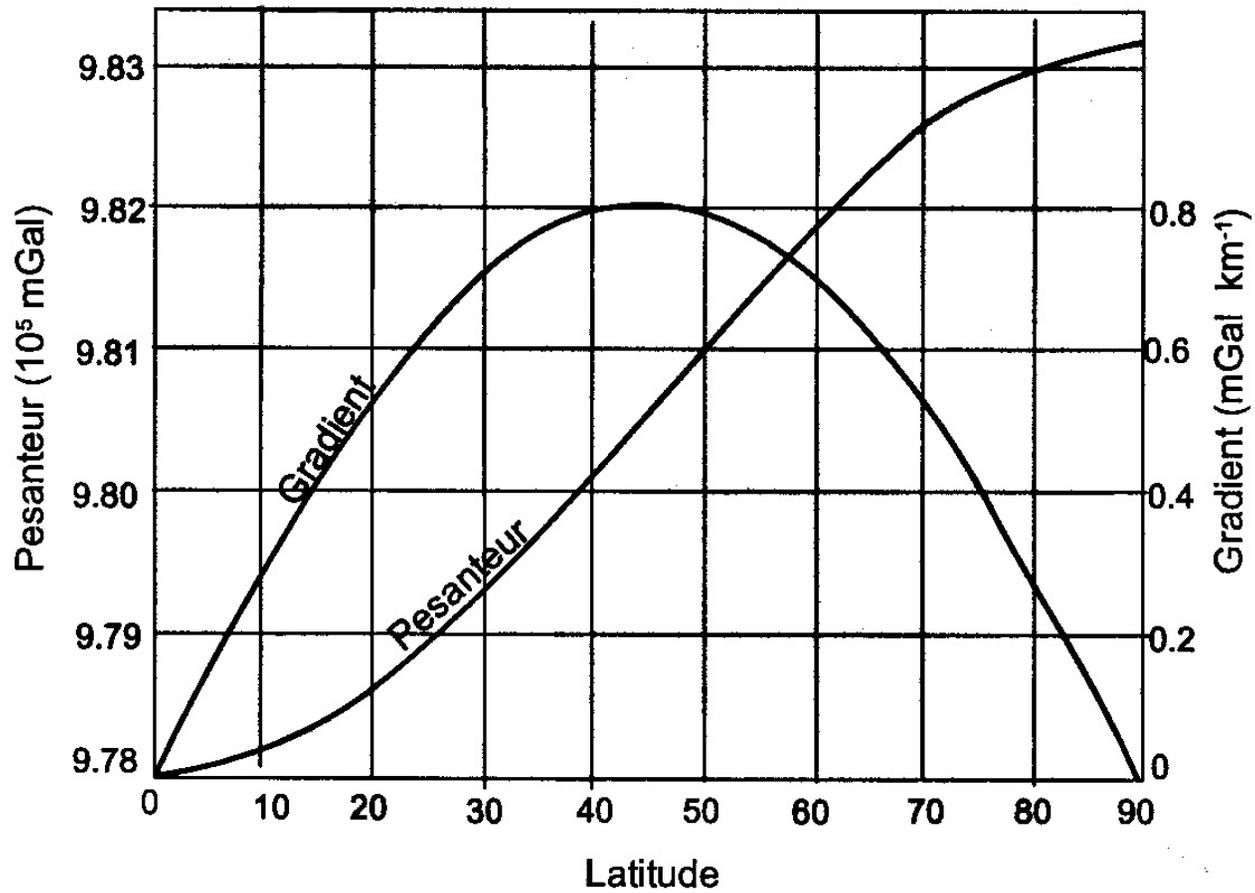
• gravité = attraction newtonienne de l'ensemble des masses de la Terre qui crée l'accélération gravitationnelle

• + acc. Centrifuge = accélération due à la rotation de la Terre

$\omega = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$ soit $V = \omega r = 1700 \text{ km.s}^{-1}$ à l'équateur

• rotation \Rightarrow aplatissement \Rightarrow pesanteur varie entre environ 9.78 (équateur) et 9.83 m/s^2 (pôle)

• unité commune : 1 mGal = 10^{-5} m/s^2



Les unités

- Gal (Gal)

En l'honneur de Galilée, on a nommé l'unité d'accélération gravitationnelle le **gal** avec :

$$1 \text{ gal} = 1 \text{ cm/s}^2 = 10^{-2} \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ mgal} = 10^{-3} \text{ gal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

- dans le Système International d'Unités SI.

L'unité gravimétrique est alors le μms^{-2} .tel que: $1 \mu\text{ms}^{-2} = 10^{-6} \text{ ms}^{-2}$

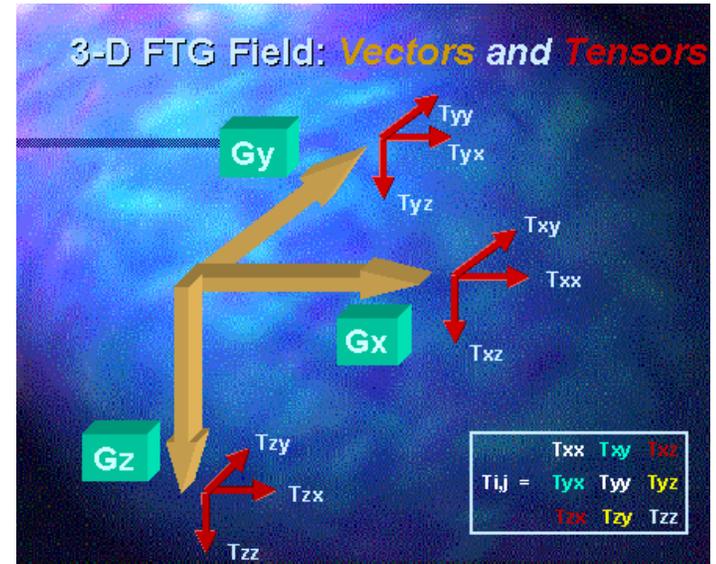
- Variations dues aux hétérogénéités de densités, montagnes, rides etc... vont de ***x1 à x 100 milligals***.

- La précision d'un gravimètre d'exploration $\sim 0.01 \text{ mgal}$ (10^{-7} m/s^2).

- Les gravimètres pour les études géodynamiques ou géotechniques sont sensibles à mieux que 10^{-8} m/s^2 , environ le milliardième de g .

Les unités

Eötvös (E) (Eötvös †1919)



- mesure le taux de variation, ou gradient de g avec la distance horizontale.
- 1 *Eötvös* = 10^{-7} Gal par mètre ou 10^{-4} Gal par kilomètre.
- Unités SI: *Eötvös* = 10^{-9} par seconde carré (s^{-2}).
- La composante dominante est le gradient vertical T_{zz} , d' ~ 3000 E à la surface terrestre (variations de gravité $\sim 3 \cdot 10^{-6} m/s^2$ par mètre d'élévation).

Le potentiel gravitationnel

• L'accélération de la pesanteur est un **champ vectoriel** qui dérive d'un **potentiel scalaire**

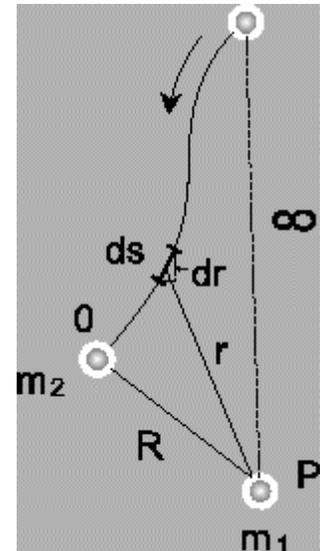
• Le champ gravitationnel est un champ CONSERVATIF, c'est à dire que le travail fourni pour déplacer une masse dans ce champ est INDÉPENDANT du chemin parcouru. Il n'est fonction que des points de départ et d'arrivée.

Donc, si on revient au point de départ, la dépense énergétique est nulle.

• La force qui engendre un champ conservatif peut être dérivée de la fonction scalaire du potentiel par:

$$\nabla U = \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m_2}$$

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}$$



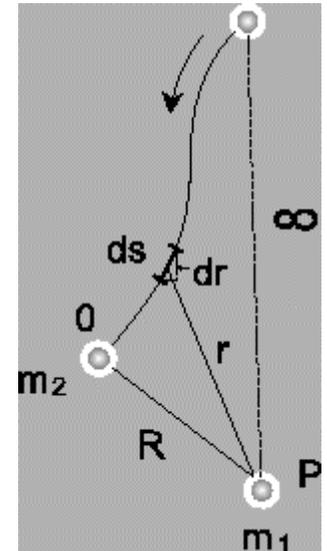
Le potentiel gravitationnel

• L'équation du potentiel nous donne donc (m_2 : masse unité) :

$$U = \int_{\infty}^R \vec{g} \cdot \vec{r} dr = -Gm_1 \int_{\infty}^R \frac{dr}{r^2} = Gm_1 \left[\frac{1}{r} \Big|_{\infty}^R \right] = \frac{Gm_1}{R}$$

• S'il y a plusieurs masses:

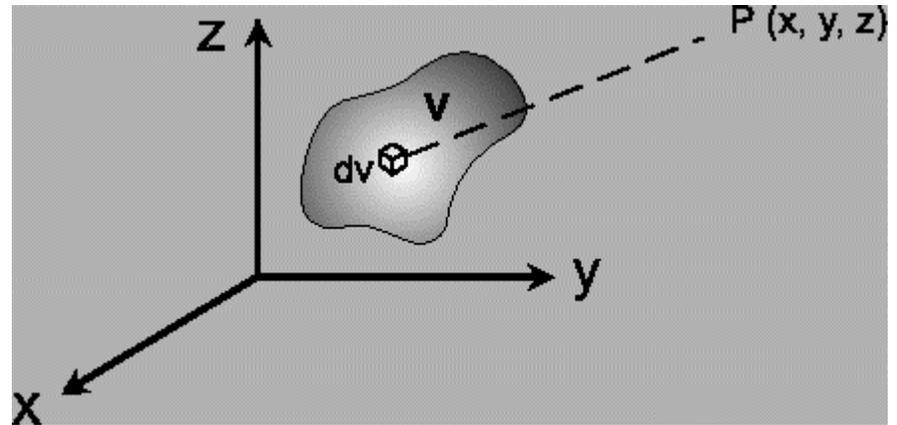
$$U = \sum_{i=1}^N U_i = G \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{R_i}$$



Le potentiel gravitationnel

• Si l'on a une distribution continue de masse dans un volume V extérieur au point, le potentiel U au point P est :

$$U = G \int_V \frac{\rho}{r} dv$$



ρ est la densité (g/cm^3) et dv l'élément de volume (cm^3).

L'équation de Laplace

• On a vu que le champ \vec{g} dérive d'un potentiel U i.e. : $\vec{g} = -\text{grad}(U)$

• La divergence du champ de gravité est nulle

La divergence en coordonnées sphériques:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot u_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (u_\varphi)$$

Si g est radial (Gm/r^2), on obtient:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{GM}{r^2}) + 0 + 0 = 0$$

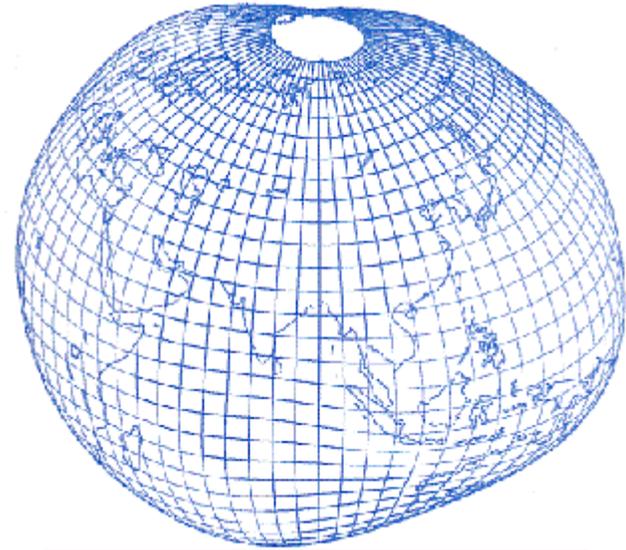
$$\text{div } \mathbf{g} = 0 \Leftrightarrow \text{div}(\text{grad}(U)) = 0 \Leftrightarrow \text{Laplacien}(U) = 0$$

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

• Le potentiel de gravité est donc un champ scalaire à Laplacien nul.

➔ On pourra donc l'exprimer sur la base des harmoniques sphériques

L'aplatissement de la Terre



$R_c = 6357 \text{ km}, R_e = 6378 \text{ km}.$

- tout élément terrestre est soumis à deux forces qui s'opposent :
 - 1/ la gravité (vers le centre de la Terre),
 - 2/ la force centrifuge (perpendiculaire à l'axe de rotation).
- si Terre est un fluide, sa forme est celle d'un ellipsoïde
- en réalité, hétérogénéités internes => déformation de la planète

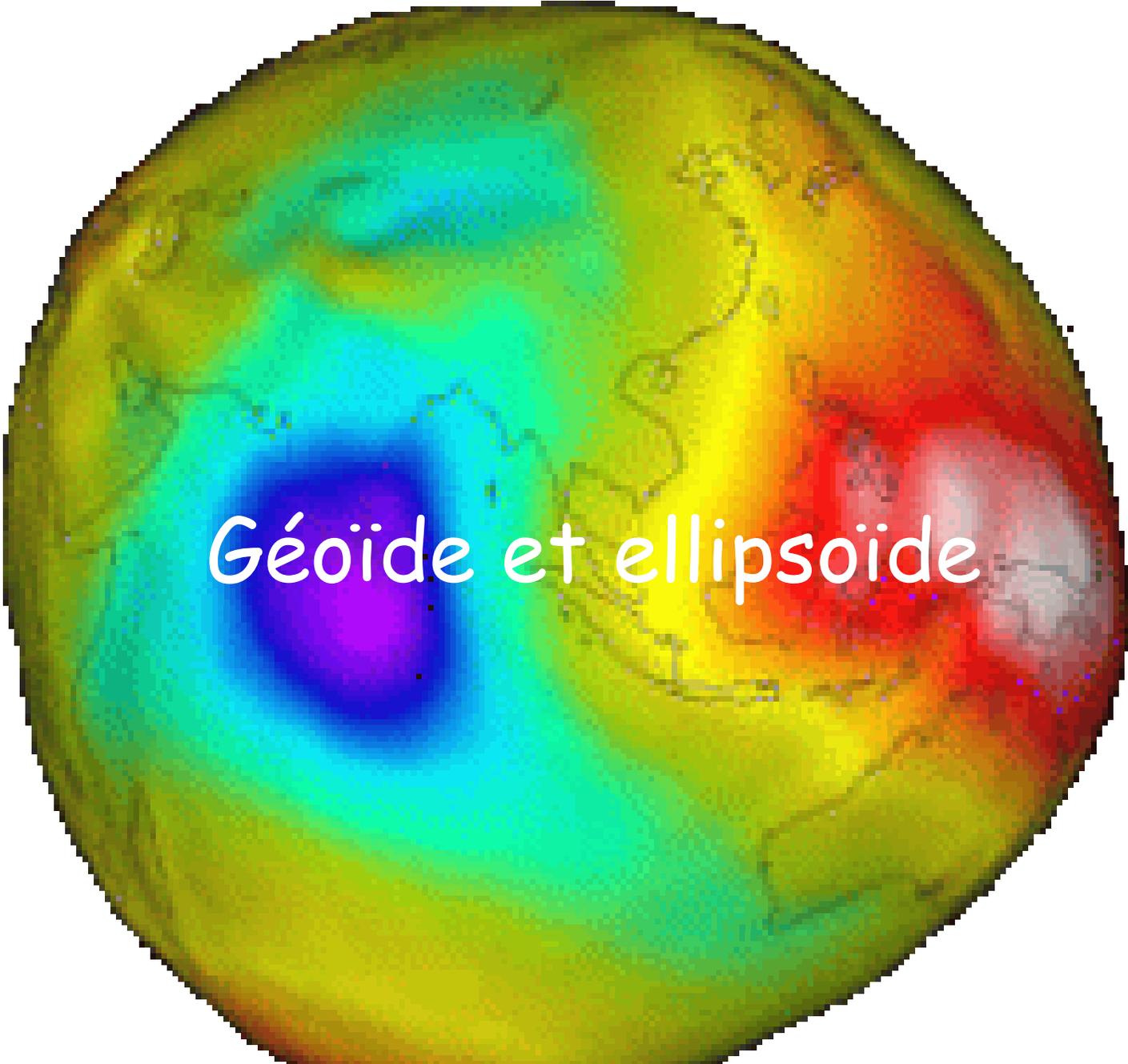
• à l'équateur, la force centrifuge due à la rotation vaut : $F_c = R \omega^2$

La force de gravité vaut : $F_g = GM/R^2$

Le rapport entre les deux forces vaut donc :

$$\alpha = \frac{F_c}{F_g} = \frac{R^3 \omega^2}{GM}$$

=> aplatissement

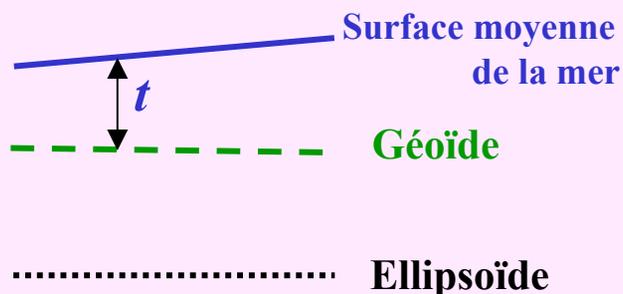


Géοide et ellipsoide

→ Le **géoïde** :

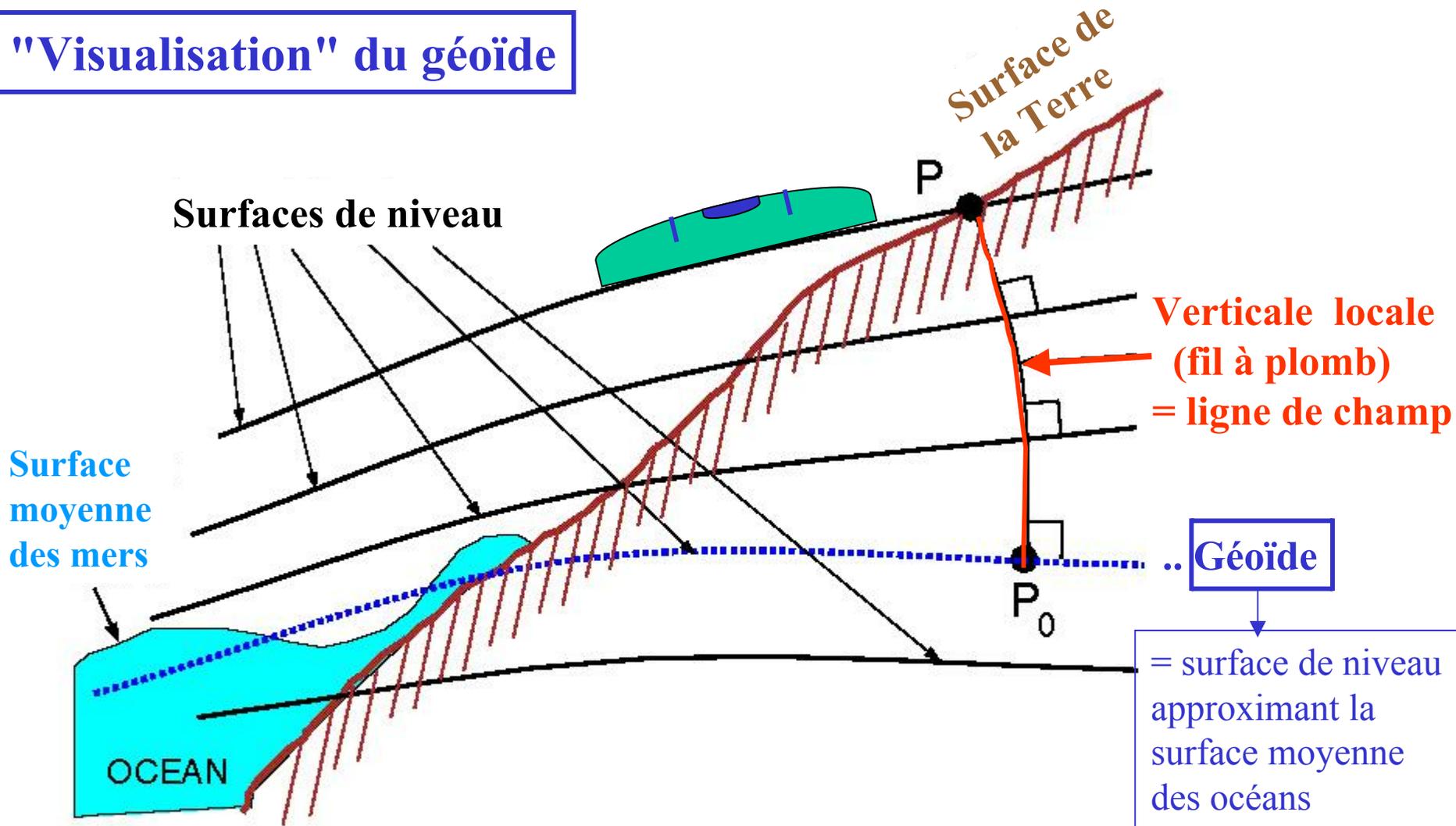
- sert à définir les **altitudes physiques**
(liées au champ de pesanteur de la Terre)
- sert (ainsi que toute autre surface de niveau)
à définir/prévoir le **sens dans lequel coule l'eau**
→ en particulier : description de la **circulation océanique**

Au premier ordre, il se confond avec le niveau moyen des océans !



t est dû : . à l'excitation par le vent
. aux écarts de densité
(température, salinité variables)
. aux ondes de gravité dues aux marées

"Visualisation" du géoïde



Surface de niveau = surface équipotentielle...

(... du potentiel de pesanteur :

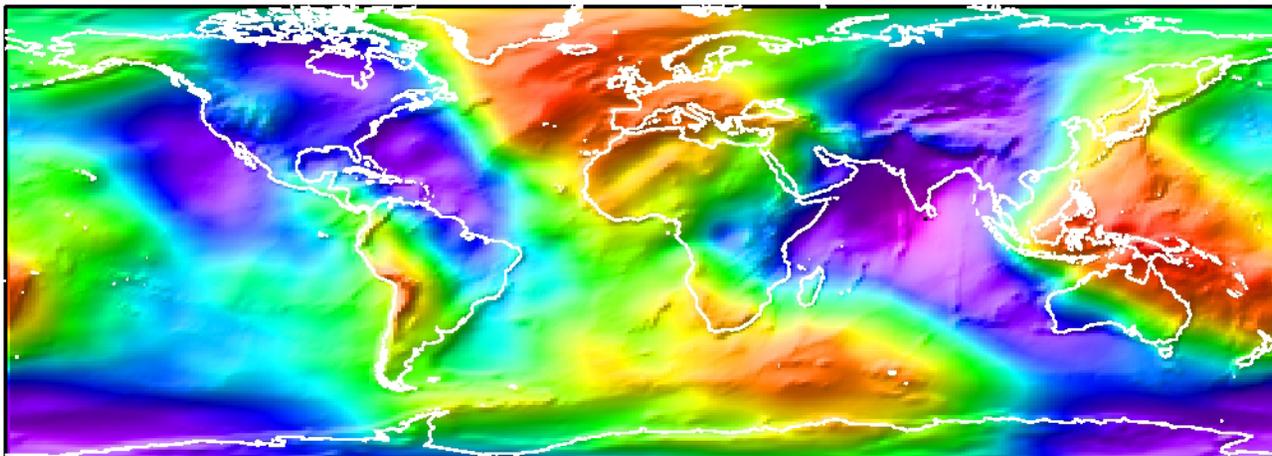
attraction gravitationnelle + accél. centrifuge)

H : altitude orthométrique = distance $\widehat{P_0P}$ le long de la **ligne de champ**

Historical estimates of the earth 's ellipticity e

Newton 1687	(230) ⁻¹
Legendre 1789	(318) ⁻¹
Bessel 1841	(299) ⁻¹
Clarke 1866	(295) ⁻¹
Helmert 1901	(298.2) ⁻¹
Hayford 1909	(297.0) ⁻¹
Bowie 1928	(297.5) ⁻¹
Heiskanen 1928	(297.1) ⁻¹
International ellipsoid 1930	(297.0) ⁻¹
Krassovsky 1938	(298.3) ⁻¹
Jeffreys 1948	(297.1) ⁻¹
Hydrostatic earth 1965 .	(299.8) ⁻¹
Satellite determined 1967	(298.247) ⁻¹
Satellite determined 1974	(298.256) ⁻¹

Géοide et ellipsoïde



La terre n'est pas homogène →

Le géοide et l'ellipsoïde ne coïncident pas en tout point. Il existe des cartes de la hauteur de géοide par rapport à l'ellipsoïde. Les deux plus grandes variations sont au sud de l'Inde (-105m) et en Nouvelle-Guinée (+73m)

Géοide et ellipsoide

- Le **géoide** est la surface équipotentielle du champ de pesanteur passant par le niveau moyen des océans

- > en mer, assez bien connu

- > à terre, calculé indirectement, avec une certaine précision

- En 1743, Clairaut a défini la forme théorique du géοide d'une Terre Avec répartition à symétrie ellipsoïdale des masses. Cette surface Théorique peut servir de référence : **Ellipsoide de référence.**

- L'**ellipsoide** est une surface mathématique qui approxime au mieux le géοide

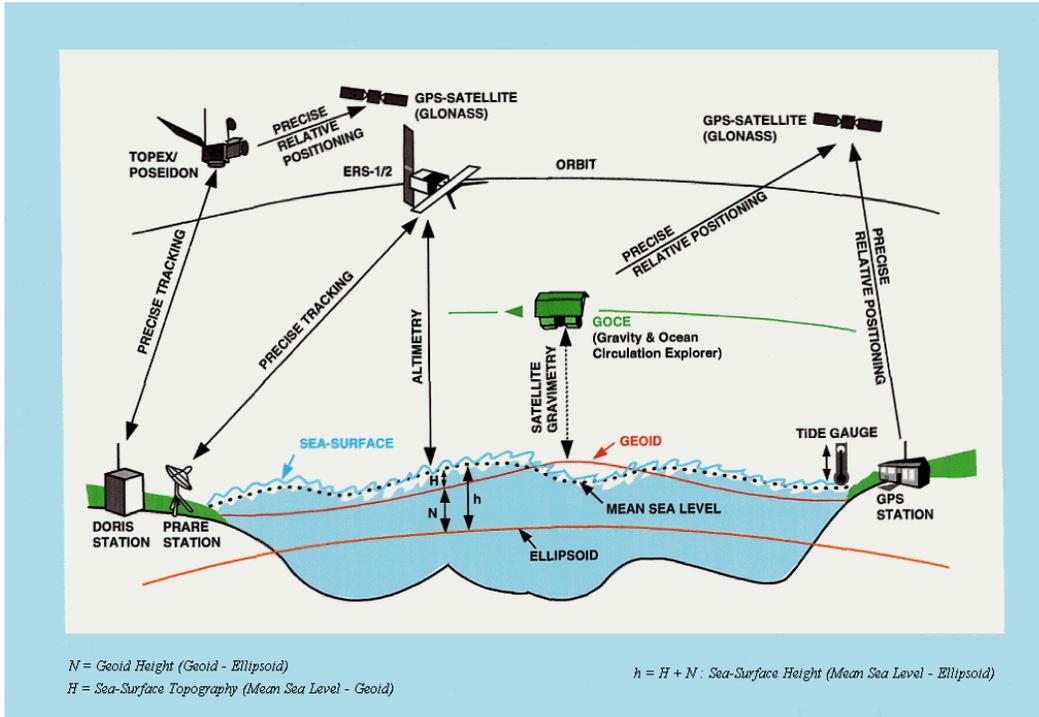
- Elle se trouve parfaitement déterminée par deux paramètres : a et ε .

$a = 6378,1370$ km, $\varepsilon =$ coeff. d'aplatissement = $1/298,2572236$

Géoïde et ellipsoïde

2. Comment calcule-t-on le géoïde

Comment connaît-t-on le géoïde? L'altimétrie satellitaire



Mission satellitaire:

SeaSat 1978 $\pm 72^{\circ}$

GeoSat 1985-90 $\pm 72^{\circ}$

ERS-1 1991-96 $\pm 82^{\circ}$

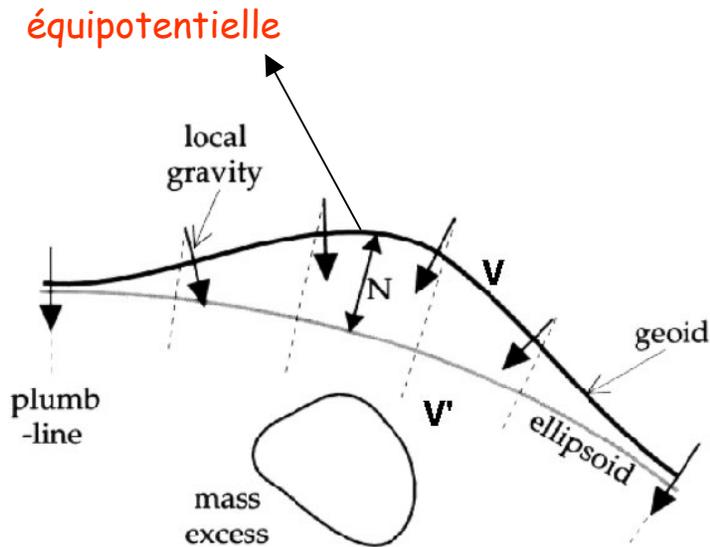
Topex-Poseidon 1992- $\pm 66^{\circ}$

- N = hauteur du Géoïde
- H = topographie de la surface océanique
- h=H+N= hauteur de la surface océanique=MSL



On mesure h (précision ~ 5 cm pour ERS-1), on cherche N

La hauteur du géoïde: principe



• ΔN = hauteur du Géoïde par rapport à l'ellipsoïde

$$\Delta U = U' - U$$

$$U = U' + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{r=r_0} \Delta N$$

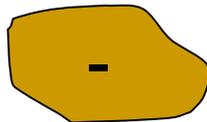
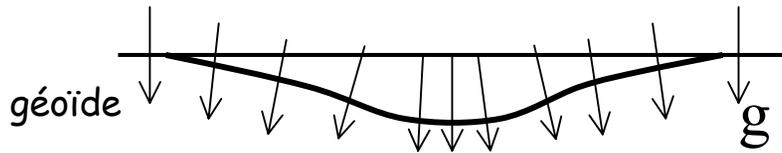
$$\rightarrow \Delta U = -g_0 \Delta N$$

où g_0 est l'accélération de la pesanteur sur l'ellipsoïde de référence

Un excès de masse déplace le Géoïde (équipotentielle du champ de pesanteur) vers le haut, et inversement. Ce déplacement est proportionnel à la différence de potentiel gravitaire entre le Géoïde, et le point correspondant sur l'Ellipsoïde de Référence :

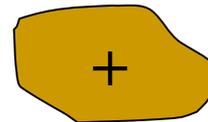
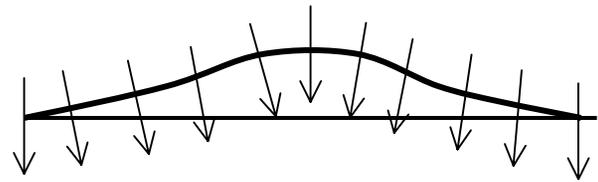
Effet d'un excès ou défaut de masse sur le géoïde

défaut de masse



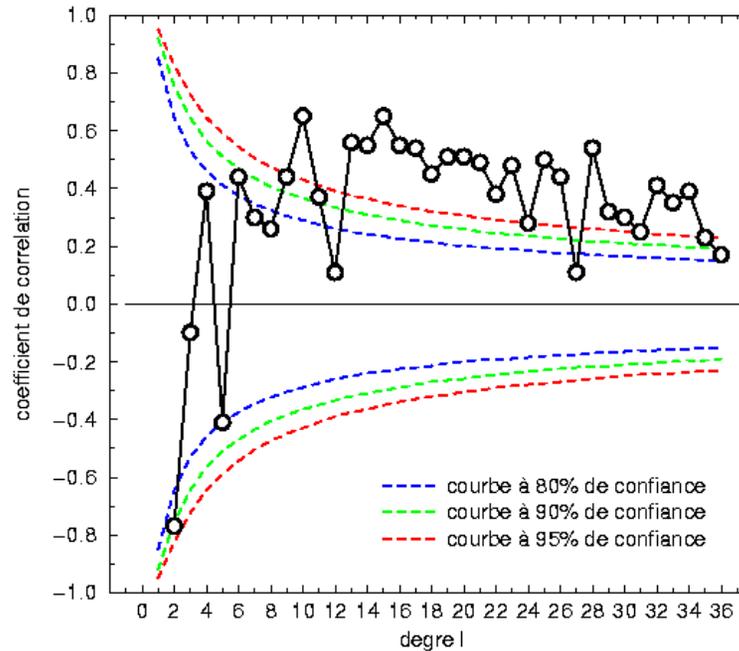
$$\Delta\rho < 0$$

excès de masse



$$\Delta\rho > 0$$

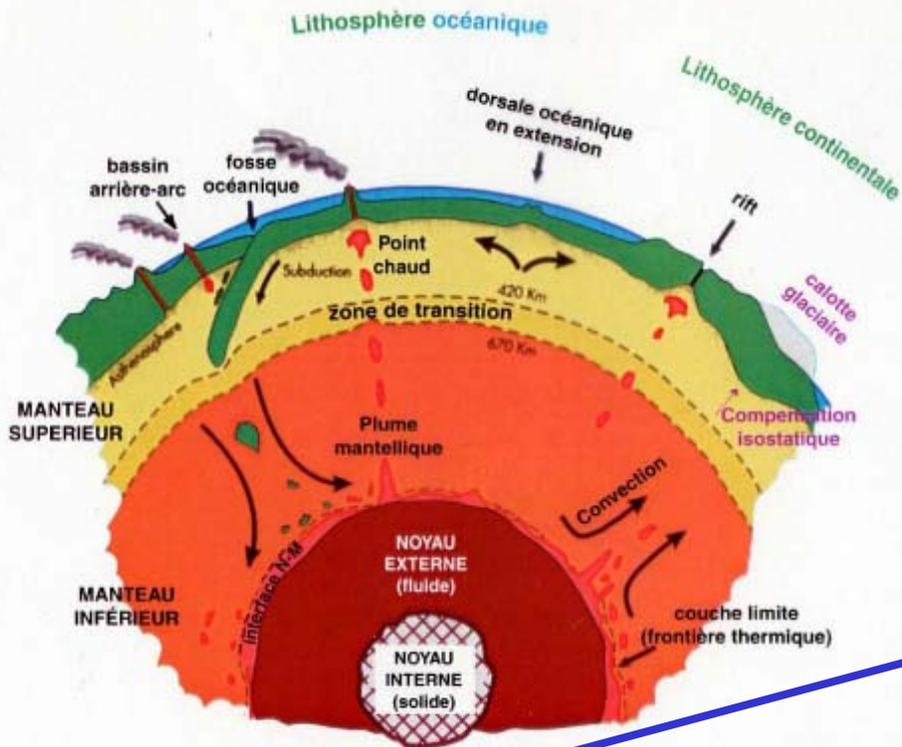
corrélation entre le géoïde et la topographie terrestre



La corrélation est significative à petite longueur d'onde (l grand), et non significative à grande longueur d'onde (l petit). On en déduit que le géoïde a au moins deux sources différentes :

- l'une à courte longueur d'onde : la topographie terrestre (chaînes de montagnes, dorsales, fosses de subduction, etc...)
- l'autre à grande longueur d'onde : les anomalies de densité profondes dans le manteau terrestre

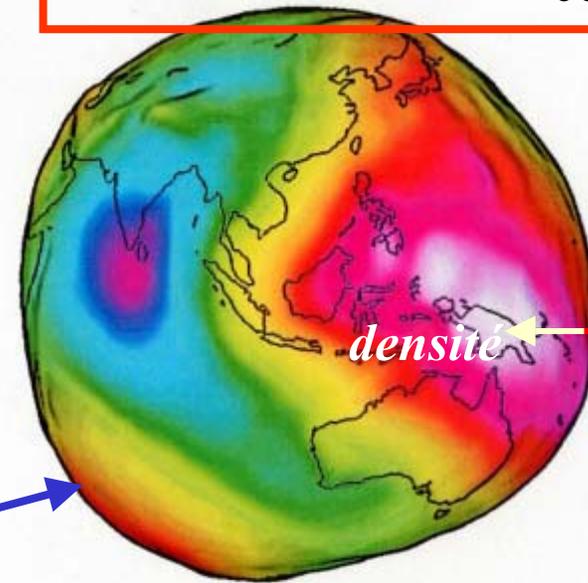
GÉOPOTENTIEL ET GÉOPHYSIQUE INTERNE



gravité (ou géoïde)

+ autres données (*e.g. sismiques*)

+ contraintes



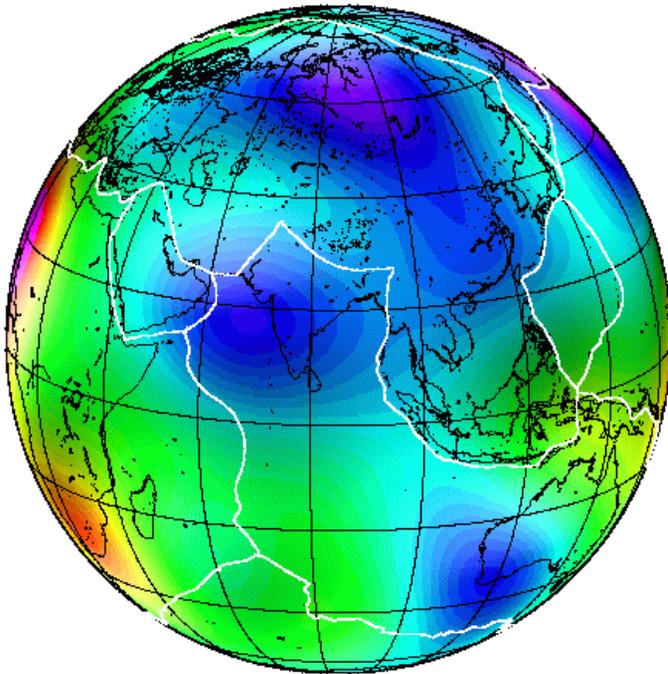
La surface du **géoïde**, rapportée à un ellipsoïde approximant la forme géométrique de la Terre, reflète les variations de densité liées à la structure interne.

L'amplitude des creux et bosses du géoïde est de ± 100 m (elle est ici exagérée 6000 fois !)

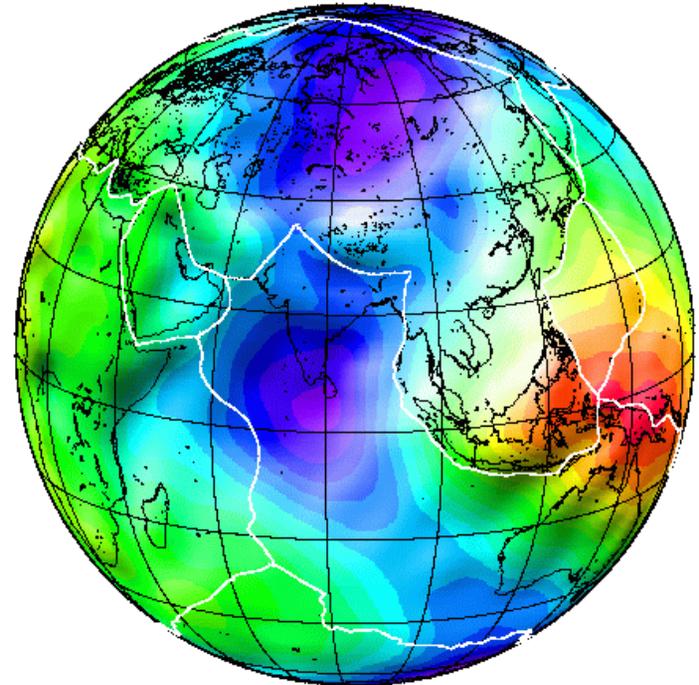
Géoïde et ellipsoïde

3. Quelques observations

corrélation entre le géoïde et la tomographie sismique



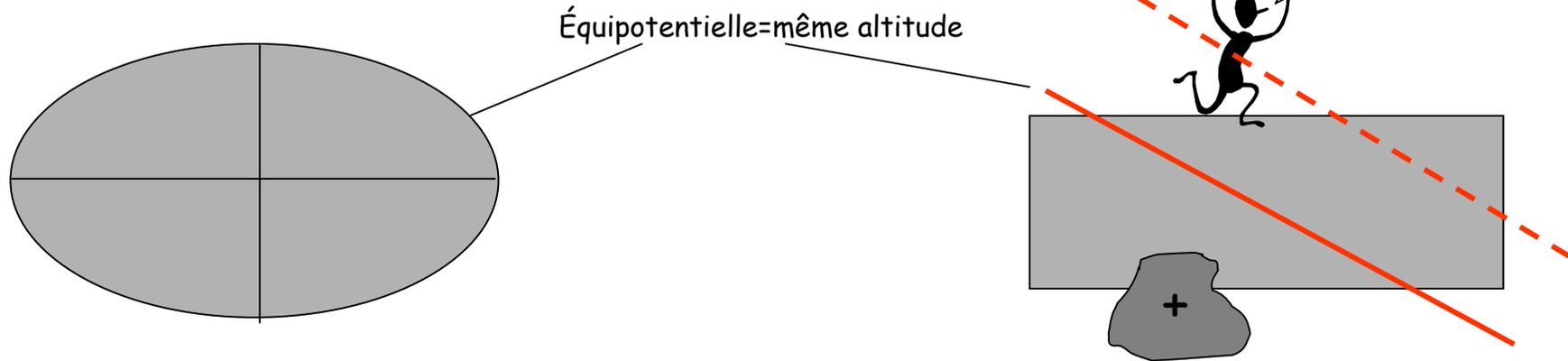
Anomalies de masse dans le manteau inférieur détectées par tomographie sismique. on voit clairement une zone froide et dense sous l'Inde.



Ondulation du Géoïde. On voit clairement un minimum au dessus de l'Inde.

Définition de l'altitude

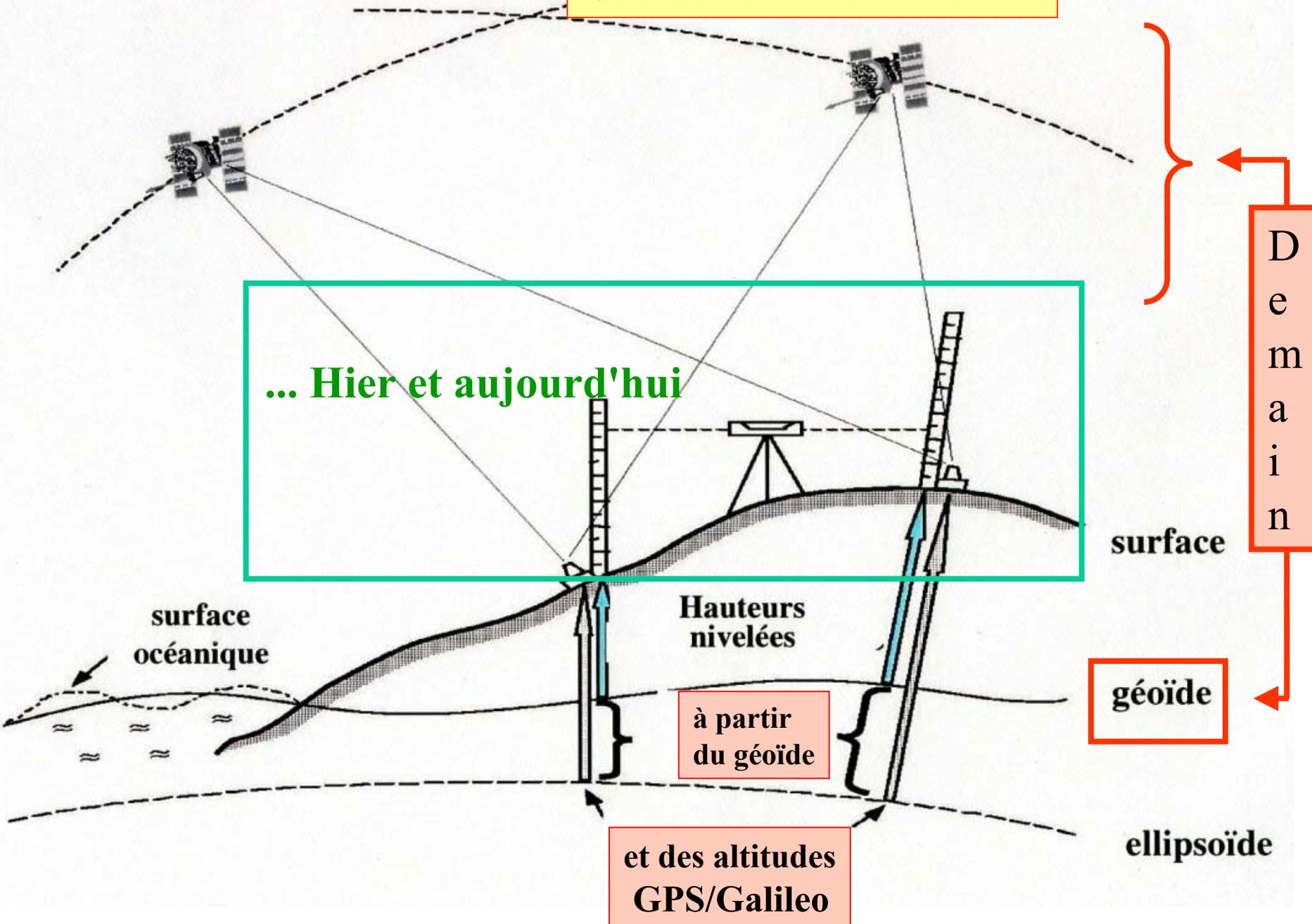
➔ C'est la distance par rapport au Géoïde



Conclusion : ce n'est pas le terrain géométrique qui définit l'altitude mais la position dans les équipotentiellles du champ. Si les équipotentiellles sont parallèles au terrain, alors c'est la même chose, sinon non. Une altitude de 100 m correspond à un écart entre la surface équipotentielle du potentiel du champ de gravité sur laquelle on se trouve de 100 m par rapport au Géoïde... pas à une distance par rapport au centre de la Terre augmentée de 100 m !

exemple évident : La Terre étant aplatie, au pôle on est bien 20 km plus près du centre de la Terre qu'à l'équateur. Pourtant on est bien à la même altitude, sinon la mer s'écoulerait de l'équateur vers les pôles à grande vitesse en faisant une chute de 20 km de haut !

Géοide et nivellement ...



... Hier et aujourd'hui

D
e
m
a
i
n

surface

géοide

ellipsoïde

surface
océanique

Hauteurs
nivelées

à partir
du géοide

et des altitudes
GPS/Galileo

Le géoïde est par définition la forme de la Terre.

La verticale (le fil à plomb) est donnée par la direction de g , c'est la normale au géoïde.

La déviation de la verticale est l'angle entre la normale au géoïde et la normale à l'ellipsoïde.

Détermination de la pesanteur théorique

Comment mesure-t-on la gravité au sol ?

Avion, Hélicoptère



Bateau, fond de mer

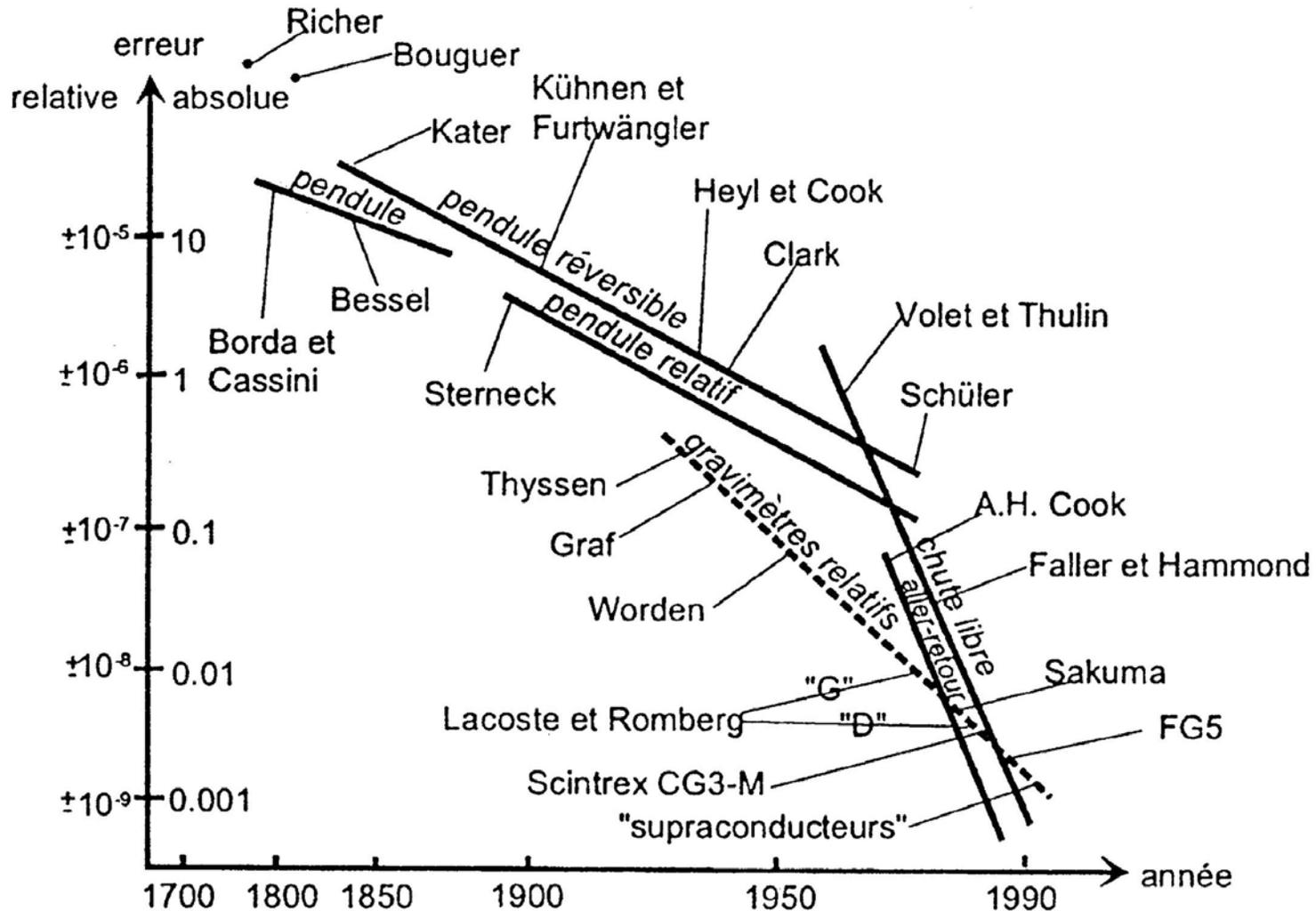


.... terrestre

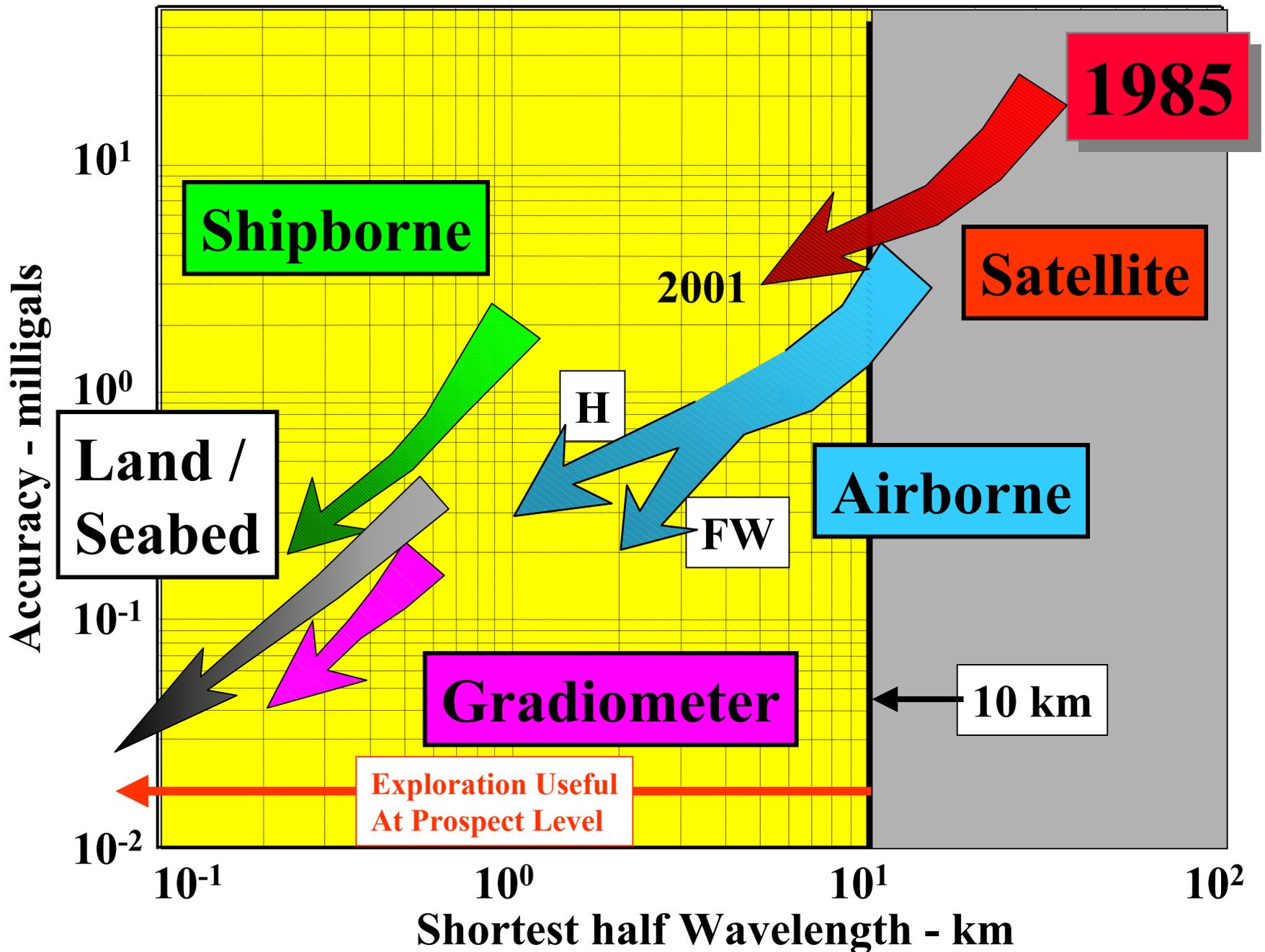


Des mesures réalisées à différentes échelles
et avec différentes précisions

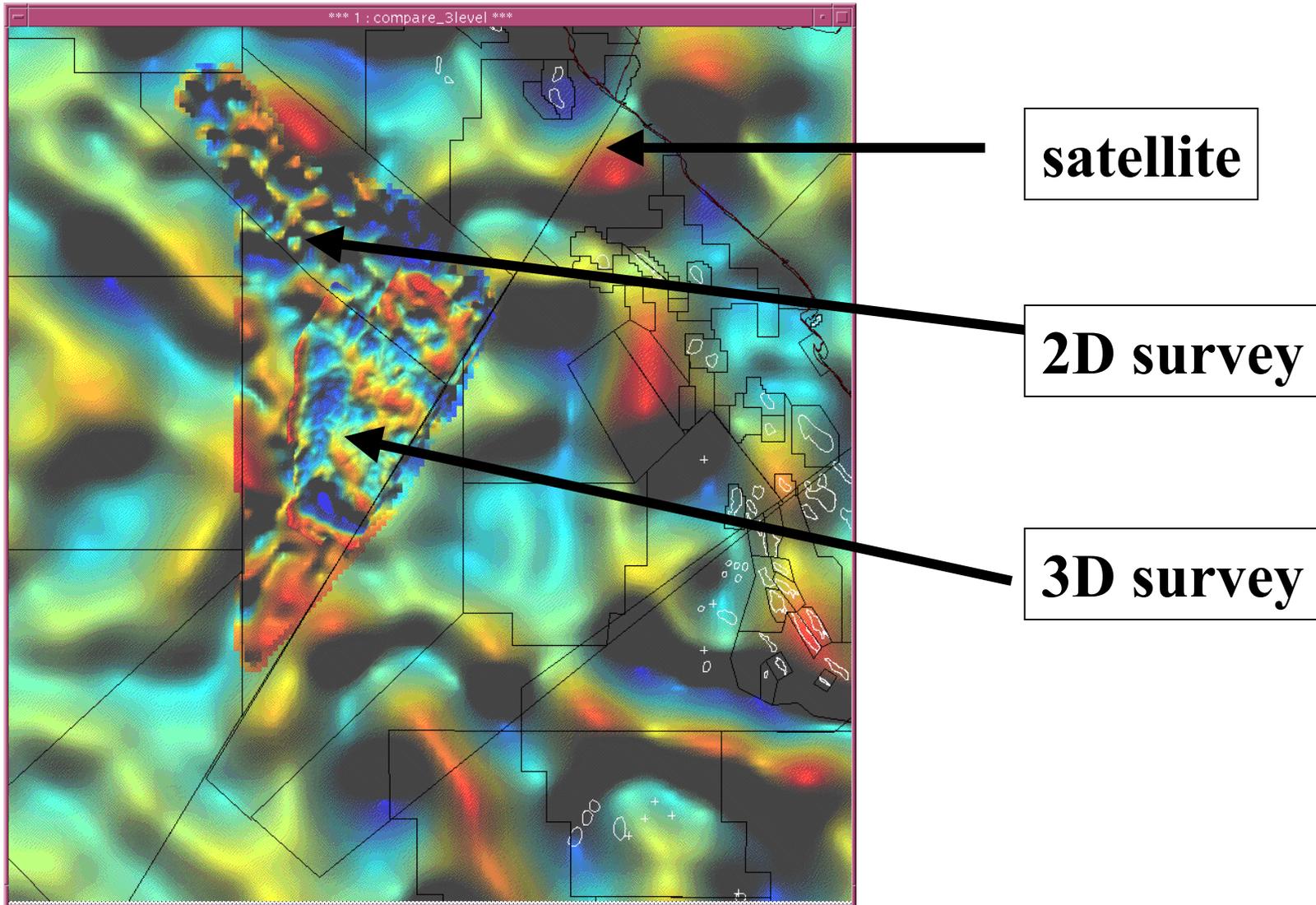
Mesures de la pesanteur et de ses variations



Résolution des différents systèmes: mi 2001



Exemple de compilation de données offshore Gabon





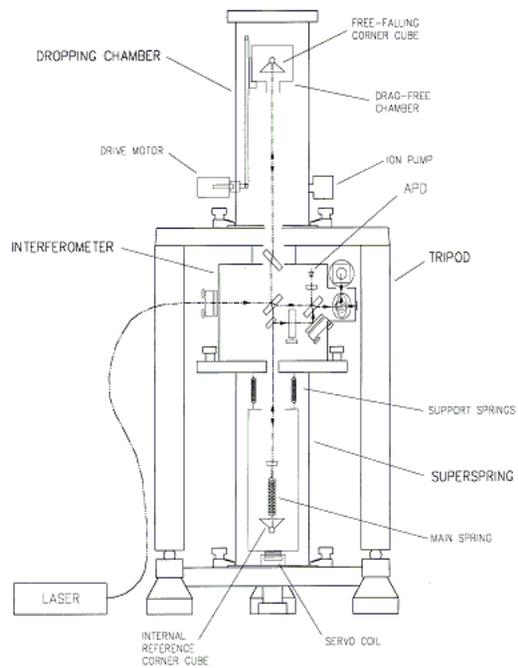
Les Instruments et les
mesures

Différents types de mesures gravimétriques

Mesures absolues

ou

relatives



- Une *mesure absolue* de la pesanteur doit nous donner la valeur de l'accélération de la pesanteur à partir de mesures de temps et de distance.
- Les premières mesures furent réalisées à l'aide de *pendules*. En effet la période d'oscillation d'un pendule simple de longueur l est :

Par exemple, les mesures faites à Postdam (Allemagne orientale) en 1906 par MM. Kühnen et Furtwangler ont servi à l'établissement de la base principale d'un système, dit de Postdam, longtemps utilisé. La valeur trouvée de 981 274,0 mGal a été depuis reconnue erronée de près de 14 mGal.

En fait, les pendules ne permettent pas d'obtenir des mesures absolues de la pesanteur avec une précision meilleure que le mGal. On a pu gagner un facteur 10 en précision en utilisant des pendules réversibles.

- La méthode couramment utilisée aujourd'hui est basée sur l'observation de la *chute libre* d'un corps. Dans les années 1950, Volet a développé au Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) à Sèvres un gravimètre utilisant un corps catapulté vers le haut. On mesure alors les temps de passage à deux niveaux à la montée et à la descente. Ce principe a été utilisé par Sakuma au BIPM entre 1963 et 1996. Les améliorations que Sakuma a réalisées au cours du temps, notamment grâce aux progrès de l'instrumentation et à la prise en compte de plus en plus de facteurs extérieurs influençant la mesure lui ont permis d'arriver à une précision de l'ordre de quelques microgals dans les années 1990.

On peut également utiliser la chute simple, comme par exemple dans les gravimètres absolus portables actuellement commercialisés par Micro-G Solutions FG5 ou A10.

Mesures Absolues:

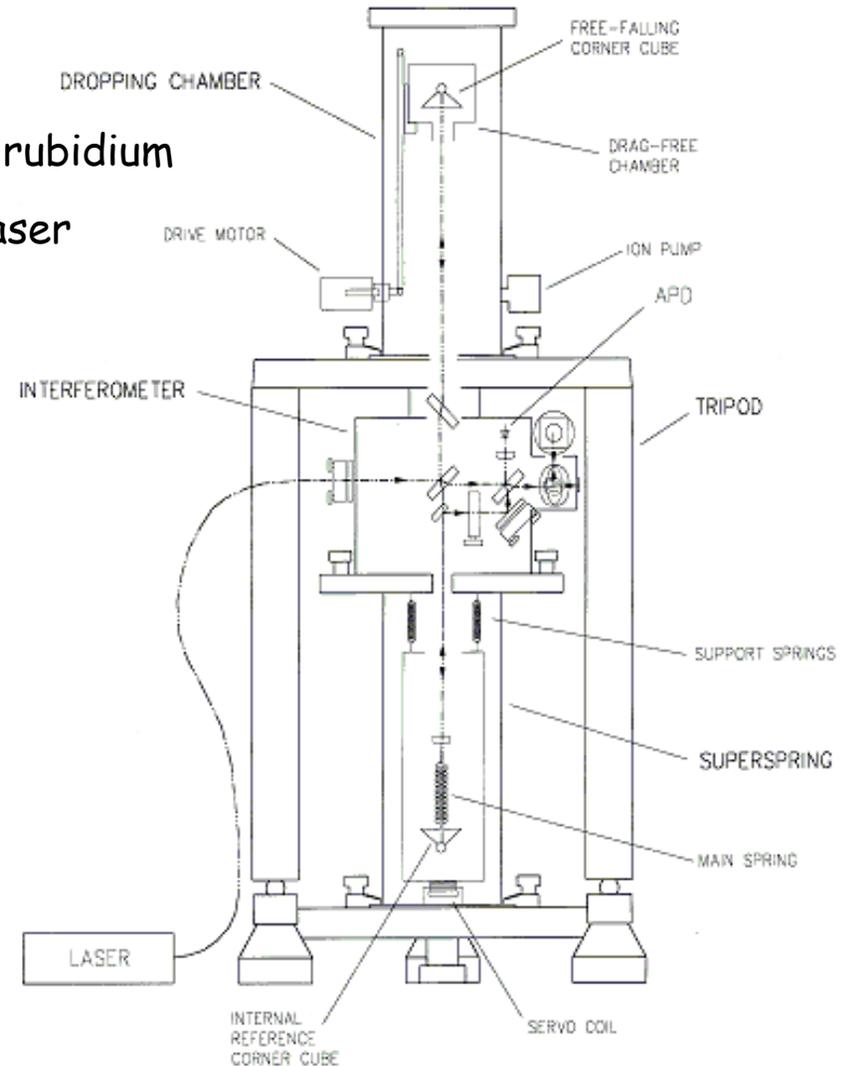
Gravimètre Absolu balistique (FG5/A10)

Gravité restituée par analyse de la trajectoire
d'un corps en chute libre dans le vide

mesures de temps par horloge atomique au rubidium

mesures de distance par interférométrie laser

- Précision de l'ordre du microgal, 10 microgal
- Exactitude 1-2 microgal
- Mise en œuvre +/- lourde
- Mesures discontinues
- Stabilité du laser ?



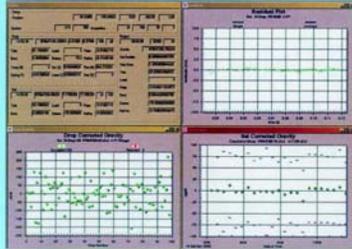


Micro-g A10 Absolute Gravimeter



Fast Absolute Gravity Surveys

- Calibrated Gravimeter
- No Looping Required
- No Drift or Tares



Typical 12-Hr Data Set

Features

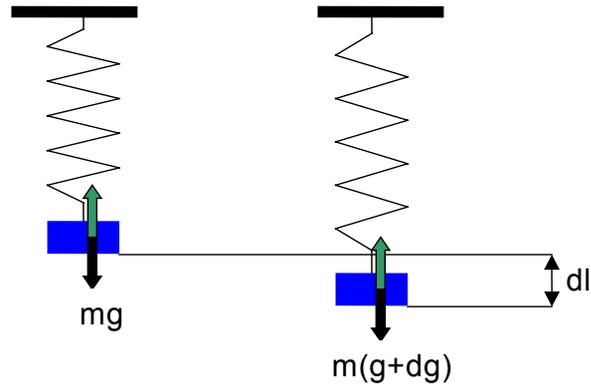
- Mobile Outdoor Operation
- Absolute Accuracy ($10 \mu\text{Gal}$)
- Repeatability ($3 \mu\text{Gal}$)
- Quick Measurement



Micro-g Solutions Tel: 303-828-3499
515 Briggs Street Fax: 303-828-3288
Erie, CO 80516 www.microgsolutions.com



Mesure relative de la pesanteur Le peson à ressort



La tension équilibre le poids

$$k(l-l_0) = mg$$

m : masse
 k : constante de raideur du ressort
 l : longueur du ressort
 g : pesanteur

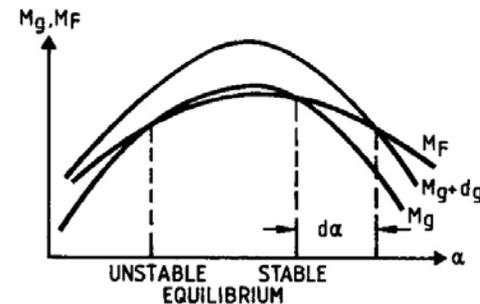
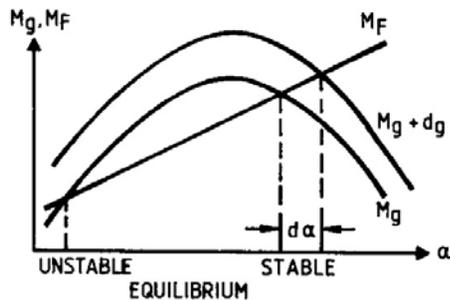
On mesure le changement de position de la masse dû à une variation de pesanteur

$$dl = \frac{m}{k} dg - \frac{l-l_0}{k} dk$$

Amplifier et étalonner le déplacement mesuré

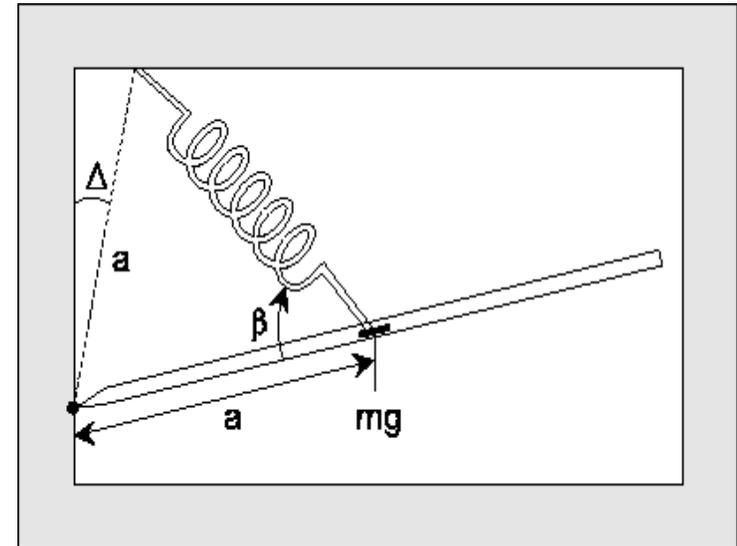
L'**astatisation** permet d'augmenter la sensibilité d'un système de mesure physique par l'application d'une force sur l'élément mobile de telle façon à l'éloigner de sa position d'équilibre et de renforcer ainsi l'effet des forces appliquées. Elle est réalisée grâce à un montage mécanique adéquat, par exemple un ressort supplémentaire. Pour un système en rotation par exemple, on augmentera le couple de la force de pesanteur ou on diminuera le couple de la force du ressort.

La figure ci après montre à gauche un système linéaire et à droite un système astatisé. M_F représente le couple du ressort et M_g celui de la force de pesanteur. Dans le cas astatisé, on voit que l'angle (ou le déplacement du ressort) sera beaucoup plus important que dans le cas linéaire pour un même effet de la force de pesanteur. L'astatisation revient donc à rapprocher les états d'équilibre stable et instable, dans le cas d'astatisation complète on atteint un état d'équilibre indifférent.



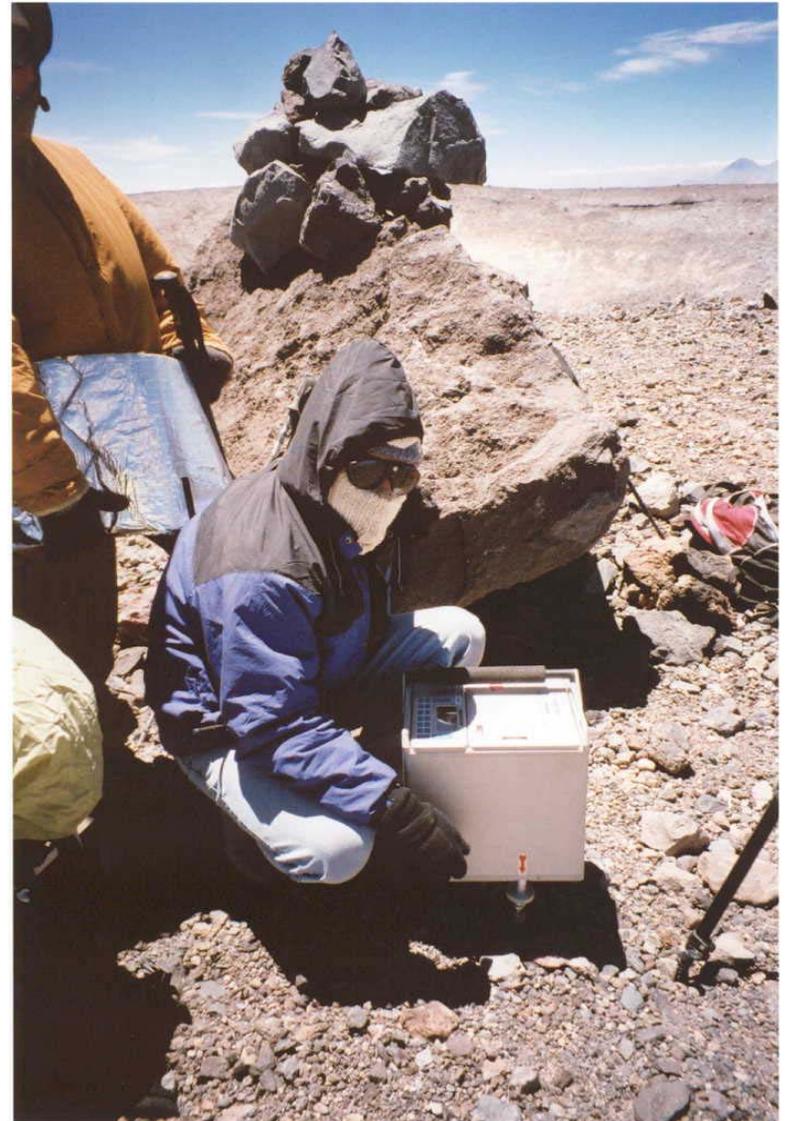
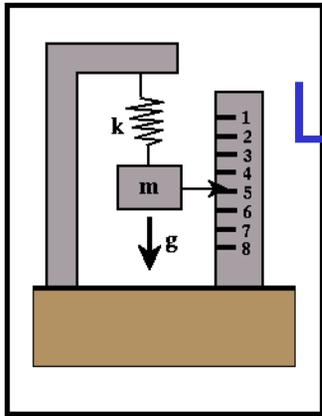
Les instruments: les gravimètres Lacoste&Romberg

	Model G	Model D
Echelle	7000 mGal	200 (300) mGal
Dérive	< 1 mGal par mois	< 1 mGal par mois
Calibration	Stable	Stable
Répétabilité	0.01 mGal	0.05 mGal
Précision	0.04 mGal	0.01 mGal



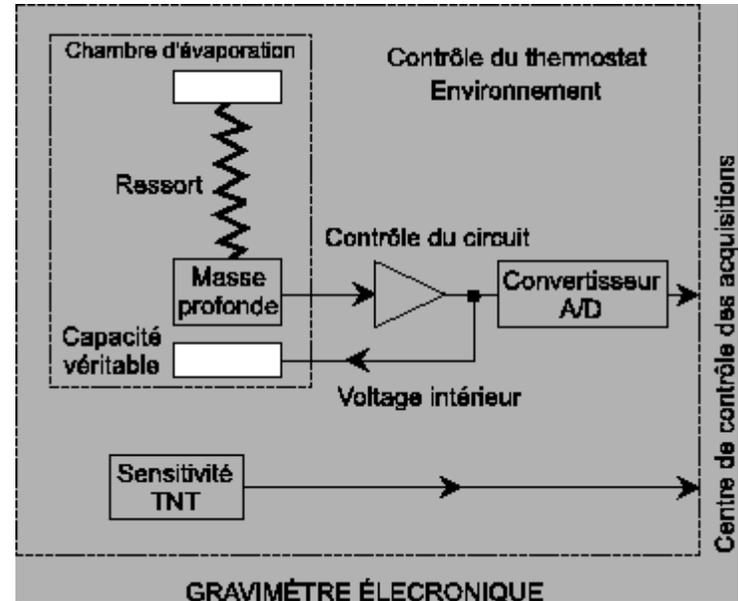
Gravimètres thermostatés
 "clamer" pour le transport
 Existe une version avec "Feedback" system
 (lecture automatique)

Les gravimètres relatifs à ressort Scintrex



Les instruments: les Scintrex

Scintrex CG3-M



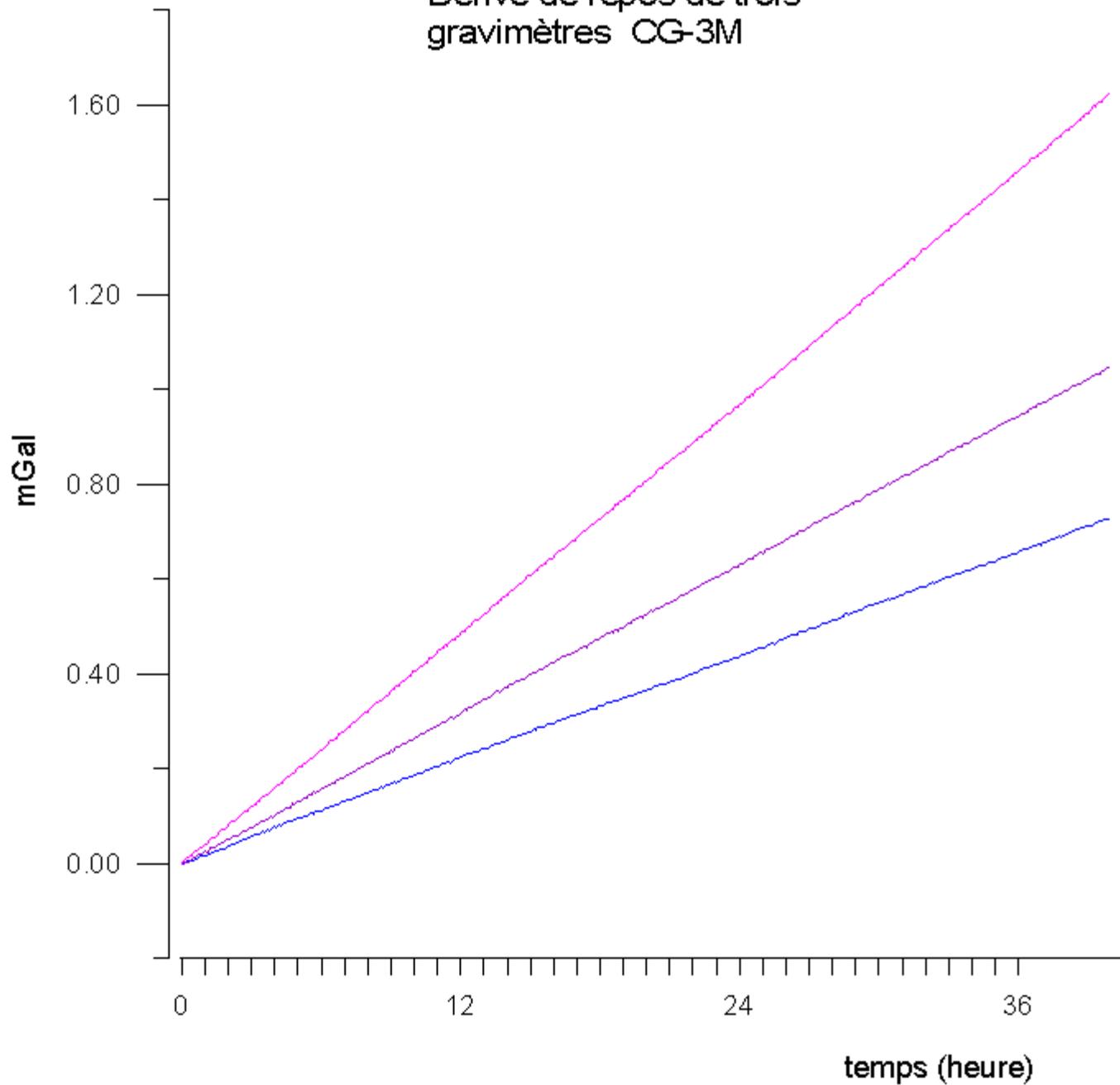
- mesures sont automatiques et multiples
- (nivellement automatique, correction de marées, interface avec ordinateur)
- Résolution $\sim 1 \mu\text{Gal}$; Précision $< 1-3 \mu\text{Gal}$;
- Coût CG5 70000\$

Les gravimètres doivent être **étalonnés**. Étalonner un gravimètre consiste à connaître la loi de proportionnalité entre les lectures faites sur l'appareil et les variations de la pesanteur. Cette loi est en général linéaire, et cela revient à déterminer une constante k . Pour les instruments "automatiques", la constante est en général en mémoire dans le microprocesseur du gravimètre. Pour étalonner un gravimètre, on doit faire des lectures aussi précises que possibles sur des stations où la pesanteur est parfaitement connue. L'étalonnage est réalisé par le fabricant, mais doit être régulièrement vérifié car les différents éléments du gravimètre peuvent avoir un comportement qui varie avec le temps.

*Enfin, il faut noter que les propriétés physiques (élasticité) des ressorts peuvent varier au cours du temps, les gravimètres présentent ce qu'on appelle une **dérive instrumentale**. La dérive est un phénomène complexe, qui s'explique essentiellement par les variations de température éventuelles du capteur, par le changement des conditions de transport et par le vieillissement au cours du temps des liaisons mécaniques. La dérive correspond à une variation de la mesure au cours du temps indépendamment des variations éventuelles de la pesanteur.*

On distingue la dérive dite de repos de la dérive dite de transport.

Dérive de repos de trois
gravimètres CG-3M



Gravimètre relatif supraconducteur

• Ressort mécanique remplacé par lévitation magnétique

Avantages:

- Mesures en continu
- Linéarité
- Très forte sensibilité (\sim nanogal = \sim 1 pico-g, où g est la valeur moyenne de la gravité terrestre en surface)
- Très faible dérive à long terme

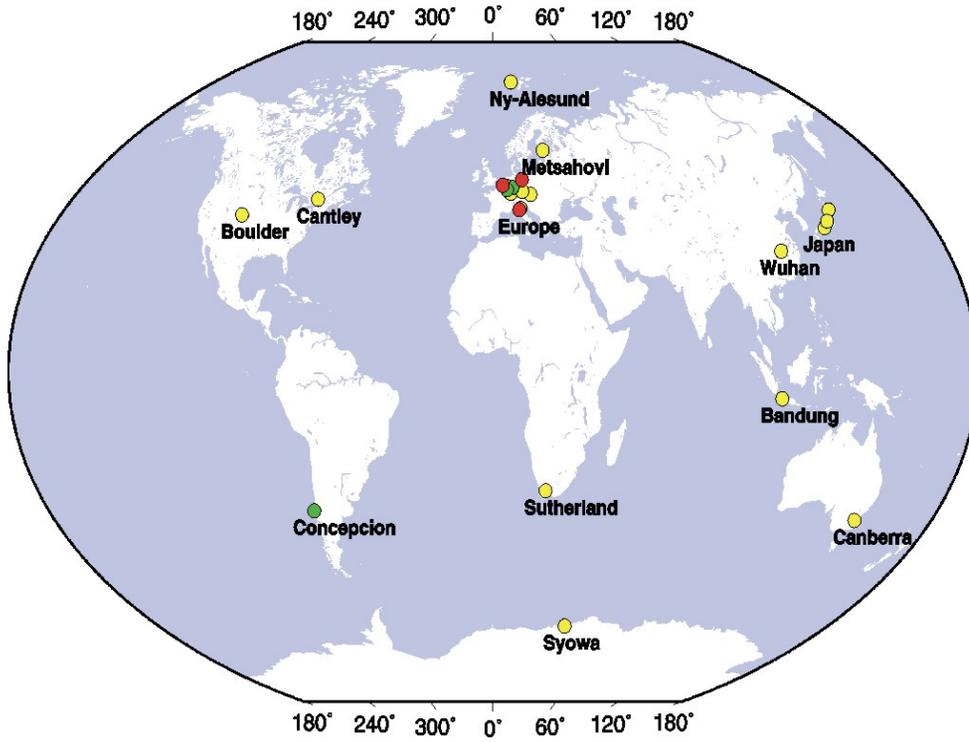
Inconvénients:

- Très basse température de fonctionnement (hélium liquide)
- Isolation thermique requise (dewar cryogénique)
- Instrument relatif (étalonnage requis)



Gravimètre supraconducteur
GWR C026

Les enregistrements continus



IGSN 71

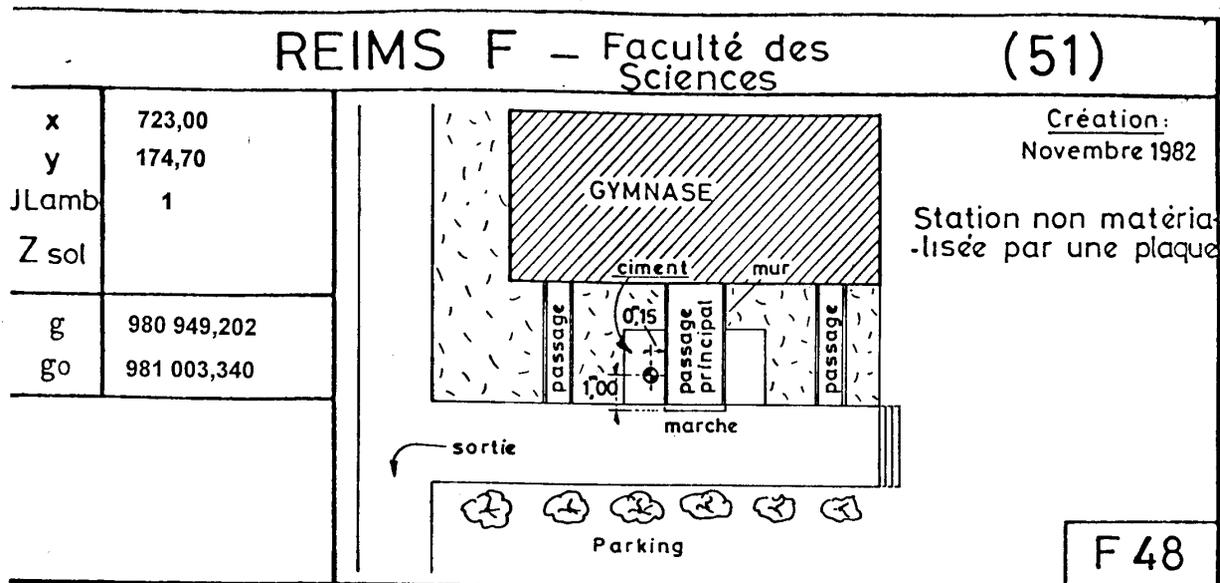
- Pour pouvoir comparer des mesures réalisées en différents endroits du globe, il est donc fondamental qu'un ensemble commun de bases soit utilisé par tous. C'est ainsi qu'un "réseau standard international de la pesanteur" a été adopté en 1971 par l'Association Internationale de Géodésie (AIG). Ce réseau est appelé **IGSN71 (International Gravity Standardization Net)**.

- En France, 31 bases font partie de ce système. Ce n'est pas suffisant, et un réseau de bases additionnelles existe. Concrètement, une base est un point bien repéré géographiquement, facilement réoccupable et choisi dans un environnement *a priori* stable. Cependant, les réseaux de bases doivent être maintenus régulièrement, car beaucoup de bases disparaissent au cours du temps du fait de l'activité humaine (nouvelles constructions, ...). De plus, les appareils de mesures absolus et relatifs étant de plus en plus précis au cours du temps, les réseaux doivent être régulièrement améliorés.

- Le réseau français dit RGF83, pour Réseau Gravimétrique Français 1983, a été établi par le Bureau de Recherches Géologiques et Minières (BRGM) au début des années 1980. Un nouveau réseau devrait être réétabli dans les années à venir. Le réseau RGF83 est basé sur six stations absolues (précision estimée de 5 μ Gal), 47 stations de premier ordre où la pesanteur a été mesurée à partir des bases absolues par une équipe utilisant quatre instruments relatifs (précision estimée de 20 à 30 μ Gal) et de 250 stations de second ordre mesurées à l'aide d'un seul instrument relatif (précision de 50 à 60 μ Gal).

Les bases et réseau de bases

Exemple réseau RGF 83 (pour 1983 !)



Éléments de vocabulaire

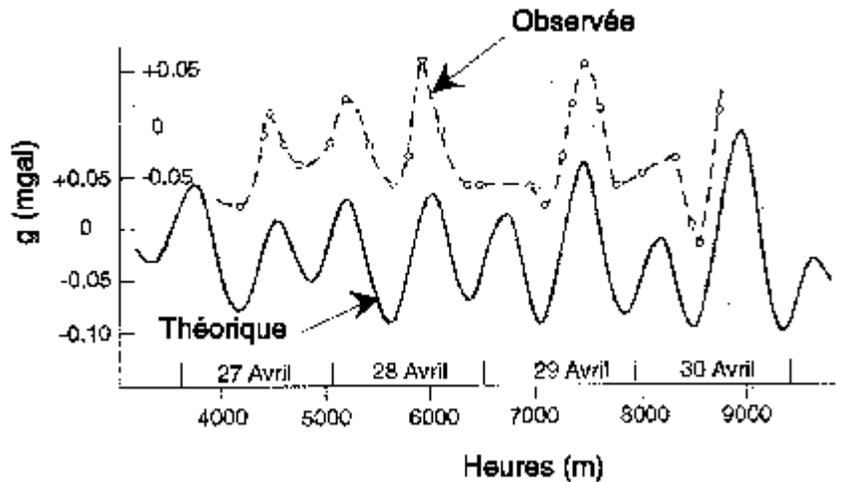
- **Station gravimétrique** : Une station gravimétrique est un point où la valeur du champ a été mesurée ou bien qui a été rattaché à un réseau gravimétrique. Les stations sont le plus souvent situées à des points remarquables dans les villes et ports d'escale (aéroports, gares,..).
Synonymes : base, station de base, station de référence, référence.
- **Réseau gravimétrique** : Il est défini par un ensemble de stations gravimétriques. Le réseau international utilisé le plus souvent est l'I.G.S.N.71 (International Standardization Net 1971). Il comprend plusieurs centaines de stations de précision variable.
Dans le cas d'une station rattachée à un autre réseau (ORSTOM, POSTDAM..) des formules de passage peuvent être appliquées.
- **Levé** : Ensemble de mesure réalisée consécutivement. En général un levé est séparé par deux escales au port pour les acquisitions en mer.
Synonymes : campagne de mesure, mission.
- **Donnée** : Une valeur d'anomalie à l'air libre ou de champ de pesanteur résultant du traitement d'une mesure.

Pour un levé gravimétrique

- Le plus souvent on réalise des mesures relatives que l'on rattache à des bases gravimétriques => **importance d'une référence commune**
- Le gravimètre doit être étalonné (sur une ligne de calibration) => **pour réduire les distorsions entre levés**
- On doit tenir compte de la dérive instrumentale => **réoccupations périodiques à la base**
- On doit niveller l'instrument à chaque station

- Il faut connaître au mieux l'altitude des points de mesure : g diminue avec l'altitude de 0.3086 mGal/m (soit $\Delta z=3\text{mm} \Leftrightarrow \Delta g= 1 \mu\text{Gal}$)
=> **nivellement barométrique, GPS, à la lunette**

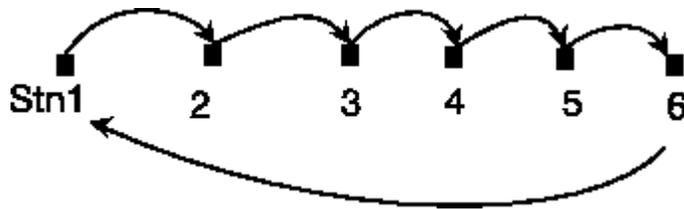
Correction de la l'effet de marée et de la dérive instrumentale



Marée lunaire

Variation des propriétés physiques du ressort
(élasticité)
0.05 - 1 mGal par jour

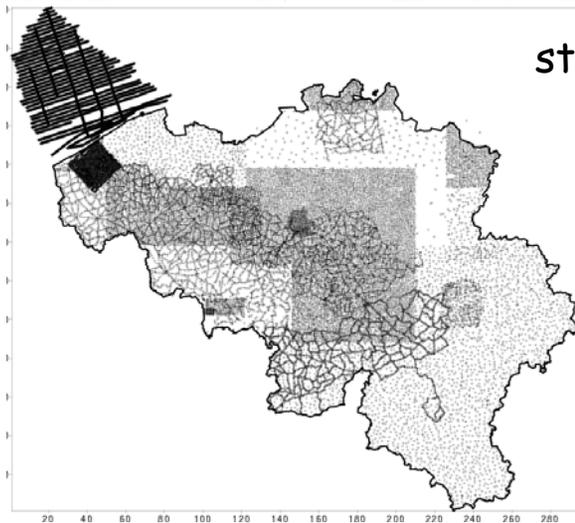
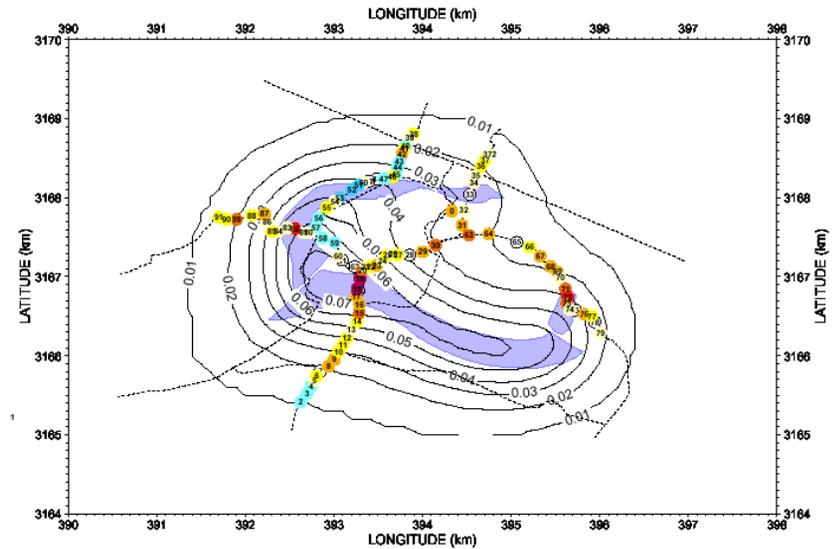
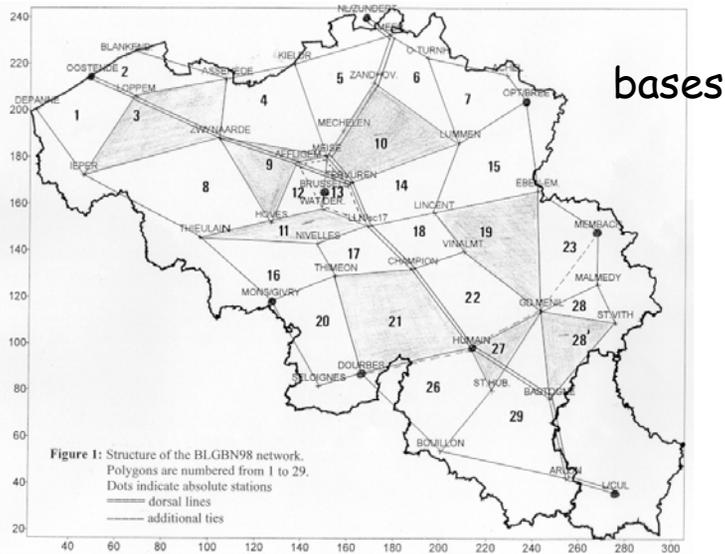
+ dérive instrumentale (supposée linéaire)



➔ Boucler régulièrement le réseau

il faut repasser à un point de contrôle à toutes les 3-4 heures.

Réseaux gravimétriques



➔ Ajustement du réseau (moindre carré)

La gravimétrie mobile

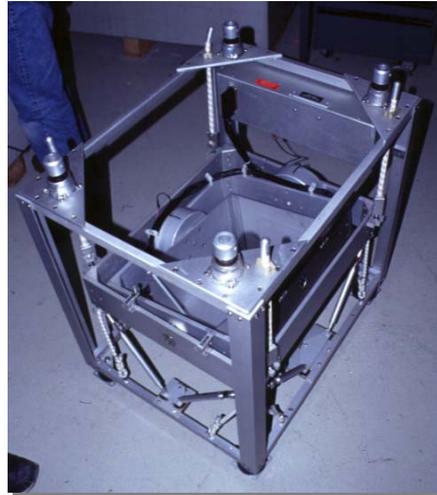


Capteurs d'accélération

La plate-forme



Le berceau



Le gravimètre



Les capteurs
de la plate-forme



Système gravimétrique aérien/marin
(« LaCoste & Romberg »)

Relatif (besoin de base au départ et à l'arrivée)

Les mesures en route

Le navire/avion à une allure propre →

$g = g(v,t)$, v étant la vitesse du bateau et t le temps d'acquisition.

→ Nécessité de corriger des accélérations parasites générées par le mouvement du support

Autres sources d'accélération parasites ($f(t)$), dépendent de:

- état de la mer
- principe de stabilisation (gravimètre près du centre de gravité du navire)

→ Les accélérations verticales s'ajoutent à la mesure
Les accélérations horizontales perturbent le système

Les accélérations parasites

1. Les accélérations inertielles → f(cap,vitesse,position du navire)

→ (exemple: cap vers l'est => $V_{\text{bateau}} + V_{\text{rotation terrestre}} \Rightarrow F_{\text{centrifuge}}$ augmente
diminution de la lecture gravimétrique

→ $E = 7.5 V \cos\phi \sin\alpha + 0.004154 V^2$ (en mGal)
où V est la vitesse fond du bateau exprimée en noeuds
 ϕ est la latitude
 α le cap

2. Les accélérations verticales → f(état de ma mer)

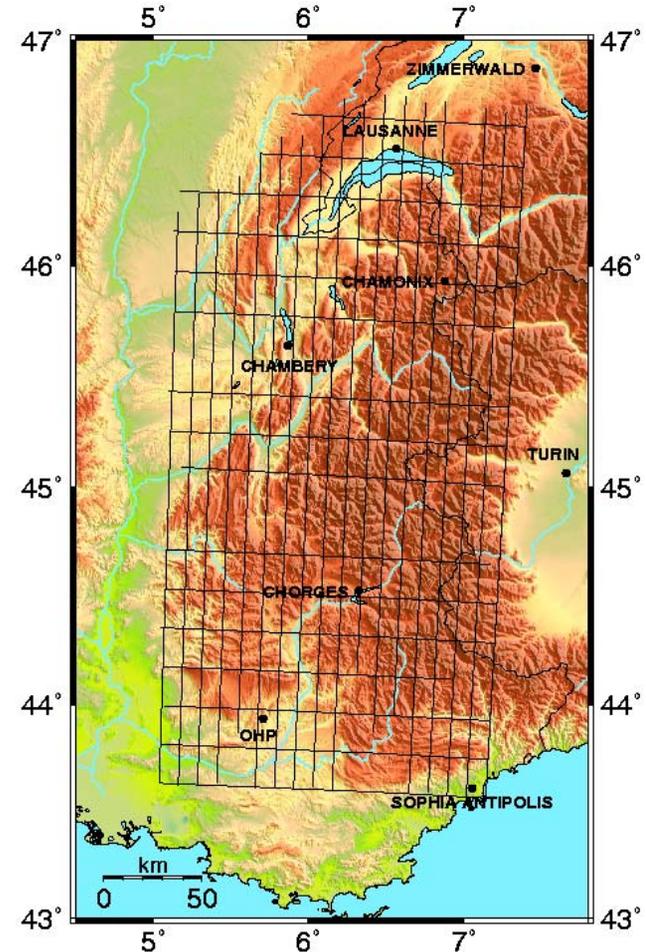
→ filtrage

3. Les accélérations horizontales → Couplage entre oscillations verticales du capteur et accélérations horizontales : "cross-coupling"

→ Amortissement, systèmes de mesures verticaux

Levé « Alpes 1998 »

- L'avion : De Havilland Twin Otter
- Altitude : 5100 m
- Espacement des profils : NS = 10 km
EO = 20 km
- Vitesse : entre 280 & 300 km/h
- Distance totale volée : 10 000 km
- Surface couverte : 50 000 km²
- Échantillonnage : 80 m en moyenne, entre chaque mesure gravimétrie/position



Précision des levés réalisés

Analyse des différences aux croisements

Levé	Altitude moyenne (m)	Vitesse moyenne (km/h)	Filtrage	Résolution (km)	Nombre de croisements	Ecart quad. moy. des différences (mGal)	Précision estimée (mGal)
Alpes 1998	5100	300	Exponentiel	8,4	133	7,7	5,5
Corse 2001	300	310	Buttw 200s	8,6	25	3,7	2,6

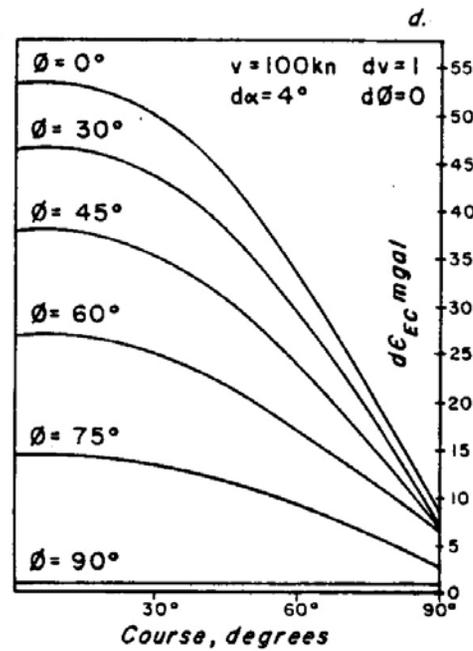
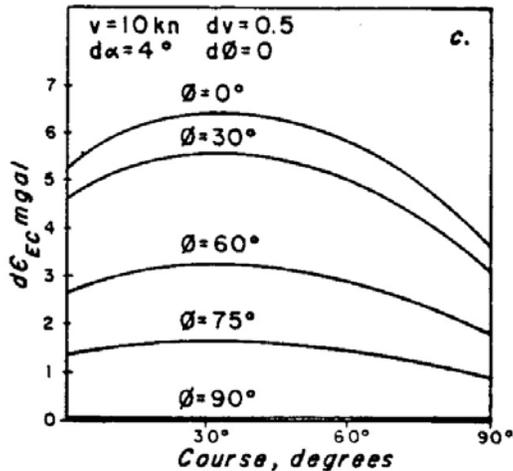
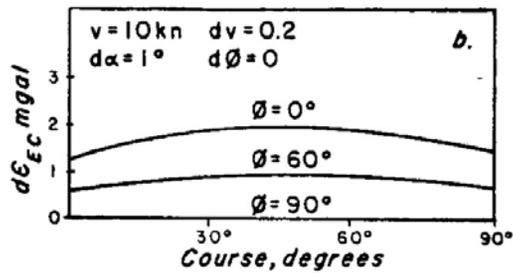
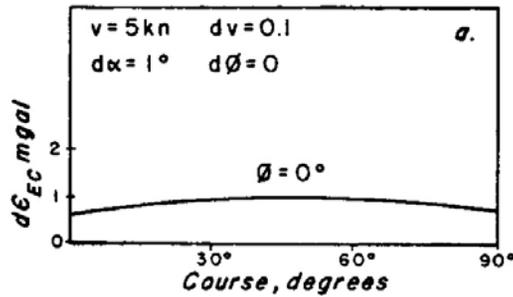
Améliorations ? ←

- modèles d'erreur pour l'égalisation des profils
- traitement « globalisé » mesures, anomalies, continuation vers le bas
(thèse BGI en cours)

Sources d'erreur pour des données homogènes

- 1 Erreurs de référence liées à un mauvais rattachement (mauvais capteur terrestre/qualité de la station gravimétrique)
- 2 Les erreurs dues au capteur (dérive ...)
- 3 Les erreurs dues au mouvement de la plateforme (accélérations parasites, stabilisation)
- 4 Erreurs dues à de mauvaises estimations des corrections (dérive, correction d'Eötvös)
- 5 Erreurs liées au positionnement

$$dE = 7,5 (\cos \phi \sin \alpha \, dV + V \cos \phi \cos \alpha d\alpha - V \sin \phi \sin \phi \, d\phi) + 0,008 V dV \text{ (mGal)}$$

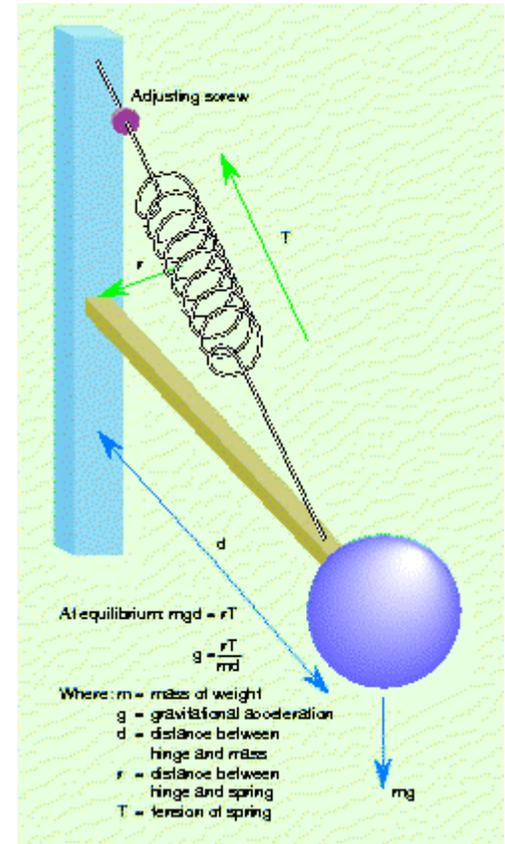
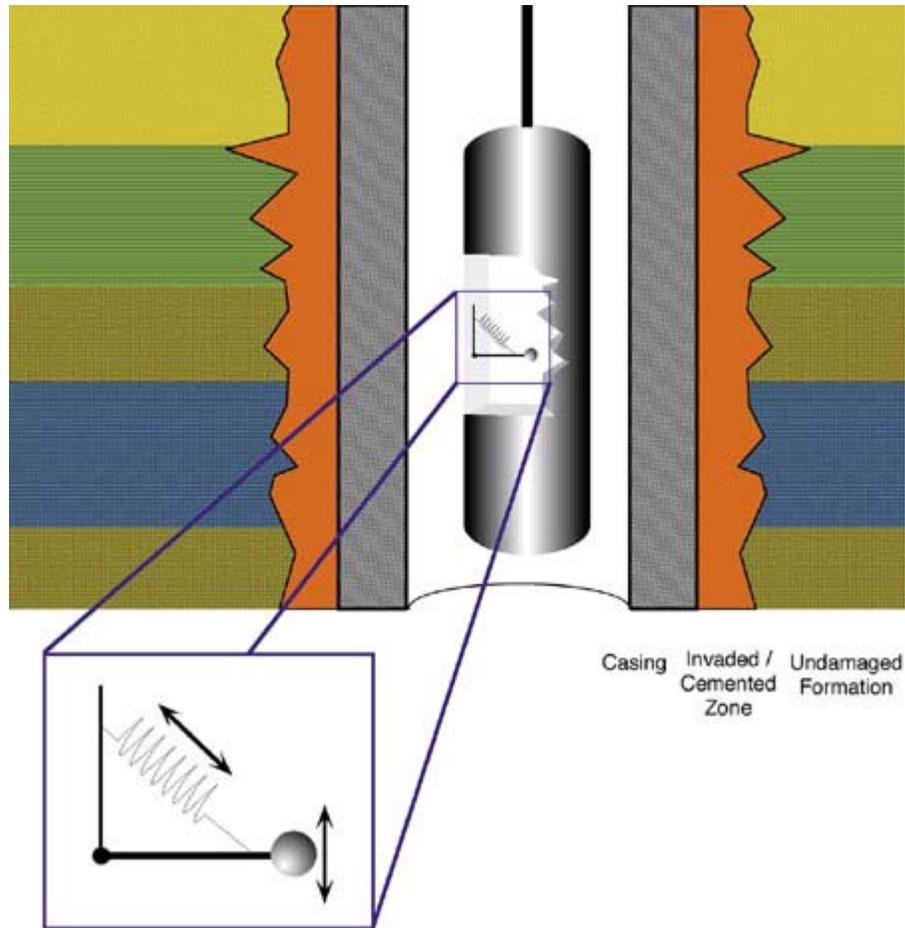


Erreur sur la correction d'Etvös

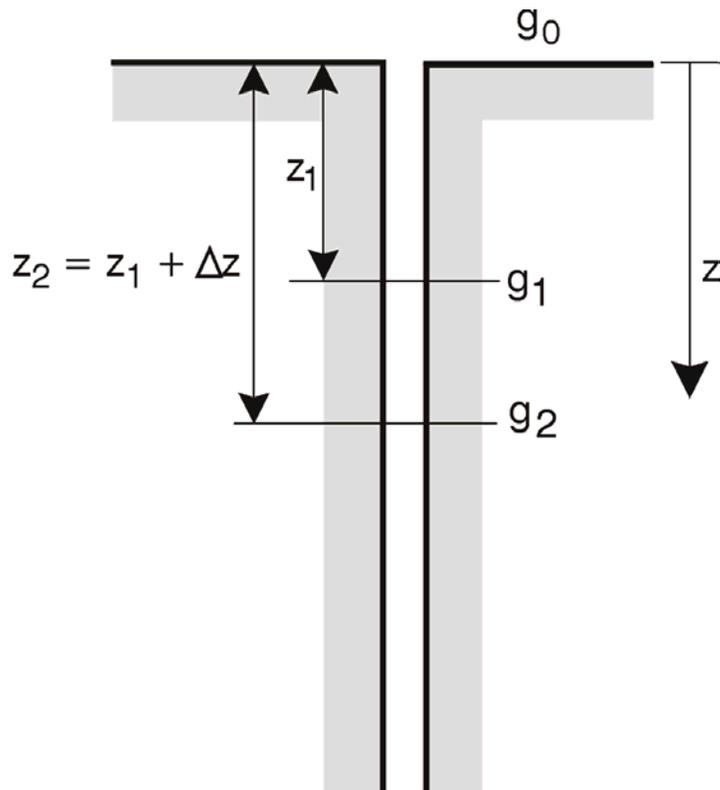
Gravimétrie de puits

instrumentation

Schematic of the borehole gravity logging tool



Gravimétrie en forage



Vous êtes au niveau de la mer, près d'un trou de forage :

a) Si vous prenez différentes mesures de g à l'intérieur du trou, obtiendrez-vous la même différence que si ces mesures avait été faites à l'air libre ? Pourquoi ?

b) Pourriez-vous trouver la densité des roches (présentez des arguments) dans lesquelles le trou a été foré ? Exprimez la densité ρ en fonction de la gravité g mesurée.

Le gradient vertical des mesures gravimétriques faites en forage permettent d'obtenir la densité des roches à la profondeur où le gradient est mesuré. Pour le démontrer, on montre à la figure suivante la géométrie du problème. Soit g_0 , l'attraction gravitationnelle à la surface du sol.

Pour calculer le gradient du champ gravitationnel dans le sol, calculez les champs aux profondeurs z_1 et z_2 . Déduisez la valeur du gradient gravimétrique et donnez la relation qui donne la densité des roches à une profondeur z en fonction du gradient mesuré.

La correction d'air libre est $\frac{2z_1}{r} g_0$, où r est le rayon de la terre (6380 km).

La correction d'une tranche z pour un point d'observation sur la face inférieure par rapport à un point d'observation sur la face supérieure est de $4\pi G\rho z_1$.

Solution:

$$g_1 = g_0 + \frac{2z_1}{r} g_0 - 4\pi G\rho z_1$$

$$g_2 = g_0 + \frac{2z_2}{r} g_0 - 4\pi G\rho z_2$$

$$\Delta g = g_2 - g_1 = \frac{2\Delta z}{r} g_0 - 4\pi G\rho \Delta z$$

d'où on tire:

$$\rho = \frac{1}{4\pi G} \left(\frac{2g_0}{r} - \frac{\Delta g}{\Delta z} \right)$$

Gradiométrie



The torsion balance, 1898

Single torsion balance, designed for field work. For the first time it was used during the gravity survey on the frozen Lake Balaton (Hungary). This instrument was awarded at the World-1900 Exhibition (Paris) .



Loránd Eötvös in 1896

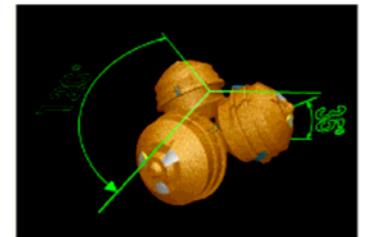
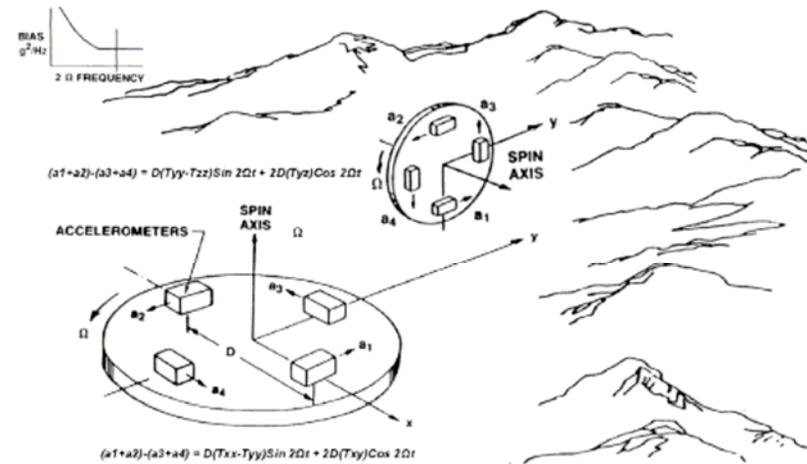
Gradiometers for industrial applications.

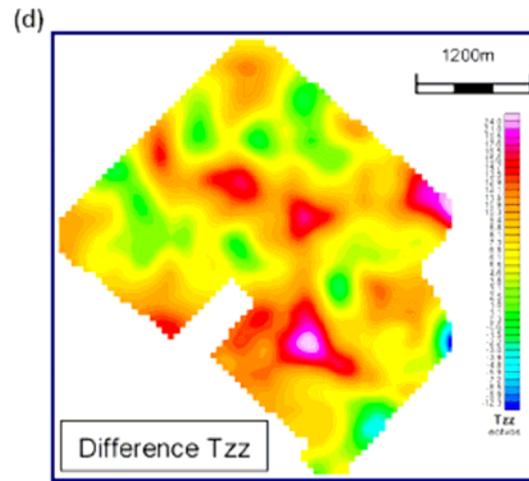
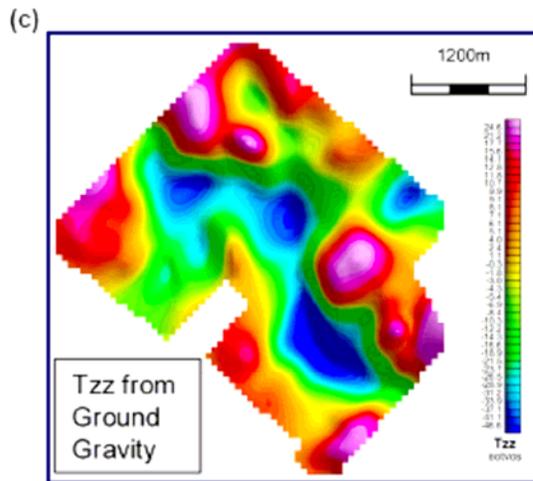
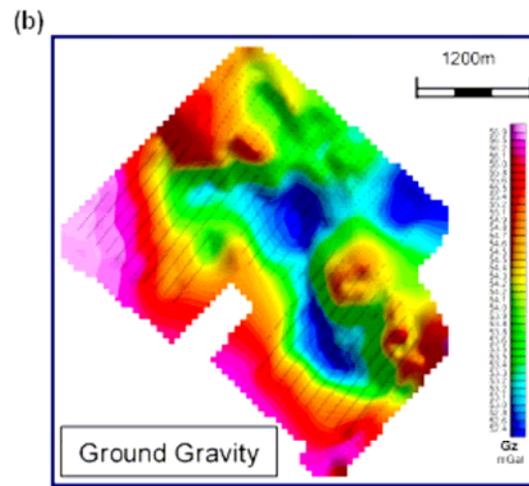
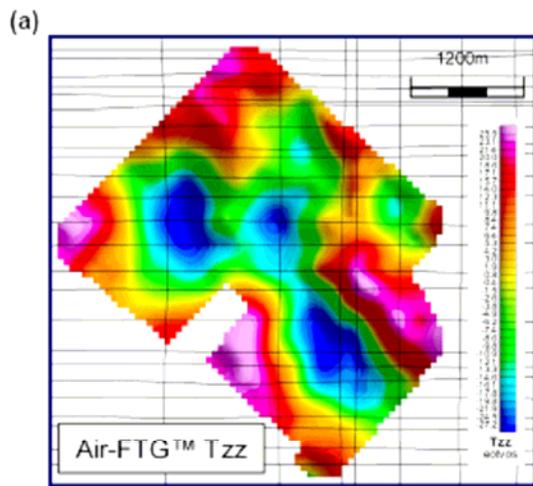
The first gradiometer instrument was developed by Bell Aerospace (now Lockheed Martin) during the 1970's and 80's for the US Navy.

The instrument contains three Gravity Gradient Instruments (GGIs) each consisting of two opposing pairs of accelerometers arranged on a disc.

The gradient of the gravity field is measured as the difference in readings between the opposing pairs of accelerometers on each disc. The three GGIs are mounted such that their axes are mutually perpendicular and each make the same angle with the vertical. Viewed from above, the projections of the three axes are 120 degrees apart.

To minimise any bias related to the orientation or movement direction of the instrument, the assembly of GGIs is rotated at constant speed about a vertical axis.





Comparison of Air-FTG™ Tzz data with ground gravity data from the Ventersdorp area, South Africa. Both data sets are terrain corrected.

(a) Air-FTG™ Tzz response with flight lines shown as an overlay.

(b) Ground gravity Gz image with stations shown as an overlay.

(c) Tzz image derived from upward continued ground gravity data.

(d) Difference between the Tzz values derived from Air-FTG™ and the ground gravity data.

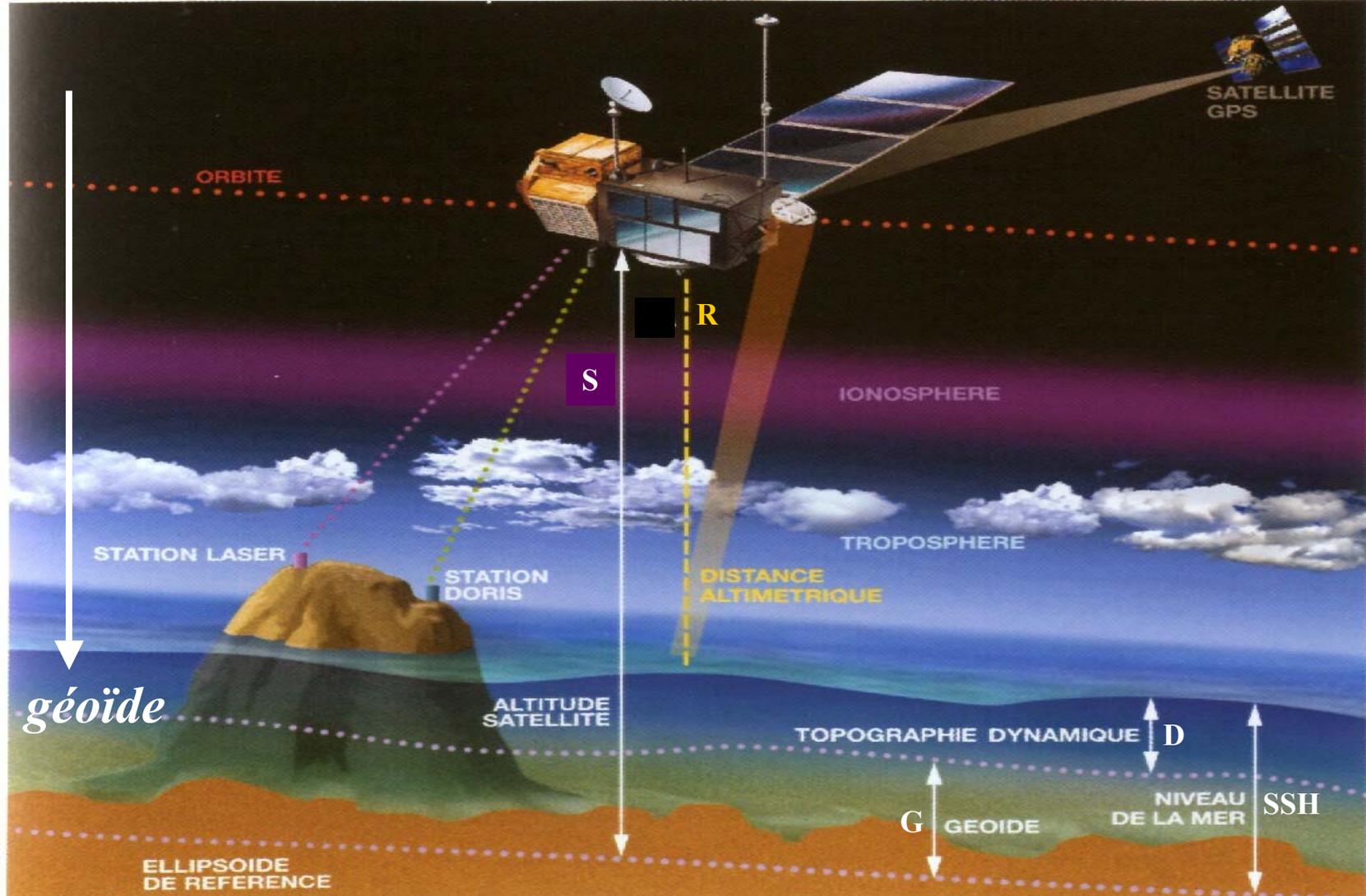
Les mesures depuis l'espace



L'ère de l'altimétrie spatiale

**Skylab, Geos3, SEASAT,
GEOSAT, ERS-1, Topex-
Poseidon, ERS-2, Jason,**



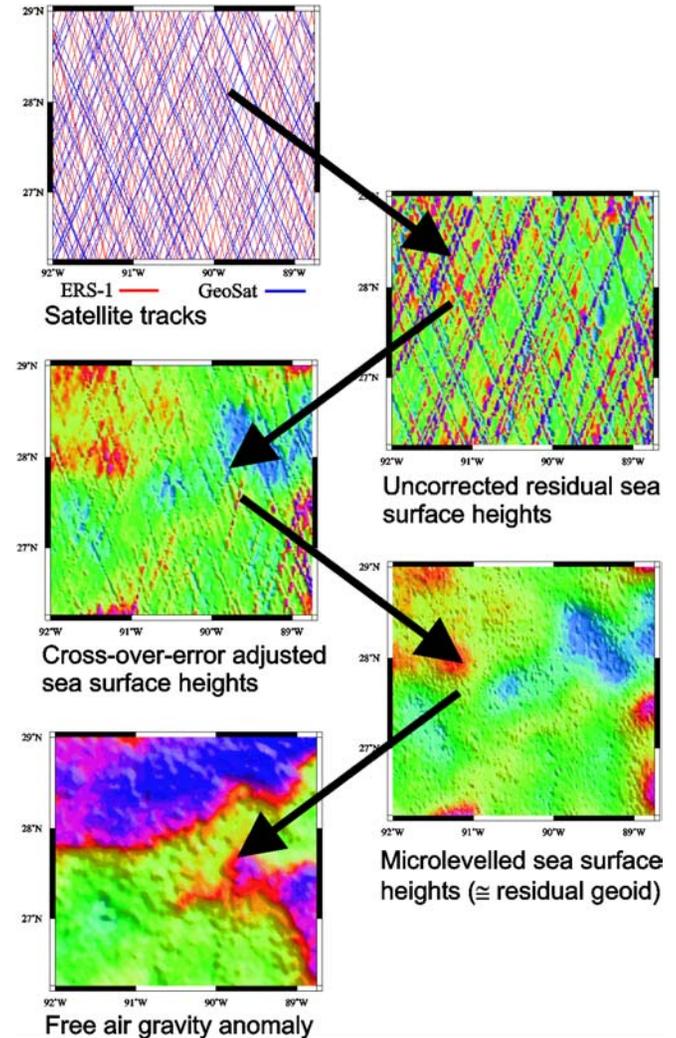
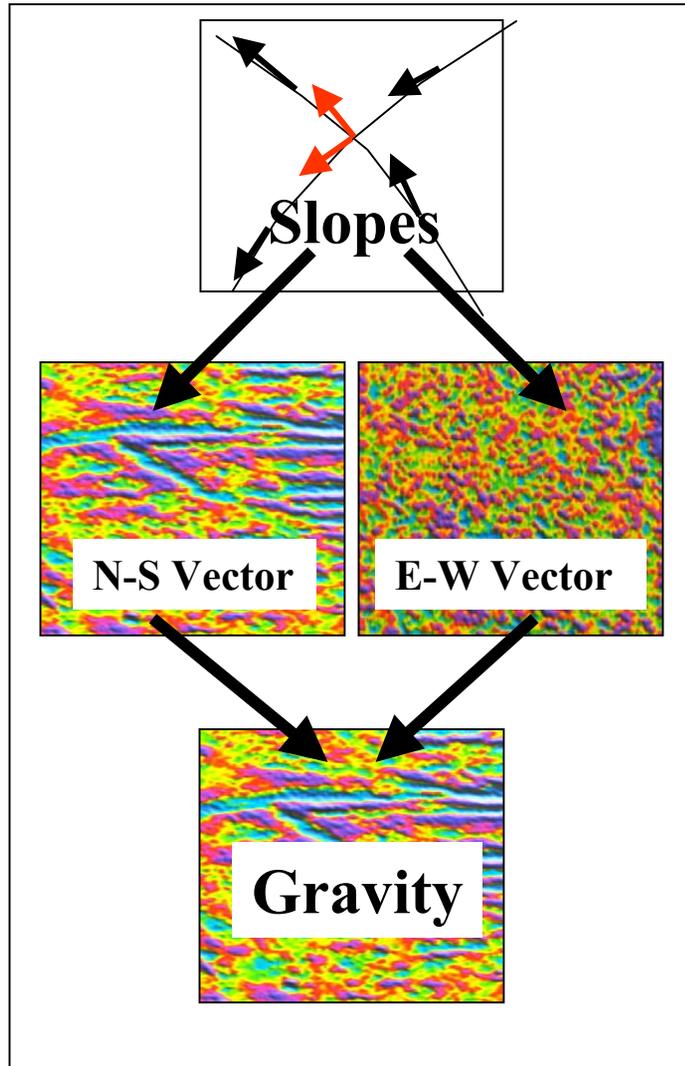


L'altimétrie des océans par satellite. Celui-ci mesure par radar sa distance (R) à la surface de la mer. Le suivi de sa trajectoire (par exemple par des balises Doris exploitant l'effet Doppler) permet un positionnement par rapport à un référentiel lié au centre de la Terre, donc de connaître son altitude (S) par rapport à un ellipsoïde. On en déduit (de R et S) la hauteur de la surface océanique (SSH). En fait, cette surface dépend des courants marins dont la dynamique, dictée par les vents, les différences de température et de salinité, est fonction de la forme du géoïde, c'est-à-dire de la quantité G. Connaître le géoïde indépendamment, grâce aux nouvelles missions (CHAMP, GRACE, GOCE) permet donc la détermination absolue de la topographie dynamique (D).

Les données gravimétriques dérivées de l'altimétrie satellitaire

Sandwell and Smith
(Slopes to Gravity)

GETECH's
(Geoid to Gravity)



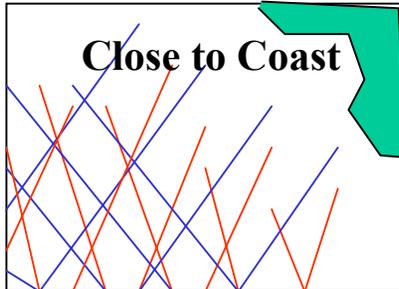
Resolution 25-30 km at 6mGal

Resolution 15-20 km at 5mGal

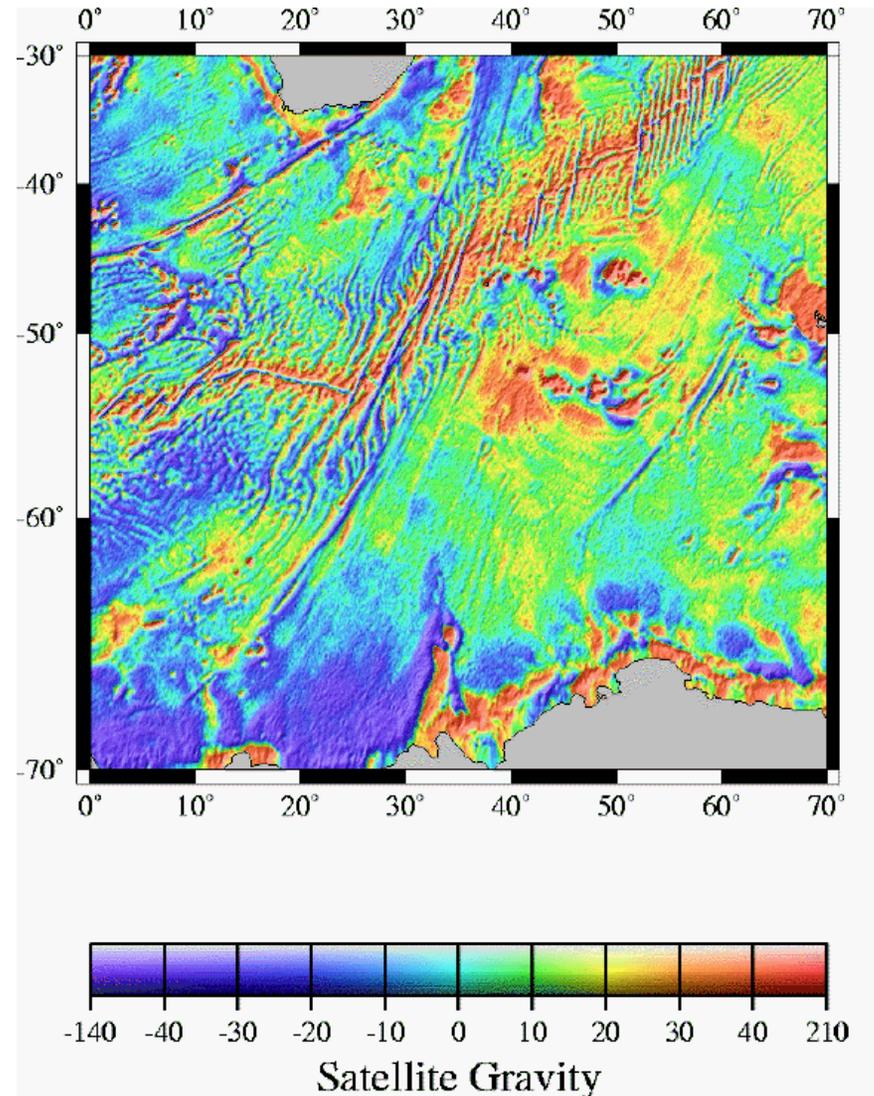
Les données gravimétriques dérivées de l'altimétrie satellitaire

Inconvénients de la méthode
Sandwell et Smith

**Orbital tracks
with no crossing**

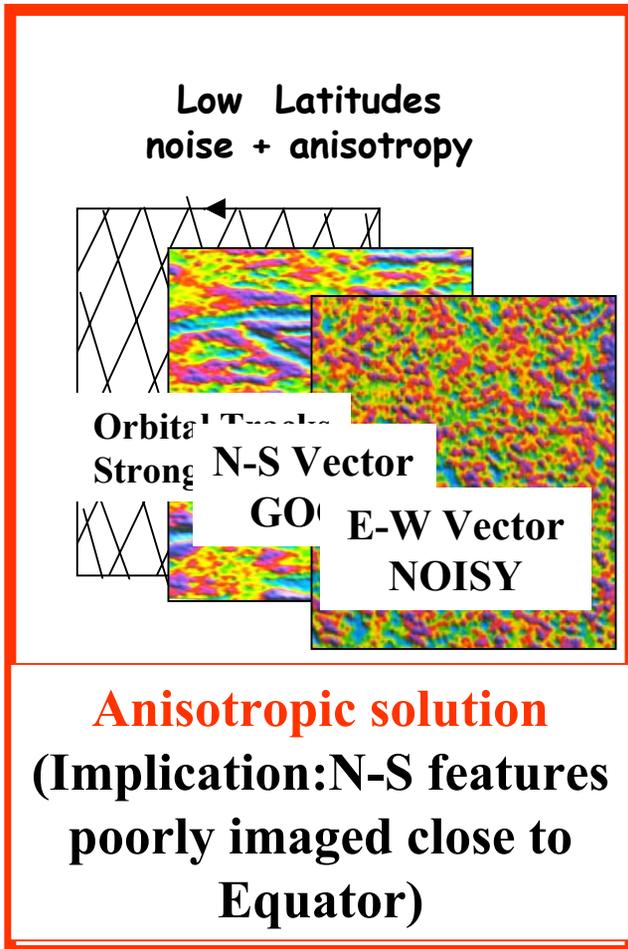


**No tracks crossing,
no N-S or W-E vectors
(Implication: limited resolution
close to coast)**



Anomalie à l'air libre

L'altimétrie satellitaire



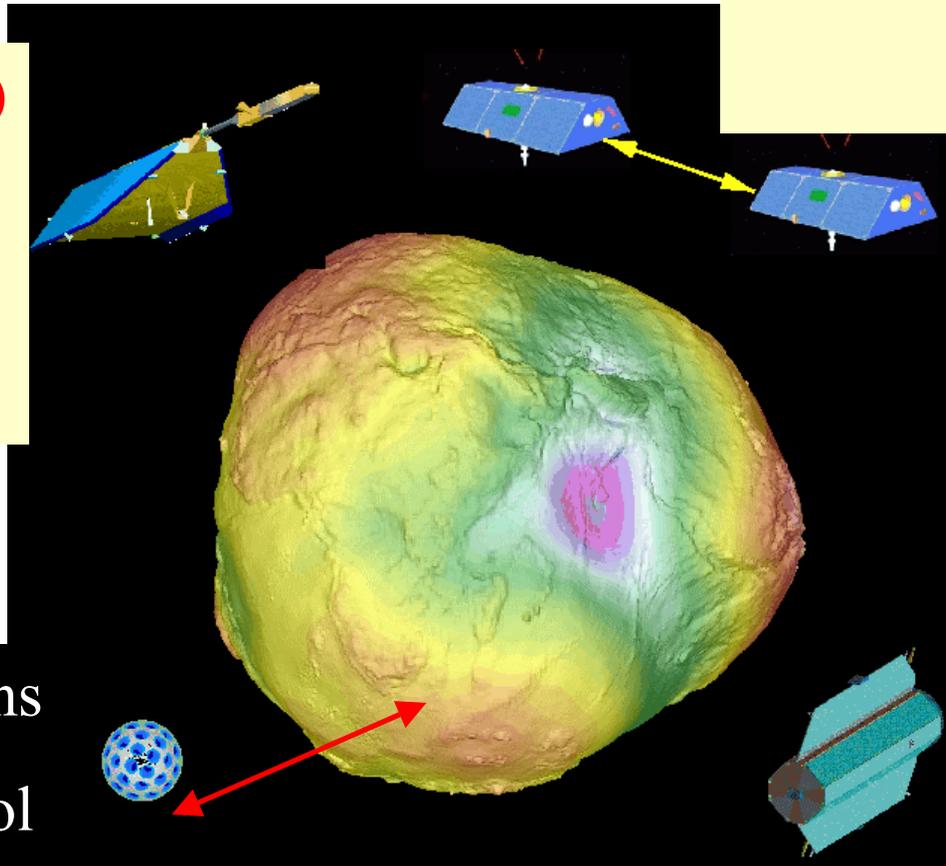
- Une mesure ~ tous les 7 km
- inconvénient: anisotropie, pas de couverture près des côtes
- résolution spatiale ~ 25 km

LES NOUVELLES MISSIONS POUR DETERMINER LE CHAMP DE GRAVITE DE LA TERRE

CHAMP (2000)

- GFZ-CNES
- GPS +
Acceleromètre

Observations
depuis le sol
1967-2000



GRACE (2002)

- JPL-CSR-GFZ
- GPS + mesure distance inter-satellite
+ accéléromètre

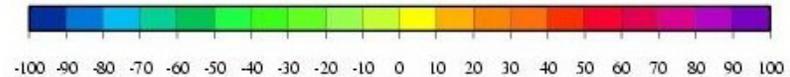
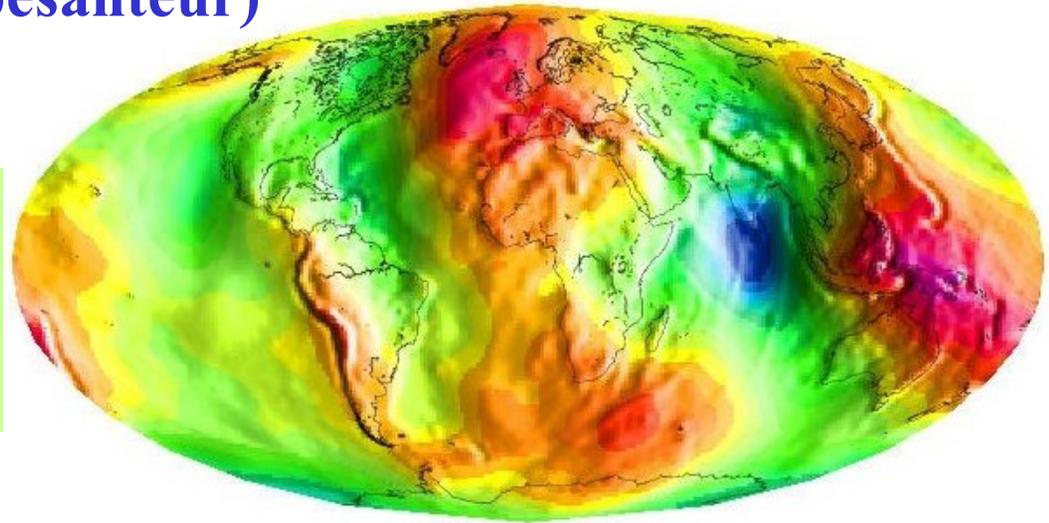
GOCE (mi-2006)

- ESA
- GPS +
Gradiomètre

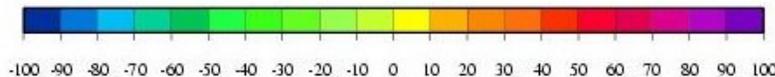
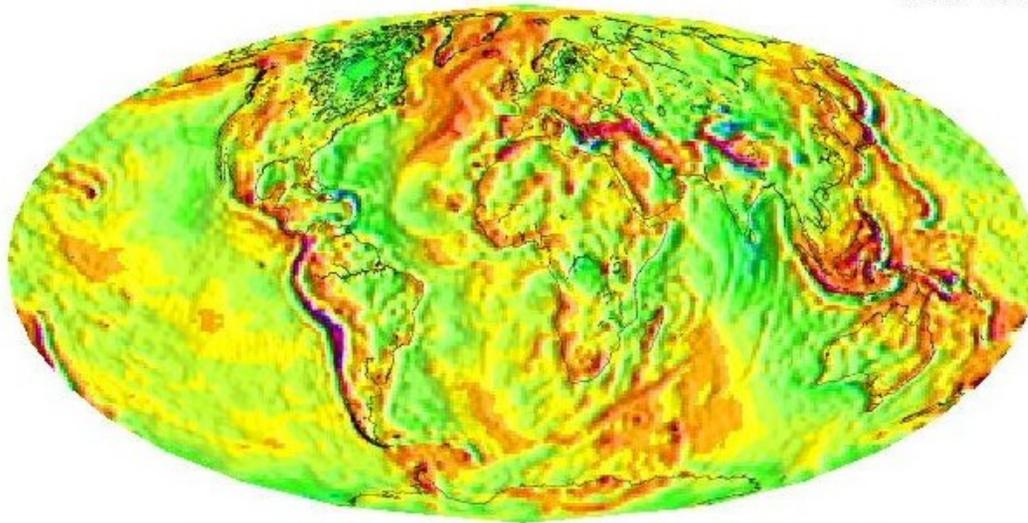
30 ans d'observation de satellites depuis le sol (+ mesures de pesanteur) → modèle GRIM5 C1

Modèle développé en harmoniques sphériques
(degré et ordre 120 → 14500 paramètres)
Plus petite longueur d'onde représentée : 333 km
⇔ Résolution de 167 km)

Altitude du Géoïde (m)



Anomalies de gravité (mgal)



Précision géoïde : 30 cm à 400 km de résolution
50 cm à 167 km de résolution
Précision gravité : 1.5 mgal à 400 km de résolution
5.4 mgal à 167 km de résolution

Comment faire mieux ???

4 critères fondamentaux à satisfaire :

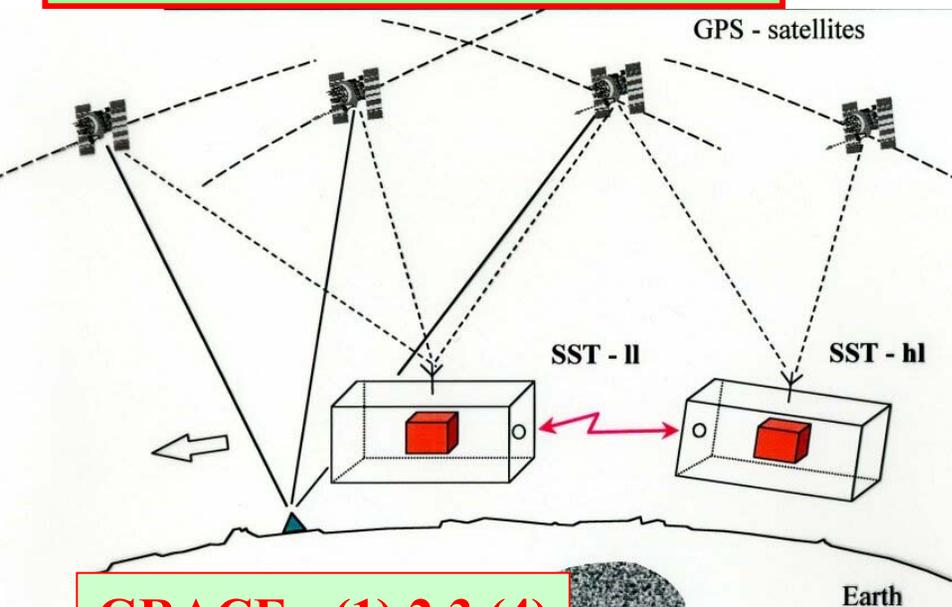
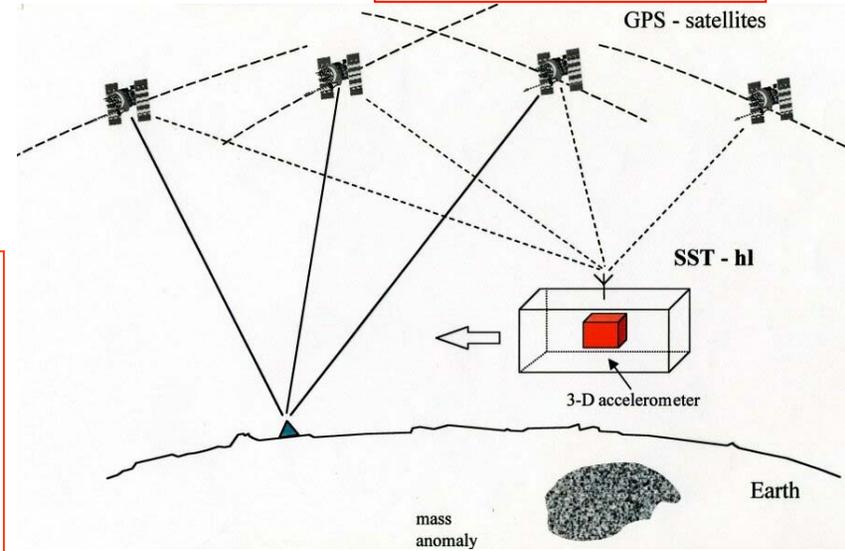
1. Orbite la plus basse possible
2. Suivi continu de la trajectoire (GPS)
3. S'affranchir des forces de surface (... les mesurer → accéléromètres)
4. Augmenter la sensibilité de la mesure par « différentiation »

CHAMP

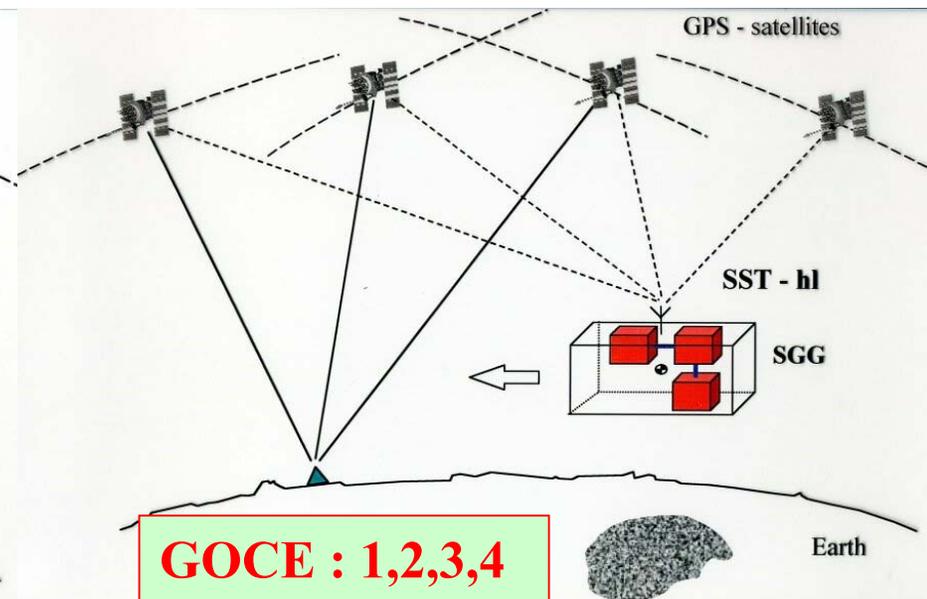
GRACE

GOCE

CHAMP : 1,2,3



GRACE : (1),2,3,(4)

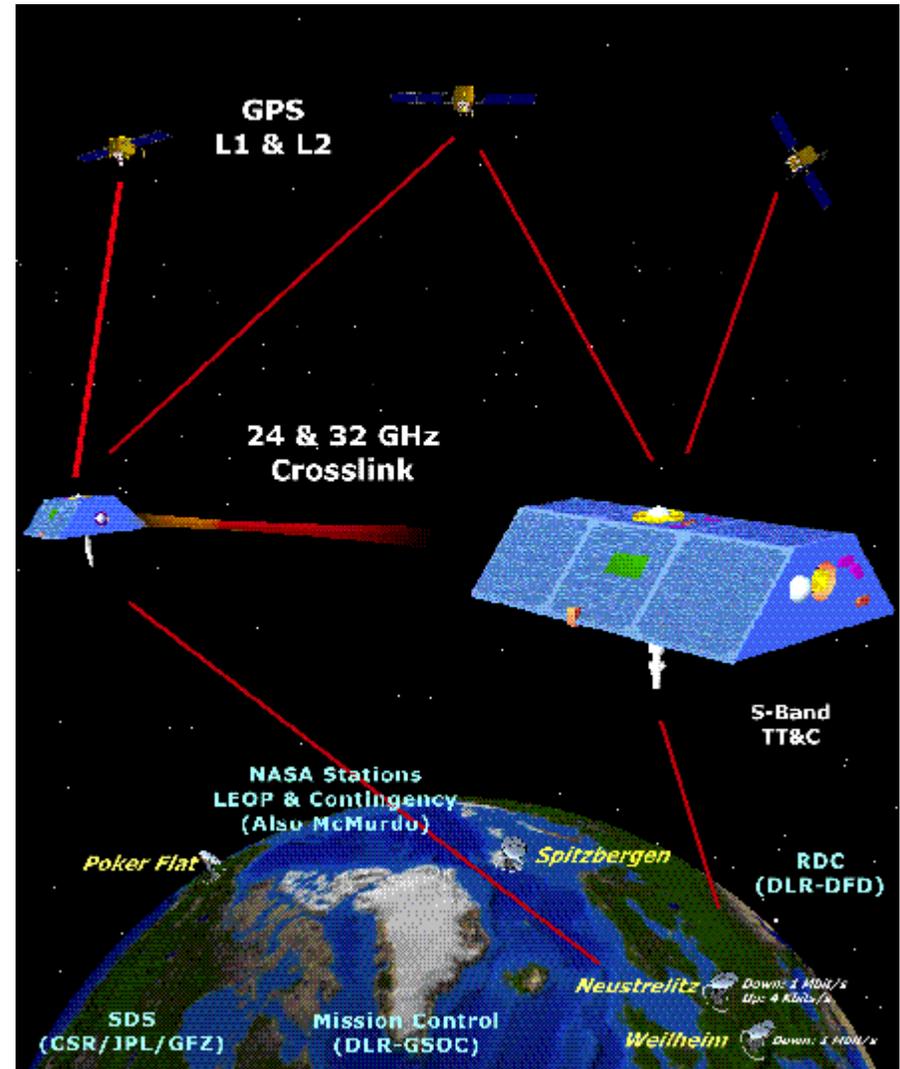


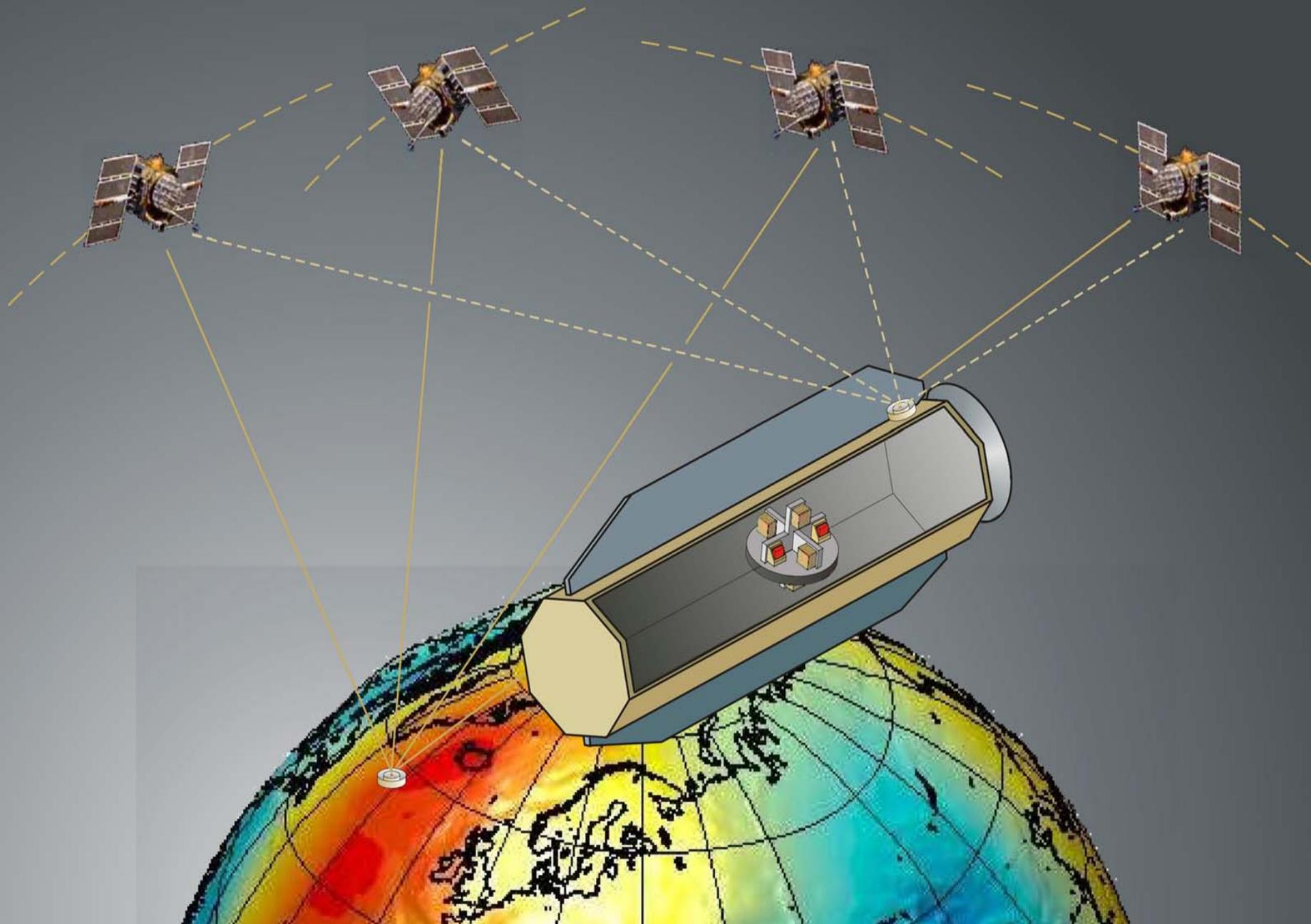
GOCE : 1,2,3,4

MISSION GRACE

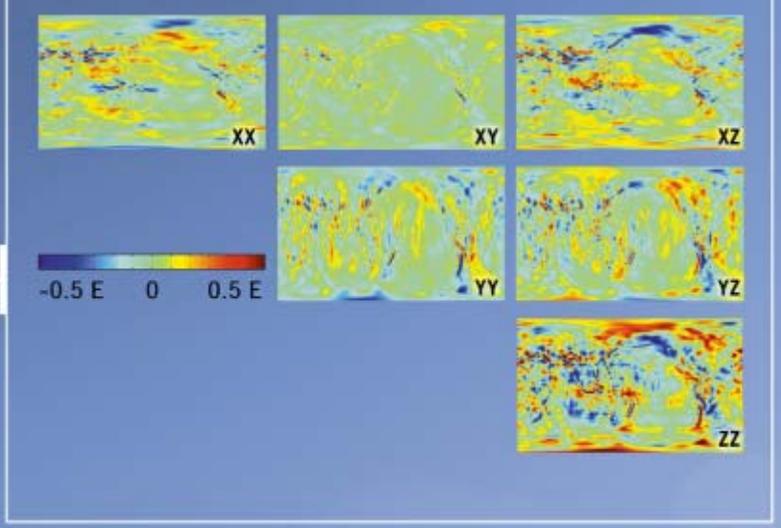
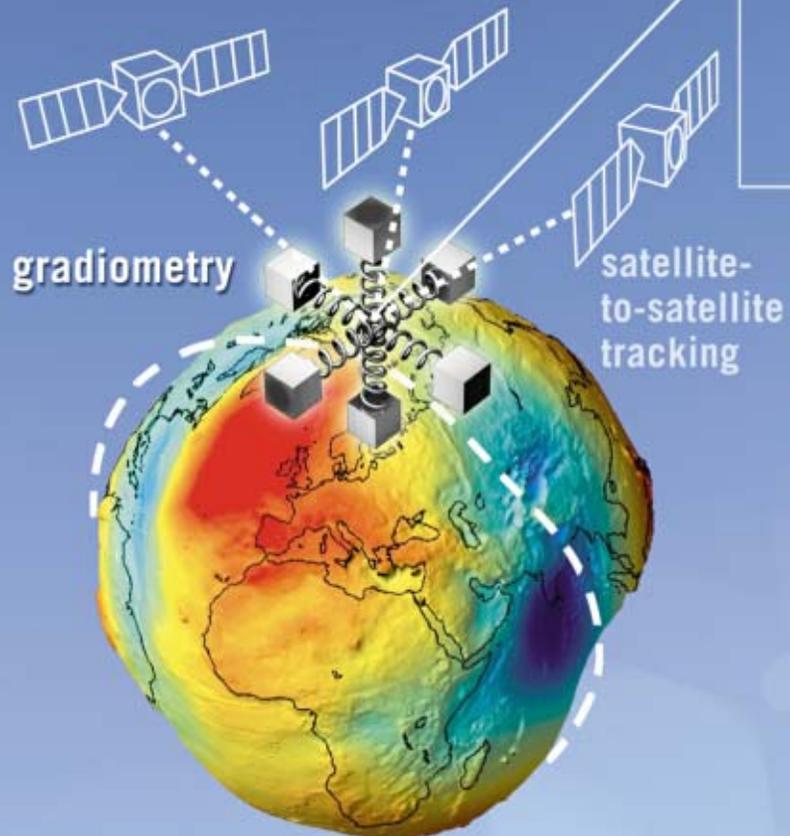
Gravity Recovery and Climate Experiment

- ⇒ 2 satellites (type CHAMP)
à 300km de distance reliés
par un lien micro-onde (précision
10Micromètres)
- ⇒ Etude des variations temporelles
du champ de gravité (période
mensuelle)
- ⇒ Altitude de 450km à 250km



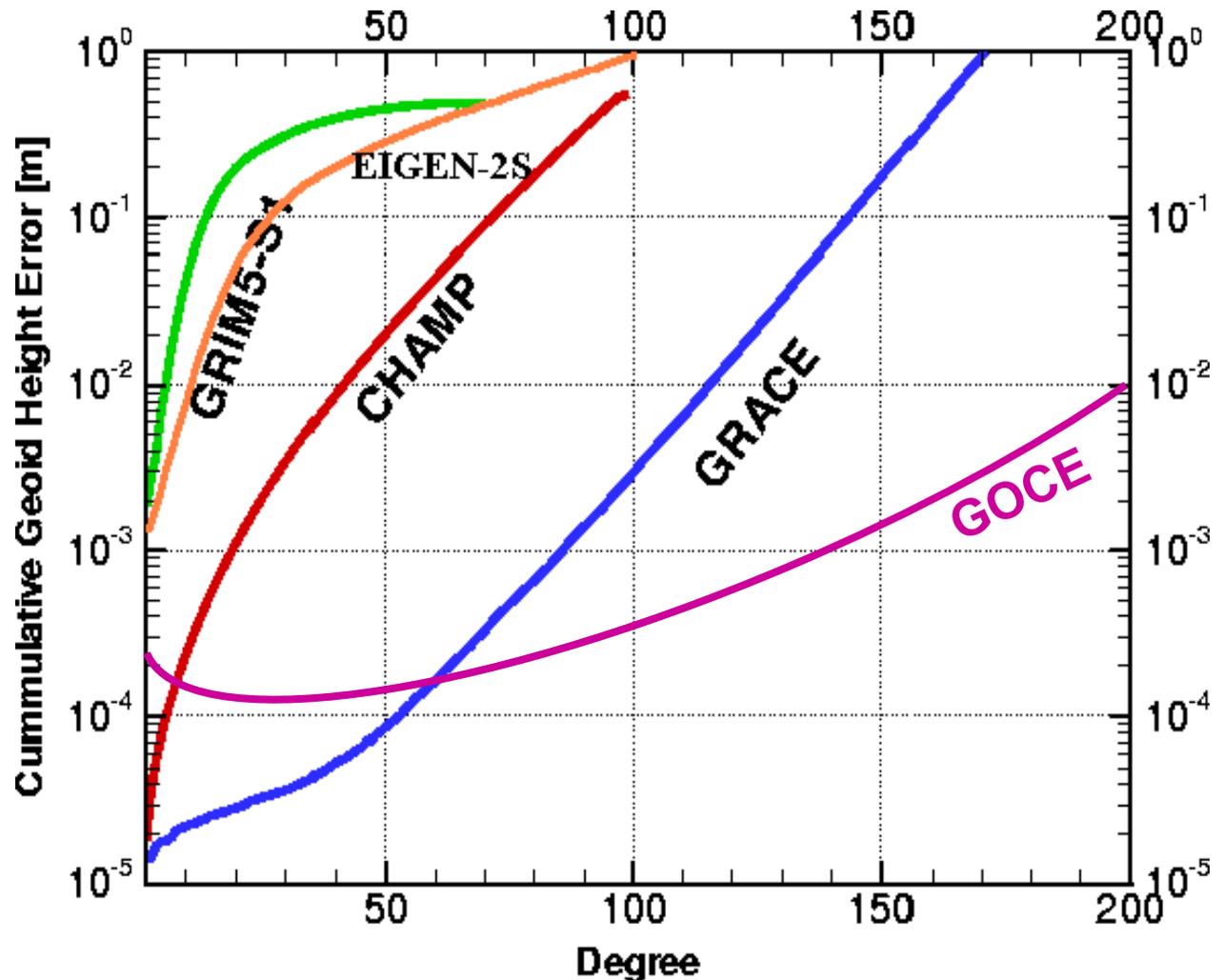


Gradiométrie (mesure des gradients de gravité) : SGG (sat. grav. grad.)



... combinée avec SST-h1
(GPS → GOCE)

Erreurs cumulées sur le géoïde



Hypothèse

CHAMP : 7 ans

GRACE : 5 ans

GOCE : 1 an

Les anomalies de pesanteur

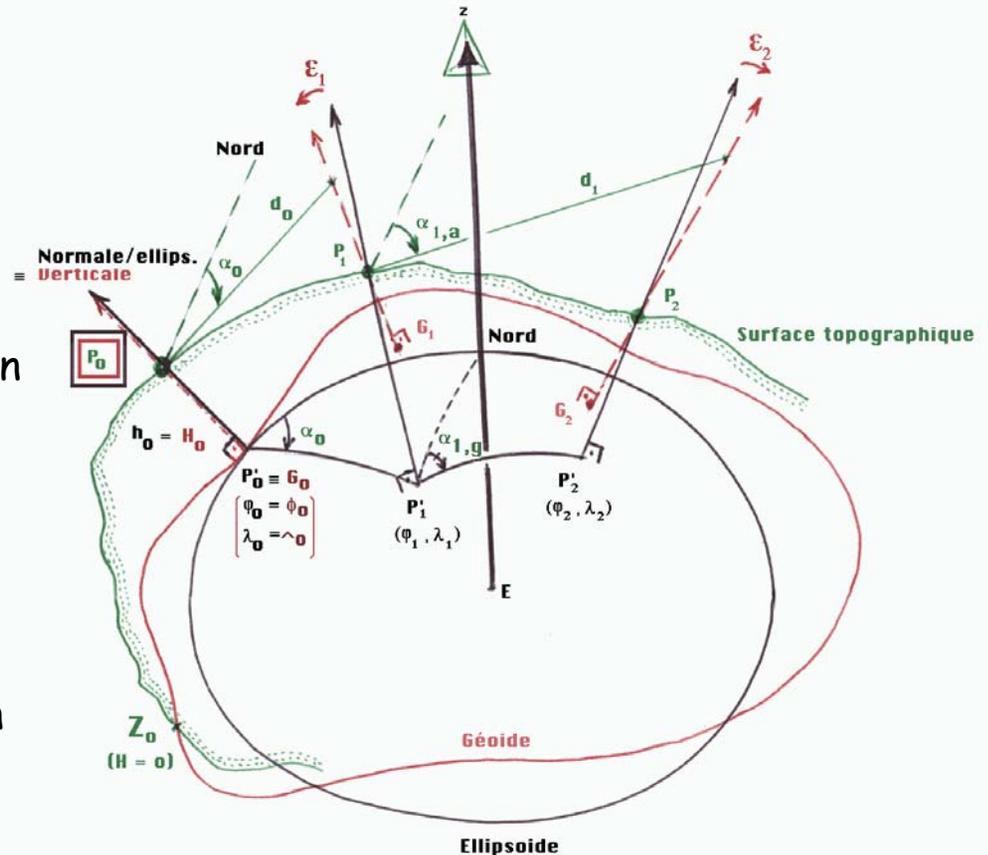
- anomalies à l'air libre,
- anomalies de Bouguer

Vers des anomalies gravimétriques

- A l'issu du levé, on connaît les variations locales de g .
- Il faut les réduire :
 - 1/ de la marée terrestre,
 - 2/ de la dérive instrumentale.
- Il faut les exprimer par rapport à un référentiel commun : l'ellipsoïde. On pourra alors parler d'anomalies de pesanteur Δg .

$$\Delta g = g_{\text{mes}} - g_{\text{théo}}$$

où $g_{\text{théo}}$ est le champ théorique sur un ellipsoïde. ex: ellipsoïde GRS 67



Anomalies gravimétriques

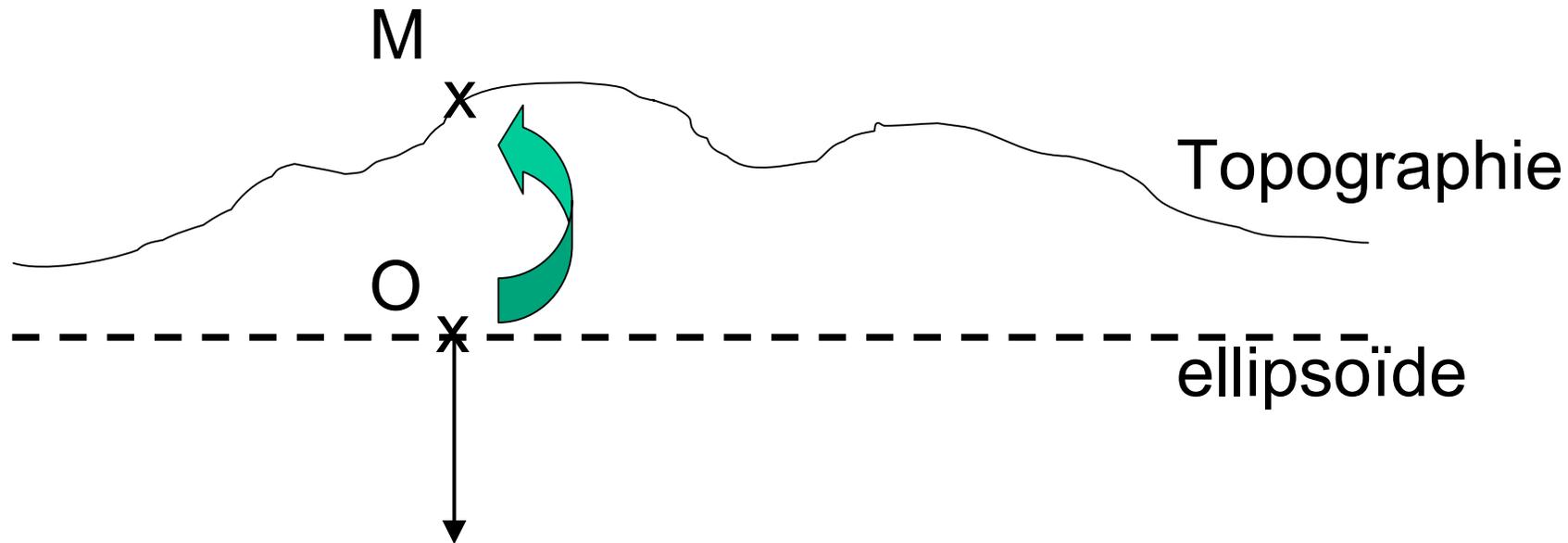
- Anomalie = diff. entre $g_{\text{mesuré}}$ et $g_{\text{théorique}}$
- Nécessite des corrections sur $g_{\text{théorique}}$
- Hypothèses:
 - g_m : pesanteur mesurée
 - g_0 : pesanteur théorique sur l'ellipsoïde
 - Correction : terme correctif sur g_0
 - Anomalie : diff entre g_m et g_0 corrigé

Les corrections

- Correction à l'air libre (altitude)
- Correction de Bouguer
 - Correction de plateau
 - Correction de terrain

Correction à l'air libre

- On ramène la valeur théorique à l'altitude h
- Gradient à l'air libre : -0.3086 mGal/m



L'anomalie à l'air libre

- Il faut corriger de l'éloignement de la mesure par rapport au centre de la Terre et ainsi prendre en compte le Δz entre 2 points de mesure

si l'on se trouve sur le géoïde (altitude 0), g vaut :
où R est le "rayon" de l'ellipsoïde aplati.

$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

A l'altitude h :

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$= \frac{GM}{R^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2}$$

$$= \frac{GM}{R^2} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2}$$

$$h \ll R$$

$$\approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

Avec $g_0 = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ et $R=6378 \text{ km}$

$$\Delta g_{\text{air libre}} = g_{\text{mes}} - (g_{\text{théo}} - dg/dz \cdot H)$$

$$= g_{\text{mes}} - (g_{\text{théo}} - 0,3086 h) \quad [\text{mGal}]$$

Anomalie à l'air libre

- Différence entre g théorique et mesuré en tenant compte uniquement de l'altitude

$$A_{AL} = g_M - (g_0 - 0.3086h)$$

Correction de Bouguer

Il est clair que l'anomalie à l'air libre est entièrement dominée par la topographie: quand on se trouve à une certaine altitude h c'est en général parce qu'on a une montagne sous les pieds ! Il faut donc également tenir compte de l'effet dû à la masse de cette montagne et pas seulement son élévation si l'on veut pouvoir détecter des anomalies gravimétriques générées par des anomalies de densités qui sont situées plus profondément dans la croûte.

Elles permettent de s'affranchir des effets du terrain :

1- Correction de plateau

ou "Bouguer simple"

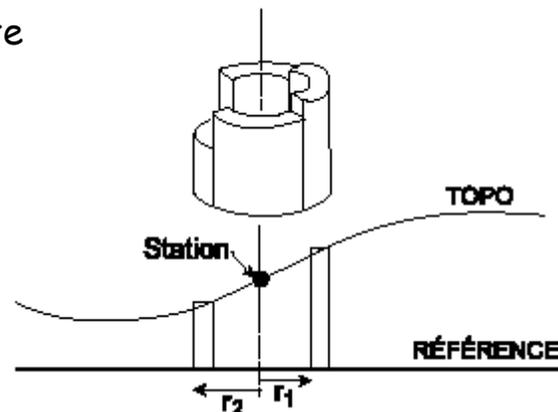
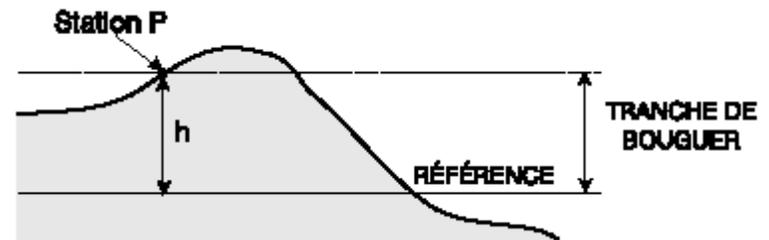
$$\Delta g = 2\pi\rho G h$$

densité de Bouguer: 2.67 g/cc pour une croûte continentale

$$\Delta g = 0.1119 \times 10^{-5} h \text{ (SI)}$$

2- Correction de terrain

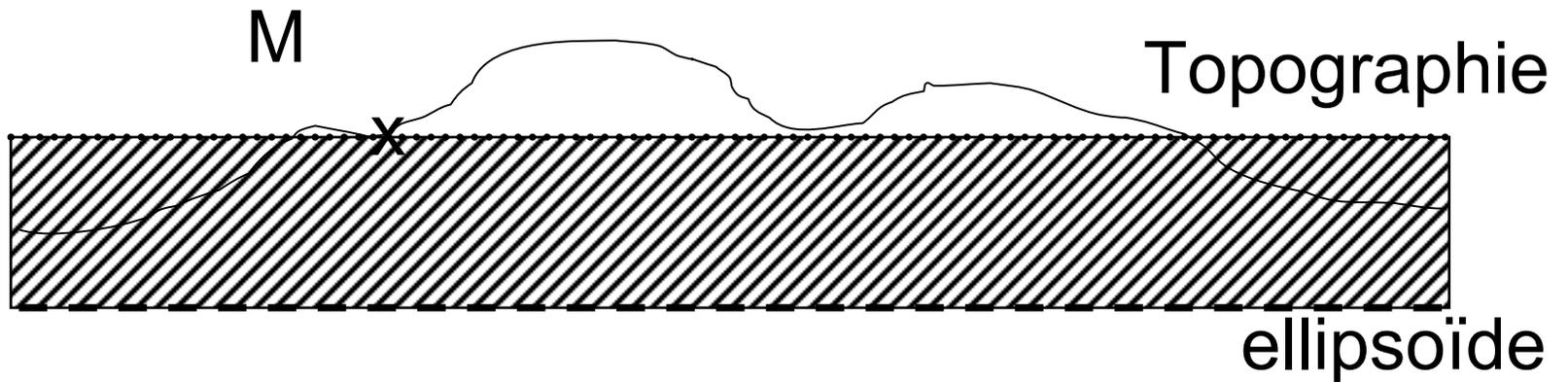
Auparavant abaques (hammer) => Modèle numérique de Terrain



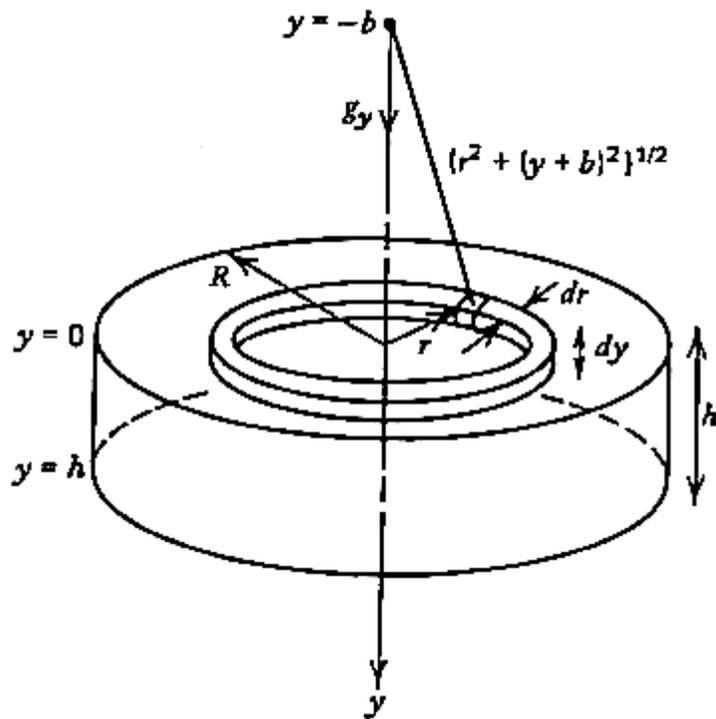
Correction de plateau

- On tient compte de l'effet des masses (correction de plateau)

$$\Delta g = +2\pi\rho Gh$$



Correction de Plateau

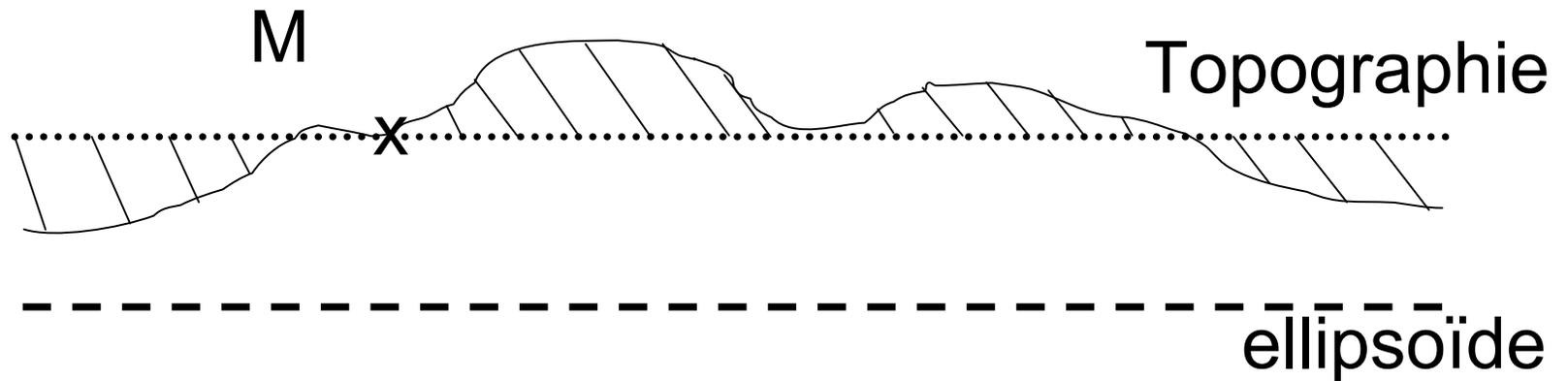


$$dg_y = \frac{\overbrace{(2\pi r dr dy)}^{\text{volume de l'anneau}} \rho G}{\underbrace{r^2 + (y+b)^2}_{\text{distance}}} \left(\frac{y+b}{\underbrace{\sqrt{r^2 + (y+b)^2}}_{\text{cosinus de l'angle pour obtenir dg vertical}}} \right)$$

$$\begin{aligned} g_y &= 2\pi G \int_0^h \int_0^R \frac{(y+b)r}{(r^2 + (y+b)^2)^{3/2}} \rho(y) dr dy \\ &= 2\pi G \int_0^h \left(1 - \frac{y+b}{\sqrt{R^2 + (y+b)^2}} \right) \rho(y) dy \\ &\approx 2\pi G \int_0^h \rho(y) dy \\ &= 2\pi G \rho h \end{aligned}$$

- On tient compte des irrégularités de terrain (correction de terrain)

$$\Delta g = \boxed{-\rho T}$$

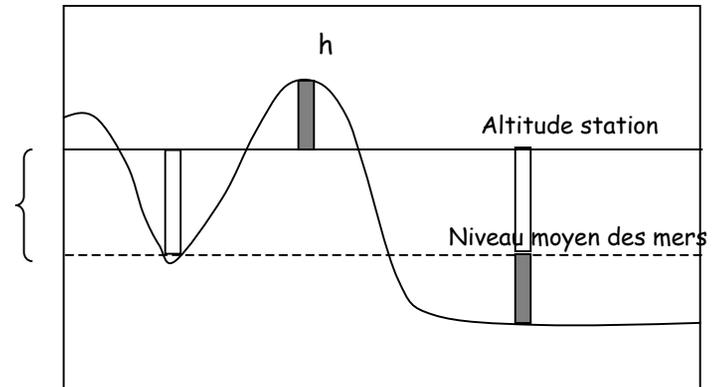


Correction de Bouguer

1- Correction de Bouguer à Terre

densité de Bouguer: 2.67 g/cc pour une croûte continentale

Plateau infini



2- Correction de Bouguer en mer

on "remplit" l'espace entre la surface océanique et le plancher océanique par la densité de Bouguer.

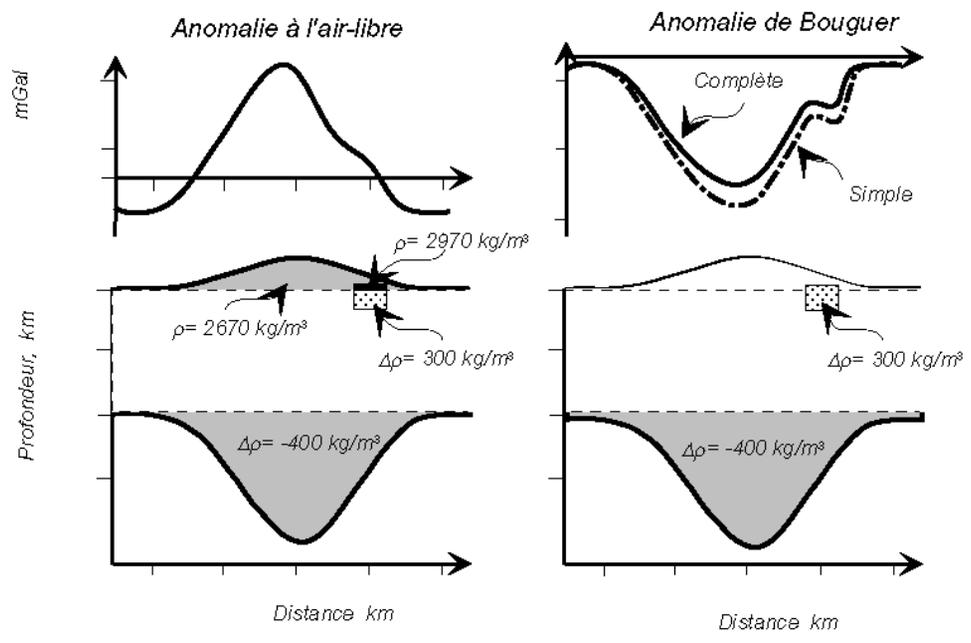
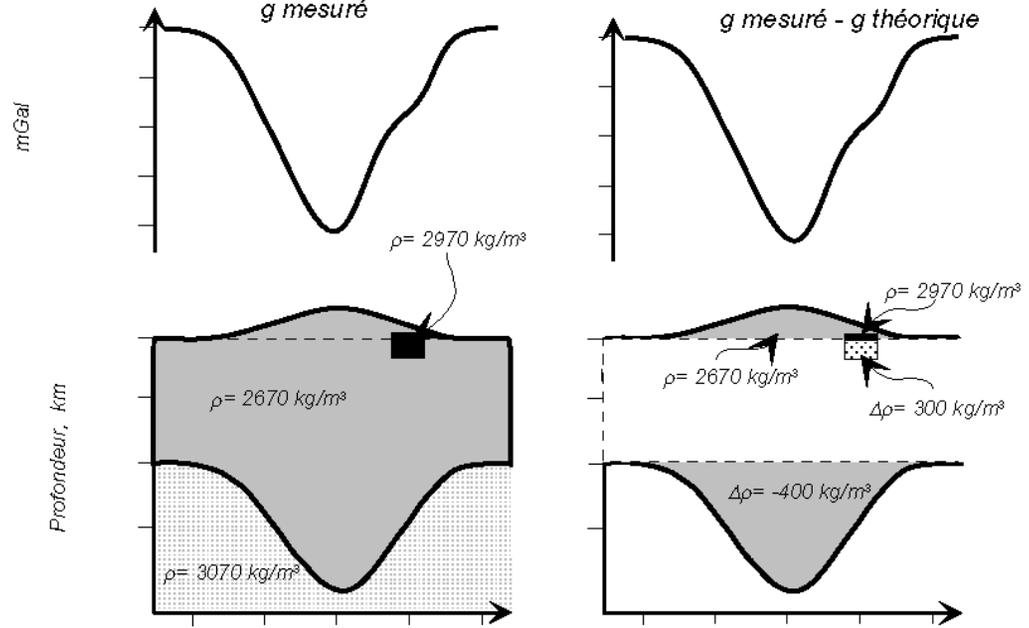
Anomalie de Bouguer

- Différence entre g théorique et mesuré en tenant compte
 - de l'altitude
 - du plateau
 - du terrain
- } « simple » } « complète »

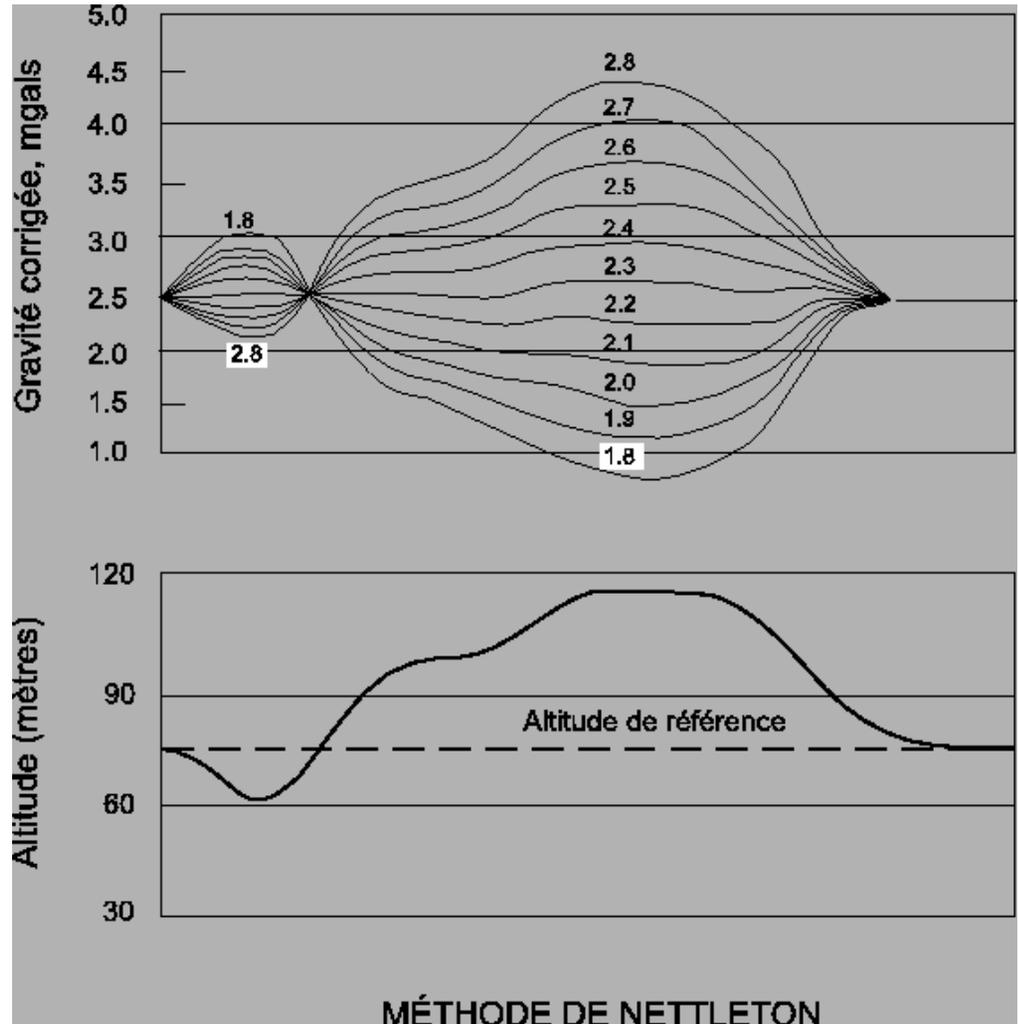
$$A_{BS} = g_M - (g_0 - 0.3086h + 2\pi\rho Gh)$$

$$A_{BC} = g_M - (g_0 - 0.3086h + 2\pi\rho Gh - \rho T)$$

- Anomalie Bouguer complète = hétérogénéités sous la surface
- $A_{BC} < 0$  défaut de masse
- $A_{BC} > 0$  excès de masse



Trouver la densité de Bouguer appropriée
 La méthode de Nettleton: corrélation Topographie/ Anomalie de Bouguer



$$Cor.Coeff = \frac{\sum (\Delta g_i - \bar{\Delta g})(H_i - \bar{H})}{\sqrt{\sum (\Delta g_i - \bar{\Delta g})^2 \sum (H_i - \bar{H})^2}}$$

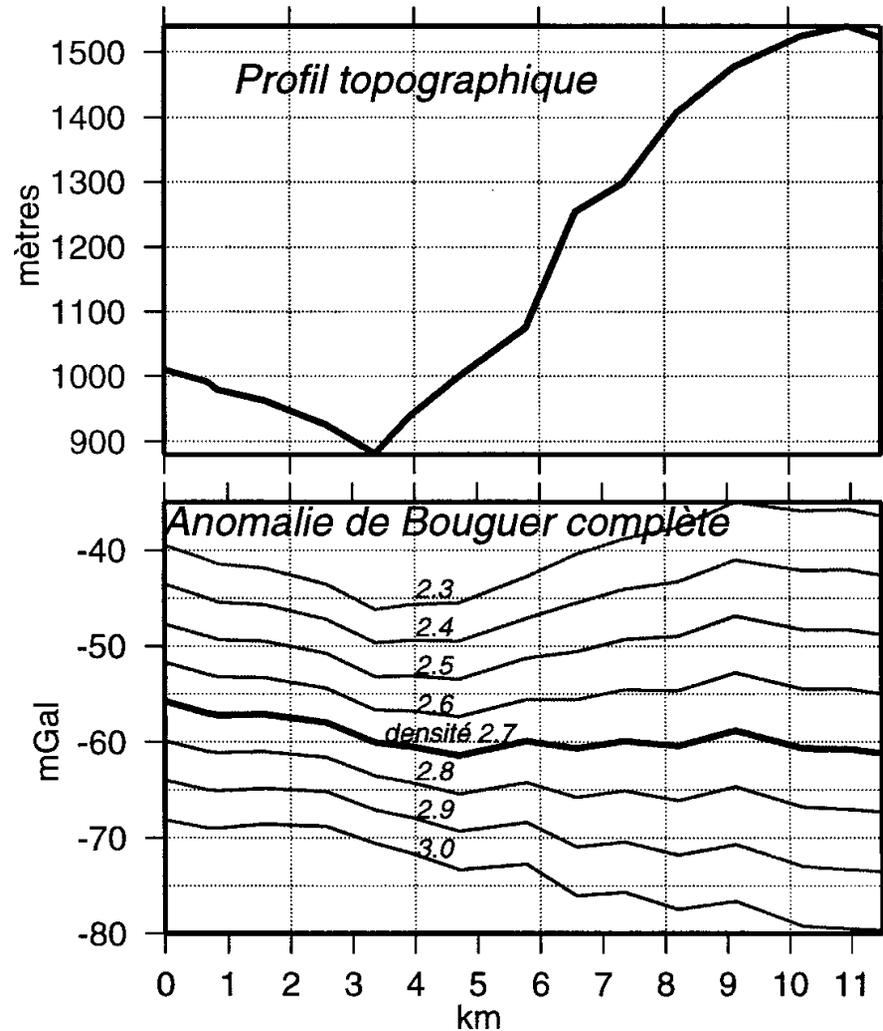
$\Delta g_i, H_i$: BA et altitude de la station i
 $\bar{\Delta g}, \bar{H}$ sont les moyennes arithmétiques



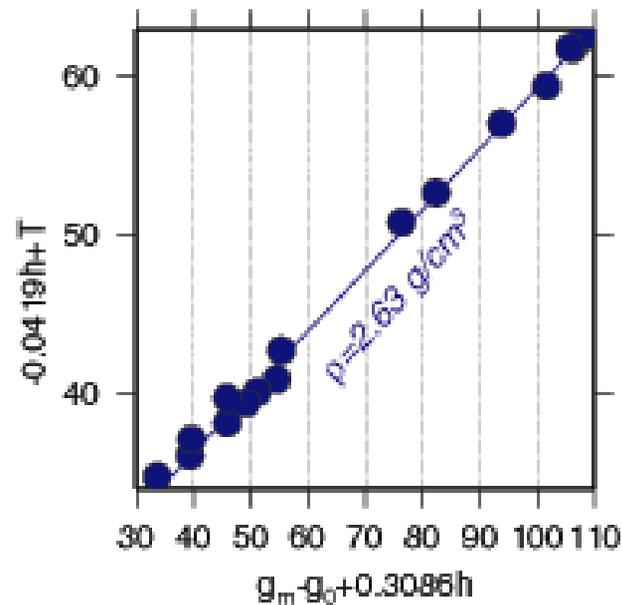
Densité de Bouguer correcte pour Cor. Coeff. = 0

validité: région à faible gradient régional i.e. λ montagne \ll λ régionale
 pas de variation latérale de densité

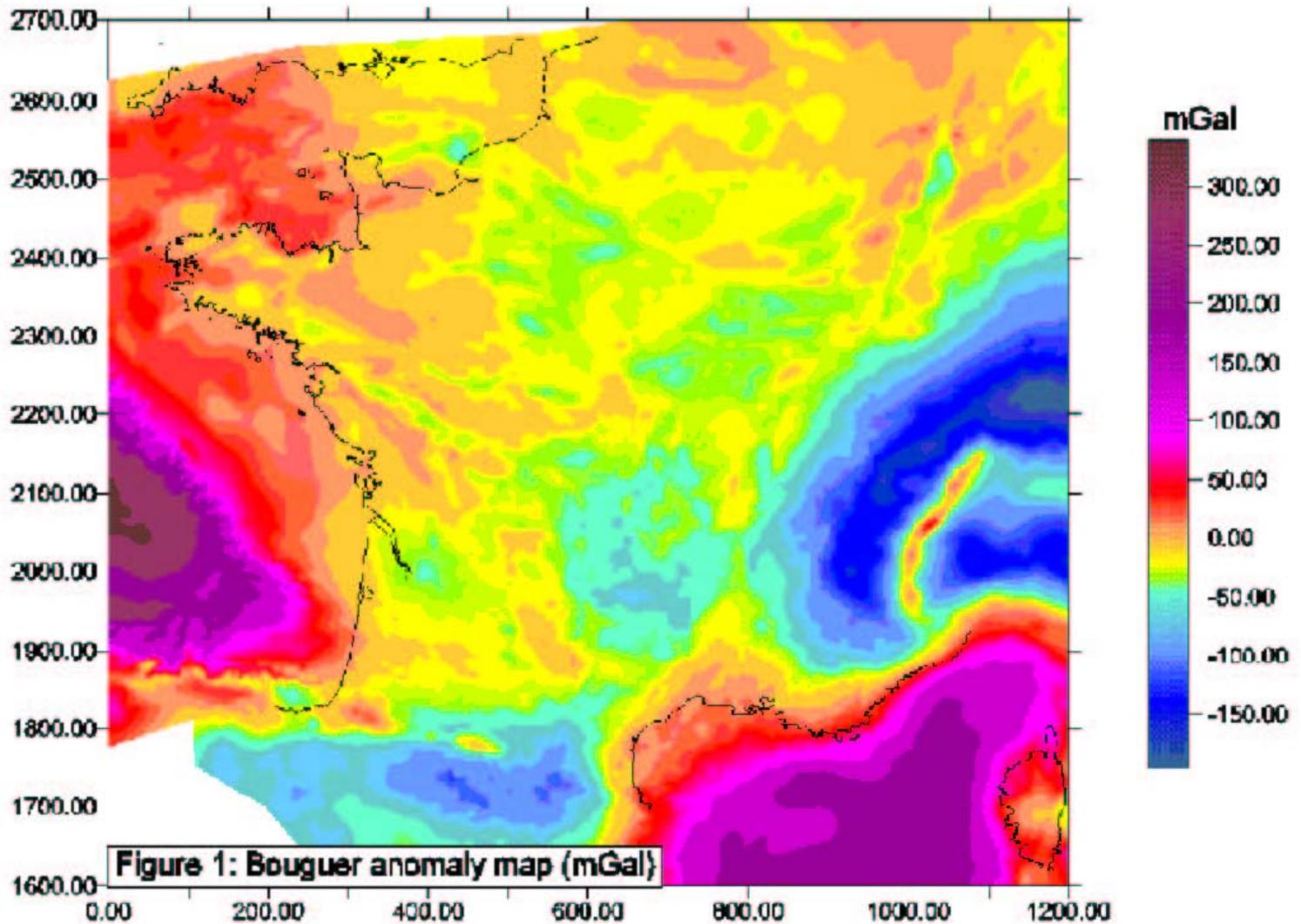
Détermination de la densité par la méthode de Nettleton :



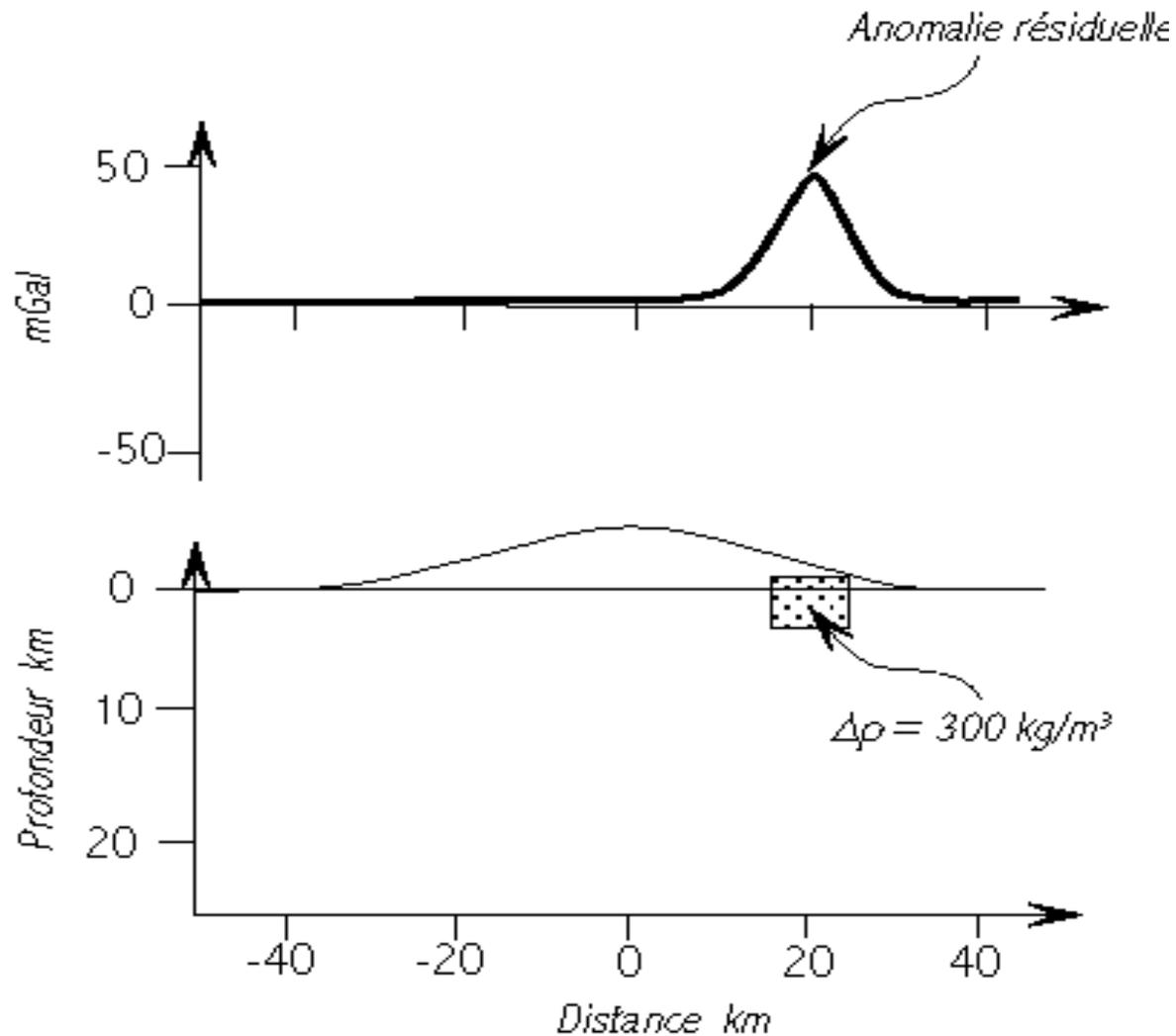
Détermination de la densité par la méthode de Parasnis :



Anomalie de Bouguer sur la France métropolitaine :

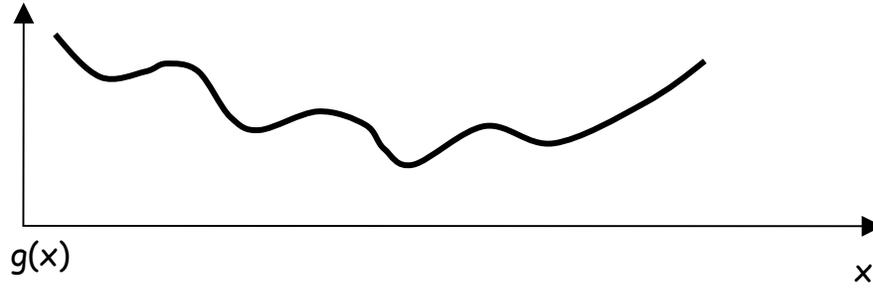


Séparation des anomalies : obtention de la résiduelle



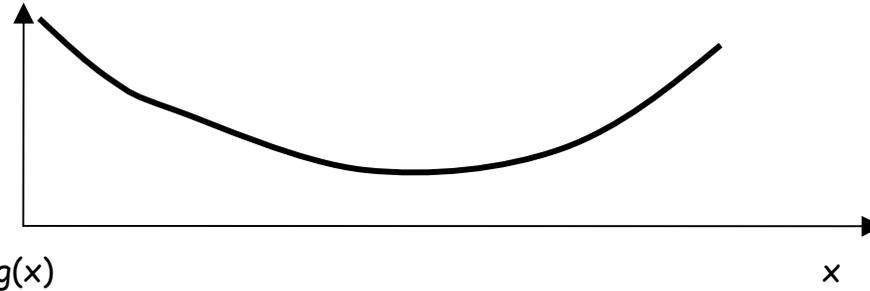
Anomalie régionale et résiduelle

$g(x)$



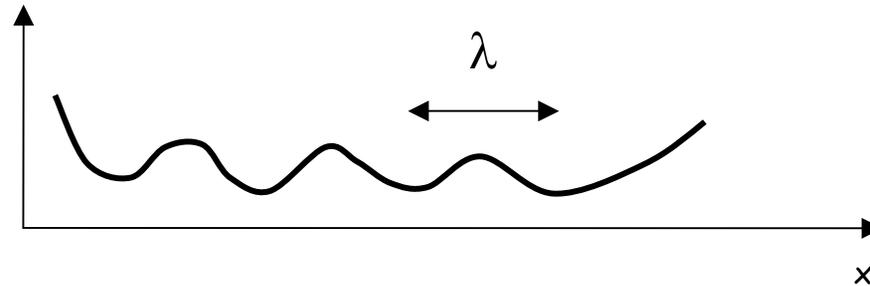
Anomalie observée

$g(x)$

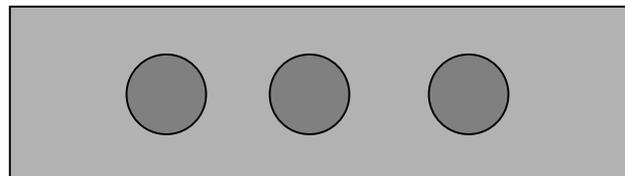


Anomalie régionale

$g(x)$



Anomalie résiduelle



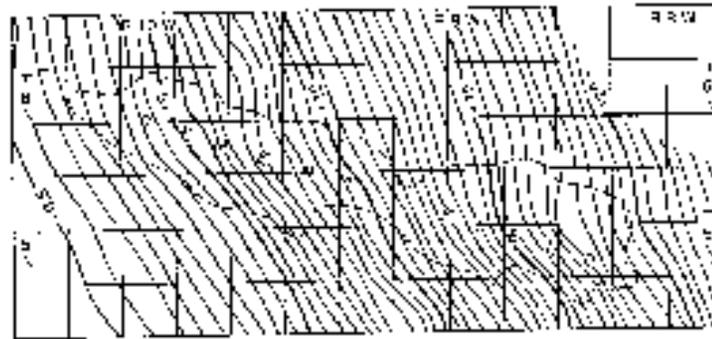
Anomalie régionale / résiduelle



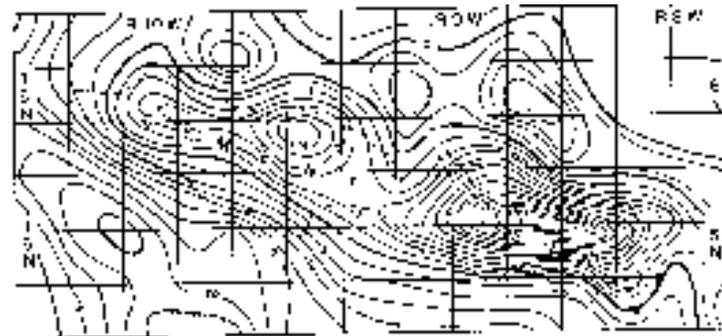
Extraire la signature des sources superficielles

$$\text{Résiduelle} = \text{Bouguer} - \text{Régionale}$$

1- anomalie de Bouguer



2- anomalie de Bouguer résiduelle



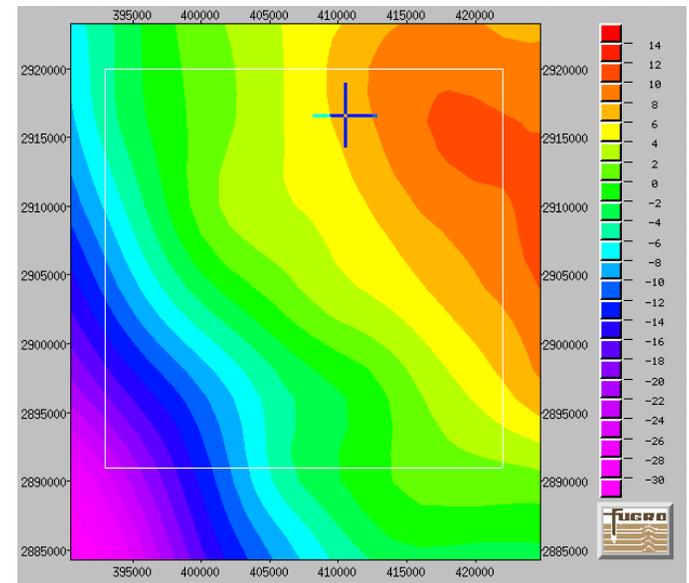
Méthode directe: modélisation

Méthode indirecte:

Surface lissée polynomiale, filtrage BP, prolongement vers le haut

2. Par modélisation: calcul d'un surface mathématique qui ajuste l'anomalie au 1er ordre

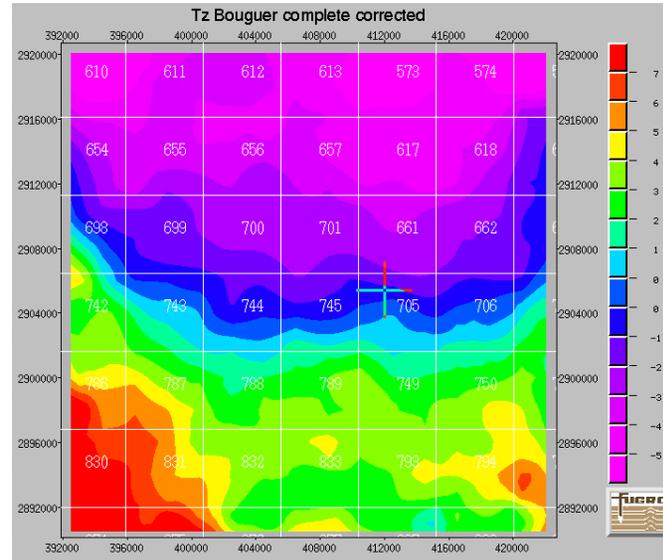
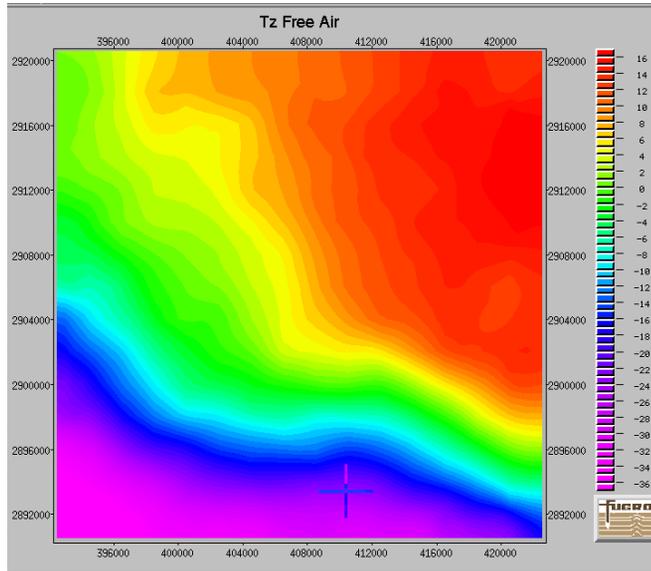
Fit polynomial



Free Air anomaly T_z

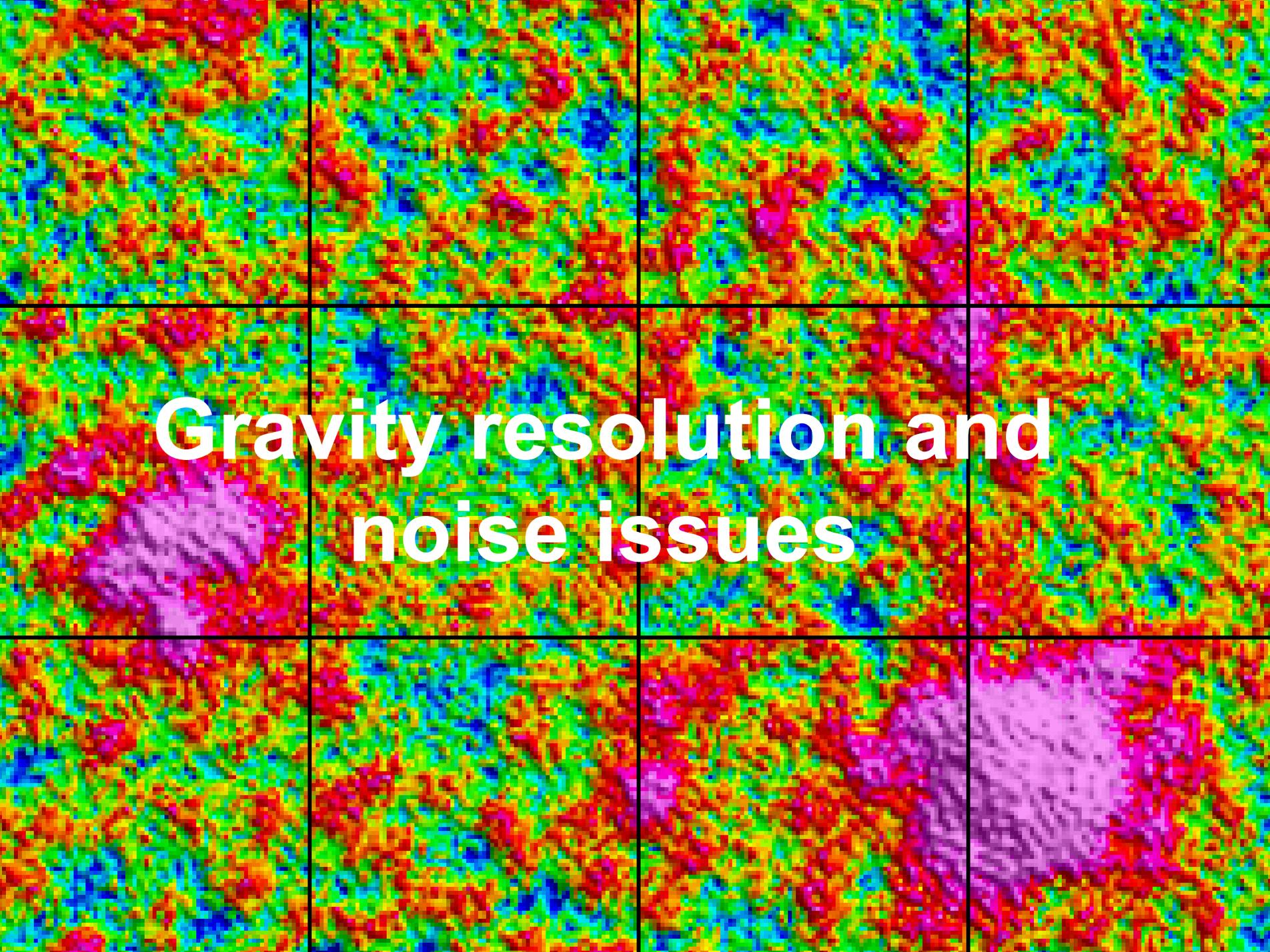


T_z Bouguer Anomaly



mgal

Regional trend removed
+ Bouguer correction using variable sediments density



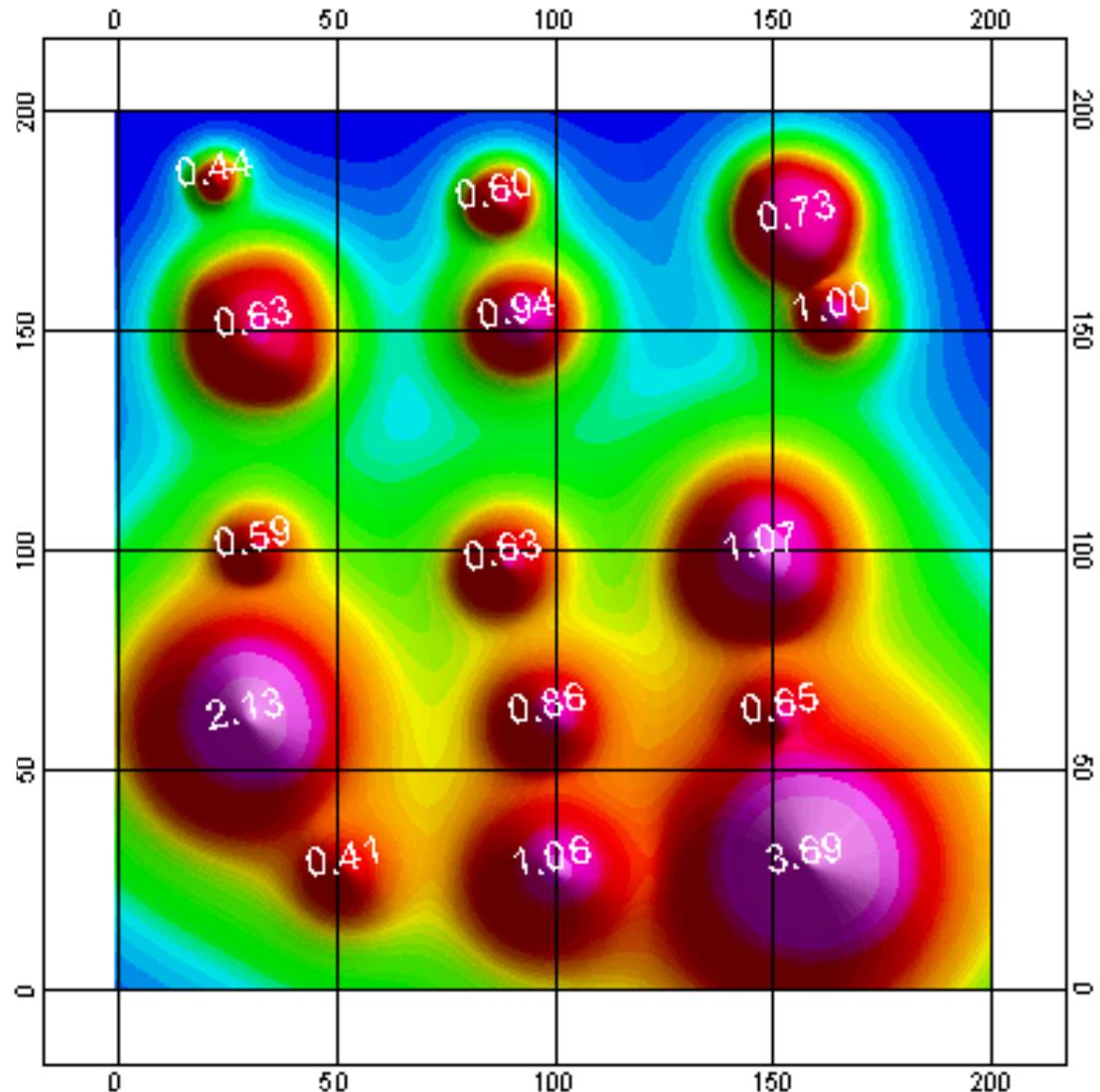
Gravity resolution and noise issues

3-D Model No Noise

Depth

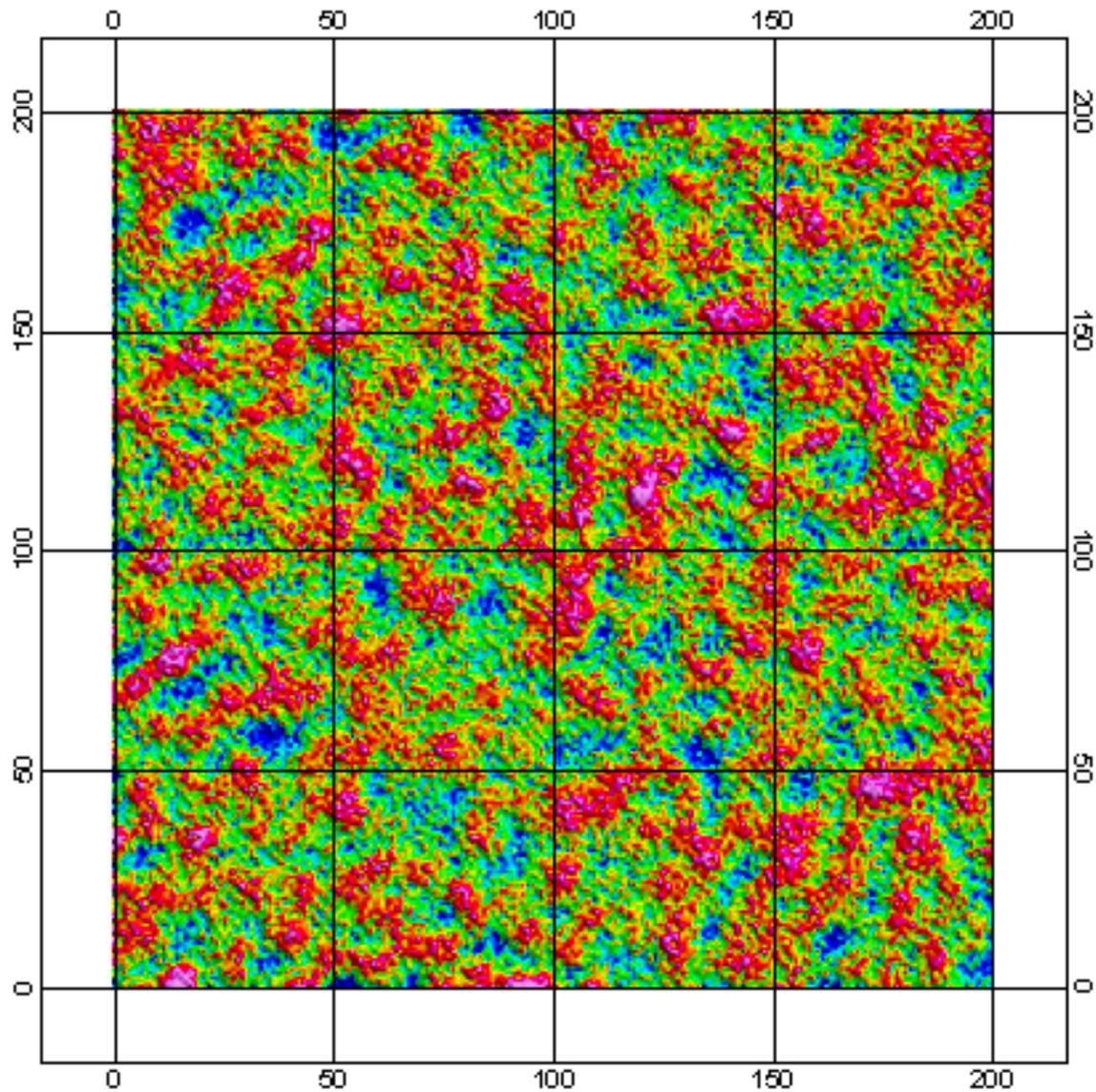
HEIGHTS / mGal

2	0.1 S 0.44	0.1 M 0.60	0.1 L 0.73
4	0.1 L 0.63	0.2 M 0.94	0.5 S 1.00
6	0.5 S 0.59	0.2 M 0.63	0.2 L 1.07
8	0.5 L 2.13	0.5 M 0.86	0.5 S 0.65
10	0.5 S 0.41	0.5 M 1.06	1.0 L 3.69



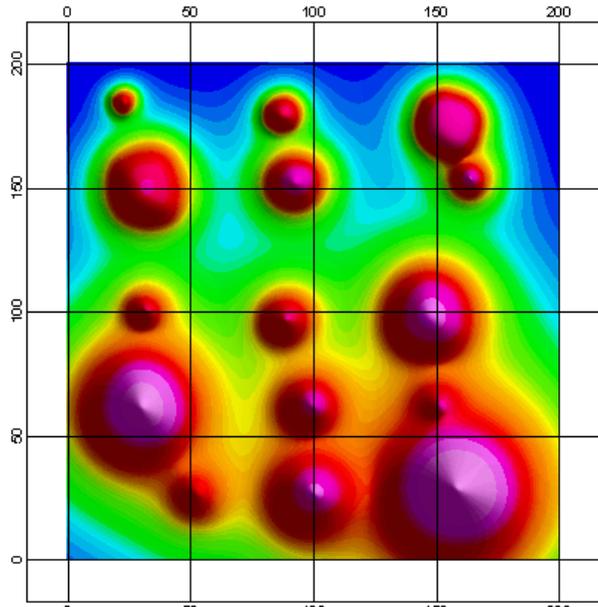
S = Small diameter = 5 km
M = Medium diameter = 10 km
L = Large diameter = 25 km

Noise 0.50 mGal

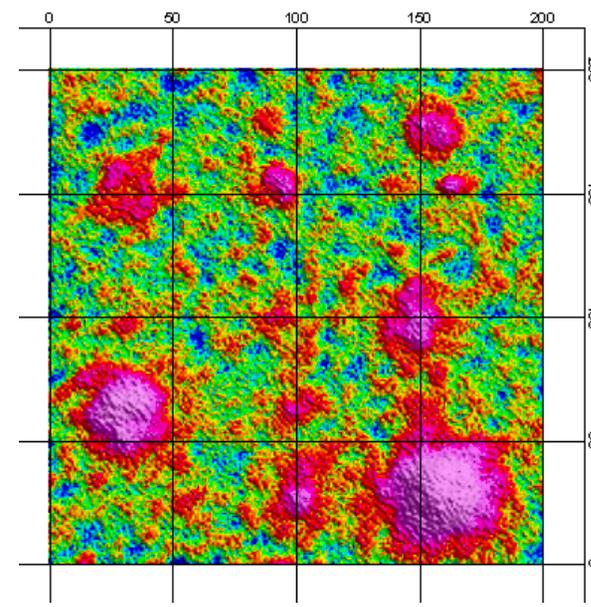


3-D Model Effect of additive noise

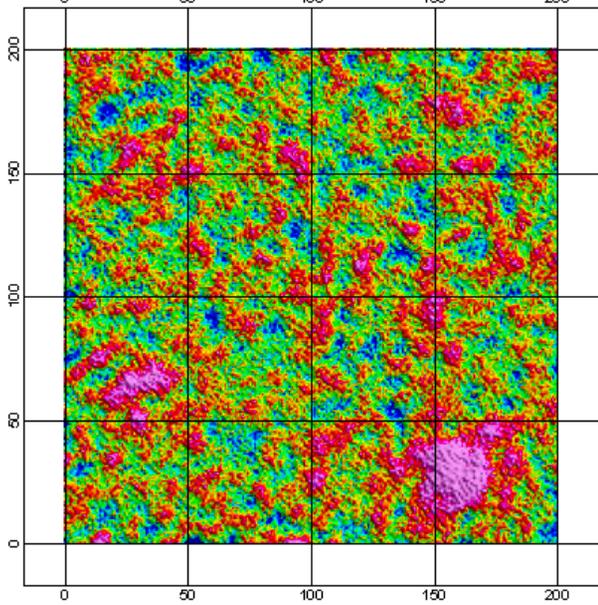
Noise Free



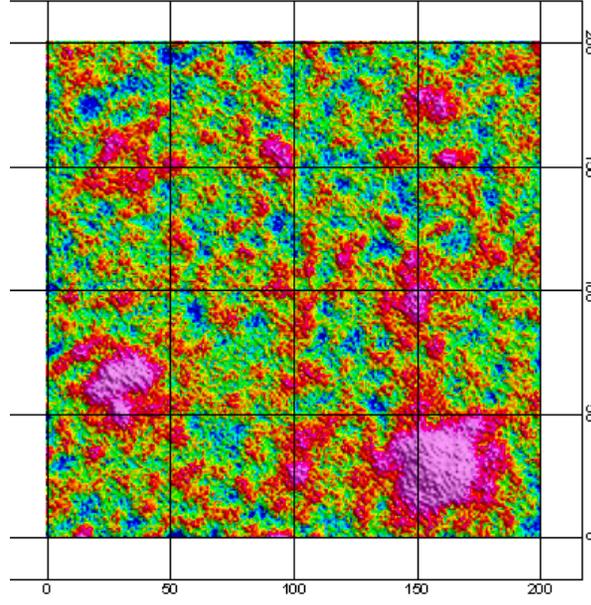
0.25 mGal



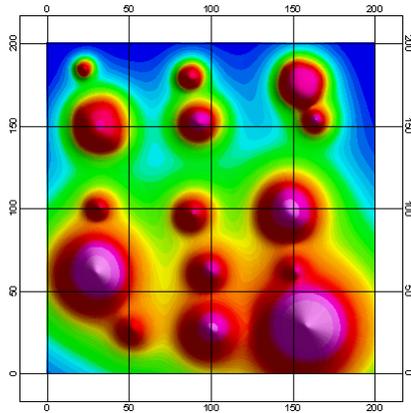
1.0 mGal



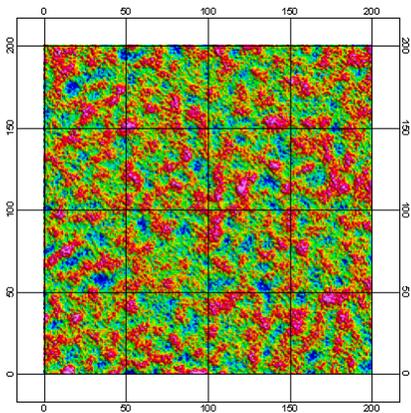
0.5 mGal



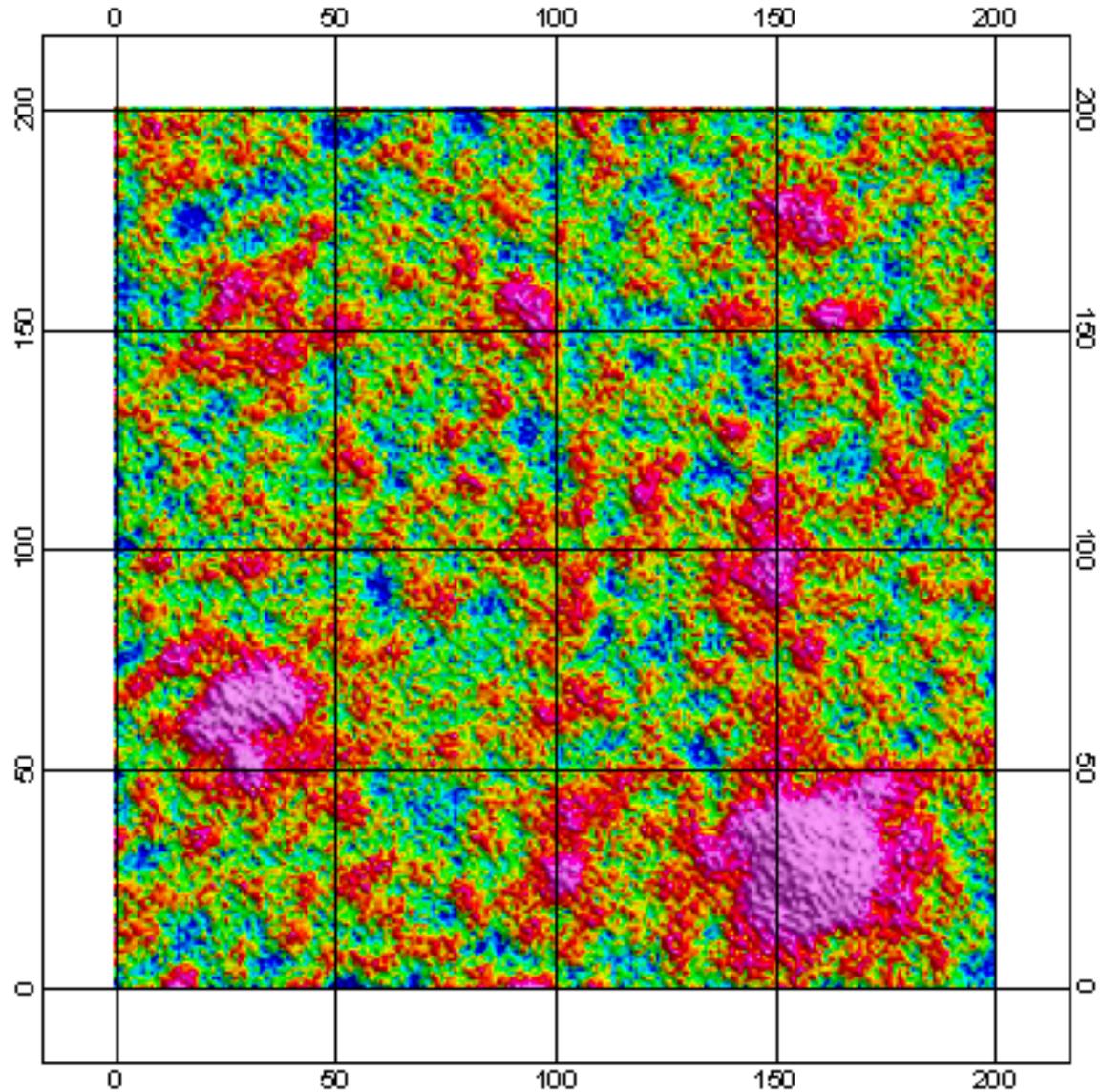
3-D Model 0.50 mGal Noise



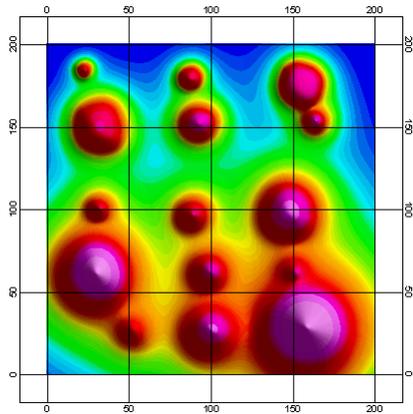
Noise Free



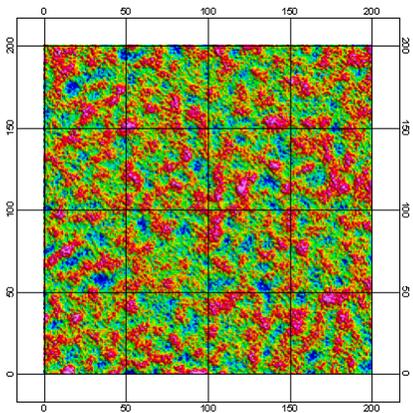
Additive Noise



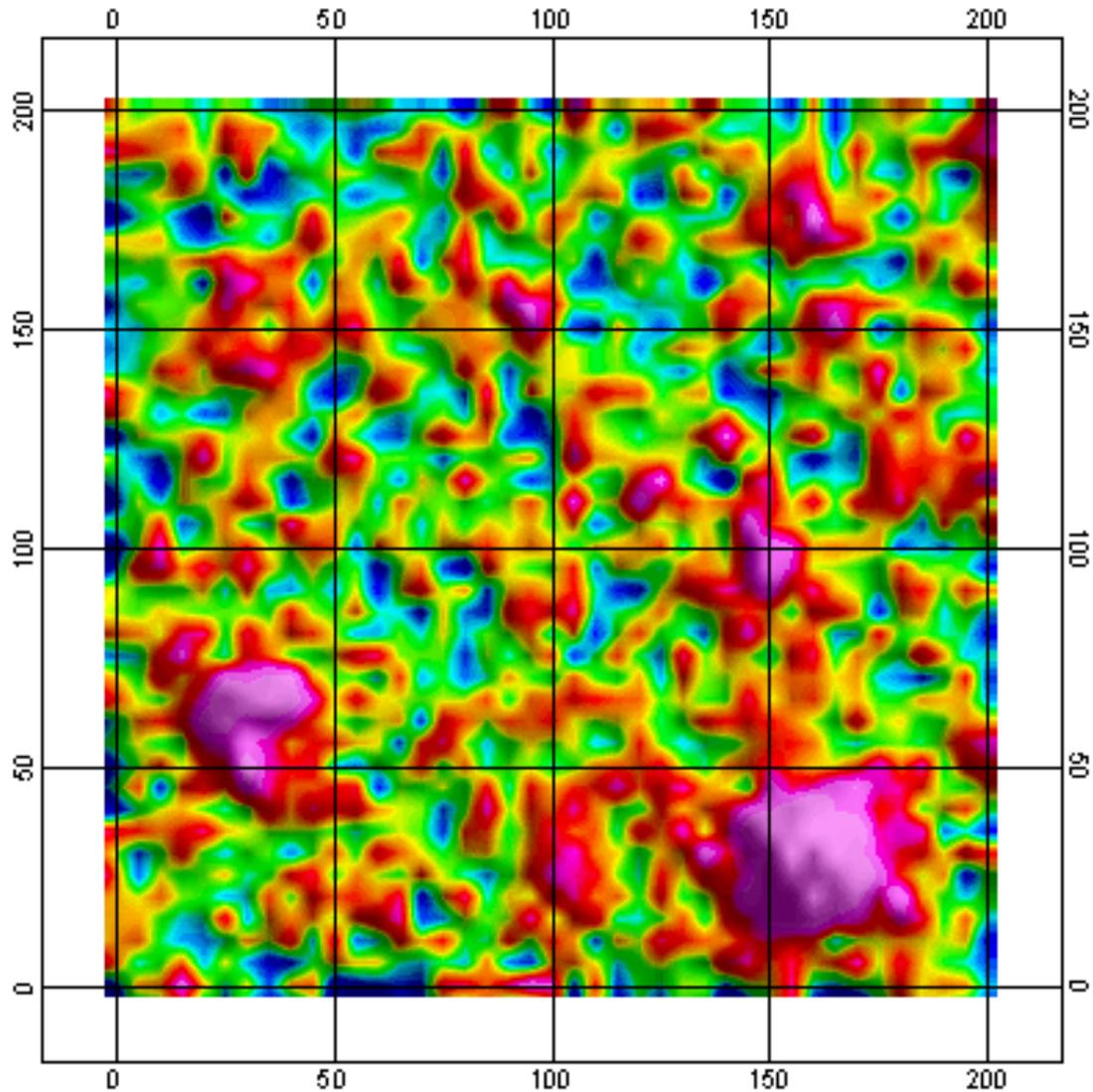
5 km Gridded 0.50 mGal Noise



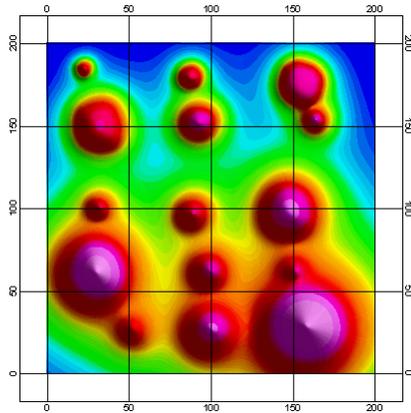
Noise Free



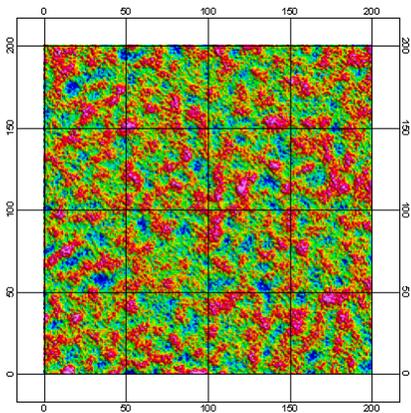
Additive Noise



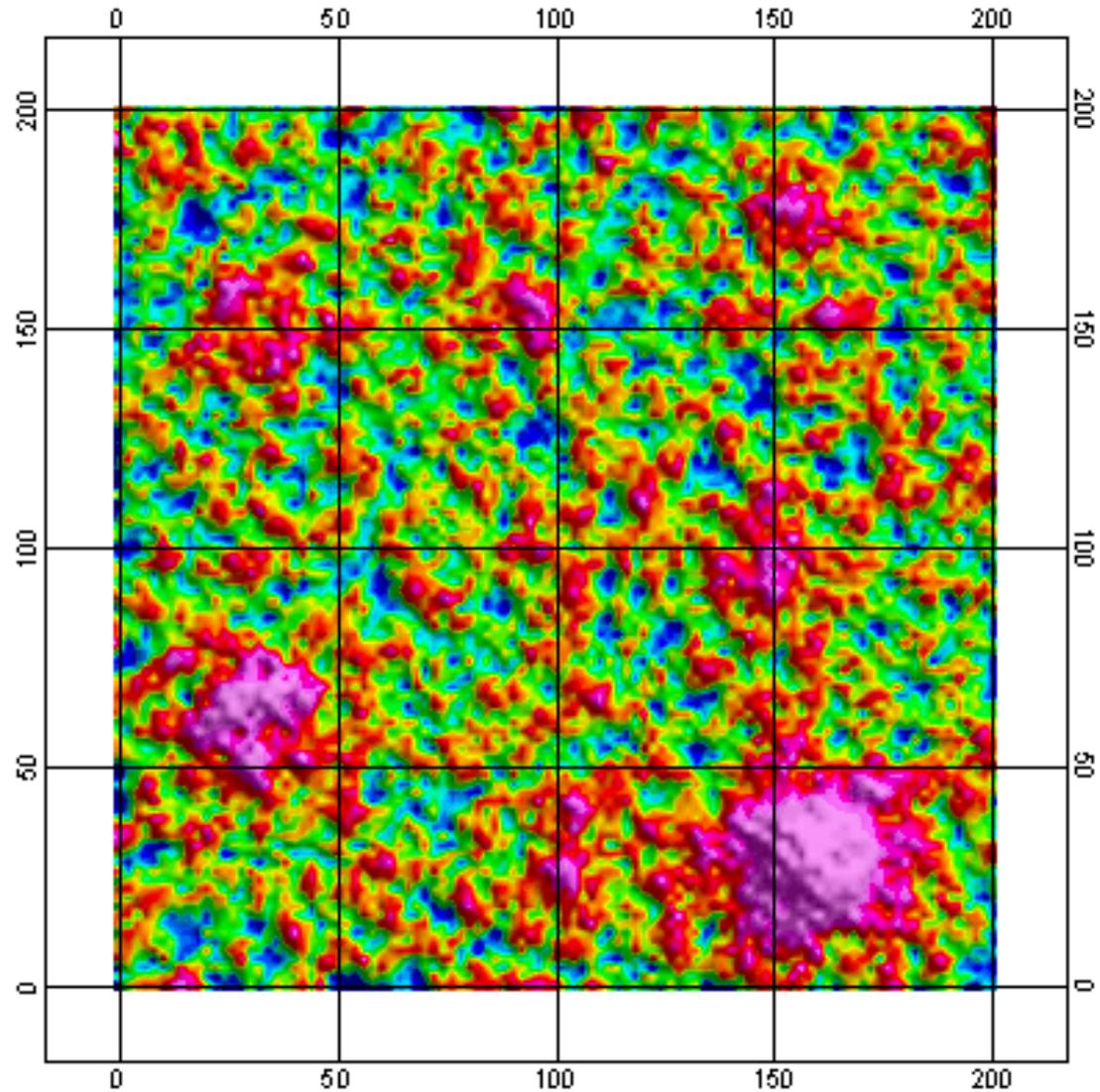
2 km Gridded 0.50 mGal Noise



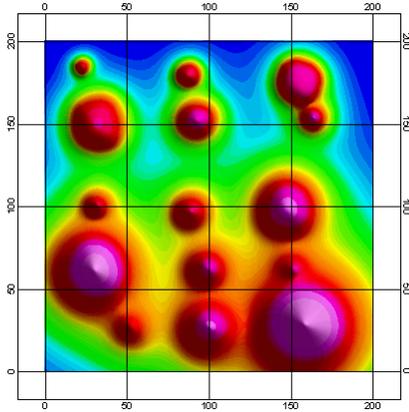
Noise Free



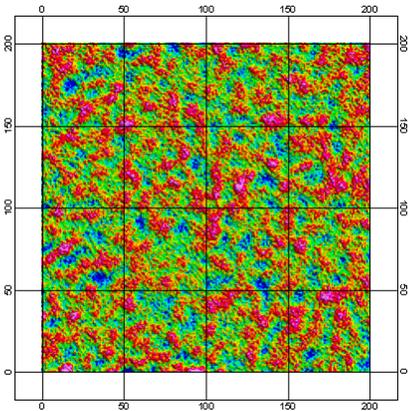
Additive Noise



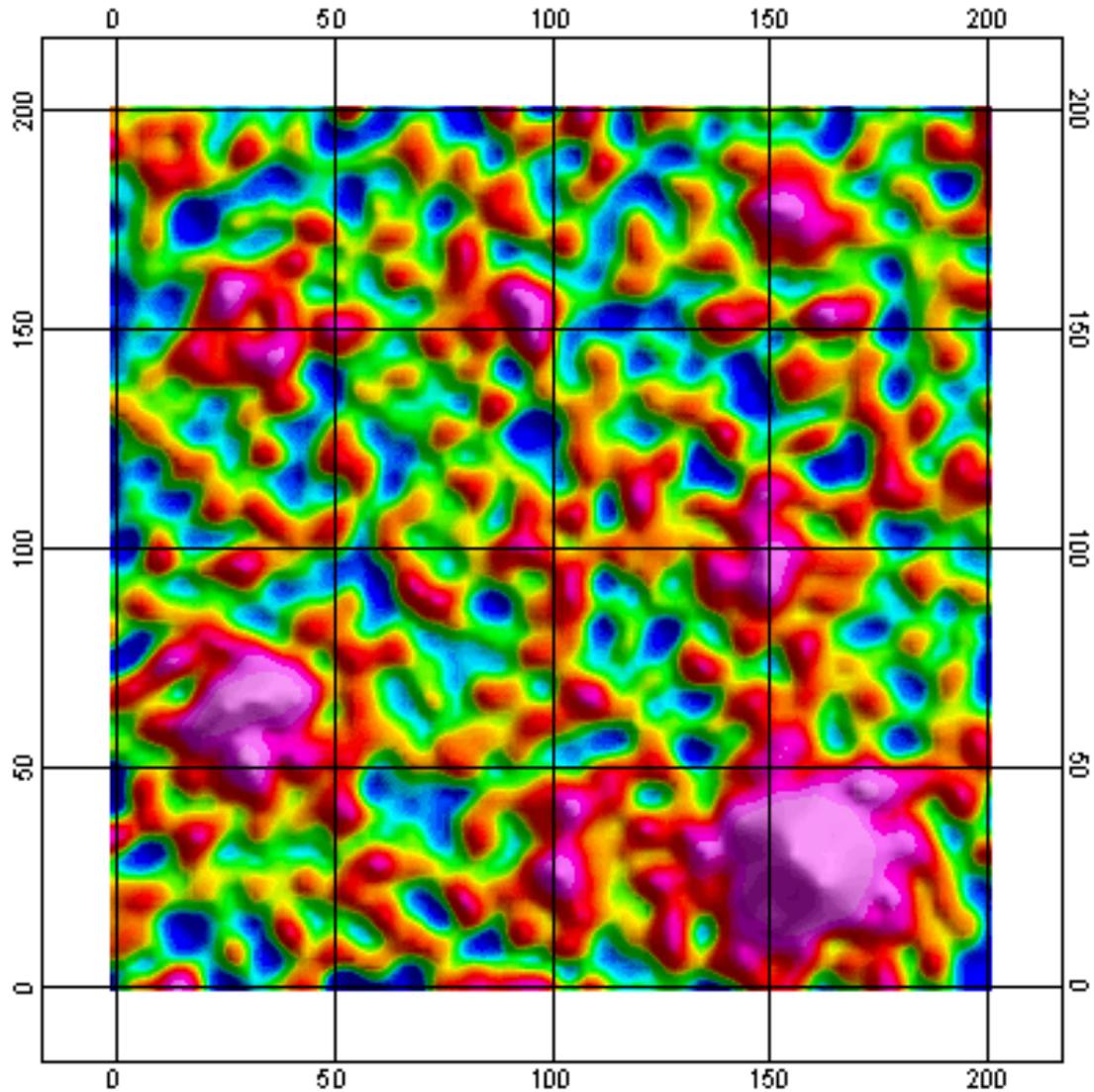
2 km Gridded Low Pass 10 km 0.50 mGal Noise



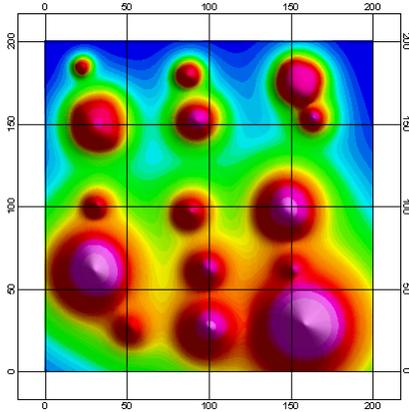
Noise Free



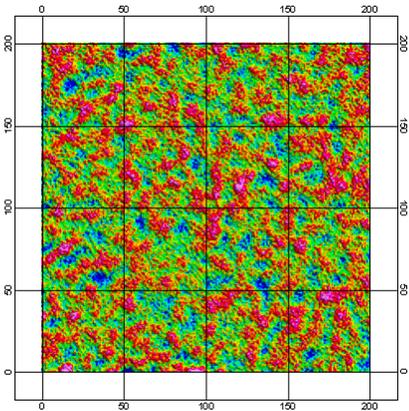
Additive Noise



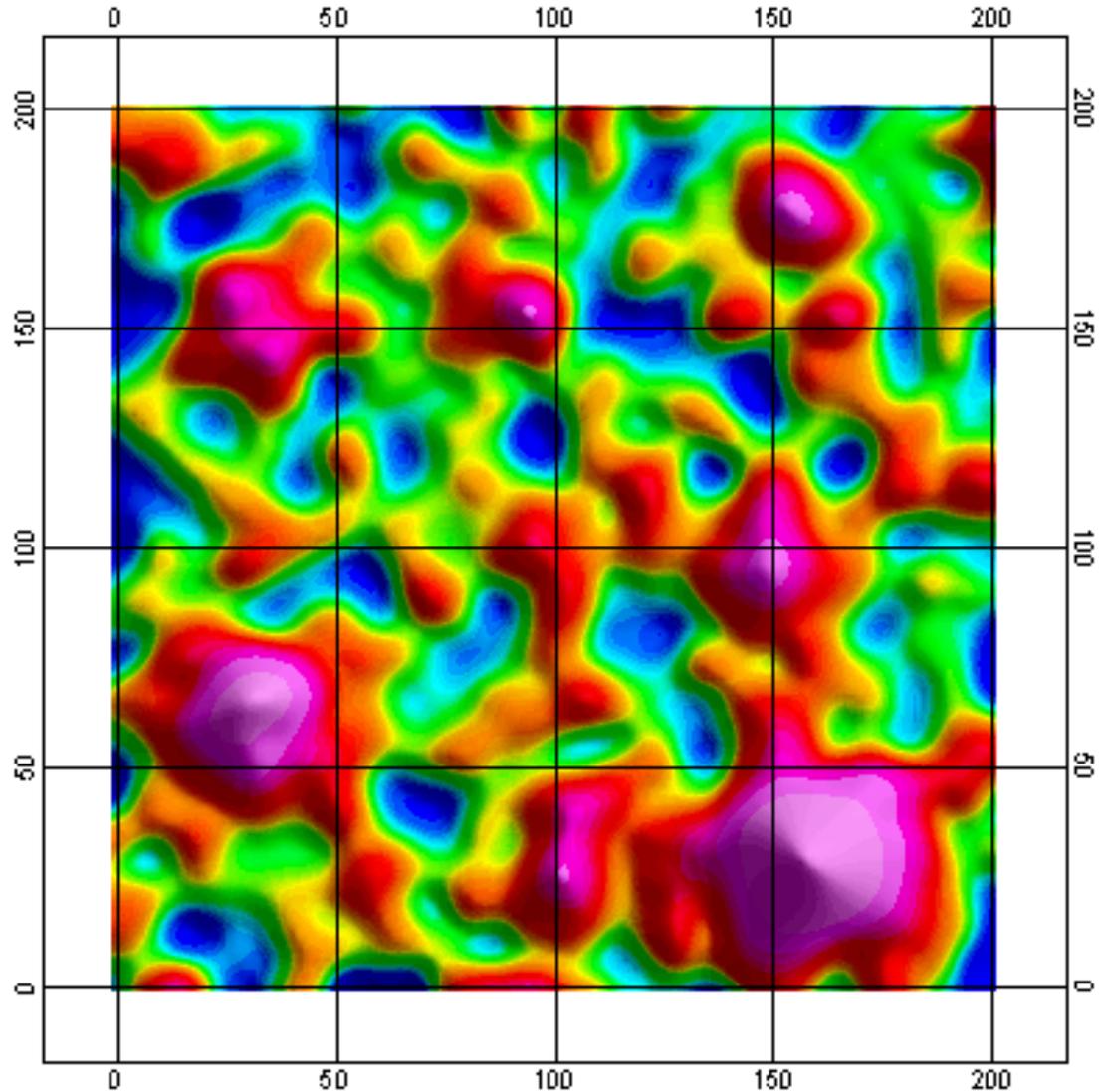
2 km Gridded Low Pass 20 km 0.50 mGal Noise



Noise Free



Additive Noise



Why is this important?

- What are our expected targets?
- ... and can we be expected to see them with gravity?
- Survey design specifications
- Choice of contractor

Example: effect of line spacing on airborne gravity data

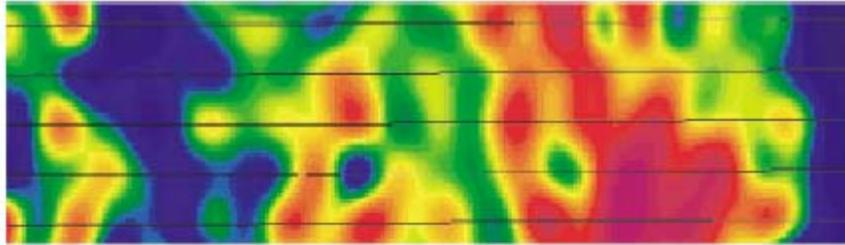


Figure 7. Gravity data with line spacing of 3 km.

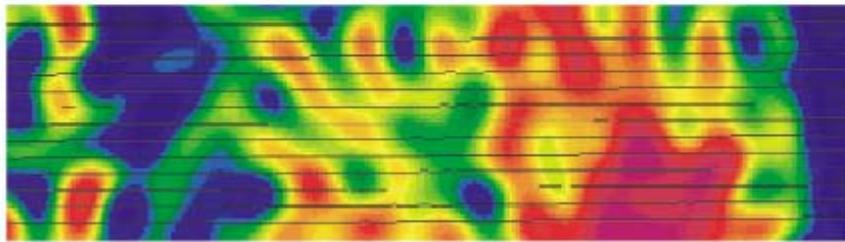


Figure 8. Gravity data with line spacing of 1 km.

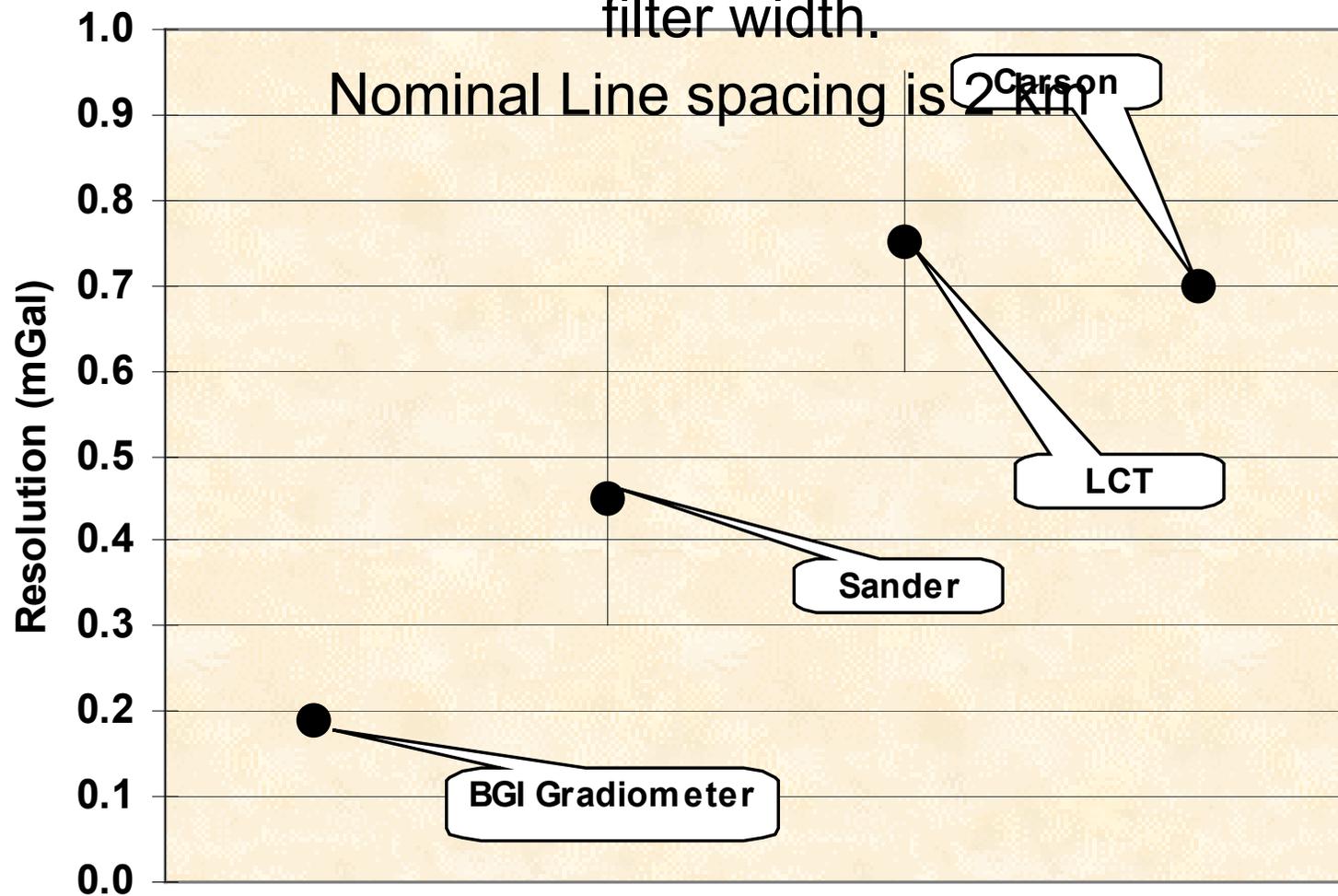
From Sander Geophysics

Example: Contractor dependent

aerogravity resolution

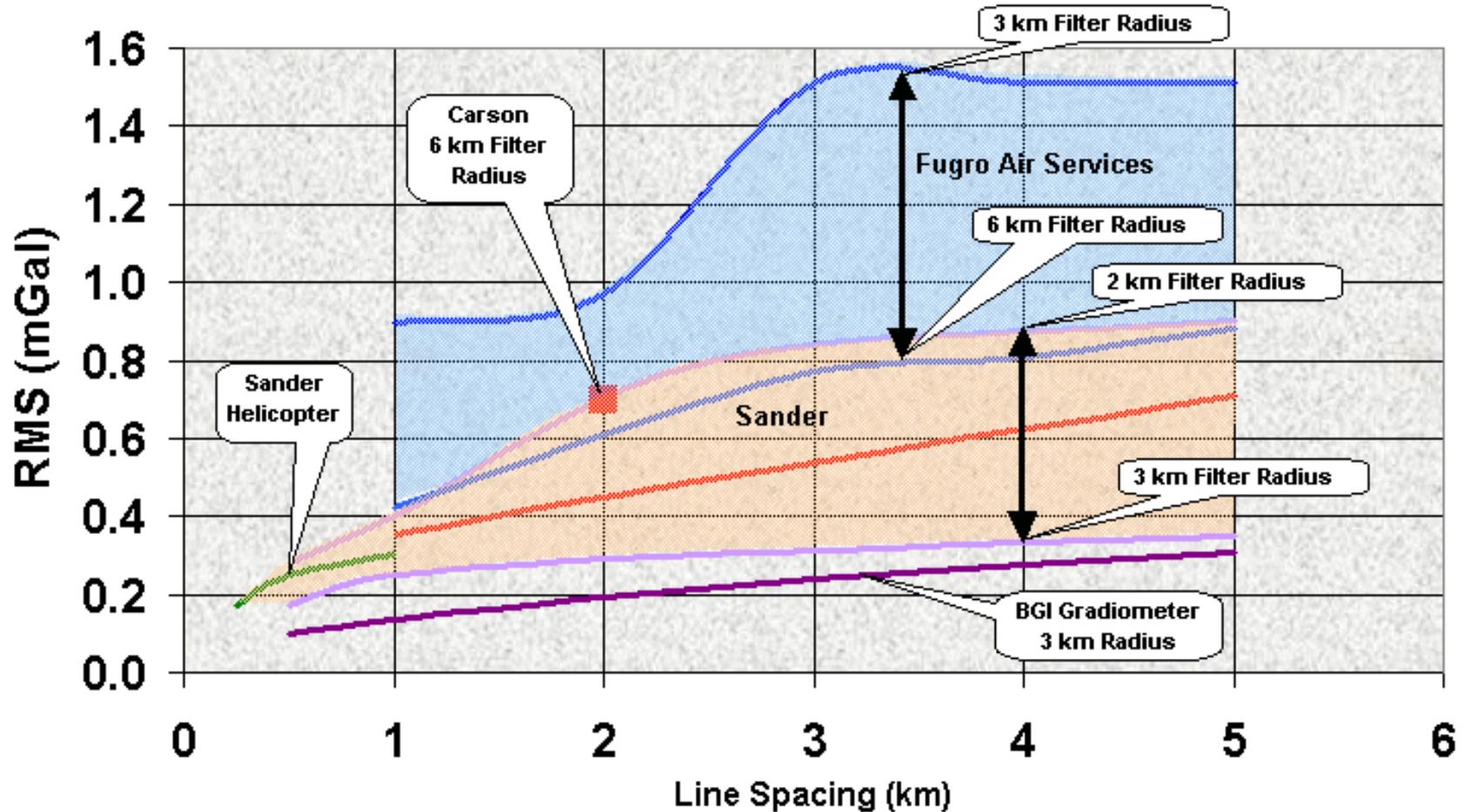
AeroGravity-Resolution

Height of bars indicative of line spacing and filter width.

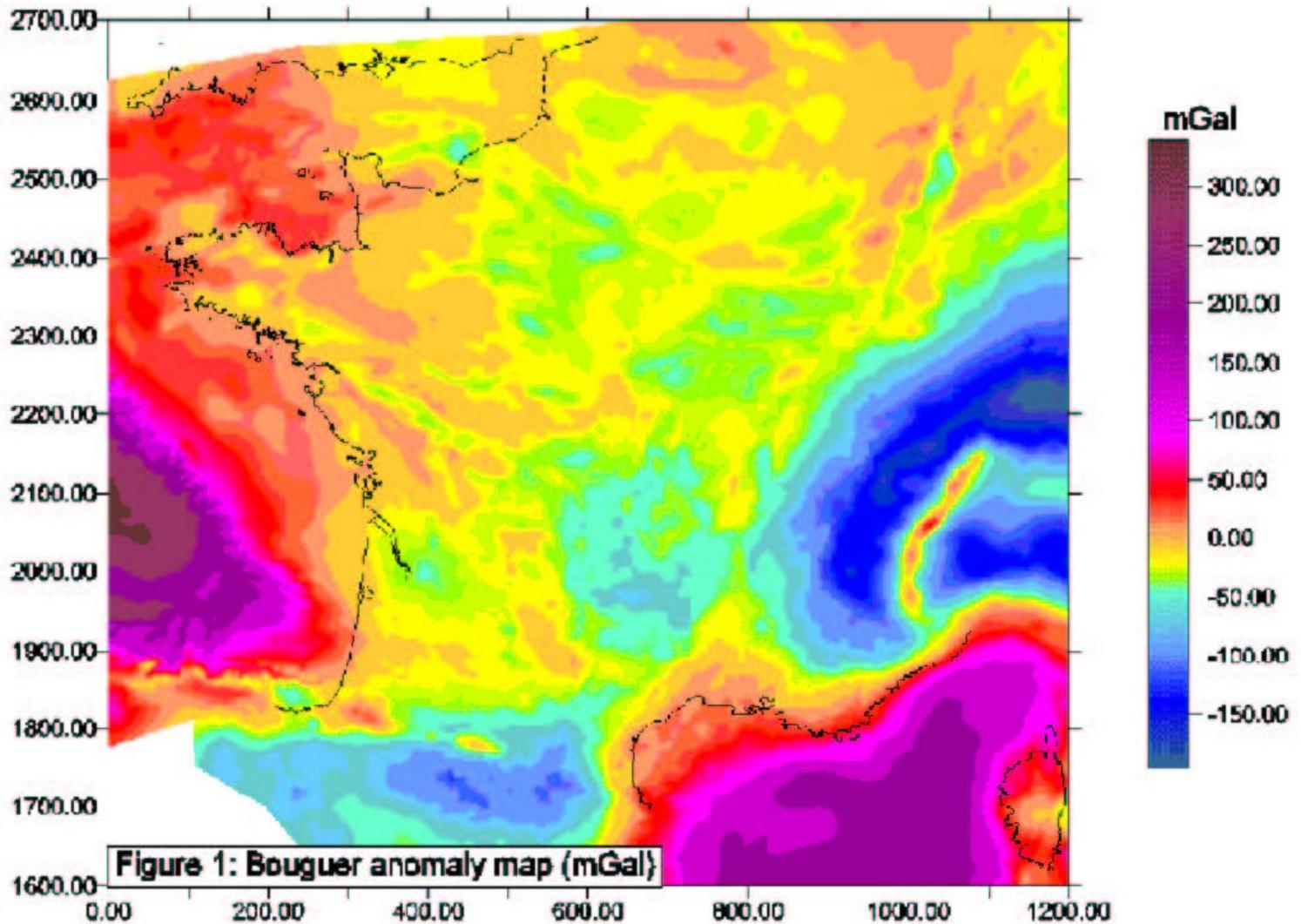


Resolution vs. Line Spacing for different Filter Apertures

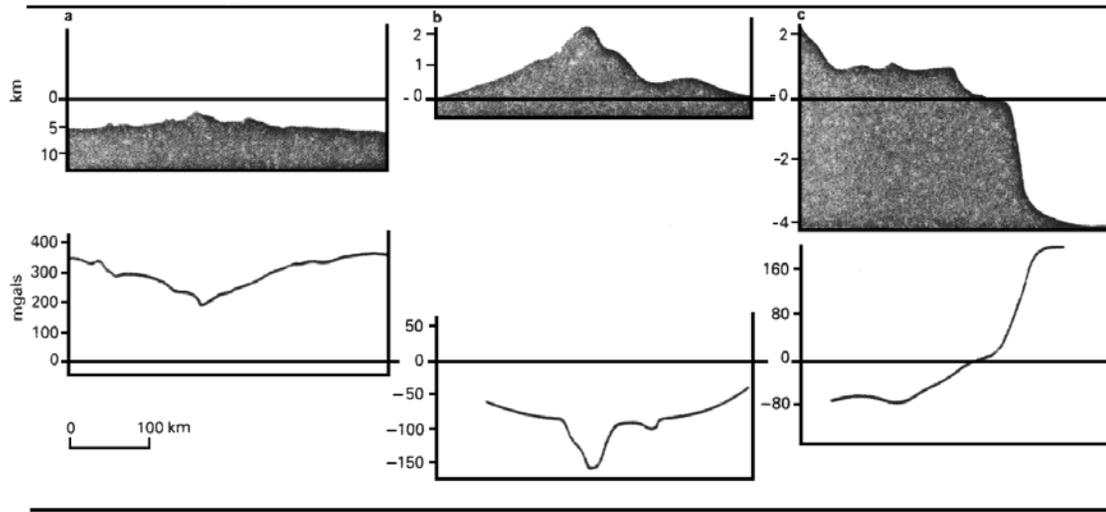
AeroGrav Resolution



Anomalie de Bouguer sur la France métropolitaine :



«Paradoxe» de l'anomalie de Bouguer



a : Dorsale médio-atlantique
b : Alpes
c : Marge continentale - S.E. de l'Australie

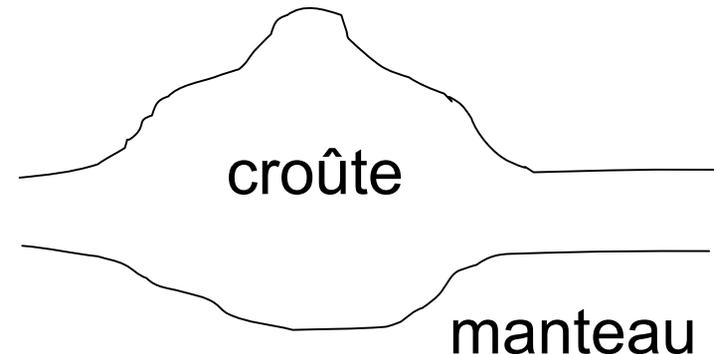
-> En 1749, Pierre de Bouguer, en mesurant le champs de pesanteur dans les Andes constata « [...] que leur action est bien moins considérable que le promet la grandeur de leur volume [...] »

➔ L'anomalie de **Bouguer**, elle est anti-corrélée avec la topographie à **grande longueur d'onde**. C'est la mise en évidence du phénomène de **compensation** : il y a en profondeur une anomalie de densité opposée à celle en surface.

Isostasie

- Notion fondamentale : mécanique de la lithosphère
- Comment réagit la lithosphère aux charges (bassins, montagnes...)?
- Bouguer (1749): *»...les montagnes agissent en distance, mais que leur action est bien moins considérable que le promet la grandeur de leur volume. »*

Notion de **racine crustale**



LA FIGURE DE LA TERRE,

Déterminée par les Observations de Messieurs
BOUGUER, & DE LA CONDAMINE, de
l'Académie Royale des Sciences, envoyés par
ordre du Roy au Pérou, pour observer aux
environs de l'Equateur.

Avec une Relation abrégée de ce Voyage, qui contient
la description du Pays dans lequel les
Opérations ont été faites.

PAR M. BOUGUER.



A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS,
Chez CHARLES-AUGUSTIN JOMBART, Libraire du Roy
pour l'Académie de la Géométrie, au coin de la rue Gît-le-Cœur,
à l'Image Notre-Dame.

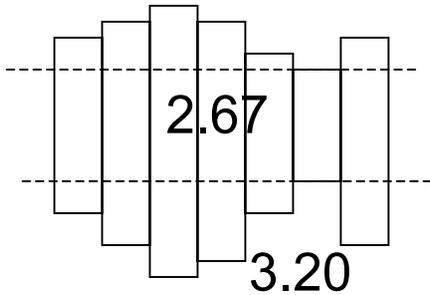
M. DCC. XLIX.

7546

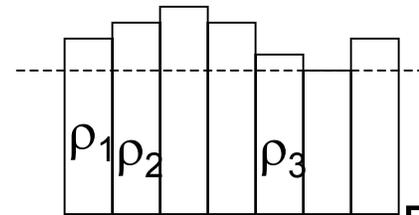
Isostasie

- Isostasie **locale**

– Airy



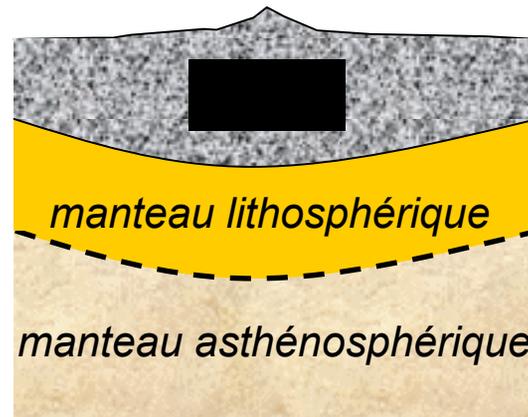
-Pratt



Profondeur de compensation

- Isostasie **régionale**

Compensation régionale



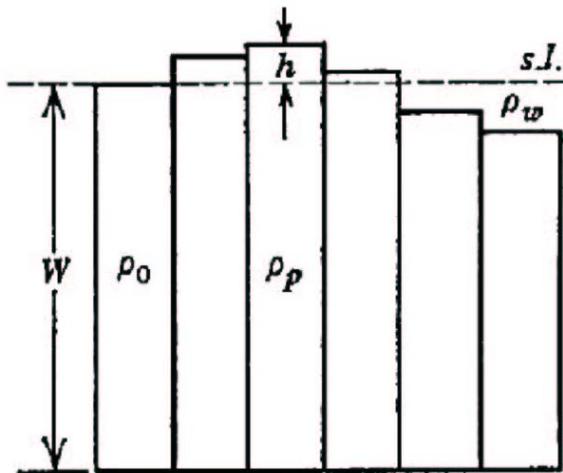


Isostasie



Pratt (décembre 1854)

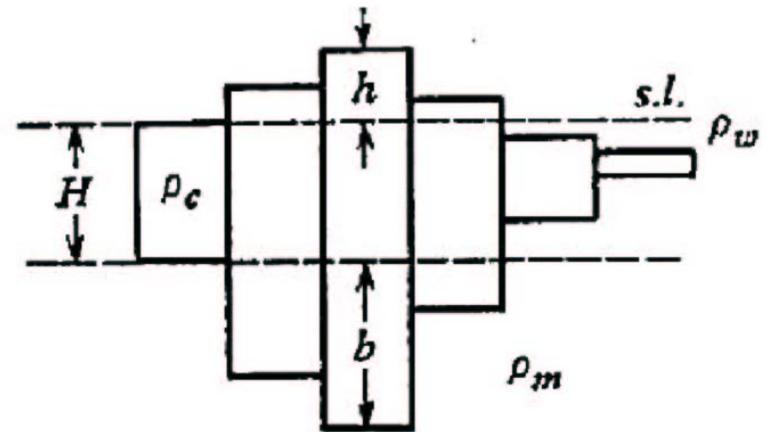
- ρ diminue si h augmente
- profondeur de compensation constante



Exemple: dorsales océaniques

Airy (janvier 1855)

- ρ constant
- profondeur de compensation augmente si h augmente



Exemple: Chaînes de montagne