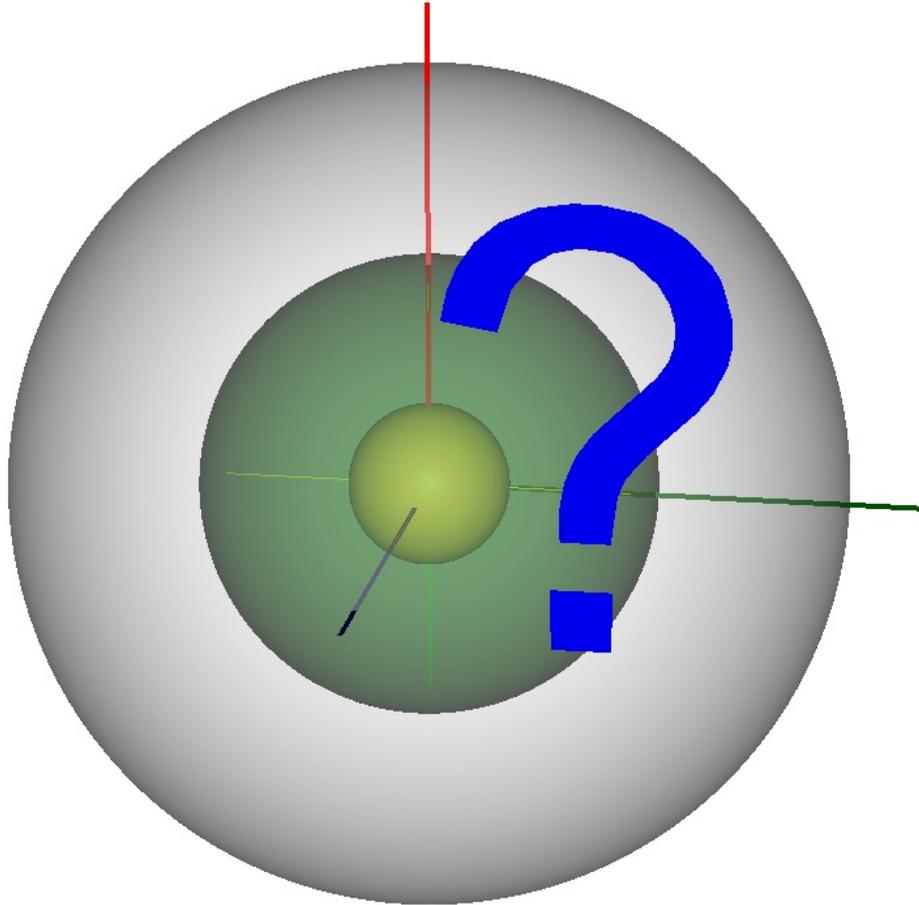


Physique de la Terre (solide) : Travaux dirigés



Alexandre Fournier (LGIT/UJF)

Ce document regroupe l'ensemble des exercices pouvant être abordés lors des séances de travaux dirigés de la partie Terre solide de l'UE physique de la Terre. Y figurent également (à la fin) les sujets posés en contrôle continu et en examen lors des années précédentes. Remarques et commentaires sont les bienvenus.

Je remercie Helle Pedersen, Emmanuel Chaljub et Pascal Bernard pour m'avoir aidé à mettre en place l'introduction au risque sismique, Frédéric Fluteau pour l'exercice sur la campagne de mesure gravimétrique, et (last but not least) Philippe Cardin, dont les notes de cours ont inspiré beaucoup d'exercices en thermique.

Table des matières

1	Gravité	5
1.1	Mesure de g à la surface de la Terre	5
1.2	Variations de g au voisinage de la surface de la Terre \oplus	5
1.3	Moment d'inertie	5
1.4	Modèle à deux couches	5
1.5	Accélération et potentiel centrifuges	6
1.6	Gradient et surfaces isovaleurs (équipotentiellles)	6
1.7	Potentiel gravitationnel créé par des planètes	6
1.8	Exercice supplémentaire possible	7
2	Anomalies gravimétriques	9
2.1	Anomalie gravimétrique créée par une boule	9
2.2	Un exemple de campagne	10
3	Sismologie	13
3.1	Pression à l'intérieur des planètes	13
3.2	Le séisme de Sumatra (26/12/2004)	15
3.3	Mécanismes au foyer – Faille de San Andreas	16
3.4	Lois de Snell–Descartes	18
3.5	Transmission et réflexion à une interface	18
3.6	Hodochrones d'une boule élastique homogène	19
3.7	Variation de la masse volumique à l'intérieur de la Terre	19
3.8	Exercices supplémentaires possibles	20
4	Introduction au risque sismique	23
4.1	Le séisme de Laffrey du 11 janvier 1999	23
4.2	Accélération du sol	26
4.3	Risque sismique – Effets de site	27
4.4	Risque sismique – Résonance des structures	28
4.5	Accéléromètres et cartes d'intensité	29
5	Thermique terrestre	31
5.1	Isotopes radioactifs	31
5.2	Conduction thermique	31
5.3	Contraction thermique	32
5.4	Le géotherme	32
5.5	Cristallisation de la graine	32
5.6	Capacité calorifique	33
5.7	Température au centre de la Terre (CC 04-05)	33
5.8	Convection du manteau et tomographie sismique	33
6	Magnétisme terrestre	35

6.1	Champ dipolaire	35
6.2	En route vers le paléomagnétisme	36
6.3	Ouverture de l'Atlantique Sud	36
7	Contrôles continus / Examens	39
7.1	Contrôle continu du 26 novembre 2004	39
7.1.1	Gravité	39
7.1.2	Sismologie	40
7.1.3	Géothermie	43
7.2	Examen final du 21 décembre 2004	44
7.2.1	Contraintes gravimétriques	45
7.2.2	Contraintes sismologiques	46
7.2.3	Champ magnétique	48
7.2.4	Modèle simple de refroidissement du noyau de E	49
7.2.5	Question subsidiaire	50
7.3	Examen final (2ième session) du 15 juin 2005	50
7.3.1	Généralités sur la sismologie terrestre	51
7.3.2	Profil de température dans le noyau externe de la Terre	51
7.3.3	Mesures gravimétriques et structure moyenne des planètes	52
7.4	Contrôle continu du 25 novembre 2005	52
7.4.1	Gravitation et rotation	53
7.4.2	Sismologie	54
7.4.3	Géothermie – question de cours	57
7.5	Examen final du 20 décembre 2005	57
7.5.1	Sismologie ($\sim 1/5$ des points, ~ 24 minutes)	57
7.5.2	Profil de température dans le manteau terrestre ($\sim 2/5$ des points, ~ 48 minutes)	58
7.5.3	Géomagnétisme ($\sim 2/5$ des points, ~ 48 minutes)	61
7.5.4	Champ magnétique créé par un dipôle penché	62
7.6	Contrôle continu du 24 novembre 2006	64
7.6.1	Géothermie – question de cours	64
7.6.2	Sismologie	65
7.6.3	Gravité	67
7.7	Examen final du 20 décembre 2006	69
7.7.1	Géomagnétisme	70
7.7.2	Problème : Les panaches mantelliques	71
7.8	Examen final, 2ième session du 19 juin 2007	76
7.8.1	Question de cours : Géomagnétisme	77
7.8.2	Gravitation et thermique	77
7.8.3	Propagation d'ondes sismiques dans un modèle radial de Terre	78

Chapitre 1

Gravité

1.1 Mesure de g à la surface de la Terre

1. Cas de la chute libre depuis une hauteur h . Exprimer g en fonction du temps de chute τ .
2. Expérience historique de Galilée. On prête à Galilée la réalisation de la mesure précédente en lâchant des objets du sommet de la Tour de Pise. En pratique, il aurait plutôt travaillé sur un plan incliné d'un angle α , en lâchant une bille d'une hauteur h . Quelle est alors l'erreur commise en fonction de α ?
3. La pertinence de cette expérience va au-delà de la seule mesure de g . En effet, en plaçant un autre plan \mathcal{P}' incliné d'un angle α' en regard du précédent, Galilée observa que quel que soit α' , la bille parcourait une distance sur \mathcal{P}' telle que la hauteur atteinte soit égale à h . Ceci le conduisit à faire une des premières expériences de pensée (en faisant tendre α' vers 0) et à énoncer le principe d'inertie. Expliquer.

1.2 Variations de g au voisinage de la surface de la Terre \oplus

Soit h une hauteur petite devant le rayon de la Terre R_{\oplus} .

1. Exprimer $g(R_{\oplus} + h)$ en fonction de $g(R_{\oplus})$, R_{\oplus} et h .
2. Application numérique : calculer votre poids à Grenoble et à Chamrousse.

1.3 Moment d'inertie

1. Calculer le moment d'inertie d'une porte de masse M , de hauteur h , largeur l et épaisseur e par rapport à l'axe de ses gonds.
2. Montrer que le moment d'inertie C d'une planète homogène de masse M et de rayon a par rapport à un axe Δ passant par son centre vaut $(2/5)Ma^2$.

1.4 Modèle à deux couches

En connaissant la masse et le moment d'inertie d'une planète de rayon a , on peut essayer de construire un modèle de cette planète à deux couches (un noyau et un manteau), en supposant que le rayon r_c du noyau nous est donné par la sismologie. Les masses volumiques du noyau ρ_c et du manteau ρ_m sont les inconnues du problème. Montrer que le moment d'inertie C et la masse M sont donnés par

$$C = \frac{8\pi}{15} [\rho_c r_c^5 + \rho_m (a^5 - r_c^5)],$$

$$M = \frac{4\pi}{3} [\rho_c r_c^3 + \rho_m (a^3 - r_c^3)].$$

Application numérique : calculer les masses volumiques moyennes du manteau et du noyau de la Terre en prenant

$$C_{\oplus} = 8,04.10^{37} \text{ kg.m}^2, \quad M_{\oplus} = 5,97.10^{24} \text{ kg}, \quad a = 6370 \text{ km}, \quad r_c = 3490 \text{ km}.$$

1.5 Accélération et potentiel centrifuges

Admettons l'expression de l'accélération centrifuge \vec{g}_ω subie par une masse repérée par sa position \vec{r} par rapport au centre de la Terre

$$\vec{g}_\omega = -\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}).$$

$\vec{\omega}$ est la vitesse angulaire de rotation de la Terre \oplus sur elle-même et \wedge est le symbole du produit vectoriel.

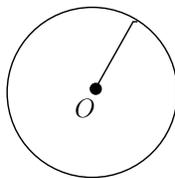
1. Nous allons travailler dans un système de coordonnées sphériques, en notant $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$ les vecteurs de la base. Exprimer les trois composantes de \vec{g}_ω sur cette base.
2. De quel potentiel dérive cette accélération ?

BAO : En coordonnées sphériques, $\vec{\nabla}T = gr\vec{a}dT = \frac{\partial T}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}\vec{e}_\phi$.

1.6 Gradient et surfaces isovaleurs (équipotentiels)

Montrer que le gradient d'un champ scalaire T est perpendiculaire aux surfaces isovaleurs de T . (Rappel : ces surfaces sont appelées surfaces équipotentiels dans le cas où T est un potentiel.)

1.7 Potentiel gravitationnel créé par des planètes

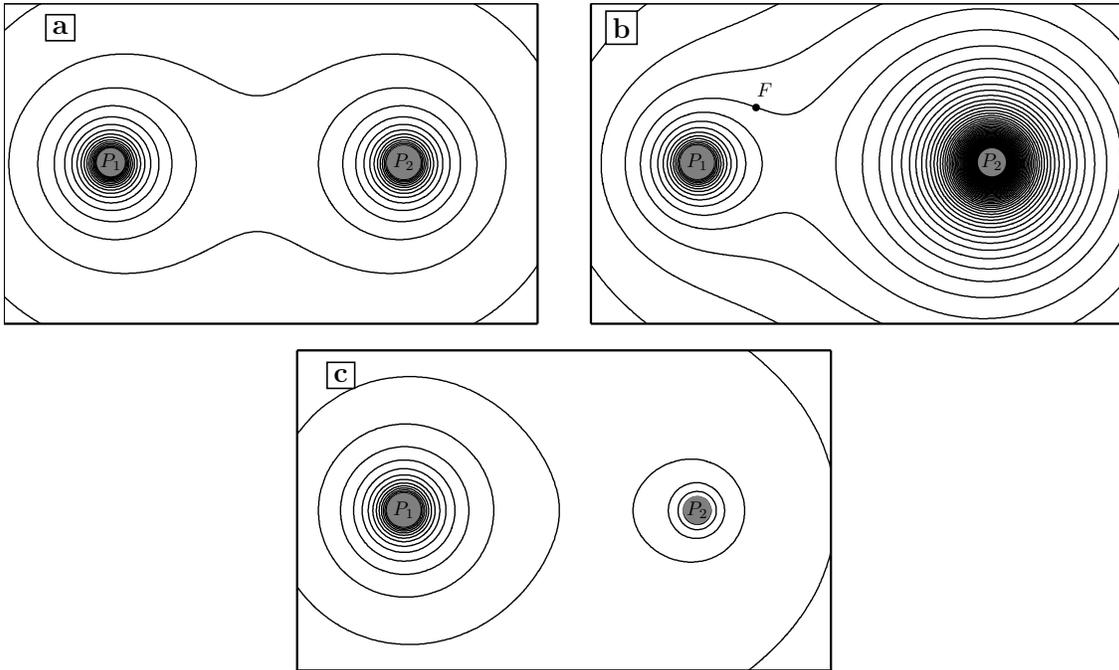


+

E

1. Donner la définition du potentiel gravitationnel V créé par une masse m .
2. Dessiner quelques surfaces équipotentiels pour la planète sphérique ci-contre, en justifiant.
3. Comment est définie l'accélération de la gravité \vec{g} par rapport au potentiel V ?
4. Représenter \vec{g} au point E , défini par la croix. Comment \vec{g} est-il orienté par-rapport aux surfaces équipotentiels ?
5. (★) Soient maintenant deux planètes P_1 et P_2 . Sur la figure ci-dessous, on a représenté les lignes équipotentiels (intersections des surfaces équipotentiels avec le plan de votre feuille) du potentiel gravitationnel dû à P_1 et P_2 . Chaque ligne correspond à une valeur donnée du potentiel (unité arbitraire). La variation du potentiel est constante en passant d'une ligne à l'autre, dans les trois cas a, b, et c. Le seul paramètre variant entre ces 3 cas est la masse de la planète M_2, P_2 . Quel cas correspond à la plus grande masse M_2 ? À la plus petite ? Justifiez vos réponses.
6. Représentez le plus précisément possible l'accélération de la gravité au point F .





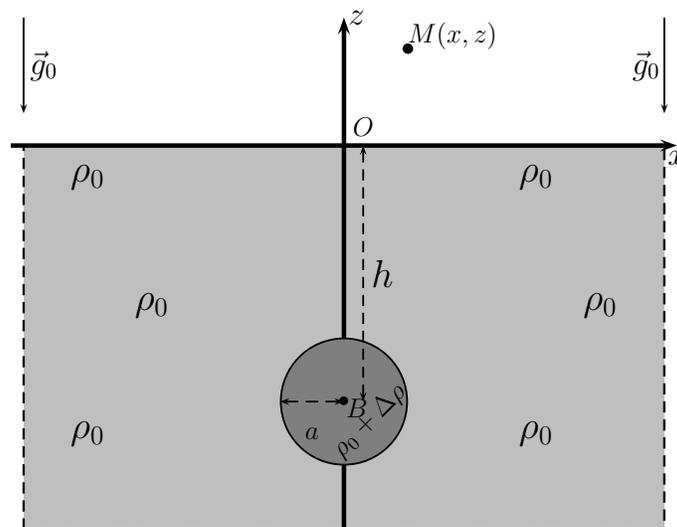
1.8 Exercice supplémentaire possible

Voir le paragraphe 7.8.2.

Chapitre 2

Anomalies gravimétriques

2.1 Anomalie gravimétrique créée par une boule



Nous souhaitons ici calculer l'anomalie gravimétrique induite par la présence, en profondeur, d'une boule de densité différente de celle des roches encaissantes. On appellera ρ_0 la masse volumique de ces roches, et $\rho_0 + \Delta\rho$ celle de la boule; le signe de $\Delta\rho$ est arbitraire. Le centre B de la boule de rayon a se trouve à une profondeur h de la surface de la Terre \oplus .

On note \vec{g}_0 le champ de pesanteur de référence, loin de l'anomalie. Cette pesanteur est verticale, et pointe vers le bas. Le champ total de gravité peut être vu comme la superposition de ce champ de référence avec le champ de gravité $\Delta\vec{g}$ créé par une boule de masse volumique $\Delta\rho$.

1. Justifier cette dernière assertion.
2. Nous allons travailler dans le plan $y = 0$. Exprimer $\Delta\vec{g}$ au point M , en fonction de $\Delta\rho$, a , \vec{MB} , MB , et \vec{g} .
3. Calculer $\Delta g_z(x, z)$, la projection de $\Delta\vec{g}$ selon la verticale z (c'est cette anomalie qu'on va mesurer en pratique). Cette expression doit faire apparaître explicitement x , z et h .
4. Représenter $\Delta g_z(x)$ pour $z = 0$. Préciser la distance $x_{1/2}$ pour laquelle

$$\Delta g_z(x = x_{1/2}) = \frac{1}{2} \Delta g_z(x = 0).$$

2.2 Un exemple de campagne

Avant d'interpréter les données relevées, il faut tenir compte de la dérive du gravimètre (en particulier lorsque la température varie). Les données qui vont suivre ont été corrigées de cette dérive. Elles correspondent, pour simplifier, aux mesures obtenues le long d'un axe lors d'un stage de terrain à Garchy (graduation en mètres).

Le Gal (pour Galileo) est l'unité héritée du système C.G.S. La conversion au système M.K.S.A. se fait selon $100 \text{ Gal} = 1 \text{ m.s}^{-2}$. Au premier ordre, le champ de gravité dans lequel nous baignons a donc une amplitude de 980 Gal.

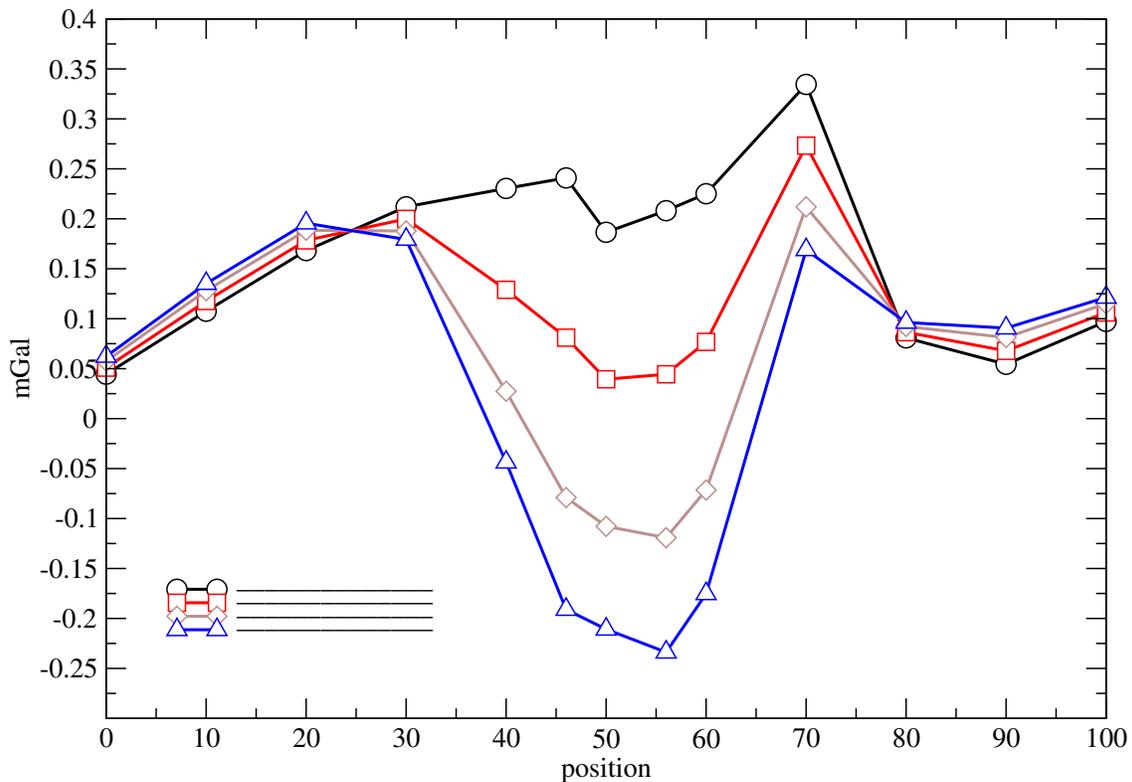
Les gravimètres fonctionnent mécaniquement : un ressort en silice soutient une petite masse qui est sensible à la gravité locale. La dérive de l'instrument provient de la variation de la raideur du ressort avec la température.

Pour cette campagne de mesure, $g_{\text{ref}} = 61.007 \text{ mGal}$.

Je vous demande de :

1. Calculer la correction à l'air libre pour chaque mesure.
2. Calculer l'anomalie à l'air libre Δg_{al} .
3. Calculer la correction de Bouguer simple pour trois masses volumiques différentes : $\rho_1 = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $\rho_2 = 2000 \text{ kg.m}^{-3}$, et $\rho_3 = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$.
4. Calculer l'anomalie de Bouguer correspondante Δg_{b} .

Vous remplirez au fur et à mesure le tableau page suivante (en utilisant un tableur si vous le souhaitez). Identifiez les différentes anomalies parmi les courbes qui suivent.



Décrire les anomalies que vous obtenez, et proposez une interprétation de la structure du sous-sol basée sur ces résultats.



Position	h (m)	g_{mes} (mGal)	g_{al} (mGal)	Δg_{al} (mGal)	$g_b(\rho_1)$ (mGal)	$\Delta g_b(\rho_1)$ (mGal)	$g_b(\rho_2)$ (mGal)	$\Delta g_b(\rho_2)$ (mGal)	$g_b(\rho_3)$ (mGal)	$\Delta g_b(\rho_3)$ (mGal)
0.000	-0.15730	61.100								
10.000	-0.24470	61.190								
20.000	-0.24240	61.250								
30.000	0.28830	61.130								
40.000	2.4220	60.490								
46.000	3.8170	60.070								
50.000	3.5110	60.110								
56.000	3.9050	60.010								
60.000	3.5390	60.140								
70.000	1.4630	60.890								
80.000	-0.13690	61.130								
90.000	-0.31940	61.160								
100.00	-0.21300	61.170								

Chapitre 3

Sismologie

3.1 Pression à l'intérieur des planètes

Étant donné un milieu continu caractérisé par ses trois contraintes principales σ_1 , σ_2 , et σ_3 , on définit la pression p comme la moyenne arithmétique de ces contraintes :

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

La pression ne dépend pas du choix du système de coordonnées. (Elle est invariante par changement de repère.) La pression est positive en situation de compression. Quand les trois contraintes principales sont égales, l'état de contrainte est qualifié d'*isotrope*, et $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = p$. On appelle cet état un état *hydrostatique*. L'équilibre *lithostatique* correspond à un équilibre hydrostatique pour lequel la contrainte (la pression) augmente avec la profondeur, à un taux contrôlé par la densité des roches.

En raison de la possibilité qu'ont les roches (aux conditions de température qu'on trouve à l'intérieur des planètes) de pouvoir se déformer sur des échelles de temps géologiques, une bonne approximation est de dire que les planètes se trouvent en équilibre hydrostatique, décrit par la dépendance de la pression p au rayon r .

Soit une planète constituée d'un empilement de coquilles sphériques concentriques infinitésimales. $\rho(r)$ est la masse volumique au rayon r et $g(r)$ est la valeur de l'accélération de la gravité à ce même rayon.

1. Donner l'expression générale de $g(r)$.
2. Montrer que l'incrément de pression dp qui résulte du passage du rayon r au rayon $r + dr$ est donné par

$$dp = -\rho(r)g(r)dr.$$

3. Pour une petite planète, comme la Lune, la masse volumique peut être considérée constante. Si a désigne le rayon de la Lune, montrer que la pression suit une évolution quadratique donnée par

$$p(r) = \frac{2}{3}\pi\rho^2\mathcal{G}(a^2 - r^2).$$

4. Application numérique : calculer la pression au centre de la lune en prenant $\rho = 3300 \text{ kg.m}^{-3}$ et $a = 1738 \text{ km}$.
5. Représenter $g(r)$ pour la Lune, r variant de 0 à $+\infty$.

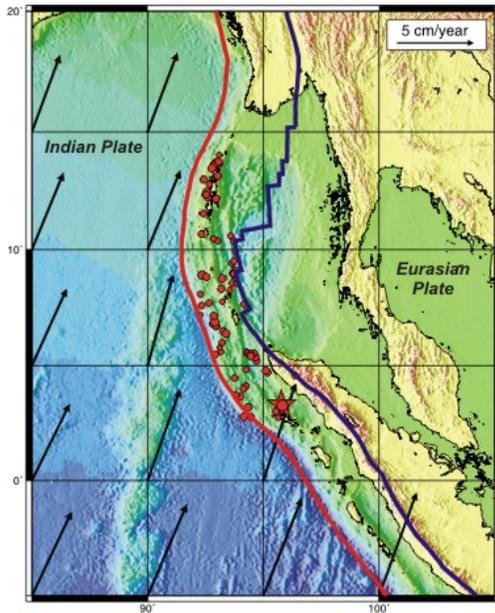


FIG. 3.1 – Cinématique locale (British Geological Survey).

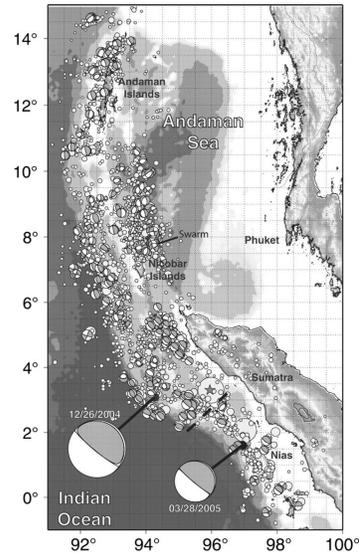


FIG. 3.2 – Répliques (aftershocks) (Lay et al., Science, 2005).

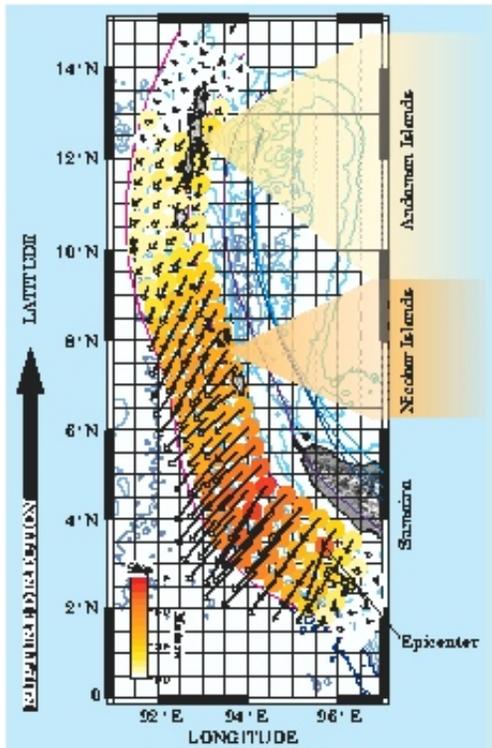


FIG. 3.3 – Glissement en surface. *Physics Today*, juin 2005.

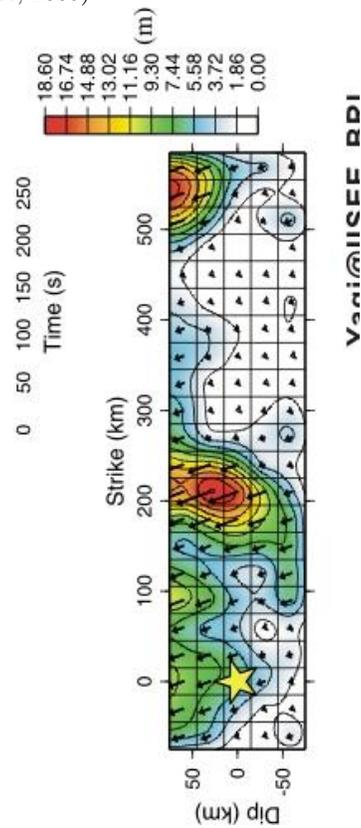


FIG. 3.4 – Glissement inversé en profondeur (le long du dip ©Yuji Yagi).

3.2 Le séisme de Sumatra (26/12/2004)

Le contexte cinématique de cet évènement vous est rappelé sur la figure 3.1. La figure 3.2 montre la localisation des répliques ayant suivi (compte arrêté 13 semaines après l'évènement). Enfin, la figure 3.3 montre le champ de glissement obtenu après inversion des données sismiques (inversion des formes d'onde), et la figure 3.4 va nous permettre d'évaluer la longueur de la faille ayant joué dans la direction de la subduction, selon le *dip* en anglais.

Nous souhaitons estimer la magnitude M_w pour ce tremblement de terre. L'évaluation du moment sismique qu'on peut lui associer nécessite de connaître la surface ayant cassé A , le déplacement moyen d le long du plan de faille, et la résistance des roches ayant cassé au cisaillement - le fameux module de rigidité μ . Pour ce dernier, une valeur de 30 GPa est bien représentative des roches de la croûte.

1. Justifiez cette valeur pour μ à l'aide de vos connaissances sur les valeurs de V_P et V_S dans la croûte.
2. Proposer une estimation de d .
3. Quelle est l'ordre de grandeur de la longueur totale L ayant cassé dans la direction de la frontière de plaques ?
4. Donner une estimation de la longueur de la faille l ayant cassé dans la direction de la subduction.
5. En déduire la surface totale A ayant joué, et calculer M_w .

3.3 Mécanismes au foyer – Faille de San Andreas

[Exercice trouvé sur le site de l'ENS Lyon]

La faille de San Andreas est une faille active comme le montre la forte sismicité qui lui est associée (figure 3.5). La figure 3.7 montre la localisation des stations sismiques de cette région, et la figure 3.8 montre les sismogrammes enregistrés par ces mêmes stations lors d'un séisme qui s'est produit le 29 avril 1979.

1. Caractérisez le sens du premier mouvement du sol sur chacun des sismogrammes. Il s'agit de déterminer si le mouvement est en compression ou en dilatation.
2. Reportez cette information pour chacune des stations sismiques. Par convention, on noircit les sites en compression, et on maintient un symbole vide pour les zones en dilatation.
3. Identifiez la faille sur laquelle le séisme s'est produit, et localisez aussi précisément que possible l'épicentre du séisme. Cette dernière étape suppose que vous avez implicitement caractérisé le type de mouvement qui s'est produit le long de la faille. Poursuivez et précisez le mouvement relatif des deux blocs de part et d'autre de la faille.

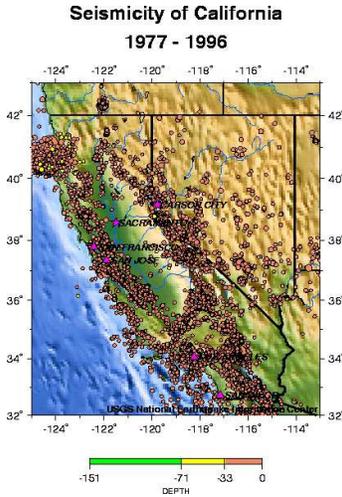


FIG. 3.5 – Carte de la sismicité de la Californie répertoriée entre 1977 et 1986. Document US Geological Survey. <http://www.usgs.gov>.

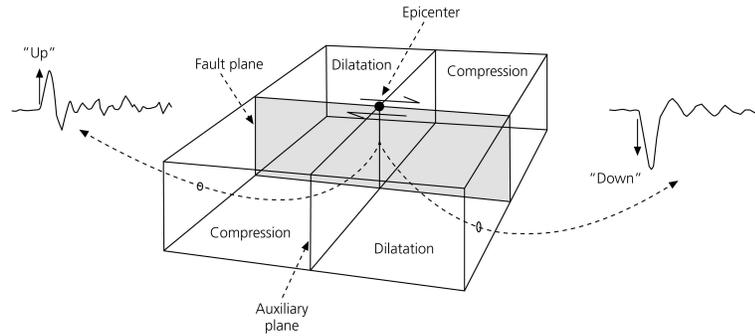


FIG. 3.6 – Premiers mouvements dus à l'onde P enregistrés par des sismomètres situés en divers endroits par-rapport à l'épicentre. Figure extraite de Stein & Wysession (2003)

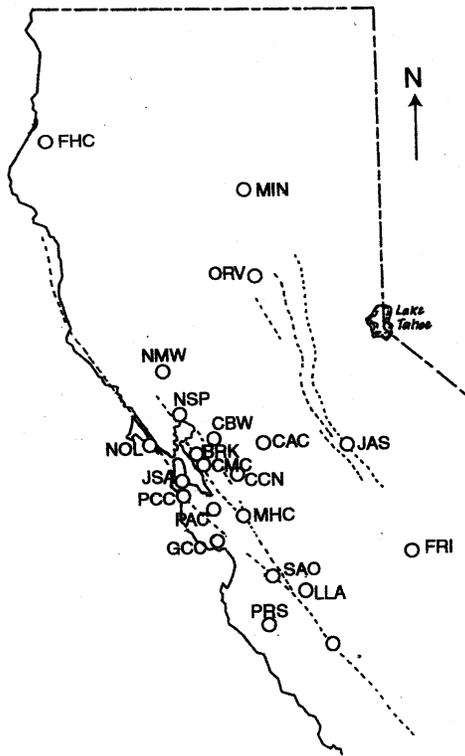


FIG. 3.7 – Carte du Nord de la Californie. Chaque cercle représente une station sismique, repérée par trois lettres (MIN,LLA...). Les lignes en pointillé représentent les failles.

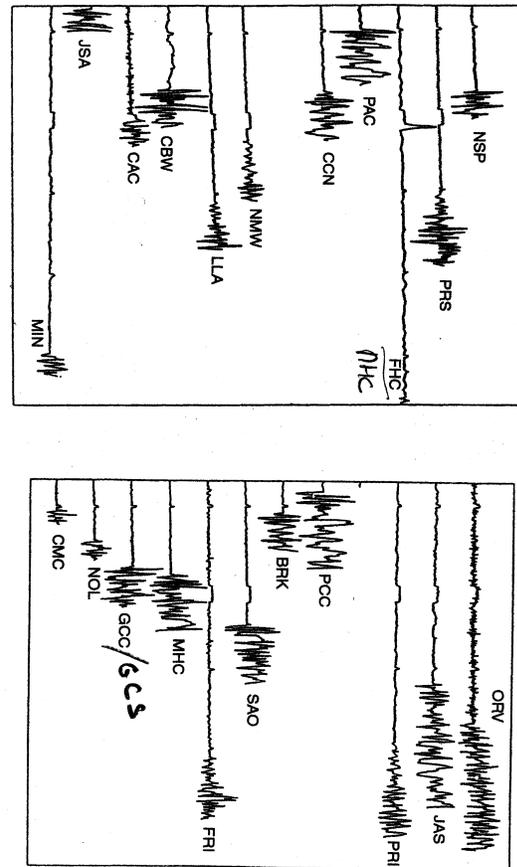


FIG. 3.8 – Signaux sismiques enregistrés par le réseau nord-californien le 29 avril 1979.

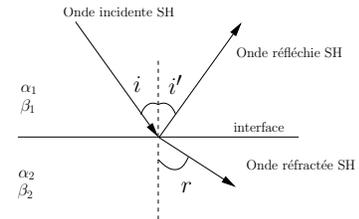
3.4 Lois de Snell–Descartes

On souhaite démontrer les lois de Snell–Descartes énoncées en cours. Ces lois peuvent se déduire du principe (variationnel) de Fermat : le chemin suivi par l’onde (électromagnétique ou élastique pour nous) est tel que le temps de trajet le long de ce chemin soit extrémal. Mis à part quelques cas pathologiques, extrémal équivaut à minimal (la lumière se propage en ligne droite dans un milieu homogène). Le chemin suivi est celui qui, de tous les chemins possibles, réalise le minimum.

1. Démontrer que pour une onde SH, dans le cas d’une interface plane (cf. schéma)

$$i' = i,$$

$$\sin i / \beta_1 = \sin r / \beta_2.$$



2. L’angle d’incidence critique i_c est l’angle d’incidence pour lequel l’onde réfractée se propage le long de l’interface. Exprimer cet angle en fonction de β_2 et β_1 .

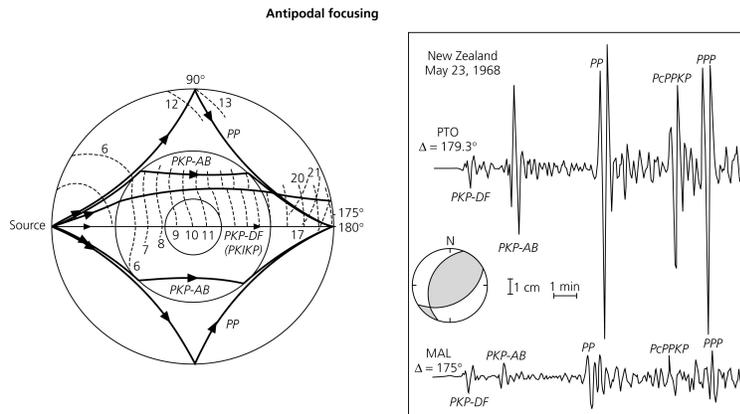
3.5 Transmission et réflexion à une interface

Je vous rappelle l’expression donnant le rapport des amplitudes de l’onde réfléchie A_r et de l’onde transmise A_t à l’amplitude de l’onde incidente A_i , pour une onde P en incidence **normale** :

$$\frac{A_r}{A_i} = \frac{\rho_1 \alpha_1 - \rho_2 \alpha_2}{\rho_2 \alpha_2 + \rho_1 \alpha_1}, \quad \frac{A_t}{A_i} = \frac{2 \rho_1 \alpha_1}{\rho_2 \alpha_2 + \rho_1 \alpha_1}.$$

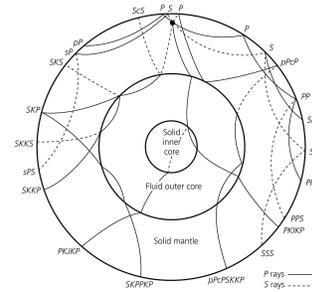
Nous voulons estimer ces rapports à la frontière noyau-manteau (manteau : indice 1 et noyau : indice 2). À la base du manteau, PREM (*Preliminary Reference Earth Model*, Dziewonski & Anderson 1981) nous donne $\rho_1 = 5,57.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\alpha_1 = 13,72 \text{ km.s}^{-1}$.

1. Calculer les rapports d’amplitude en supposant que le noyau est formé :
 - (a) de Fer liquide ($\alpha_2 = 8,0 \text{ km.s}^{-1}$, $\rho_2 = 9,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$),
 - (b) de Perrier -c’est fou!- ($\alpha_2 = 1,5 \text{ km.s}^{-1}$, $\rho_2 = 1,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$),
 - (c) de Sel ($\alpha_2 = 5,0 \text{ km.s}^{-1}$, $\rho_2 = 2,1.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$).
2. Discutez (de façon générale) le rapport d’amplitude entre les phases réfléchies (PcP, etc.) et transmises (PKP, etc.) à la FNM. Vous pourrez vous appuyer sur la figure suivante, tirée du livre de Stein & Wysession.

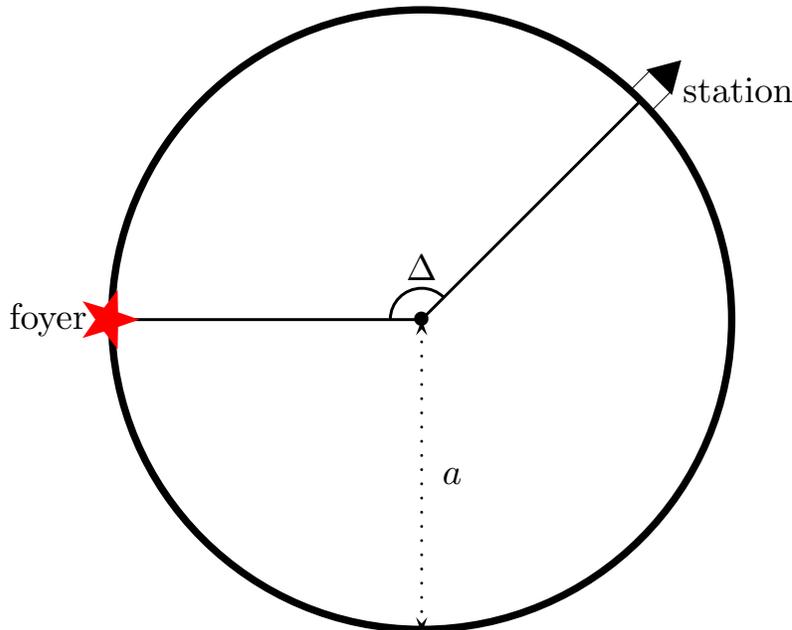


3.6 Hodochrones d'une boule élastique homogène

Ceci est un exercice plutôt *freestyle* : essayez de tracer les hodochrones dans une boule élastique homogène de rayon a et de vitesses d'ondes P et S α et β , respectivement. Pour vous guider, vous avez rappelés à droite les différentes phases qu'on trouve dans la Terre (qui est bien plus complexe). Moins de phases sont en jeu ici : vous pouvez dessiner sur le disque prévu à cet effet ; cela vous guidera dans votre recherche. Vous tracerez les hodochrones pour un séisme **superficiel**, dont le foyer se trouve à la surface de la boule.



Stein & Wysession.



3.7 Variation de la masse volumique à l'intérieur de la Terre

Cet exercice a pour but de montrer comment on peut estimer les variations de masse volumique ρ à l'intérieur de la Terre. Les raisonnements exposés ici sont dûs à l'origine à E. Williamson et L. Adams dans les années 1910-1920.

La Terre a un rayon a , un centre O , et une masse M . Dans ce qui suit, r désigne le rayon des coordonnées sphériques, et $M(r)$ la masse de matière contenue à l'intérieur de la sphère de rayon r , $0 \leq r \leq a$ – on a donc $M(r = a) = M$. On suppose dans toute cette étude que le problème est à symétrie sphérique. Le vecteur unitaire orienté dans la direction des r croissants est noté \vec{u}_r .

1. Soit \vec{g} l'accélération de la gravité. En symétrie sphérique, $\vec{g}(r) = -g(r)\vec{u}_r$ à un rayon r donné. Donner l'expression de $g(r)$ en fonction de $M(r)$, de la constante de gravitation universelle \mathcal{G} , et r .
2. Dans l'hypothèse où l'intérieur de la Terre est en équilibre hydrostatique (les forces de pression équilibrent la gravité), montrer, en raisonnant sur un petit volume, que la pression $p(r)$ vérifie l'équation

$$\frac{dp}{dr} = -\rho(r)g(r).$$

3. Les variations de masse volumique sont reliées aux variations de pression par le biais du module d'incompressibilité κ :

$$\kappa = \rho \frac{dp}{d\rho}.$$



Déduire de cette relation, ainsi que des deux questions précédentes, que la masse volumique ρ obéit à l'équation

$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{\rho^2(r)\mathcal{G}M(r)}{\kappa r^2}.$$

4. Donner le signe de $d\rho/dr$ et l'expliquer.
5. Pour aller plus loin dans la description des variations de ρ , il faut avoir des estimations de κ . Or, ce dernier intervient fort à propos dans la définition de la vitesse de propagation des ondes sismiques de volume.
 - (a) Définir les deux types d'ondes sismiques de volume (P et S), qui se propagent à l'intérieur de la Terre. Quel est le type de mouvement associé à chacune? Illustrer par un schéma.
 - (b) Soit α et β la vitesse de propagation des ondes P et S , respectivement. On rappelle que

$$\alpha = \sqrt{\frac{\kappa + (4/3)\mu}{\rho}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

Qu'est-ce que μ ?

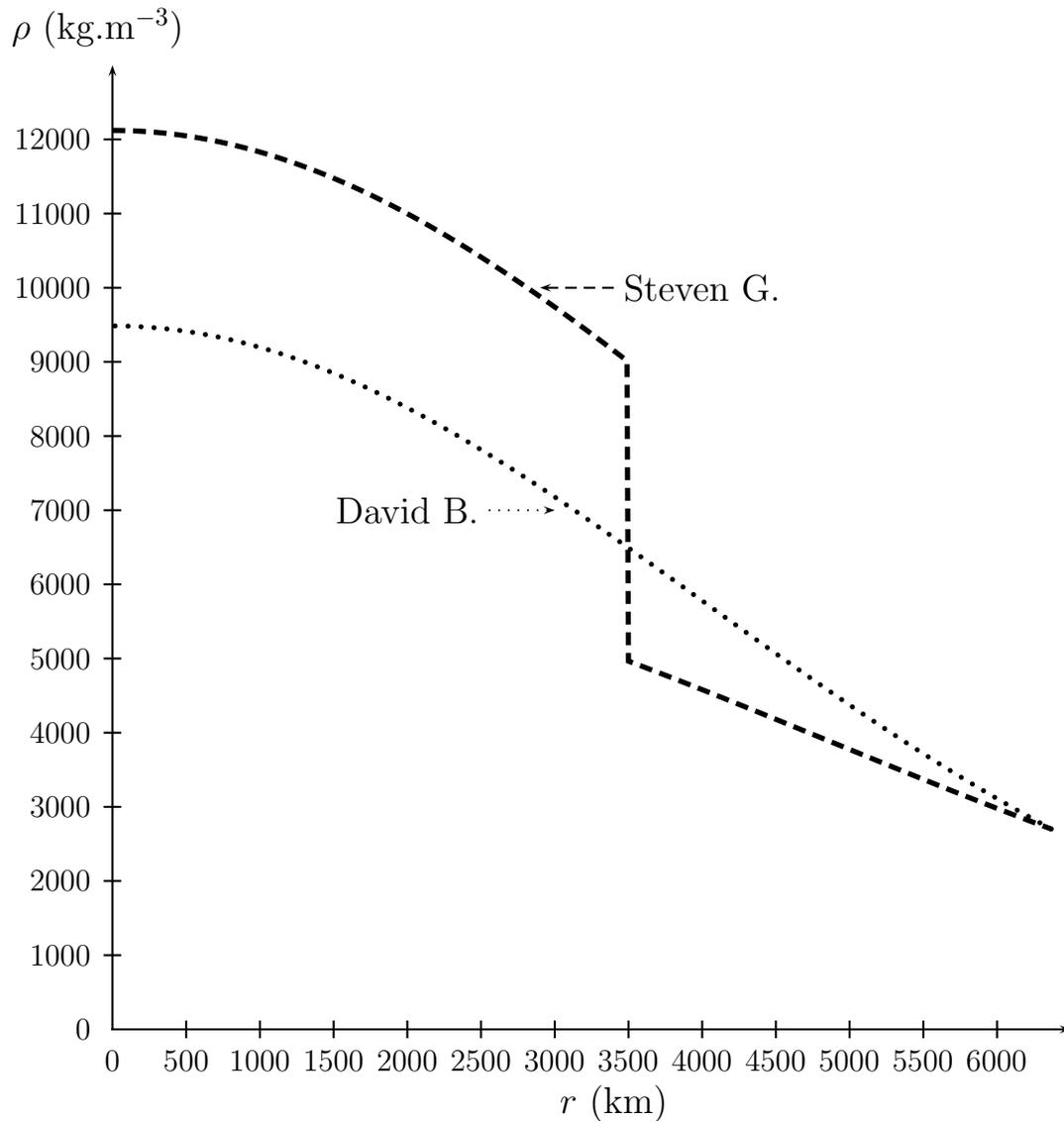
- (c) Que vaut β dans un liquide? Pourquoi?
- (d) On définit le paramètre sismique Φ par $\Phi = \alpha^2 - (4/3)\beta^2$. Exprimer Φ en fonction de κ et ρ .
- (e) En déduire finalement l'équation d'Adams-Williamson

$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{\rho(r)\mathcal{G}M(r)}{r^2\Phi}. \quad (3.1)$$

6. Deux géophysiciens, Steven G. et David B., procèdent de façon indépendante à des estimations de Φ pour les matériaux terrestres, et veulent utiliser l'équation d'Adams-Williamson pour construire chacun un modèle de variation de la masse volumique à l'intérieur de la Terre.
 - (a) Quelles sont les deux contraintes intégrales que leurs modèles doivent satisfaire?
 - (b) Pour pouvoir intégrer l'équation (3.1), il faut avoir une valeur de départ pour ρ à la surface de la Terre. Quelle valeur utiliseriez-vous? Justifier.
 - (c) Après beaucoup d'efforts, Steven G. et David B. obtiennent les modèles représentés sur la figure 3.9. Quel est le modèle le plus conforme à la réalité? Justifier.

3.8 Exercices supplémentaires possibles

Voir dans les annales les exercices 7.6.2 et 7.8.3

FIG. 3.9 – Profils de $\rho(r)$ établis par Steven G. et David B.

Chapitre 4

Introduction au risque sismique

TD COURS : Introduction au risque sismique

Merci à Emmanuel Chaljub (LGIT), Helle Pedersen (LGIT), et Pascal Bernard (IPGP).

4.1 Le séisme de Laffrey du 11 janvier 1999

Généralités Le séisme de Laffrey (Isère) du 11 janvier 1999 est situé au niveau de l'arc Alpin, la région de France qui a connu l'activité sismique historique la plus forte. L'analyse des enregistrements sismiques montre que le mécanisme associé à ce tremblement de terre (dont la magnitude locale vaut $M_L = 4,1$) est principalement un décrochement dextre sur la faille de Belledonne (cf. figure 4.1).

La figure 4.2 montre l'intensité avec laquelle ce séisme a été ressenti dans l'agglomération grenobloise. Cette intensité a été évaluée à l'aide d'un questionnaire distribué dans les collèges et lycées de la région – on donne pour information sur la table 4.1 l'échelle d'intensité (simplifiée) utilisée en France depuis 2000.

L'étoile indique l'épicentre du séisme.

1. Sur la figure 4.2, tracez les isoséistes, c'est-à-dire le lieu des points ayant ressenti le séisme avec la même intensité.
2. Que montrent-ils essentiellement ?
3. Observe-t-on une augmentation sensible de l'intensité dans la cuvette grenobloise ?

TAB. 4.1 – Échelle d'intensité (simplifiée) utilisée par le Bureau Central Sismologique Français (BCSF) depuis 2000.

I	Imperceptible
II	À peine ressenti. Ressenti seulement par quelques rares personnes au repos dans leurs habitations.
III	Faible. Ressenti par quelques personnes à l'intérieur des bâtiments. Les personnes au repos ressentent une oscillation ou un léger tremblement.
IV	Largement ressenti. Ressenti par de nombreuses personnes à l'intérieur des bâtiments, par quelques rares personnes à l'extérieur. Quelques personnes endormies sont réveillées. Les fenêtres, les portes et la vaisselle font un bruit de tremblement.
V	Fort. Ressenti par la plupart des personnes à l'intérieur des bâtiments, par quelques personnes à l'extérieur. De nombreux dormeurs sont réveillés. Quelques personnes sont effrayées. Les bâtiments tremblent dans toute leur structure. Les objets suspendus oscillent nettement. Les petits objets sont déplacés. Les portes et les fenêtres s'ouvrent ou se ferment.
VI	Dégâts légers. De nombreuses personnes sont effrayées et se précipitent à l'extérieur des bâtiments. Quelques objets tombent. Quelques maisons subissent de légers dégâts non structuraux (fissures à peine visibles, chute de petits morceaux de plâtre).
VII	Dégâts. La plupart des personnes sont effrayées et se précipitent à l'extérieur des bâtiments. Le mobilier est déplacé et les objets tombent des étagères en grand nombre. De nombreux bâtiments bien construits subissent des dégâts modérés (fissures dans les murs, chutes de plâtre, chutes partielles de cheminées). Dans les bâtiments plus anciens les murs sont fissurés et les cloisons sont endommagées.
VIII	Dégâts importants. De nombreuses personnes éprouvent des difficultés à se tenir debout. Les murs de nombreuses maisons sont crevassés. Dans quelques bâtiments bien construits, les murs sont endommagés, tandis que d'autres bâtiments plus anciens s'effondrent partiellement.
IX	Destructeur. Panique générale. De nombreuses constructions s'effondrent. Même les bâtiments bien construits présentent des dégâts très importants (murs endommagés et effondrement partiel des structures).
X	Très destructeur. De nombreux bâtiments bien construits s'effondrent.
XI	Catastrophe. La plupart des bâtiments bien construits s'effondrent. Quelques bâtiments construits selon les règles parasismiques sont détruits.
XII	Catastrophe complète. Presque tous les bâtiments sont détruits.

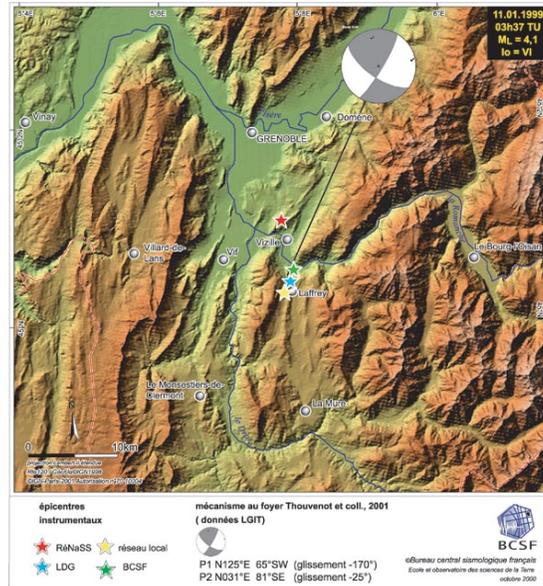


FIG. 4.1 – Mécanisme au foyer du séisme de Laffrey déterminé par *Thouvenot et coll. (2001)*.

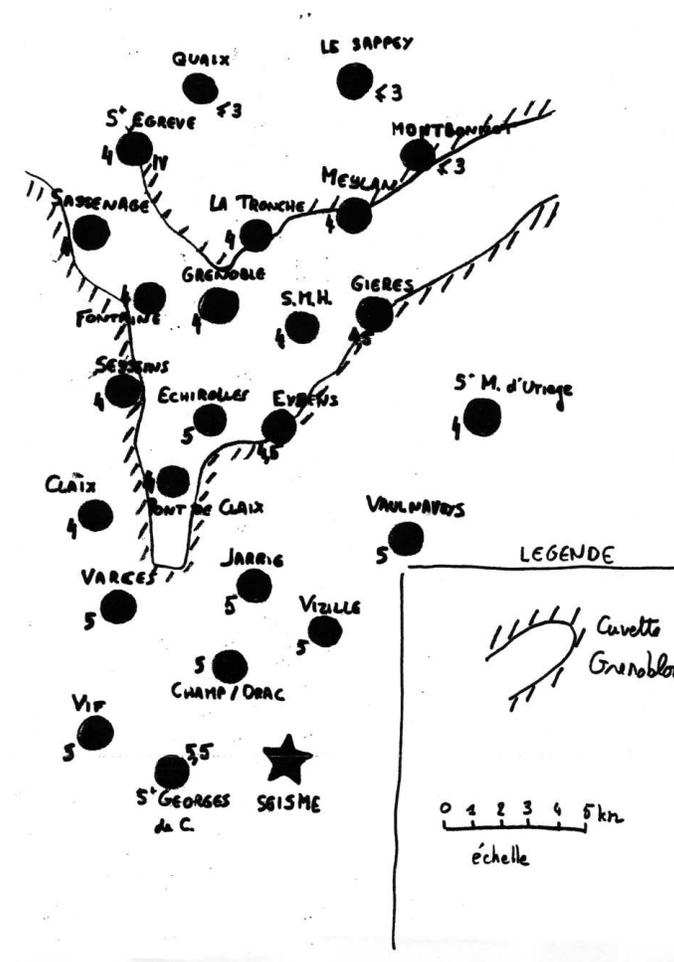


FIG. 4.2 – Intensité ressentie dans le bassin grenoblois suite au séisme de Laffrey du 11/01/1999.

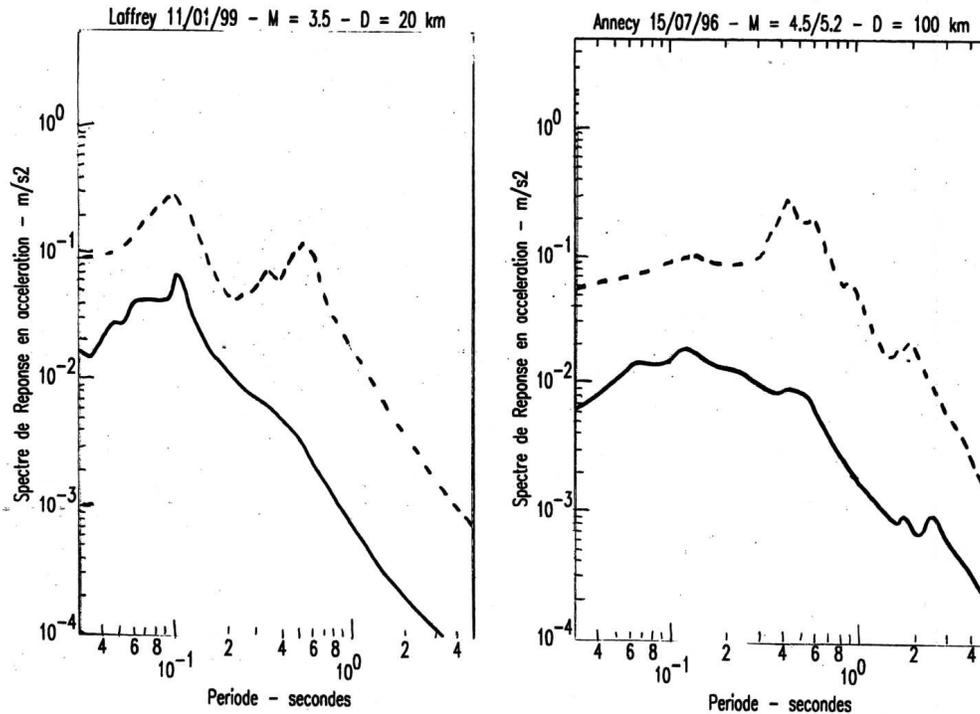


FIG. 4.3 – Accéléromètres enregistrés à Grenoble même (trait pointillé) et sur la colline (trait continu) pour les séismes de Laffrey et d’Annecy.

4.2 Accélération du sol

La figure 4.3 montre le spectre de la réponse en accélération du sol, enregistré lors du séisme de Laffrey et du séisme d’Annecy du 15 juillet 1996, par deux stations accélérométriques situées à Grenoble. La première station (traits continus) se trouve au musée dauphinois, sur la colline de la Bastille. La deuxième station (traits pointillés) se situe à proximité de la patinoire, près de l’hotel de ville de Grenoble, dans la cuvette grenobloise.

1. Décrivez les différences d’accélération observées entre les deux stations accélérométriques pour chacun des deux séismes.
2. Comment de telles différences peuvent-elles s’expliquer, sachant que les deux stations sont distantes d’à peine plus d’un kilomètre ?
3. Une fréquence est particulièrement amplifiée sur le site de la patinoire par rapport au site de la bastille. Quelle est cette fréquence ? Comment l’amplification particulièrement importante d’une fréquence peut-elle s’expliquer ?

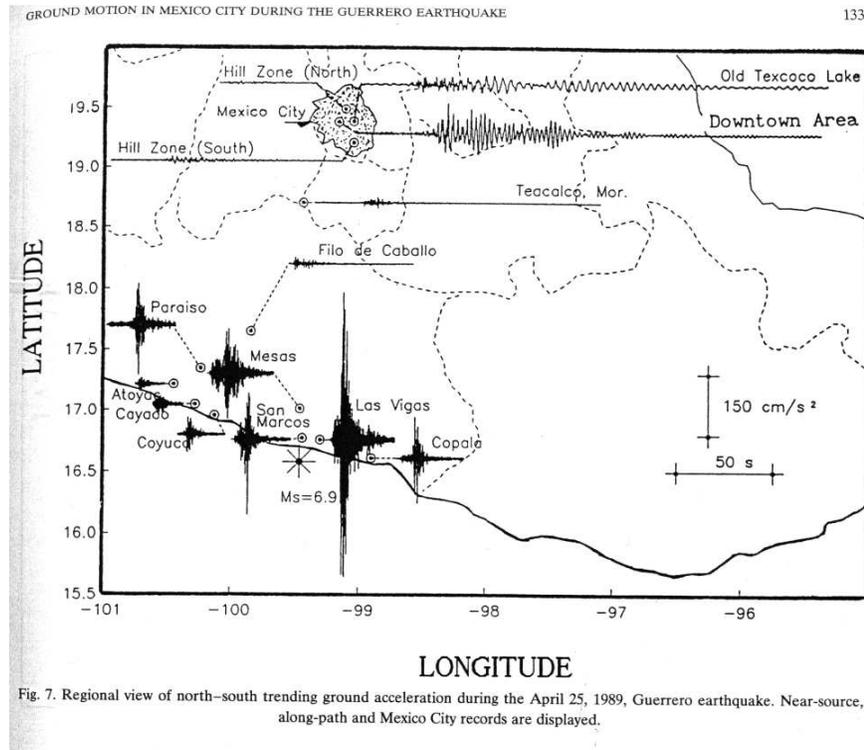


FIG. 4.4 – Sánchez-Sesma et coll (1993).

4.3 Risque sismique – Effets de site

[Informations trouvées sur le site du réseau SISMALP (<http://sismalp.obs.ujf-grenoble.fr>)]

La question précédente indique que le support géologique local peut influencer la façon dont est perçu un séisme. On appelle *effets de site* les effets d'amplification des ondes sismiques qui se produisent principalement dans deux cas : au sommet des collines et des montagnes, et lorsqu'une vallée a été l'objet d'une importante sédimentation peu consolidée (par exemple vallée remplie par des alluvions récentes, des marais ou des tourbières). Dans les deux cas, les ondes sismiques se trouvent piégées dans la structure (dans la montagne, elles se réfléchissent d'un flanc à un autre ; dans la vallée, une fois qu'elles ont pénétré dans la zone d'alluvions meubles, elles ne peuvent s'en échapper et se réfléchissent sur les flancs et sur le fond de la vallée). Les études théoriques montrent que l'amplitude des ondes peut être amplifiée d'un facteur 10 ou 20 par de tels effets. Par ailleurs, dans le cas de la vallée, l'effet disparaît dès que l'on quitte la zone d'alluvions et que l'on gagne le flanc rocheux de la vallée (cf. le cas de Grenoble).

Un exemple dramatique d'effets de site est le séisme de Mexico du 19/9/1985, qui tua plus de 10 000 personnes et détruisit plus de 100 000 habitations. Mexico a été construit sur un ancien lac, et repose sur 800 m d'alluvions et d'argile volcanique. L'excitation due au passage des ondes a provoqué la circulation de l'eau contenue dans ce milieu très poreux et la liquéfaction partielle du support sur lequel repose Mexico.

Sur la figure 4.4 sont reportés différents sismogrammes enregistrés à l'occasion du tremblement de terre (offshore) de Guerrero de 1989, qui n'a fort heureusement fait que trois victimes.

Commentez brièvement les différences entre les enregistrements reportés sur cette figure, en insistant notamment sur les effets de site observés à Mexico city.

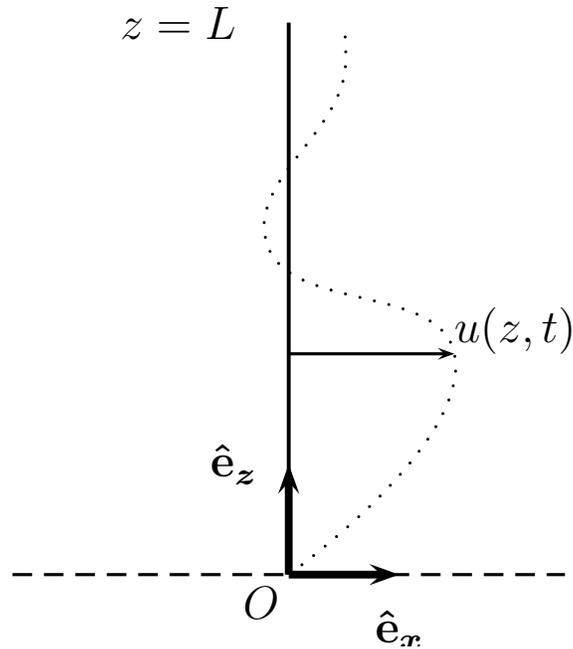


FIG. 4.5 – Modes propres de vibration d'un bâtiment : notations.

4.4 Risque sismique – Résonance des structures

Le risque sismique est défini comme le produit de l'aléa sismique par la vulnérabilité.

$$\text{RISQUE} = \text{ALÉA} \times \text{VULNÉRABILITÉ}.$$

L'aléa sismique est proportionnel à la sismicité de la région étudiée, et inclut la prise en compte des effets de site évoqués plus haut. Dans la vulnérabilité interviennent les facteurs humains, comme le type d'habitations. L'aléa sismique est bien plus grand au Japon qu'il ne l'est dans la région de Bam au sud-Est de l'Iran, mais les habitations construites à Tokyo sont bien moins vulnérables que ne l'est (l'était) la cité historique de Bam.

Les bâtiments sont, selon leur taille, sensibles à différentes fréquences sismiques. L'excitation sismique générée par un tremblement de terre contient de nombreuses fréquences – il suffit de regarder les enregistrements – et potentiellement les fréquences propres des bâtiments, d'où un risque pour les populations.

Nous allons essayer d'illustrer cette dernière remarque à l'aide d'un exemple simple.

Considérons (figure 4.5) une poutre (un immeuble) de hauteur L fixée dans le sol. Pour cette étude à deux dimensions, nous voulons déterminer les modes transverse de vibration de cette poutre. Le déplacement est dirigé selon x , $\vec{u} = (u(z, t), 0)$ – c'est un problème analogue à celui des vibrations d'une corde de guitare pincée.

On définit c comme étant la vitesse de propagation des ondes transverses dans la poutre (bâtiment). L'équation d'onde qui rend compte de la propagation des ondes transverses s'écrit alors

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.$$

1. Quelle est la forme générale des solutions de cette équation ?
2. Quelles sont les conditions aux limites à appliquer en $z = 0$ et $z = L$?
3. Les modes de vibration que l'on cherche correspondent à des ondes stationnaires de la forme :

$$u(z, t) = [A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)] \sin(kz),$$

où k est le nombre d'onde ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ étant la longueur d'onde), et ω sa pulsation. A et B sont deux constantes. Qu'impose la condition à la limite $z = L$ sur la valeur du nombre d'onde ?

4. Dessiner schématiquement le déplacement correspondant au mode fondamental (de plus basse fréquence) et au premier mode harmonique (la fréquence suivante dans le spectre).
5. En insérant l'expression de u dans l'équation d'onde, trouver la relation de dispersion, qui est la relation liant k et ω .
6. En déduire les différentes pulsations propres de la poutre.

Les immeubles sont des structure peu denses, et très peu rigides. Les ondes s'y propagent au moins dix fois moins vite que dans les roches. Prenons $c = 200$ m/s.

En pratique, le mode fondamental est généralement le plus important en termes de vulnérabilité. On définit habituellement la période de résonance T (exprimée en s) d'un immeuble de N étages par $T = N/10$.

7. Cela est-il en accord avec les résultats obtenus précédemment pour le mode fondamental de vibration ?
8. Quel genre de bâtiment vous semble alors particulièrement exposé lors d'un séisme, dans le quartier de la patinoire de Grenoble ?

4.5 Accéléromètres et cartes d'intensité

Les mesures fournies par les accéléromètres et la carte d'intensité peuvent sembler contradictoires. Pourquoi ? (On peut tenter d'expliquer ce paradoxe en considérant le type d'habitations majoritaires dans la ville de Grenoble et sur les hauteurs alentour.)

Chapitre 5

Thermique terrestre

5.1 Isotopes radioactifs

On dispose des données actuelles suivantes concernant les principaux isotopes radioactifs présents dans le manteau.

Isotope	τ (Ga)	C (ppb)	H (W.kg^{-1})
^{238}U	4,47	30,8	$9,46 \cdot 10^{-5}$
^{235}U	0,70	0,22	$5,69 \cdot 10^{-4}$
^{232}Th	14,0	124	$2,64 \cdot 10^{-5}$
^{40}K	1,25	36,9	$2,92 \cdot 10^{-5}$

(Les études géochimiques suggèrent que le noyau ne contient pas une grande quantité de ces isotopes.)

Ce tableau est tiré de l'ouvrage de Turcotte & Schubert *Geodynamics, 2nd edition* : τ est la demi-vie, C est la concentration massique (en parties par milliard), et H la puissance radioactive libérée par unité de masse de l'isotope.

1. Calculer la valeur de la puissance calorifique d'origine radioactive dégagée à la surface de la Terre aujourd'hui, la masse du manteau étant de $4,0 \cdot 10^{24}$ kg.
2. Établir la loi donnant la concentration de chaque isotope dans le passé, en fonction de sa concentration actuelle et de sa demi-vie.
3. En déduire la valeur de la puissance calorifique d'origine radioactive dégagée à la surface de la Terre il y a 4 Ga.

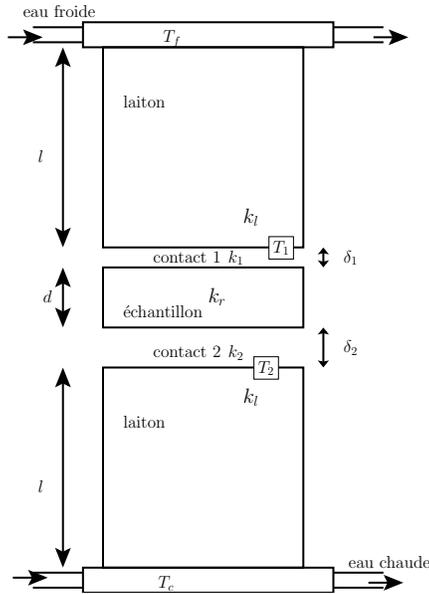
5.2 Conduction thermique

1. Loi de Fourier et chauffage individuel.

J'habite au premier étage (2,5m) d'une maison de 10m×10m. Il fait 0°C dehors, 20°C chez moi et chez mes voisins du dessus et du dessous. Les murs de 30 cm d'épaisseur sont faits dans un matériau de conductivité thermique $k = 2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Quelle puissance calorifique doit débiter mon poêle ?

2. Mesure de la conductivité thermique d'une roche

Cette mesure s'effectue selon le principe détaillé sur la figure suivante.



Des thermocouples permettent de mesurer les températures T_c, T_f (imposées grâce à des courants d'eau), ainsi que T_1 et T_2 à l'extrémité des couches de métal au contact de l'échantillon. Les contacts entre la roche et le métal (de l'air par exemple) mettent en jeu une résistance inconnue au flux de chaleur, sur des épaisseurs δ_1 et δ_2 .

- En régime stationnaire, que peut-on dire du flux de chaleur le long du dispositif expérimental ?
- Établir la relation suivante

$$\frac{T_2 - T_1}{T_c - T_2} = \frac{k_l d}{k_r l} + \frac{k_l}{l} \left(\frac{\delta_2}{k_2} + \frac{\delta_1}{k_1} \right).$$

- En déduire comment déterminer k_r expérimentalement, en s'affranchissant des indéterminations dues aux contacts.

5.3 Contraction thermique

Calculez la variation du rayon de la Terre induite par une baisse de sa température interne moyenne de 1 K. Vous prendrez le coefficient de dilatation thermique moyen $\bar{\alpha} = 2.10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

5.4 Le géotherme

Pour avoir une idée du profil de température dans la Terre, au voisinage de sa surface, on représente simplement cette dernière par un demi-espace infini, contenant des sources radioactives (on appelle H la puissance radioactive dégagée par unité de volume), de conductivité thermique k , de masse volumique ρ , et de capacité calorifique C . Pour contraindre ce profil, nous disposons de la mesure de la température T_0 et du flux de chaleur q_0 à la surface $z = 0$. On suppose que la chaleur est uniquement transportée par conduction.

- En régime stationnaire, donner l'équation qui contrôle le profil $T(z)$.
- Résoudre cette équation en utilisant les mesures de surface pour déterminer les constantes d'intégration.
- Représenter $T(z)$ pour un H quelconque et pour $H = 0$.
- Représenter le flux $q(z)$ dans les mêmes circonstances.
- Application numérique : calculer la température à 100 km de profondeur en prenant $k = 4 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $H = 3.10^{-7} \text{ W.m}^{-3}$, $T_0 = 273 \text{ K}$, et $q_0 = 80 \text{ mW.m}^{-2}$.
- Comment pourrait-on améliorer ce modèle ?

5.5 Cristallisation de la graine

Supposons que la masse M de la graine croisse de façon constante au cours du temps. Son rayon actuel est de 1220 km, sa masse volumique est de 12000 kg.m^{-3} . Donnons-lui l'âge raisonnable (au sens des modèles de refroidissement de la Terre) de 3 Ga.

- Donner le taux de croissance (en masse) $\dot{M} = dM/dt$ de la graine.
- En prenant une chaleur latente L de cristallisation égale à 5.10^5 J.kg^{-1} , en déduire la puissance calorifique totale dégagée par cette cristallisation.



5.6 Capacité calorifique

1. En prenant une valeur moyenne de capacité calorifique C pour la Terre de $1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, calculer la chaleur dégagée par le refroidissement global de la Terre de 1 K .
2. Combien de temps est nécessaire à l'évacuation de cette chaleur par une puissance en surface de 1 TW ?

5.7 Température au centre de la Terre (CC 04-05)

On considère que la Terre est une boule homogène de rayon a se refroidissant par conduction et qu'elle fonctionne en régime stationnaire.

1. Qu'appelle-t-on un régime stationnaire ?
2. En appelant H la puissance radioactive produite par unité de volume, k la conductivité thermique de la Terre, l'équation à résoudre pour trouver le profil radial de température $T(r)$ à l'intérieur de la Terre est

$$k \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) + H = 0.$$

Résoudre cette équation en supposant que la température à la surface de la Terre (en $r = a$) est égale à T_0 , et qu'elle reste finie au centre de la Terre (en $r = 0$).

3. En déduire que le flux de chaleur conductif q à un rayon r donné s'écrit

$$q(r) = \frac{Hr}{3}.$$

4. On mesure le flux à la surface de la Terre $q(a) = 70 \text{ mW.m}^{-2}$. Quelle est la valeur de H compatible avec cette observation ?
5. En prenant $k = 4 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, calculer la température au centre de la Terre pour ce modèle de refroidissement.
6. Commentez (et critiquez) ce résultat en utilisant vos connaissances.

5.8 Convection du manteau et tomographie sismique

1. La figure 5.1 présente une coupe tomographique détaillée du manteau au niveau de l'arc insulaire de Tonga. Commentez l'évolution de l'épaisseur e de la plaque Pacifique en fonction de la profondeur.
2. Déterminez l'angle de plongement θ de la plaque Pacifique sur cette section tomographique (figure 5.1).
3. Estimez la vitesse des ondes P au cœur de la plaque Pacifique à 500 km de profondeur à partir de la figure 5.1. À cette profondeur, la vitesse de référence α des ondes P donnée par le modèle global PREM est $\alpha = 9,65 \text{ km/s}$.
4. En utilisant la loi empirique de Birch qui relie la vitesse de propagation des ondes P , α et la masse volumique des roches mantelliques ρ , calculez l'anomalie de masse volumique associée à l'anomalie de vitesse. La loi de Birch s'écrit

$$\alpha = -1,87 + 3,05.10^{-3}\rho,$$

avec α en km/s et ρ en kg.m^{-3} .

5. Calculez également la différence de température correspondante, entre le cœur de la plaque Pacifique et le manteau environnant. On donne le coefficient de dilatation thermique γ de la péridotite à cette profondeur

$$\gamma = -\frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_P = 2,6.10^{-5} \text{ K}^{-1}.$$



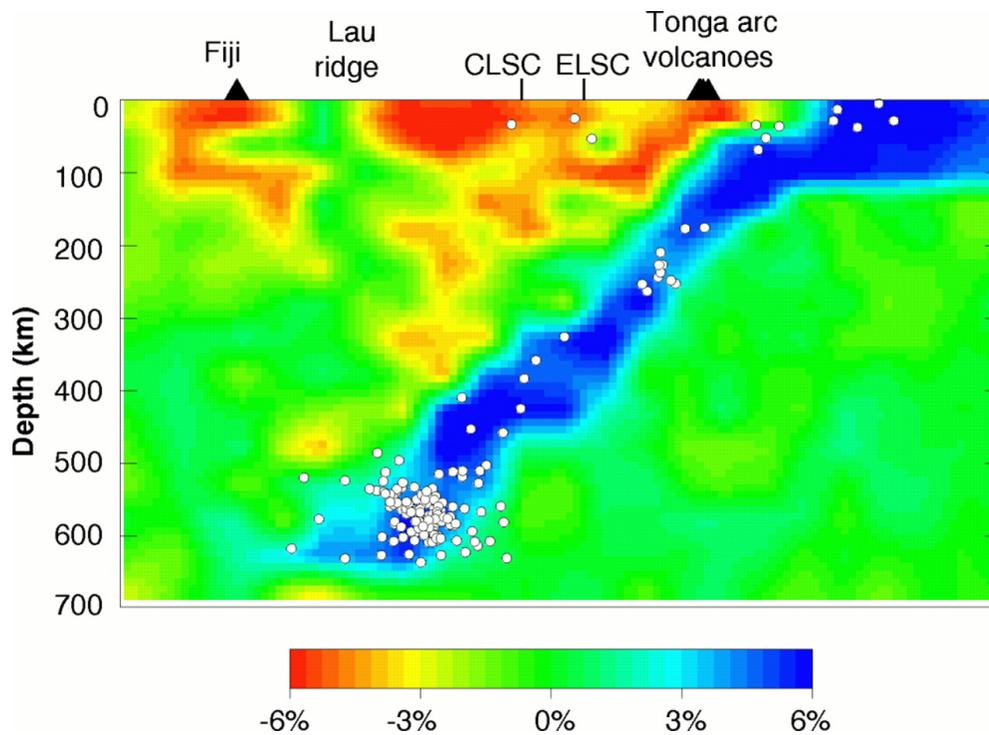


FIG. 5.1 – Coupe tomographique du manteau à l'échelle, à l'aplomb de l'arc de Tonga, entre 0 et 700 km de profondeur. Les anomalies de vitesse reportées sont celles des ondes P . Les vitesses lentes et rapides sont représentées en rouge et bleu respectivement (Zhao *et al.*, Science, 1997).

6. Commenter la valeur obtenue à la question précédente avec vos connaissances sur les variations de température à l'intérieur de la Terre.
7. Quelle hypothèse formule-t-on implicitement en effectuant les calculs précédents ?

Chapitre 6

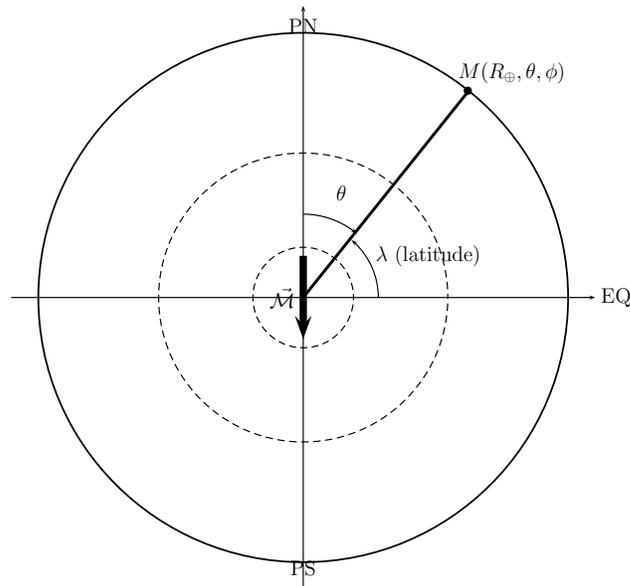
Magnétisme terrestre

6.1 Champ dipolaire

On rappelle l'expression des 3 composantes du champ magnétique créé par un dipôle axial (parallèle à l'axe de rotation de la Terre) \vec{M} situé au centre de la Terre (pris comme origine du repère) :

$$\begin{aligned} B_r &= -\frac{\mathcal{M}\mu_0}{2\pi r^3} \cos \theta, \\ B_\theta &= -\frac{\mathcal{M}\mu_0}{4\pi r^3} \sin \theta, \\ B_\phi &= 0. \end{aligned}$$

NB : Ces formules ne sont en toute rigueur valables que pour des distance au dipôle grandes devant la dimension du dipôle. C'est le cas ici.



1. Représenter \vec{B} à la surface de la Terre pour $\theta \in \{0; \pi/4; \pi/2; 3\pi/4; \pi\}$.
2. Calculer l'intensité du champ à la surface de la Terre $F(\theta, \phi)$.
3. Représenter les variations de l'intensité le long du méridien de Greenwich.
4. À Grenoble (latitude 45 N), l'intensité du champ est de 45400 nT. En déduire le moment du dipôle correspondant.
5. Mêmes questions pour l'inclinaison $I(\theta, \phi)$. Vous aurez au préalable rappelé les définitions de l'inclinaison et de la déclinaison. Que vaut cette dernière pour un champ dipolaire axial ?
6. Je suis en course autour du monde à la voile en solitaire. Mon GPS (*Global Positioning System*) tombe en panne, et le système européen concurrent n'est pas encore opérationnel. Je n'ai plus qu'un magnétomètre vectoriel de secours, et je mesure une inclinaison de -5° . Où suis-je ?
7. Vous me répondez qu'il existe une incertitude sur ma position. Qu'est-ce qui fait qu'en réalité cette incertitude n'existe pas ?
8. Le retard pris sur les premiers en raison de cette avarie est trop grand (je suis un piètre navigateur). Je laisse mon bateau au port de Cayenne (Guyane), fais cadeau de mon ciré

jaune à un guyanais et enfile ma tenue de cosmonaute. Je conserve mon magnétomètre. À quelle distance (exprimée en rayons terrestres R_{\oplus}) l'intensité du champ aura-t-elle décré d'un facteur 8 par rapport à sa valeur à la surface de la Terre ? D'un facteur 512 ?

9. Inversement, j'ai maintenant la possibilité de traverser le manteau et d'aller jusqu'à la frontière manteau-noyau. Que vaut l'intensité du champ à l'équateur ?

6.2 En route vers le paléomagnétisme

On a fait des mesures magnétiques sur le champ magnétique fossile présent dans des laves recueillies à $(60^{\circ}\text{N}, 90^{\circ}\text{W})$, qui indiquent une inclinaison de 37° . Cela vous semble-t-il normal ? Proposez une explication.

6.3 Ouverture de l'Atlantique Sud

L'observation des inversions du champ magnétique terrestre peut, entre autres applications, nous aider à déterminer la vitesse d'ouverture d'un océan.

La figure 6.1, tirée de l'ouvrage *The Solid Earth : An introduction to Global Geophysics*, par C.M.R. Fowler, vous indique comment les différents intervalles de polarité ont été baptisés (1, 2, 2A, etc.), et l'époque correspondante. (Remarque : pour la fenêtre temporelle 0–90 Ma, seules les polarités normales ont été numérotées. C'est le contraire pour la suite.)

- À partir de la figure 6.2, qui représente les linéations magnétiques dans l'Atlantique Sud, déterminer l'âge du début de l'ouverture de l'océan Atlantique Sud.
- Représenter la largeur de l'océan en fonction de l'âge à 20 degrés de latitude sud. En déduire la vitesse moyenne d'expansion de l'océan.
- La tableau suivant indique les inclinaisons et déclinaisons mesurées sur l'Amérique du Sud et l'Afrique.
 - Comment la mesure de la déclinaison et de l'inclinaison permet-elle de déterminer la paléoposition du paléopôle ?
 - Représenter les positions des paléopôles en fonction du temps sur la figure 6.3.

Époque (en Ma dans le passé)	0	50	100	150
Amérique du Sud : I (en deg)	-36,0	-43,3	-42,4	-44,0
D (en deg)	0	-1,1	2,8	5,5
Afrique : I (en deg)	19,4	-1,0	-11,3	-24,1
D (en deg)	0	-1,2	-15,5	-26

NB : l'inclinaison est positive si le champ est dirigé vers l'intérieur de la Terre.

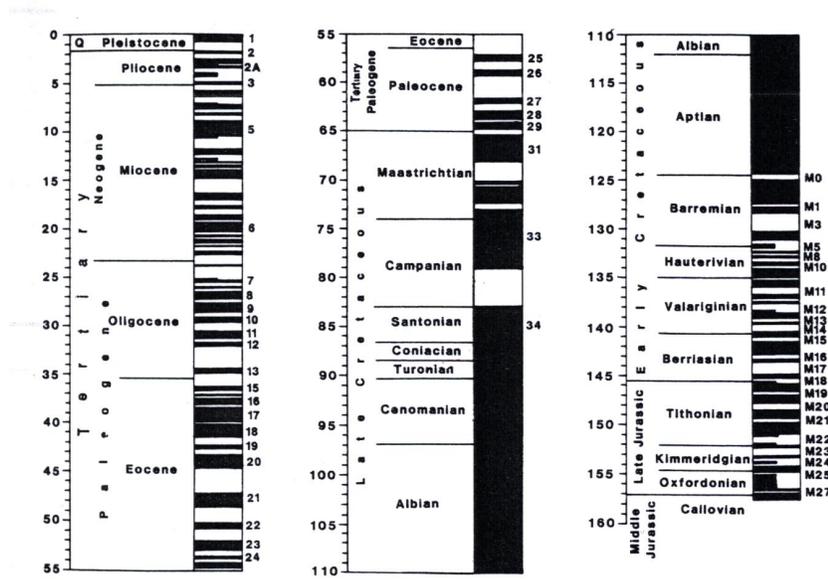


FIG. 6.1 – Échelle de temps des inversions géomagnétiques. D’après Fowler (1990).

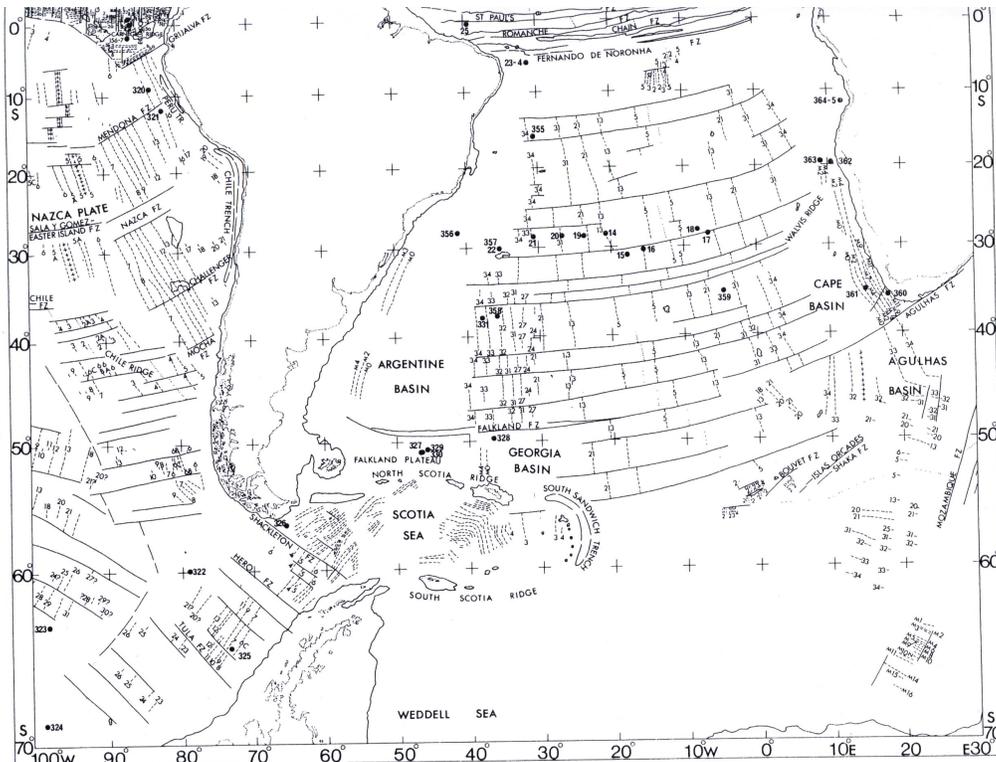


FIG. 6.2 – Anomalies magnétiques dans l’Atlantique Sud. D’après Fowler (1990).



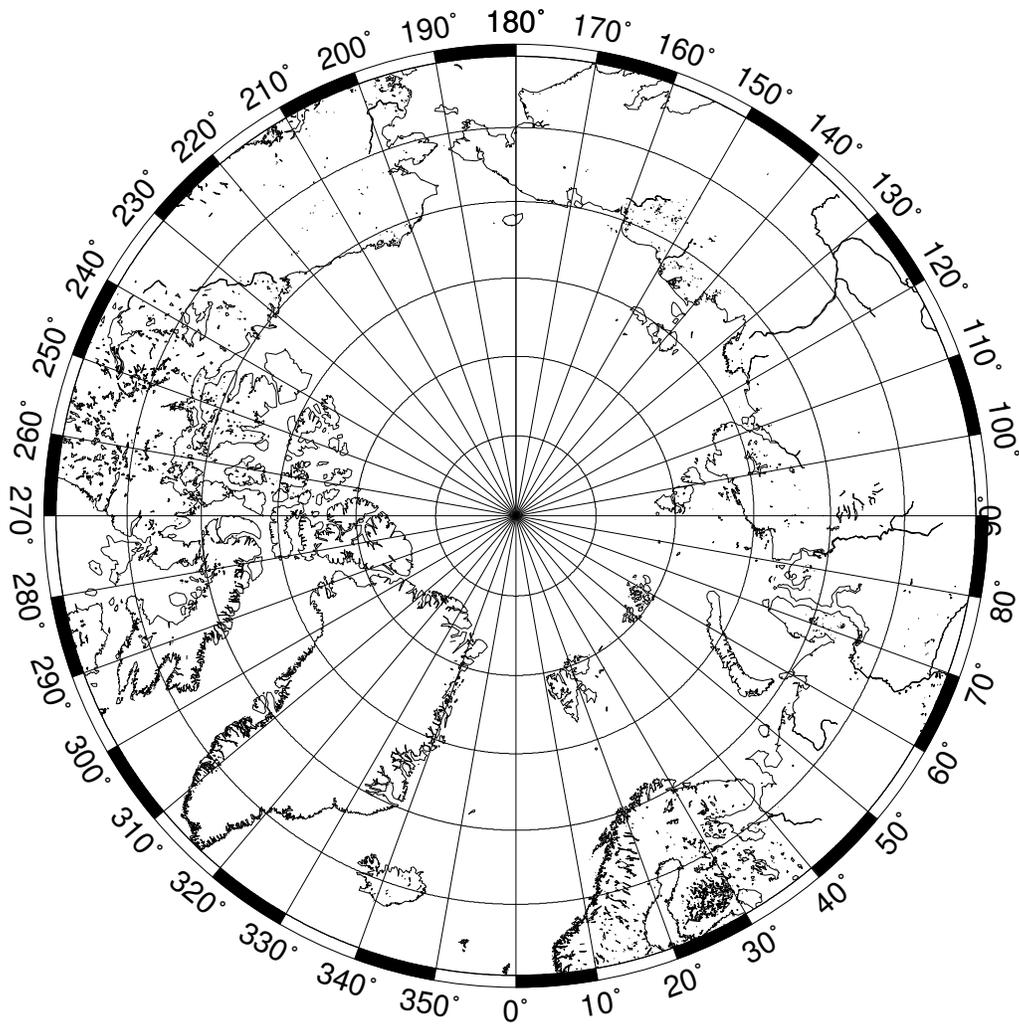


FIG. 6.3 – La Terre vue du pôle Nord. En latitude, un parallèle tous les 5 degrés.

Chapitre 7

Contrôles continus / Examens

7.1 Contrôle continu du 26 novembre 2004

CLÉ D'IDENTIFICATION : _____

Université Joseph Fourier – Licence 2

Unité d'enseignement TUE232 – Physique de la Terre

Contrôle continu du 26 Novembre 2004

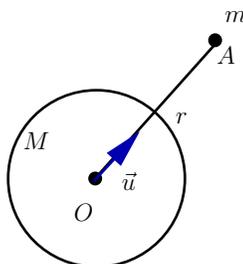
Durée : 1h30 – Sans document – Calculatrice autorisée

NB : Gardez votre calme devant la longueur du sujet et le nombre de questions. Certaines ne demandent que des réponses très courtes. N'essayez pas à tout prix d'aborder toutes les questions, veillez plutôt à traiter correctement celles qui vous inspirent.

Si l'espace alloué à une réponse ne vous suffit pas, servez-vous de votre feuille d'examen.

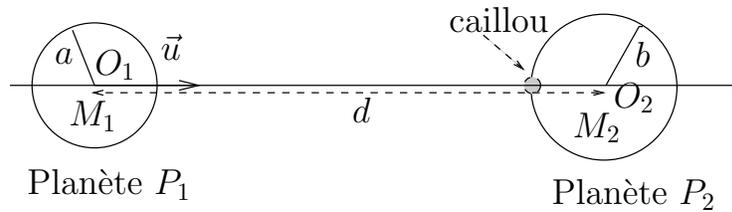
7.1.1 Gravité

1. En utilisant la figure ci-dessous, dessiner et donner l'expression de la force de gravité \vec{F} exercée par la planète P , de centre O et de masse M , sur la masse ponctuelle m , repérée par le point A . \vec{u} est le vecteur unitaire dirigé de O vers A et r est la distance OA .
Quelles sont les unités de chacun des termes qui interviennent dans cette expression ?



Réponse :

2. Considérons 2 planètes P_1 et P_2 , de centres O_1 et O_2 , de rayons a et b , de masses respectives M_1 et M_2 , éloignées l'une de l'autre d'une distance d ($d = O_1O_2$). \vec{u} est le vecteur unitaire sur l'axe (O_1O_2).



- (a) Soit un caillou de masse m à la surface de P_2 , situé sur l'axe (O_1O_2) . Il est soumis à l'attraction gravitationnelle de P_2 et de P_1 . Dessiner les forces associées \vec{F}_2 et \vec{F}_1 sur la figure ci-dessus.

- (b) Donner l'expression de la force totale appliquée au caillou.

R :

- (c) Supposons $M_1 > M_2$. Imaginons que P_2 se rapproche progressivement de P_1 . On appelle d_c la distance critique pour laquelle le caillou va décoller de la surface de P_2 . Exprimer d_c en fonction de b , M_1 , et M_2 .

R :

- (d) Application numérique : pour quelle distance Terre–Lune faudrait-il sortir casqué ? $b = 1700$ km, $M_1 = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg, $M_2 = 7,5 \cdot 10^{22}$ kg.

R :

7.1.2 Sismologie

1. Pour un rai sismique horizontal, décrivez en utilisant le schéma suivant le déplacement d'un point d'un milieu continu lorsqu'une onde P se propage. Même question pour une onde S . Sous quel(s) autre(s) nom(s) sont aussi connues les ondes P et S ?

Onde P :Onde S :

● : point du milieu continu

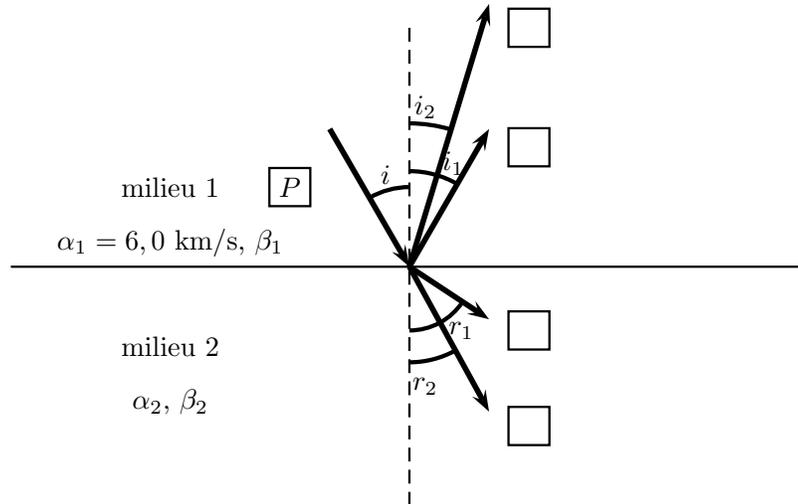
R :

2. Une onde P arrive sur une interface plane entre deux milieux de vitesses respectives α_1 et α_2 pour les ondes P , β_1 et β_2 pour les ondes S .

- (a) Rappeler les lois de Snell–Descartes donnant les directions des ondes transmises et réfléchies dans le cas d'une onde P incidente.

R :

- (b) Sur le schéma suivant, identifier les différentes ondes dans les cases prévues à cet effet. Justifier.

**R :**

- (c) On donne $\alpha_1 = 6$ km/s. Les différents angles apparaissant sur la figure ont les valeurs suivantes :

	i	i_1	i_2	r_1	r_2
valeur ($^\circ$)	30,0	30,0	16,8	56,5	28,8



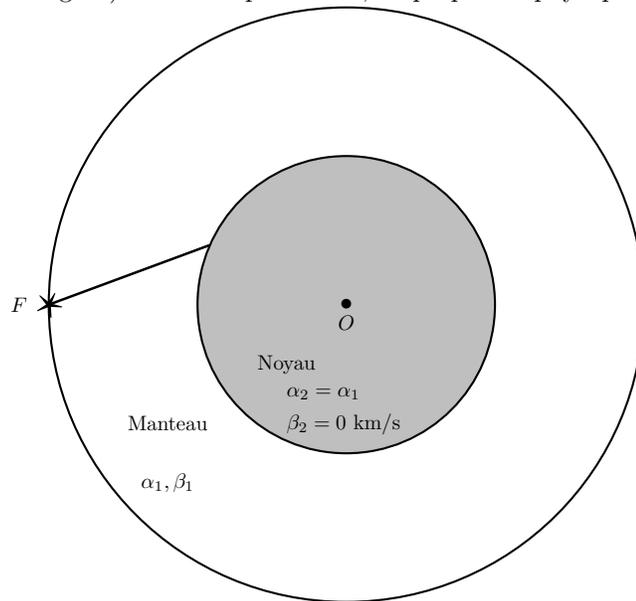
En déduire les valeurs de β_1 , α_2 et β_2 .

R :

Remplir le tableau suivant :

	milieu 1	milieu 2
vitesse P (en km/s)	$\alpha_1 = 6,0$	$\alpha_2 =$
vitesse S (en km/s)	$\beta_1 =$	$\beta_2 =$

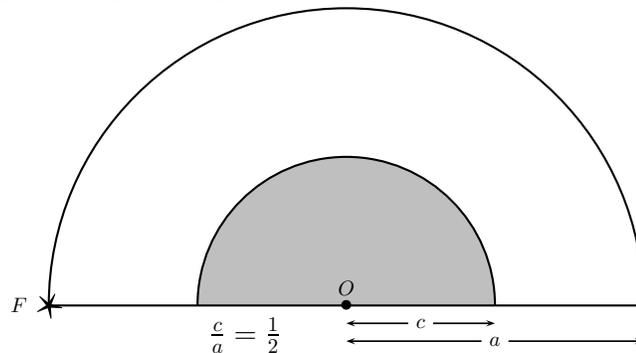
3. On approxime la Terre solide par un modèle à 2 couches, comprenant un manteau solide et un noyau liquide (voir la figure). Dans chaque couche, les propriétés physiques ne varient pas.



Le trait épais correspond au rai sismique d'une onde P qui arrive à la frontière manteau-noyau. En utilisant ce chemin de départ, construire les phases PcP , PKP , et $PcPPKP$.

On supposera que $\alpha_2 = \alpha_1$.

4. Avec le même modèle de Terre, construire et hachurer sur la figure suivante la zone d'ombre des ondes S , c'est-à-dire la région du manteau à la surface de laquelle les sismomètres n'enregistreront pas l'arrivée d'ondes S directes.



5. Quelle est la distance épacentrale maximale pour laquelle on pourra enregistrer cette arrivée ?
On prendra $c = a/2$.

R :

7.1.3 Géothermie

On considère que la Terre est une boule homogène de rayon a se refroidissant par conduction et qu'elle fonctionne en régime stationnaire.

1. Qu'appelle-t-on un régime stationnaire ?

R :

2. En appelant H la chaleur radioactive produite par unité de volume, k la conductivité thermique de la Terre, l'équation à résoudre pour trouver le profil radial de température $T(r)$ à l'intérieur de la Terre est

$$k \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) + H = 0.$$

Résoudre cette équation en supposant que la température à la surface de la Terre (en $r = a$) est égale à T_0 , et qu'elle reste finie au centre de la Terre (en $r = 0$).

R :

3. En déduire que le flux de chaleur conductif q à un rayon donné r est donné par

$$q(r) = \frac{Hr}{3}.$$

R :

4. On mesure le flux à la surface de la Terre $q(a) = 70 \text{ mW.m}^{-2}$. Quelle est la valeur de H compatible avec cette observation ?

R :

5. En prenant $k = 4 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, calculer la température au centre de la Terre pour ce modèle de refroidissement.

R :

6. Commentez (et critiquez) ce résultat en utilisant vos connaissances.

R :

7.2 Examen final du 21 décembre 2004

CLÉ D'IDENTIFICATION : _____

Université Joseph Fourier – Licence 2

Unité d'enseignement TUE232 – Physique de la Terre

Examen final du 21 décembre 2004 – Partie Terre solide

Durée théorique : 1h30 – Sans document – Calculatrice autorisée

Le but de ce problème est d'étudier une planète inconnue (appelons-la E) à l'aide des connaissances acquises durant ce semestre ; ces dernières vont nous permettre d'interpréter les différentes mesures qui pourraient être effectuées dans le cadre d'une mission d'exploration.

Nous utiliserons les notations suivantes :

- a rayon de la planète
- c rayon du noyau de la planète
- M masse de la planète

7.2.1 Contraintes gravimétriques

- Donner l'expression de la norme g de l'accélération de la gravité à la surface de la planète, en fonction de a , M et de la constante de la gravitation universelle \mathcal{G} .

Réponse :

- Application numérique : on mesure $g = 3,80 \text{ m.s}^{-2}$. Le rayon a vaut 3400 km, et $\mathcal{G} = 6,67.10^{-11} \text{ SI}$. En déduire la valeur de M .

R :

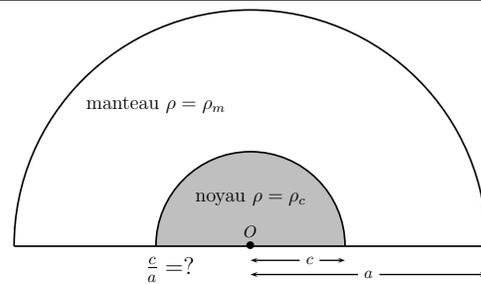
- Donner l'expression de la masse volumique moyenne $\bar{\rho}$ de E , et la calculer.

R :

- La masse volumique des roches affleurant à la surface de E est de l'ordre de 3300 kg.m^{-3} . Que vous indique la valeur de $\bar{\rho}$?

R :

- On construit un modèle à 2 couches de E , comprenant un noyau homogène de rayon c et de masse volumique ρ_c , entouré d'un manteau de masse volumique ρ_m . On suppose que ρ_m vaut 3300 kg.m^{-3} et que ρ_c vaut 10^4 kg.m^{-3} .



- (a) Montrer que M s'écrit :

$$M = \frac{4\pi}{3} \rho_c c^3 + \frac{4\pi}{3} \rho_m (a^3 - c^3).$$

R :

(b) En déduire que le rapport c/a peut s'écrire sous la forme

$$\frac{c}{a} = \left\{ \frac{\bar{\rho} - \rho_m}{\rho_c - \rho_m} \right\}^{1/3}.$$

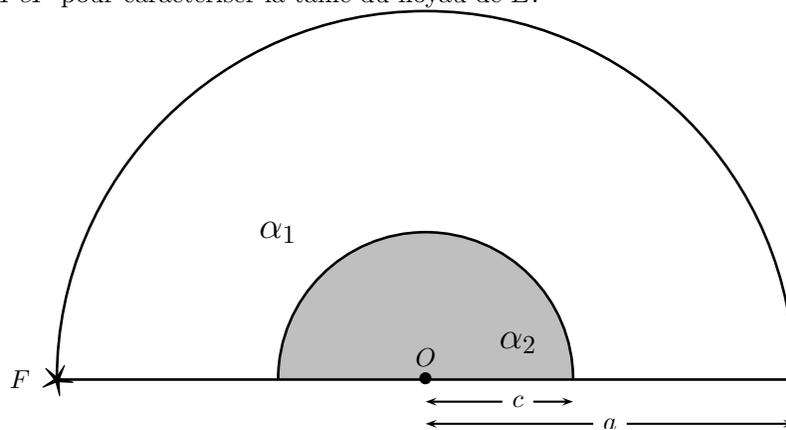
R :

(c) Application numérique : calculer le rayon du noyau c prédit par ce modèle.

R :

7.2.2 Contraintes sismologiques

Dans le cadre du modèle de E à 2 couches introduit plus haut, on appelle α_1 et α_2 la vitesse de propagation des ondes de compression dans le manteau et le noyau. On suppose que $\alpha_2 > \alpha_1$. En supposant qu'on a déployé un réseau de sismomètres à la surface de E , on s'intéresse aux ondes P directes et PcP pour caractériser la taille du noyau de E .



1. Représenter schématiquement sur la figure des trajets correspondant à ces deux phases sismiques (2 par phase).
2. Montrer que la distance épacentrale maximale Δ_{\max} pour laquelle on peut observer une onde P directe s'écrit

$$\Delta_{\max} = 2 \arccos \frac{c}{a}.$$



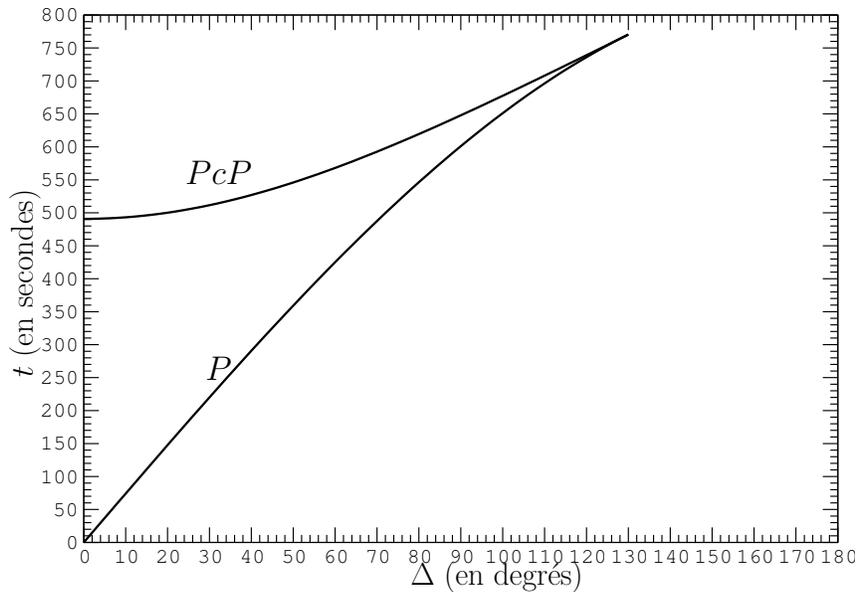
R :

3. Pour une distance $\Delta < \Delta_{\max}$, établir que le temps de trajet pour une onde P directe se met sous la forme

$$t = \frac{2a}{\alpha_1} \sin \frac{\Delta}{2}.$$

R :

4. Sur la figure suivante sont représentées les hodochrones associées aux phases P et aux phases PcP .



- (a) Expliquer pourquoi les deux hodochrones se rejoignent (quand $\Delta = \Delta_{\max}$).

R :

- (b) De ce graphique, vous pouvez tirer deux estimations du rayon du noyau c . La première repose sur la lecture de Δ_{\max} . Quelle valeur de c trouvez-vous ?

R :

- (c) Cette valeur est-elle compatible avec la valeur déduite de la gravimétrie? D'où peut venir une éventuelle différence?

R :

- (d) Montrer que la mesure de la pente de l'hodochrone de la phase P en $\Delta = 0$ permet de déduire la valeur de α_1 , vitesse de propagation des ondes P dans le manteau de E . Quelle est la valeur de α_1 (exprimée en km/s)? **Attention à exprimer Δ en radians pour faire ce calcul.**

R :

- (e) Si α_1 est connue, montrer que l'étude de l'hodochrone de la phase PcP en $\Delta = 0$ permet de calculer la profondeur du manteau d , et de fait le rayon du noyau c . Calculer cette nouvelle valeur de c et comparer avec le résultat obtenu par la lecture de Δ_{\max} .

R :

5. Les phases P et PcP ne permettent pas de conclure quant à la nature (solide ou liquide) du noyau de E . Quelle(s) phase(s) sismologique(s) utiliseriez-vous à cette fin?

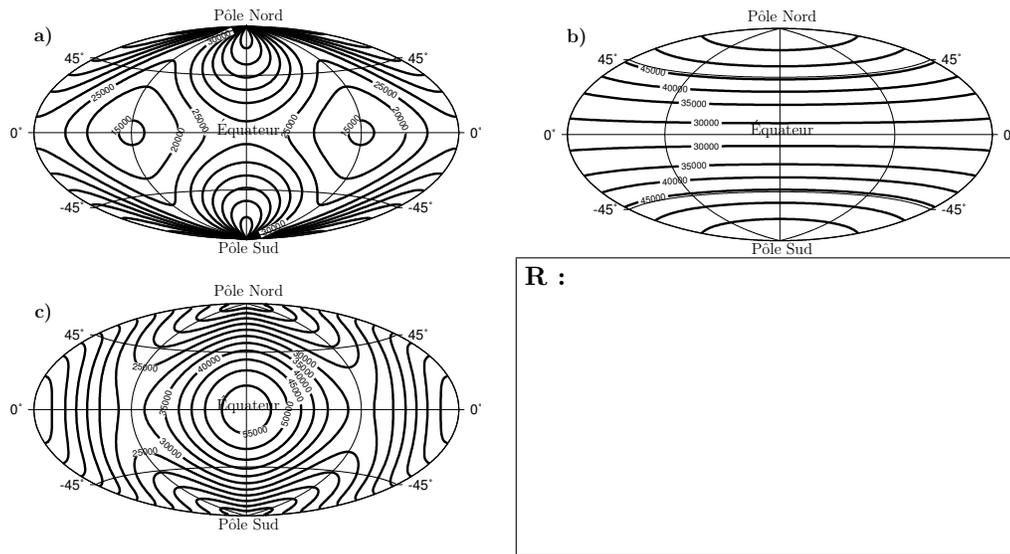
R :

7.2.3 Champ magnétique

- Si E possédait les mêmes caractéristiques géomagnétiques que la Terre, quelle serait (au premier ordre) la géométrie du champ magnétique qu'on pourrait mesurer à sa surface? N'hésitez pas à étayer votre propos par un schéma.

R :

2. Sur les 3 cartes suivantes, on a représenté les lignes d'égale intensité (en nanoteslas) pour 3 champs magnétiques différents. Quelle est la carte qui correspond au premier ordre au cas terrestre? Justifier (simplement).



R :

3. Les mesures magnétiques à la surface de E ne mettent pas en évidence un champ fort semblable au champ magnétique terrestre. Pour expliquer cette absence, on peut faire l'hypothèse que le noyau de E a entièrement cristallisé à cause du refroidissement de E , ce qui a provoqué l'arrêt de la dynamo. Cette hypothèse vous paraît-elle raisonnable au vu des estimations du rayon du noyau données par la gravimétrie et la sismologie, et de ce que vous savez sur la Terre?

R :

7.2.4 Modèle simple de refroidissement du noyau de E

Pour essayer de valider cette hypothèse, on se propose dans cette partie de construire un modèle simple du refroidissement du noyau de E . On suppose que la température T dans le noyau est uniforme, que ce dernier ne contient pas de sources radioactives, et que le refroidissement du noyau est entièrement contrôlé par le manteau qui l'entoure. Le manteau autorise la chaleur à s'évacuer du noyau avec un flux q , flux que l'on va supposer constant au cours de l'histoire thermique de la planète. De même, on néglige les effets de contraction thermique pour dire que le rayon du noyau a toujours eu la valeur c **déduite de la sismologie**. Dans ce cadre, la température T du noyau

ne dépend que du temps t , à travers une l'équation suivante (que vous admettez) :

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{3q}{\rho_c C_n c} ,$$

où C_n est la capacité calorifique du noyau.

1. Intégrer cette équation entre $t = 0$ (formation du noyau), pour lequel la température valait T_0 et un temps quelconque t (température T).

R :

2. Application numérique : $T_0 = 8000 \text{ K}$, $q = 200 \text{ mW.m}^{-2}$, $C_n = 500 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Au bout de quel temps τ la température du noyau atteint-elle 2000K , température de cristallisation du noyau sous les conditions de pression de la partie centrale de E ?

R :

3. Ce résultat permet-il d'expliquer l'absence d'un champ magnétique de type terrestre ?

R :

7.2.5 Question subsidiaire

À quelle planète du système solaire E a-t-elle des chances de ressembler ?

R :

7.3 Examen final (2ième session) du 15 juin 2005

Université Joseph Fourier – Licence 2

Unité d'enseignement TUE232 – Physique de la Terre

Examen final (2^e session) du 15 juin 2005 – Partie Terre solide

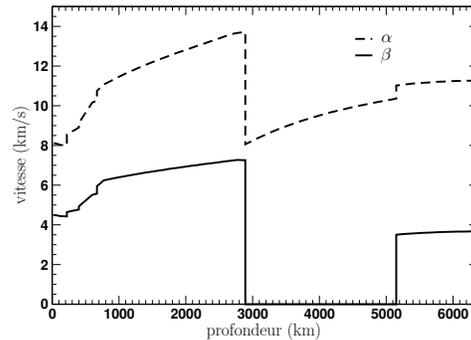
Durée théorique : 1h30 – Sans document – Calculatrice autorisée

Cette partie terre solide (qui comptera pour 15 points sur les 20 de la note finale de cet examen) est divisée en trois parties d'égale importance. Concision et clarté dans les réponses seront appréciées.

7.3.1 Généralités sur la sismologie terrestre

1. Qu'est-ce que la sismologie ?
2. Décrivez les deux types d'ondes sismiques de volume (P et S) qui se propagent à l'intérieur de la Terre.
3. Quel que soit le lieu d'un séisme, tous les sismogrammes situés à une distance épacentrale supérieure à 105 degrés ne reçoivent aucune onde S directe.
 - (a) Comment est appelée cette zone ?
 - (b) Proposez une interprétation de cette observation, en terme de discontinuité de vitesse.
 - (c) Connaissant le rayon de la Terre (6370 km), calculez la profondeur de la discontinuité. Pour ce calcul, on supposera que les rais sismiques sont des droites.
 - (d) Critiquez ce résultat avec vos connaissances. Citez les sources d'erreur possibles associées au calcul précédent.

4. Sur la figure à droite sont représentées les variations des vitesses des ondes P (α) et S (β) en fonction de la profondeur, d'après le *Preliminary Reference Earth Model* (PREM, Dziewonski & Anderson, 1981). Commentez les discontinuités principales et proposez-en une interprétation en terme de structure interne du globe.



5. Pourquoi la vitesse des ondes S (β) est-elle nulle entre 2890 et 5150 km de profondeur ?

7.3.2 Profil de température dans le noyau externe de la Terre

Dans cette partie, nous nous proposons d'établir un profil de température T dans le noyau externe de la Terre.

1. Quels sont les deux principaux modes de transport de chaleur à l'œuvre à l'intérieur de la Terre ? Les décrire brièvement.
2. En supposant que le noyau ne contient pas de sources de chaleur radioactives, le profil conductif stationnaire de température $T(r)$ (r désignant le rayon des coordonnées sphériques) dans le noyau externe est solution de l'équation suivante :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

Il faut résoudre cette équation entre $r = r_i$ (frontière graine-noyau externe) et $r = r_e$ (frontière noyau externe-manteau), en prenant soin de préciser les conditions aux limites à chaque bord.

– En $r = r_i$, la température est fixée, égale à la température de cristallisation de la graine T_c : $T(r = r_i) = T_c$.

– En $r = r_e$, c'est le flux de chaleur q_e qui est imposé par le manteau.

Rappelez la loi de Fourier reliant flux de chaleur et gradient de température (vous appellerez k la conductivité thermique du noyau externe). En déduire la condition à appliquer en $r = r_e$ (celle-ci doit faire apparaître le gradient de température).



3. Montrez que

$$T(r) = T_c + \frac{q_e r_e^2}{k} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_i} \right).$$

4. Application numérique : $T_c = 5000$ K, $q_e = 30$ mW/m², $r_e = 3490$ km, $r_i = 1220$ km, $k = 50$ W.m⁻¹.K⁻¹. Calculer la température $T_e = T(r = r_e)$ et représentez le profil $T(r)$.
5. Le profil conductif que vous venez d'obtenir est-il à votre avis celui réalisé dans le noyau ? En particulier, la valeur de T_e vous semble-t-elle raisonnable ?
6. Donnez une observable de surface attestant de l'existence de courants de convection dans le noyau terrestre.

7.3.3 Mesures gravimétriques et structure moyenne des planètes

1. Rappelez la relation liant l'accélération de la gravité g (mesurée à la surface), la masse M et le rayon R d'une planète, et \mathcal{G} la constante de gravitation universelle ($\mathcal{G} = 6,67.10^{-11}$ S.I.).
2. Sur le tableau suivant figurent les valeurs de g et de R pour la Terre et Vénus :

	Terre	Vénus
g (m.s ⁻²)	9,81	8,88
R (km)	6370	6050

En déduire les masses de la Terre et de Vénus.

3. Montrez que la masse volumique moyenne $\bar{\rho}$ s'écrit

$$\bar{\rho} = \frac{3g}{4\pi\mathcal{G}R}.$$

4. A.N. : Calculez $\bar{\rho}$ pour la Terre et Vénus.
5. Qu'en déduisez-vous quant à la composition moyenne de ces deux planètes ?
6. Supposons une structure à deux couches pour Vénus, comprenant un noyau homogène de rayon c , de masse volumique ρ_c , entouré d'un manteau (homogène lui aussi) de masse volumique ρ_m . Prenons $\rho_c = 10^4$ kg.m⁻³ et $\rho_m = 3300$ kg.m⁻³.
- (a) Exprimez c en fonction de $\bar{\rho}$, ρ_m , ρ_c et R .
- (b) A.N. : Calculez le rayon du noyau vénusien prédit par ce modèle. Comparez cette valeur à celle du rayon du noyau terrestre.
7. Des survols satellitaires indiquent que Vénus ne possède pas de champ magnétique comparable en géométrie et en intensité avec le champ magnétique terrestre. Cela vous semble-t-il en accord avec la structure moyenne de Vénus que vous venez de déterminer ? Proposez une explication permettant d'expliquer ce paradoxe (si il existe).

7.4 Contrôle continu du 25 novembre 2005

CLÉ D'IDENTIFICATION : _____

Université Joseph Fourier – Licence 2

Unité d'enseignement TUE232 – Physique de la Terre

Contrôle continu du 25 Novembre 2005

Durée : 1h – Sans document – Calculatrice autorisée

NB : Gardez votre calme devant la longueur du sujet et le nombre de questions. Certaines ne demandent que des réponses très courtes. N'essayez pas à tout prix d'aborder toutes les questions, veillez plutôt à traiter correctement celles qui vous inspirent.

Si l'espace alloué à une réponse ne vous suffit pas, servez-vous de votre feuille d'examen.

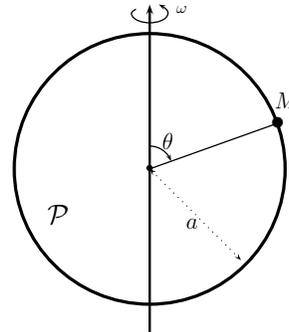


7.4.1 Gravitation et rotation

Considérons une planète \mathcal{P} indéformable, de rayon a , et de masse M , en rotation autour de son axe principal d'inertie à la vitesse angulaire ω . Soit un point matériel M de masse m , situé à la surface de la planète, à la colatitude θ . Il est soumis à l'attraction gravitationnelle de la planète et à la force axifuge résultant de la rotation de \mathcal{P} sur elle-même.

1. Représenter les deux forces mises en jeu sur le schéma.
2. Exprimer la norme de l'accélération gravitationnelle g en fonction de \mathcal{G} , a et M .

R :



3. Exprimer la norme de l'accélération axifuge g_w en fonction de ω , a et θ .

R :

4. Supposons que M se trouve à l'équateur. Exprimer la norme de l'accélération totale subie par M .

R :

5. Si la vitesse angulaire ω excède une valeur critique ω_c , la force axifuge sera telle que M ne pourra plus rester solidaire de \mathcal{P} et sera éjecté vers l'espace. Exprimer ω_c en fonction de \mathcal{G} , M , et a .

R :

6. A.N. : Calculer ω_c pour la Terre. $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI, $a = 6370$ km, et $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

R :

7. A.N. : Quelle serait la durée du jour correspondante ?

R :

8. En pratique, la Terre n'est pas parfaitement rigide : elle peut se déformer. Décrire succinctement (à l'aide d'un schéma) les effets de sa rotation propre sur sa figure d'équilibre.

R :

7.4.2 Sismologie

1. Quelle est la principale discontinuité sismologique présente à l'intérieur de la Terre ? Préciser sa profondeur, et la nature des matériaux présents de part et d'autre de cette discontinuité.

R :

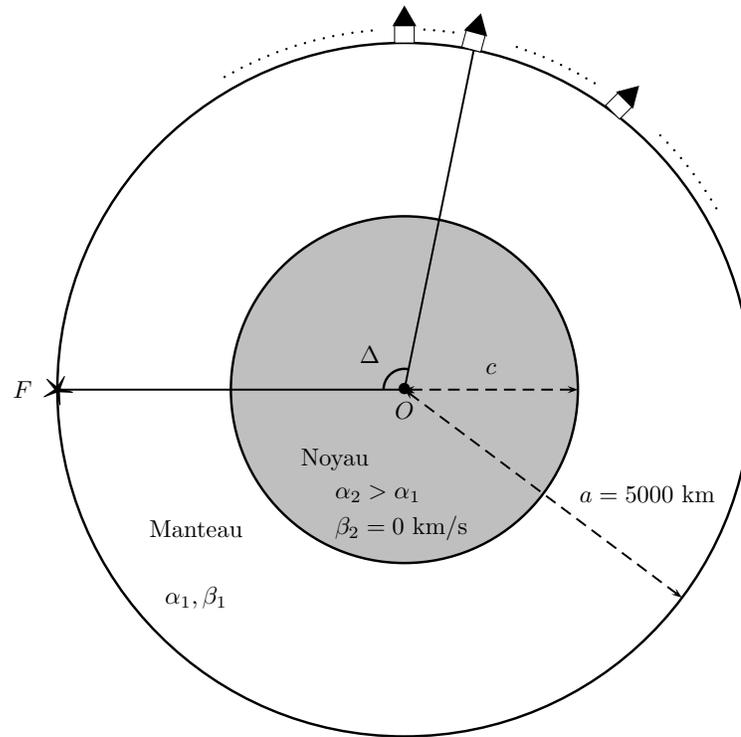
Une planète à deux couches est constituée d'un manteau solide et d'un noyau liquide (cf. figure plus bas). Dans chaque couche, les propriétés physiques ne varient pas. On suppose pour le reste de l'exercice que $\alpha_2 > \alpha_1$. Le rayon du noyau est c , et a est celui de la planète, égal à 5000 km.

Un séisme a lieu en surface, au point F . Les temps d'arrivée des différentes phases sismiques sont enregistrées par un réseau de sismomètres déployés en surface.

On ignore dans cet exercice les phases converties à la surface de la planète et à la frontière noyau-manteau, en ne s'intéressant qu'aux ondes P de compression.

2. Énoncer les lois de Snell–Descartes pour la réfraction et la réflexion d'une onde P à l'interface entre 2 milieux de vitesses α_1 et α_2 . Illustrer votre propos par un schéma.

R :



3. Sur la figure ci-dessus, construire, de la façon la plus précise possible, les rayons sismiques correspondant aux phases P , PcP , et PKP (tracer 2 rayons par phase).
4. Établir que le temps de trajet pour une onde P directe se met sous la forme

$$t = \frac{2a}{\alpha_1} \sin \frac{\Delta}{2},$$

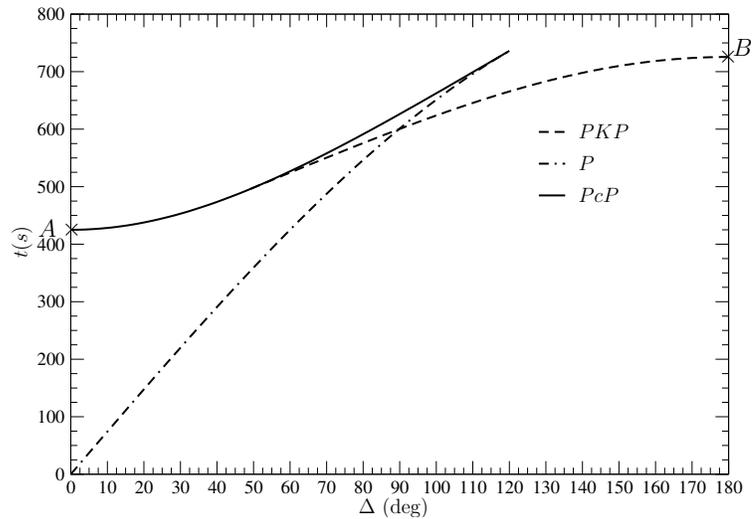
où Δ désigne la distance épacentrale angulaire entre le foyer et la station.

R :

5. Cette expression est-elle valable pour tout Δ ? Justifier votre réponse.

R :

Sur la figure suivante, on a représenté les hodochrones des phases P , PcP , et PKP .



6. Montrer que la mesure de la pente de l'hodochrone de la phase P en $\Delta = 0$ permet de déduire la valeur de α_1 , vitesse de propagation des ondes P dans le manteau. Quelle est la valeur de α_1 (exprimée en km/s)? **Attention à exprimer Δ en radians pour faire ce calcul.**

R :

7. On s'intéresse maintenant au point A sur l'hodochrone de la phase PcP . Exprimer $t(A)$ en fonction de c , a et α_1 (faire un petit schéma pour justifier votre réponse).

R :

8. Application numérique : calculer c .

R :

9. Considérons maintenant le point B sur l'hodochrone de la phase PKP . Exprimer $t(B)$ en fonction de c , a , α_1 et α_2 (petit schéma ici aussi).

R :

10. Application numérique : calculer α_2 .

R :

7.4.3 Géothermie – question de cours

Énoncer et décrire les deux modes de transport de la chaleur à l'œuvre à l'intérieur de la Terre. Que sait-on de la variation de la température avec la profondeur à l'intérieur de la Terre ? N'hésitez pas à illustrer votre propos par des schémas.

7.5 Examen final du 20 décembre 2005

Numéro d'anonymat : _____

Université Joseph Fourier – Licence 2

Unité d'enseignement TUE232 – Physique de la Terre

Examen final du 20 décembre 2005

Durée : 2h – Sans document – Calculatrice autorisée

Si l'espace alloué à une réponse ne vous suffit pas, servez-vous de votre feuille d'examen, que vous rendrez de toute façon en y joignant ce document. Gardez les questions étoilées pour la fin, c'est du bonus.

7.5.1 Sismologie (~1/5 des points, ~24 minutes)

Considérons un modèle sismologique de Terre homogène par morceaux, comprenant trois couches aux propriétés sismologiques distinctes. Ces couches concentriques sont représentées (à l'échelle) sur les schémas qui suivent.

1. Donnez le nom de ces trois couches, de la plus superficielle à la plus profonde.

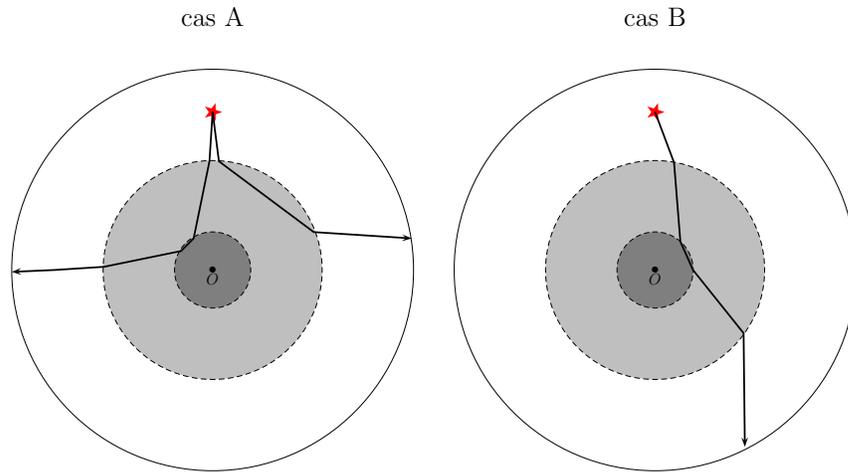
R :

Nous nous intéressons ici plus spécifiquement à la vitesse des ondes de compression P dans chaque couche. Les trajectoires des rayons sismiques vont nous permettre d'avoir une idée de leurs valeurs relatives ; nous ignorerons les possibles conversions aux interfaces.

2. Énoncez les lois de Snell–Descartes pour la réfraction et la réflexion d'une onde P à l'interface entre 2 milieux de vitesses α_1 et α_2 . Illustrez votre propos par un schéma.

R :

Nous appellerons α_1 , α_2 et α_3 les vitesses des ondes P dans chaque couche, de la plus superficielle à la plus profonde. Le schéma suivant illustre, à l'aide de quelques rayons sismiques, 2 configurations sismologiques possibles.



3. Nommez les phases représentées sur le graphique.
4. Pour chaque cas, comparez (au sens de “<” ou “>”), α_1 à α_2 , α_2 à α_3 , voire les trois entre eux. Justifiez.

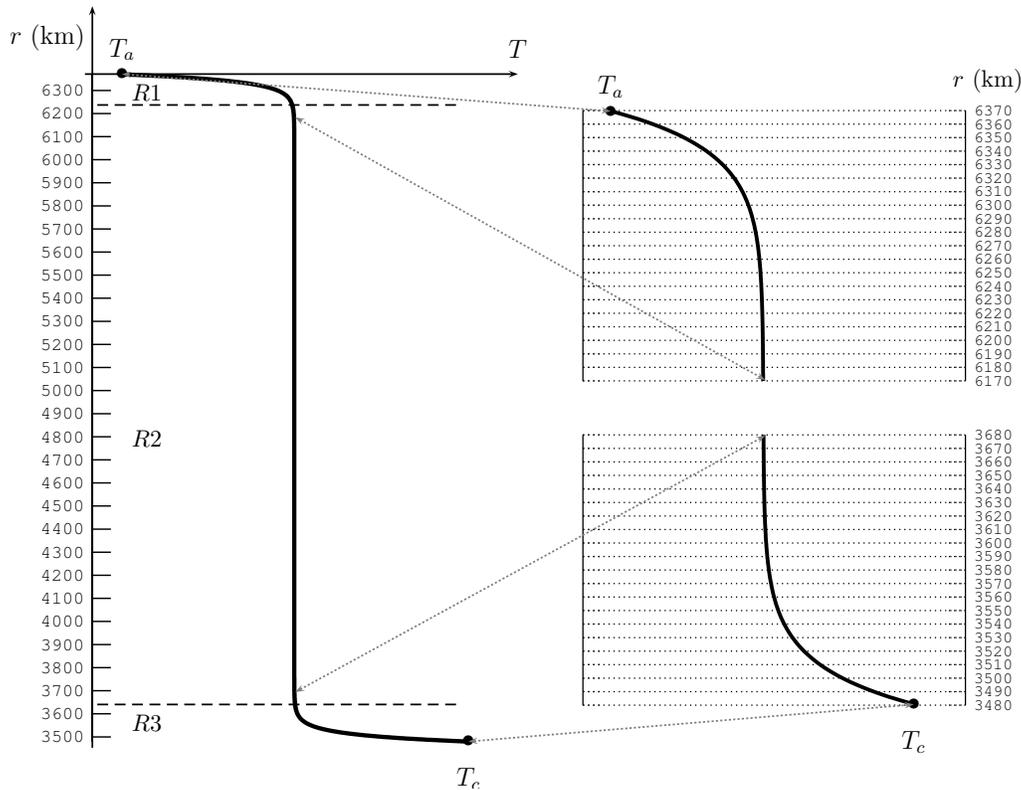
R :

5. Quelle est la configuration la plus proche du cas terrestre? (Une mauvaise réponse à cette question génère des points négatifs.)

R :

7.5.2 Profil de température dans le manteau terrestre (~2/5 des points, ~48 minutes)

On approxime le profil de température $T(r)$ dans le manteau terrestre par la courbe de gauche suivante :



À droite de cette courbe globale figurent des agrandissements du profil au sommet et à la base du manteau.

1. Ce profil met en évidence trois régions distinctes $R1$, $R2$, et $R3$, séparées sur la figure par les lignes en pointillé. Nommer et décrire le mécanisme de transport de la chaleur qui domine dans chacune d'elle.

R :

2. Que représentent - du point de vue thermique - $R1$ et $R3$?

R :

La température $T(r)$ correspondant à ce profil se met sous la forme :

$$T(r) = \frac{1}{2} \left[T_a + T_c + (T_a - T_c) \exp \frac{r-a}{\delta_a} + (T_c - T_a) \exp \frac{c-r}{\delta_c} \right],$$

avec

- a : rayon de la Terre,
- c : rayon du noyau,
- T_a : température à la surface de la Terre (en $r = a$),
- T_c : température à la frontière noyau-manteau (en $r = c$),
- δ_a et δ_c : deux échelles de longueur caractéristiques du problème, **de l'ordre de quelques dizaines de km.**

Nous allons essayer de déduire de la forme de ce profil et de quelques mesures de surface la valeur de la température T_c .

3. Proposez une valeur pour T_a (en K).



R :

4. Énoncez la loi de Fourier donnant le flux conductif de chaleur $\vec{\phi}_c$ associé à une distribution de température T quelconque (vous noterez k la conductivité thermique du manteau).

R :

5. Ici, la température ne dépend que du rayon r , ce qui entraîne $\vec{\phi}_c = \phi_c(r)\vec{u}_r$, \vec{u}_r étant le vecteur unitaire dans la direction radiale. Exprimer $\phi_c(r)$ dans le manteau terrestre (en donnant quelques étapes intermédiaires du calcul).

R :

6. Montrer qu'à la surface (en $r = a$), on peut écrire

$$\phi_c \approx k \frac{T_c - T_a}{2\delta_a}.$$

R :

7. En déduire la signification physique de δ_a .

R :

8. Estimer graphiquement la valeur de δ_a .

R :

9. Le flux conductif mesuré à la surface de la Terre vaut $\phi_c(r = a) = 80 \text{ mW.m}^{-2}$. En prenant $k = 4 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, calculer la valeur de la température à la frontière noyau-manteau T_c prédite par ce modèle.

R :

- ★ Ce modèle met en évidence une température constante dans $R2$. Est-ce le cas dans la vraie Terre? Justifiez votre réponse.

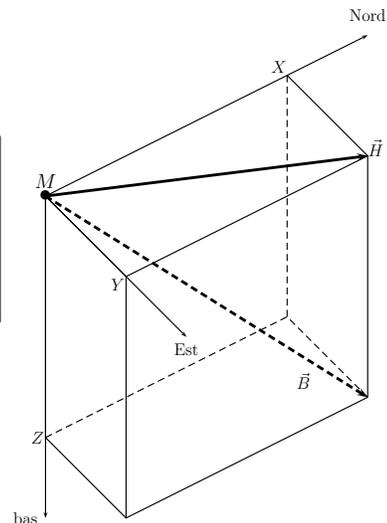
R :

7.5.3 Géomagnétisme (~2/5 des points, ~48 minutes)

Généralités

1. Soit un point de mesure M à la surface de la Terre. Rappelez, en utilisant le schéma de droite, la définition de l'intensité F , de l'inclinaison I et de la déclinaison D du champ géomagnétique \vec{B} . Sur ce schéma, \vec{H} désigne la composante horizontale de \vec{B} .

R :



2. Les composantes de \vec{B} utilisées traditionnellement en géomagnétisme sont les composantes Sud-Nord (X), Ouest-Est (Y) et haut-bas (Z). Donnez les relations entre (X, Y, Z) et les composantes de \vec{B} sur la base des coordonnées sphériques, (B_r, B_θ, B_ϕ) - vous pouvez utiliser la figure de droite pour appuyer votre raisonnement.

R :

3. Exprimez F en fonction de B_r , B_θ et B_ϕ .

R :

4. Exprimez $\tan I$ en fonction de B_r , B_θ et B_ϕ .

R :

5. Exprimez $\tan D$ en fonction de B_θ et B_ϕ .

R :

7.5.4 Champ magnétique créé par un dipôle penché

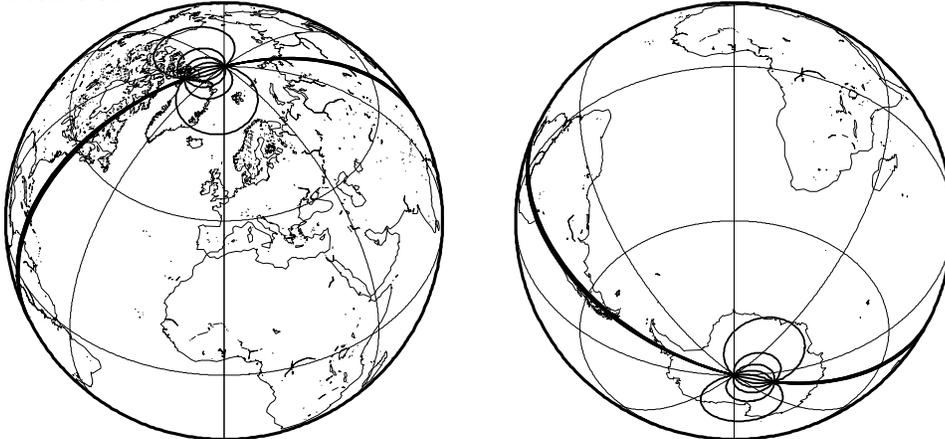
Nous allons supposer que la géométrie du champ magnétique terrestre est analogue à celle du champ créé par un dipôle magnétique passant par le centre de la Terre, et incliné par rapport à l'axe de rotation terrestre. À la surface de la Terre, les trois composantes de \vec{B} s'écrivent alors

$$\begin{aligned} B_r &= 2(a_0 \cos \theta + a_1 \sin \theta \cos \phi + b_1 \sin \theta \sin \phi), \\ B_\theta &= a_0 \sin \theta - a_1 \cos \theta \cos \phi - b_1 \cos \theta \sin \phi, \\ B_\phi &= a_1 \sin \phi - b_1 \cos \phi. \end{aligned}$$

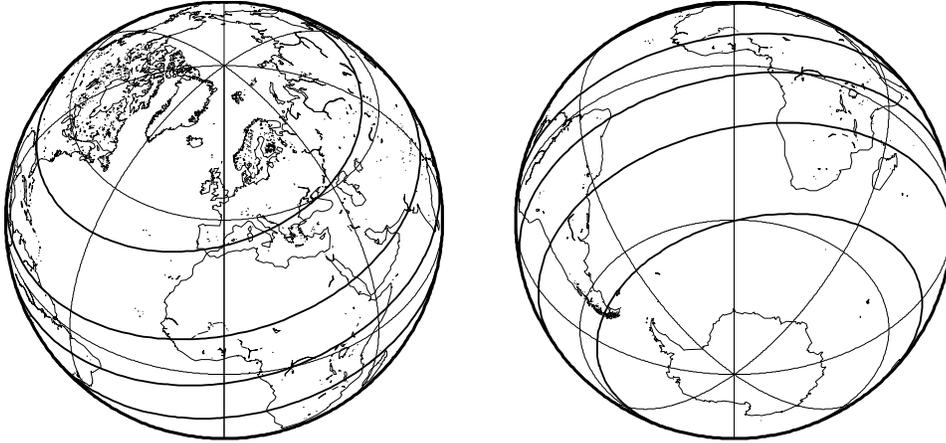
Les constantes a_0 , a_1 et b_1 valent respectivement -29682 nT, -1789 nT et 5318 nT. Ci-dessous, on a tracé les cartes isogonique (lignes d'égale déclinaison) et isocline (lignes d'égale inclinaison) associées à ce modèle. Pour chaque carte, une vue est centrée sur l'hémisphère nord, et l'autre sur l'hémisphère sud. Les lignes sont en trait épais, et les traits fins représentent des parallèles ou méridiens, tracés tous les 45 degrés. Le méridien de Greenwich, origine des longitudes, est celui passant par l'Angleterre, l'ouest de la France, et l'Afrique occidentale.

Par ailleurs, le passage d'une ligne de niveau à sa plus proche voisine traduit une variation de l'angle associé (D ou I) de 30 degrés.

Déclinaison :



Inclinaison :



6. Comment définiriez-vous les pôles géomagnétiques, à partir des composantes de \vec{B} ?

R :

★ Montrez que les coordonnées (θ_P, ϕ_P) des pôles géomagnétiques satisfont à

$$\tan \phi_P = \frac{b_1}{a_1}, \quad \tan \theta_P = \pm \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{a_0}.$$

R :

7. A.N. : Calculez la position de chaque pôle. On notera P_N le pôle géomagnétique de l'hémisphère nord et P_S le pôle géomagnétique de l'hémisphère sud. Attention à bien respecter les domaines de définition de θ et ϕ en exprimant votre réponse (la fonction \tan est périodique de période π). Utilisez de préférence les degrés pour donner les positions. Placez ensuite (au mieux) P_N et P_S sur la carte isogonique.

R :

8. Qu'est-ce que l'équateur géomagnétique? Comment le définiriez-vous de nouveau simplement à partir des composantes de \vec{B} ?

R :

- ★ Montrez que l'équateur géomagnétique passe par les points de coordonnées $(\theta = \pi/2, \phi = \phi_{P_N} + \pi/2)$ et $(\theta = \pi/2, \phi = \phi_{P_S} + \pi/2)$.

R :

9. Dessinez l'équateur géomagnétique sur les deux vues de la carte isocline.

– Bonnes vacances et joyeuses fêtes –

7.6 Contrôle continu du 24 novembre 2006

CLÉ D'IDENTIFICATION : _____

Université Joseph Fourier – Licence 2

Unité d'enseignement TUE232 – Physique de la Terre

Contrôle continu du 24 Novembre 2006

Durée : 1h – Sans document – Calculatrice autorisée

NB : Gardez votre calme devant la longueur du sujet et le nombre de questions. Certaines ne demandent que des réponses très courtes. N'essayez pas à tout prix d'aborder toutes les questions, veillez plutôt à traiter correctement celles qui vous inspirent.

Si l'espace alloué à une réponse ne vous suffit pas, servez-vous de votre feuille d'examen.

Gardez les questions étoilées pour la fin, c'est du bonus.

LES PARTIES SISMOLOGIE ET GRAVITÉ SONT INDÉPENDANTES.

7.6.1 Géothermie – question de cours

Rappelez la loi contrôlant l'évolution du nombre d'atomes N d'un élément radioactif. Qu'appelle-t-on demi-vie de cet élément ? La radioactivité joue-t-elle un rôle important dans le bilan thermique terrestre ?



7.6.2 Sismologie

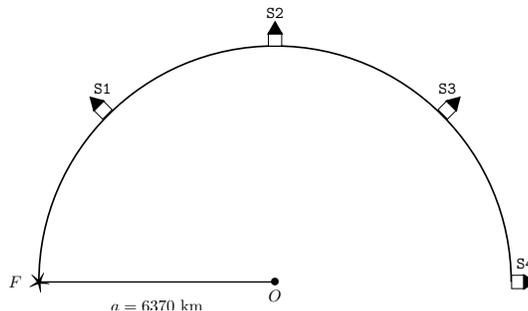
1. Soit M une particule d'un milieu continu élastique. Décrivez qualitativement (en vous aidant d'un schéma) les mouvements de M induits par le passage d'une onde P et d'une onde S . À quelles classes d'ondes appartiennent respectivement les ondes P et les ondes S ?

R :

2. Soit α la vitesse de propagation des ondes P , et β celles des ondes S . Donnez les ordres de grandeur de α et β dans la croûte terrestre.

R :

3. Nous allons travailler dans une boule élastique homogène de rayon $a = 6370$ km, caractérisée par les vitesses de propagation α et β des ondes P et S , respectivement. Un séisme a lieu dans cette boule en surface, au point F , au temps origine $t = 0$. Nous allons utiliser les enregistrements de ce séisme par 4 stations du réseau TUE232 afin de déterminer la valeur de α . Ces 4 stations sont situées à des distances épacentrales de 45, 90, 135 et 180 degrés.

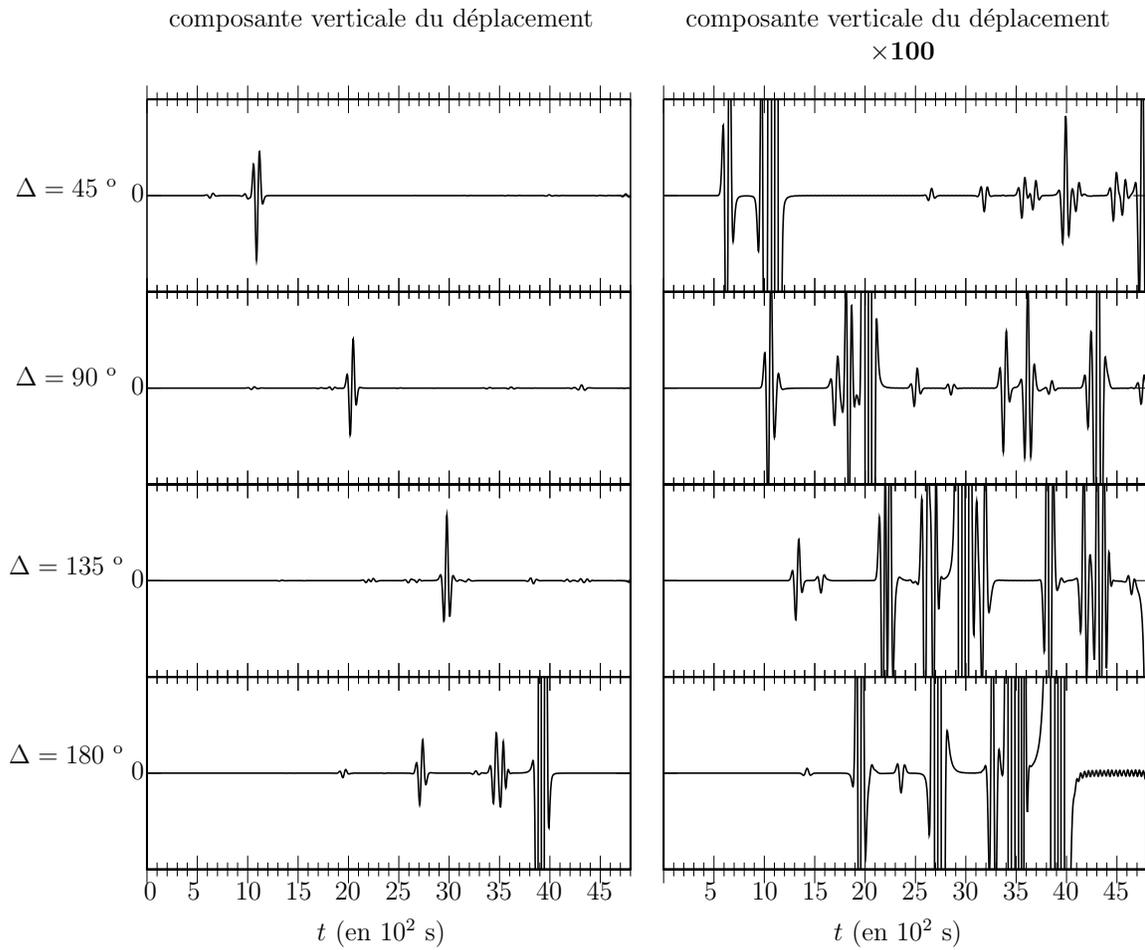


- (a) Sur le schéma de situation du réseau ci-dessus, représentez le trajet suivi par l'onde P pour aller du foyer à chacune des stations. Établir l'équation donnant son temps de trajet t_P en fonction de α , a et Δ (en justifiant).

R :

- (b) Les signaux qui suivent correspondent à l'enregistrement du déplacement vertical du sol à chacune des stations, pendant l'heure et demie ayant suivi le tremblement de boule homogène. La colonne de gauche contient le signal original : l'unité verticale est arbitraire et n'a que peu d'intérêt, car nous allons maintenant pointer des arrivées. La colonne de droite contient le même signal multiplié par 100, afin de voir plus facilement l'arrivée de certaines ondes. **Tous les signaux présents sur cet enregistrement sont d'origine sismique. L'unité de temps en abscisses est la centaine de secondes.**





- (c) En utilisant la colonne de droite, pointez (à l'aide d'une flèche, ↓ ou ↑) l'arrivée de l'onde P à chaque station. Justifiez (une phrase).

R :

- (d) À l'aide de l'équation établie précédemment, et des temps d'arrivée, calculez la valeur de α .

R :



- (e) L'onde de grande amplitude semble se propager avec un temps de trajet donné par $t = (a\Delta)/\gamma$. (Δ en radians, γ sa vitesse de propagation). Mesurer γ . De quel type d'onde peut-il s'agir ?

R :

- ★ Qu'observe-t-on sur l'amplitude des ondes à $\Delta = 180^\circ$?

R :

7.6.3 Gravité

1. Assimilons la Terre à une planète de rayon a , de centre O , de masse totale M_\oplus , à symétrie sphérique (c'est-à-dire que les propriétés et champs physiques ne dépendent que du rayon r , $0 \leq r \leq a$). Donnez l'expression de l'accélération de la gravité à l'intérieur de la Terre, $g(r)$, en fonction de la constante de gravitation universelle \mathcal{G} , de r , et de $M(r)$, masse de la matière contenue dans la sphère de rayon r et de centre O .

R :

2. Justifiez (rapidement) pourquoi $g(r)$ n'est pas sensible à la présence de matière à un rayon supérieur à r .

R :

3. Supposons que la Terre possède deux couches : un noyau de rayon c , masse volumique ρ_c , est recouvert d'un manteau de masse volumique ρ_m . Donnez l'expression de $M(r)$ pour un tel objet (Attention : l'expression de $M(r)$ ne doit pas être la même selon que r est plus petit ou plus grand que c).

R :

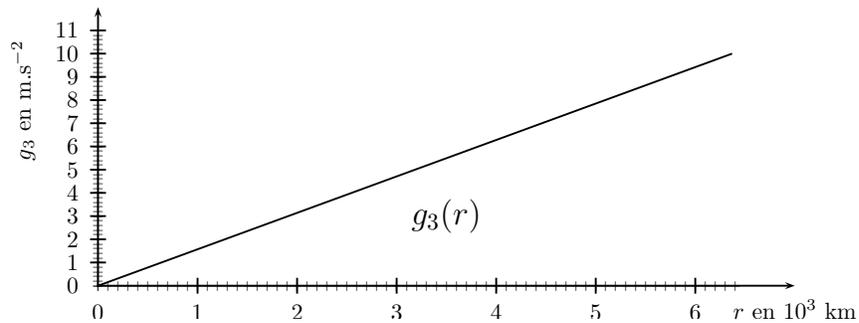
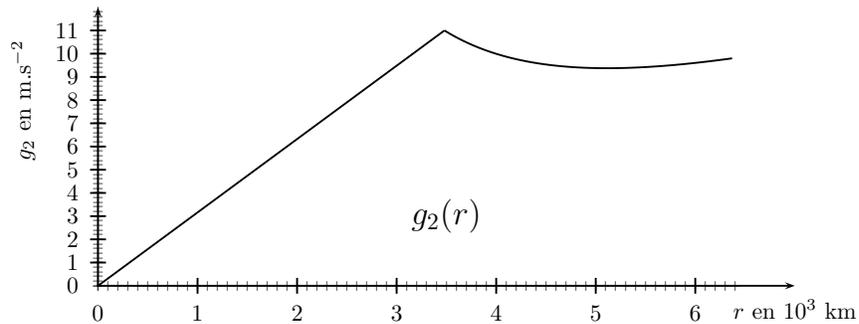
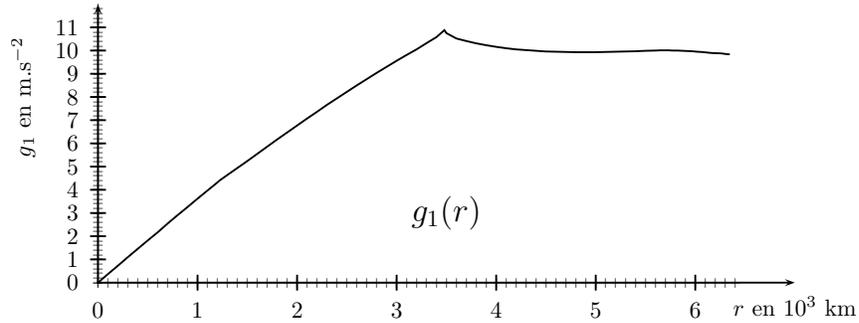
4. En déduire l'expression de $g(r)$.

R :

5. Le noyau terrestre a un rayon de 3480 km, et une masse de 2.10^{24} kg. Calculer la valeur de l'accélération de la gravité à la frontière noyau-manteau.

R :

6. Des 3 représentations de $g(r)$ ci-dessous, une seule correspond à l'expression que vous avez établie à la question 4. Identifiez-la en justifiant.



R :

- ★ À quel type de modèle peuvent correspondre les deux autres courbes ?

R :

7.7 Examen final du 20 décembre 2006

Numéro d'anonymat : _____

Université Joseph Fourier – Licence 2
Unité d'enseignement TUE232 – Physique de la Terre

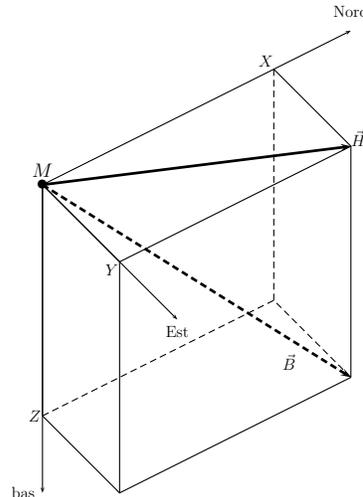
Examen final du 20 décembre 2006

Durée : 2h – Sans document – Calculatrice autorisée

Si l'espace alloué à une réponse ne vous suffit pas, servez-vous de votre feuille d'examen, que vous rendrez de toute façon en y joignant ce document.

7.7.1 Géomagnétisme

1. Soit M un point à la surface de la Terre. Sur la figure ci-contre, rappelez la définition des trois éléments géomagnétiques que sont l'intensité F , l'inclinaison I et la déclinaison D du champ magnétique terrestre. Sur cette figure, \vec{H} désigne la composante horizontale du champ magnétique terrestre \vec{B} .
2. Trouvez l'expression de ces éléments (à la surface de la Terre) dans le cas du champ créé par un dipôle axial. J'attends des expressions fonctions de θ – ou de la [longitude : non!] latitude $\lambda (= \pi/2 - \theta)$.



Rappel : sur la base des coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) (rayon, colatitude, longitude), les trois composantes de ce champ s'écrivent, à la surface de la Terre :

$$\begin{aligned} B_r &= -2B_0 \cos \theta, \\ B_\theta &= -B_0 \sin \theta, \\ B_\phi &= 0, \end{aligned}$$

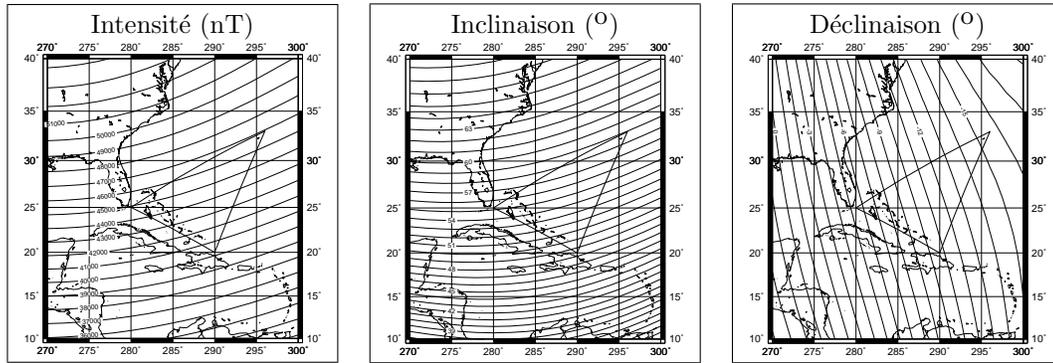
avec $B_0 = 38000 \text{ nT}$.

R :

3. Application numérique : calculez, avec ce modèle, les éléments magnétiques au point M de longitude 290 degrés et latitude $\lambda = 25$ degrés nord.

R :

4. Sur les 3 cartes ci-dessous, on a représenté les valeurs des éléments magnétiques en 2005 (©World Magnetic Model) au voisinage du point M (projection de Mercator).



(a) Quantifiez l'écart entre vos prédictions théoriques et les mesures.

R :

(b) Comment expliquer cet écart ?

R :

5. M est un point du triangle des Bermudes (triangle sphérique noir sur chaque carte). Des avions et bateaux disparaissent régulièrement dans cette région. D'après les données, l'origine de la disparition est-elle géomagnétique ? Justifiez votre réponse.

R :

7.7.2 Problème : Les panaches mantelliques

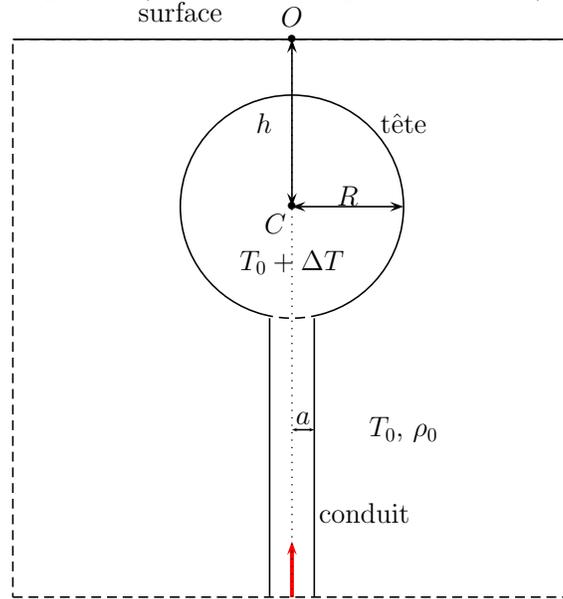
Les panaches thermiques sont des conduits d'évacuation de la chaleur interne de la Terre. Ils sont ancrés à la base du manteau, et transportent le flux de chaleur venant du noyau vers la surface de la Terre.

Question préliminaire :

Pourquoi le manteau terrestre convecte-t-il ?

R :

En nous inspirant des expériences de laboratoire, nous considérons qu'un panache thermique est constitué d'une tête sphérique de rayon R alimentée par un conduit cylindrique de rayon a .



Nous allons également supposer que le manteau autour du panache a une température uniforme T_0 , et que le panache a une température (uniforme elle aussi) de $T_0 + \Delta T$. La masse volumique du manteau environnant est prise constante, égale à ρ_0 .

Nous allons caractériser les signatures géophysiques de cette structure.

Signature gravimétrique d'un panache

1. Exprimer l'anomalie de masse volumique $\Delta\rho$ du panache en fonction du coefficient de dilatation thermique γ , de ΔT , et de ρ_0 . On rappelle la définition de γ :

$$\gamma = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}.$$

R :

2. Application numérique : calculez $\Delta\rho$ pour $\rho_0 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $\Delta T = 1000 \text{ K}$, et $\gamma = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

R :

3. Justifiez en une phrase le signe de $\Delta\rho$.

R :

4. On néglige l'effet du conduit sur la signature gravimétrique du panache. Supposons que le centre de la tête C se trouve à une profondeur h . On note g_0 l'accélération de la pesanteur mesurée loin du panache. Exprimer l'anomalie gravimétrique Δg au point O , situé à la surface, à la verticale de C (cf. figure précédente), en fonction de $\Delta\rho$, de la constante de la



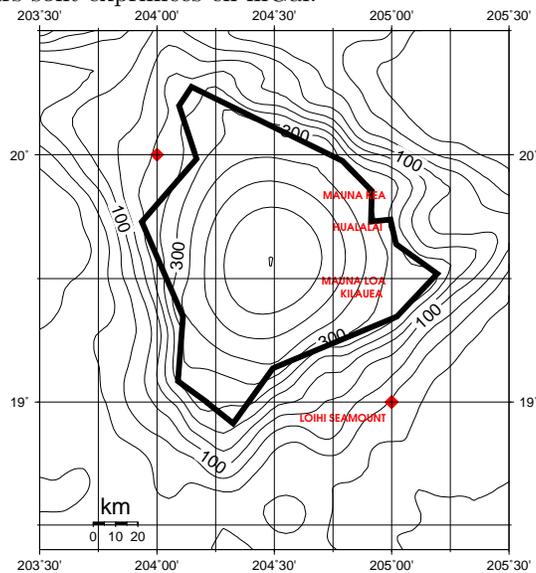
gravitation universelle \mathcal{G} , de h et de R . Donnez les principales étapes du raisonnement et de la résolution.

R :

5. Application numérique : Calculez Δg pour $R = 500$ km et $h = 700$ km. On donne $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$ Exprimez le résultat en mGal ($1 \text{ Gal} = 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).

R :

6. Application au cas d'Hawaii : La figure suivante représente une carte des anomalies gravimétriques à l'air libre, mesurées depuis un satellite autour de la principale île de l'archipel hawaïien. Les valeurs sont exprimées en mGal.



Utilisez ces mesures (géométrie, signe, amplitude) pour critiquer le modèle que nous avons proposé, et en proposer des améliorations.

R :

Signature sismologique

1. La loi de Birch reliant masse volumique ρ et vitesse des ondes de compression α dans le manteau terrestre s'écrit

$$\alpha = a + b \times \rho,$$

avec $a = -1,87 \text{ km/s}$ et $b = 3,05 \cdot 10^{-3}$, ρ exprimé en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et α obtenu en km/s .

- (a) Calculez la vitesse des ondes de compression dans le manteau α_0 (en prenant toujours $\rho_0 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

R :

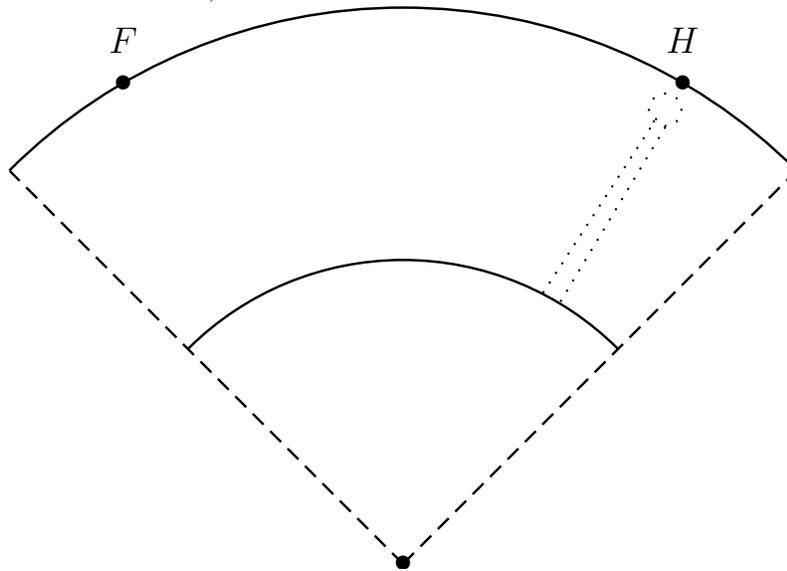
- (b) Calculez l'anomalie de vitesse $\Delta\alpha$ dans le panache (en utilisant le $\Delta\rho$ calculé précédemment).

R :

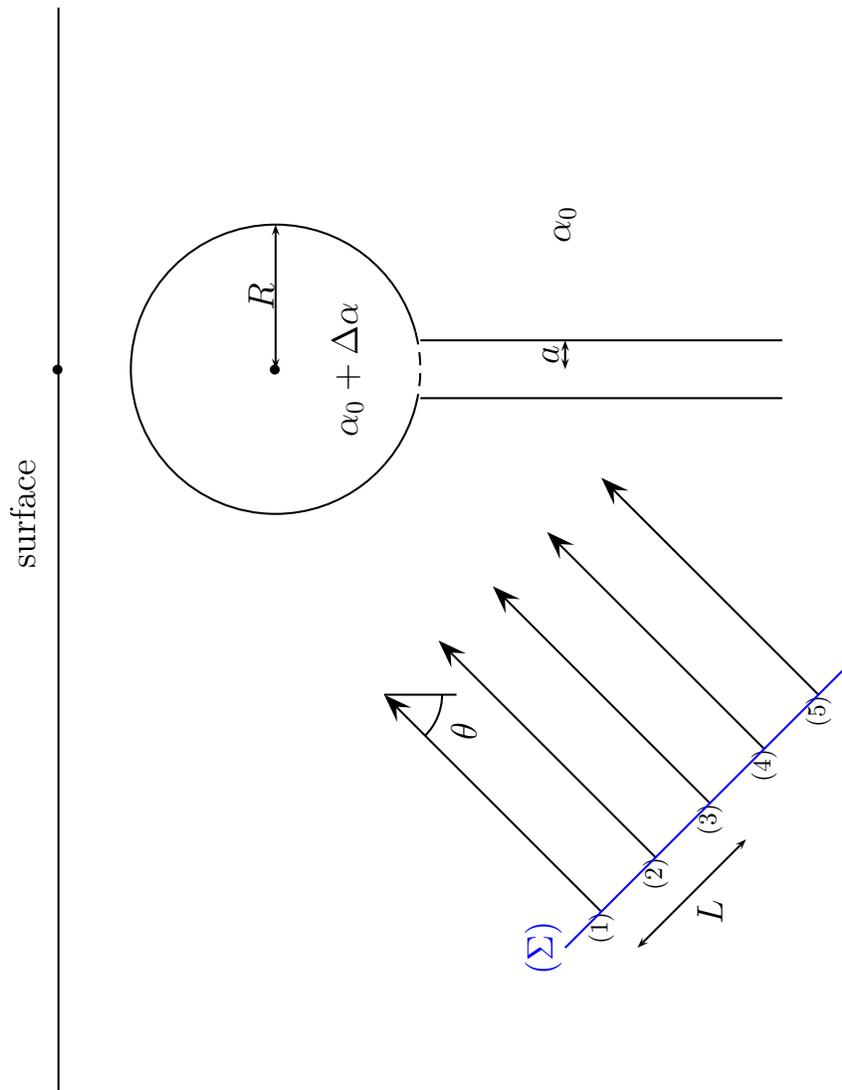
- (c) Justifiez en une phrase le signe de $\Delta\alpha$.

R :

2. Un séisme a lieu au Kamtchatka. L'île principale d'Hawaii se trouve à une distance épacentrale Δ d'environ 60 degrés du foyer F (se trouvant à la surface). Nous allons nous intéresser à un train d'ondes PcP arrivant avec une incidence θ (mesurée par rapport à la verticale) sur le panache thermique hawaïien. Sur la figure suivante, représentez le chemin suivi par les ondes PcP pour aller du foyer F à Hawaii H (en supposant que la vitesse des ondes P ne varie pas dans le manteau).



3. Zoomons sur la surface d'onde PcP arrivant au voisinage du panache, et supposons que cette onde soit plane avant son interaction avec l'anomalie de vitesse due à la présence du panache. Sur la figure suivante, représentez le chemin suivi par les rayons 1, 2, 3, 4 et 5 jusqu'à la surface de la Terre (si c'est possible), en justifiant (par le texte et/ou le dessin) vos différentes constructions.



4. Le rayon (1) (noté R_1) est le rayon sismique de référence. Nous voulons comparer le temps de trajet de R_5 (t_5) et R_3 (t_3) à celui de R_1 (t_1). NB : sur le plan Σ de la figure précédente, tous les rayons sont en phase.

(a) Montrez que $\Delta t_3 = t_3 - t_1$ s'écrit :

$$\Delta t_3 = \frac{L \tan \theta}{\alpha_0} + 2R \left(\frac{1}{\alpha_0 + \Delta \alpha} - \frac{1}{\alpha_0} \right),$$

où L est la distance indiquée sur la figure.

R :

- (b) Application numérique : ce retard comporte une partie géométrique $\Delta t_3^{\text{géom}}$, à laquelle on peut s'attendre a priori compte tenu de la directivité du front d'onde, et une partie due à l'anomalie de vitesse, Δt_3^{anom} ; soit $\Delta t_3 = \Delta t_3^{\text{géom}} + \Delta t_3^{\text{anom}}$. Calculez Δt_3^{anom} pour $R = 500$ km.



R :

- (c) En négligeant la déviation de la direction de R_5 dans le conduit, montrez que

$$\Delta t_5 = \frac{2L \tan \theta}{\alpha_0} + \frac{2a}{\sin \theta} \left(\frac{1}{\alpha_0 + \Delta \alpha} - \frac{1}{\alpha_0} \right).$$

R :

- (d) Application numérique : avec les mêmes conventions que pour R_3 , calculez Δt_5^{anom} , en prenant $a = 50$ km, et $\theta = 45$ degrés.

R :

5. Les stations sismologiques des réseaux large-bande échantillonnent les trains d'ondes sismiques avec une fréquence d'au moins 10 Hz. Un tel réseau est-il capable de détecter l'anomalie due à la tête ? Au conduit ? Justifiez.

R :

6. En pratique, il est très difficile d'identifier la signature sismologique du conduit. Proposez une (ou plusieurs) explication(s) à cela.

R :

– Bonnes vacances et joyeuses fêtes –

7.8 Examen final, 2ième session du 19 juin 2007

Numéro d'anonymat : _____

Université Joseph-Fourier – Licence 2

Unité d'enseignement TUE232 – Physique de la Terre

Examen final, 2ième session du 19 juin 2007

Durée : 2h – Sans document – Calculatrice autorisée

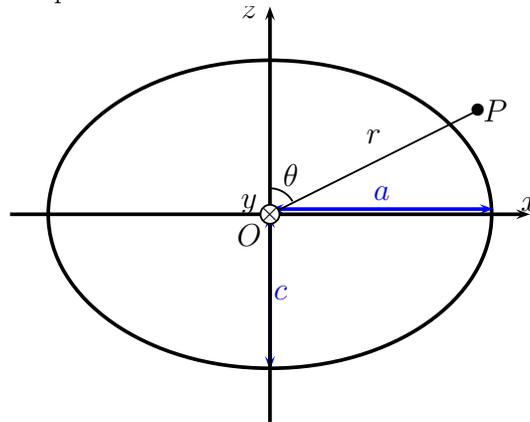
L'examen consiste en une question de cours, et 2 problèmes indépendants. Concision et clarté dans les réponses seront récompensées. Il est demandé aux étudiants de rendre la feuille supplémentaire distribuée, ainsi que la feuille d'énoncé ; sur chacune figurera le numéro d'anonymat.

7.8.1 Question de cours : Géomagnétisme

(Une page au plus!) : Décrivez la morphologie actuelle du champ magnétique terrestre, et les fluctuations de ce dernier sur les échelles de temps historiques et géologiques. Illustrez vos propos par des schémas.

7.8.2 Gravitation et thermique

1. Comment est définie l'accélération de gravité \vec{g} par rapport au potentiel gravitationnel V créé par une planète ?
2. Quelle est la dimension physique de V ?
3. Soit une planète dont la figure d'équilibre est un sphéroïde (ellipsoïde à symétrie de révolution autour de l'axe de la rotation de la planète). On choisit un repère $(Oxyz)$. L'origine O est le centre de masse de la planète, l'axe (Oz) son axe de rotation, et les axes (Ox) et (Oy) sont contenus dans le plan équatorial.



On peut montrer que le potentiel $V(r, \theta)$ créé par cet objet sphéroïdal s'écrit

$$V(r, \theta) = -\mathcal{G} \frac{M}{r} + \mathcal{G} \frac{C - A}{2r^3} (3 \cos^2 \theta - 1),$$

où r est le rayon, θ la colatitude, \mathcal{G} est la constante de gravitation universelle, M la masse de la planète, et C et A les moments d'inertie de la planète par rapport aux axes (Oz) et (Ox) (ou (Oy)).

- (a) À quoi correspond le premier terme du membre de droite $(-\mathcal{G} \frac{M}{r})$?
- (b) Rappeler la définition mathématique du moment d'inertie d'un corps par rapport à un axe. Quelle est la dimension du moment d'inertie ?
- (c) On note habituellement J_2 la quantité

$$J_2 = \frac{C - A}{Ma^2},$$

où a est le rayon équatorial de la planète (cf. schéma). Expliquez pourquoi $J_2 > 0$.

- (d) Que vaut J_2 pour une sphère ?
- (e) Dans le cas de la Terre, $J_2 = 1,083 \cdot 10^{-3}$, $\mathcal{G}M = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$, et $a = 6378 \text{ km}$. Quelle est l'énergie potentielle gravitationnelle (à ne pas confondre avec le potentiel gravitationnel) d'un objet de masse m situé à l'équateur ?



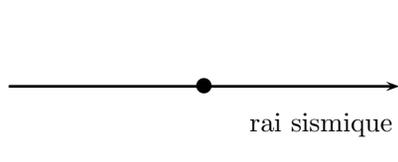
- (f) Faire l'application numérique pour $m = 1$ kg.
- (g) Si ce même objet tombait sur la Terre en partant d'une très grande distance, et à vitesse relative nulle, quelle serait sa vitesse au moment de l'impact à l'équateur ?
- (h) Supposons une Terre homogène, de température uniforme, et de capacité calorifique $C = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Si toute l'énergie cinétique de l'objet servait à échauffer la Terre, quelle serait la variation de température ΔT de celle-ci ?
- (i) Application numérique : en supposant un objet homogène sphérique de masse volumique égale à la masse volumique moyenne des roches de la croûte, calculer le rayon d'un impacteur pour lequel la température de la Terre s'élèverait globalement de 100 K (La masse de la Terre vaut $6,0 \cdot 10^{24}$ kg). Commentez votre réponse.

7.8.3 Propagation d'ondes sismiques dans un modèle radial de Terre

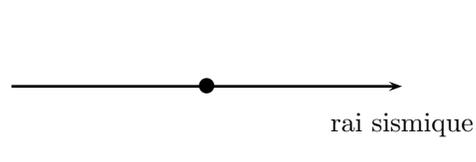
Ce problème a pour but l'étude de certaines phases sismiques existant dans un modèle sismologique de Terre pour lequel nous supposons que les propriétés élastiques, et la masse volumique, sont uniquement fonction du rayon sphérique r . **Nous ne sommes pas dans une boule homogène.**

1. Pour un rai sismique horizontal, décrivez en utilisant le schéma suivant le déplacement d'un point d'un milieu continu lorsqu'une onde P se propage. Même question pour une onde S . Sous quel(s) autre(s) nom(s) sont aussi connues les ondes P et S ?

Onde P :

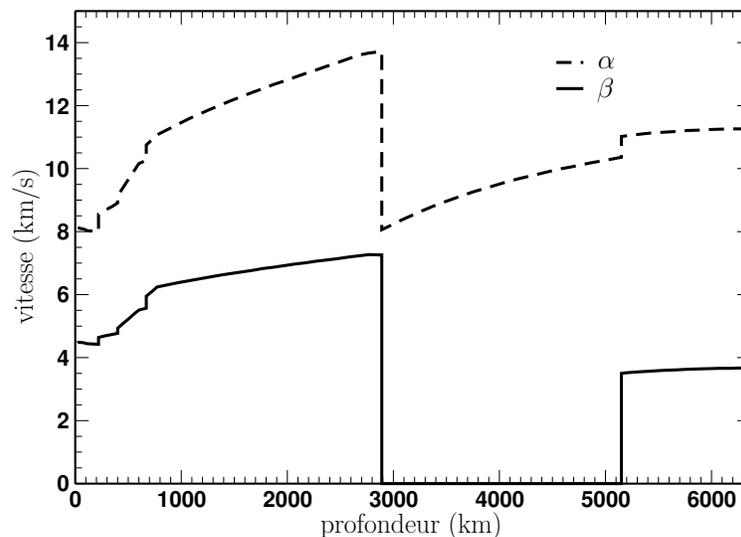


Onde S :



● : point du milieu continu

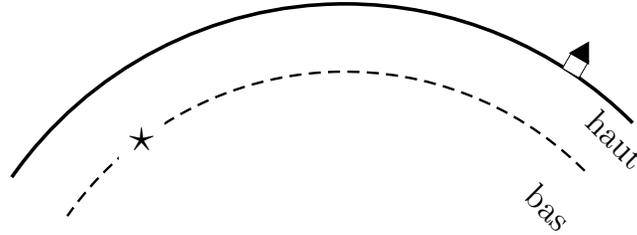
2. Sur la figure suivante sont représentées les vitesses des ondes P (α) et S (β) en fonction de la profondeur, d'après le *Preliminary Reference Earth Model* (PREM, Dziewonski & Anderson, 1981). Commentez les discontinuités principales et proposez-en une interprétation en termes de structure interne du globe.



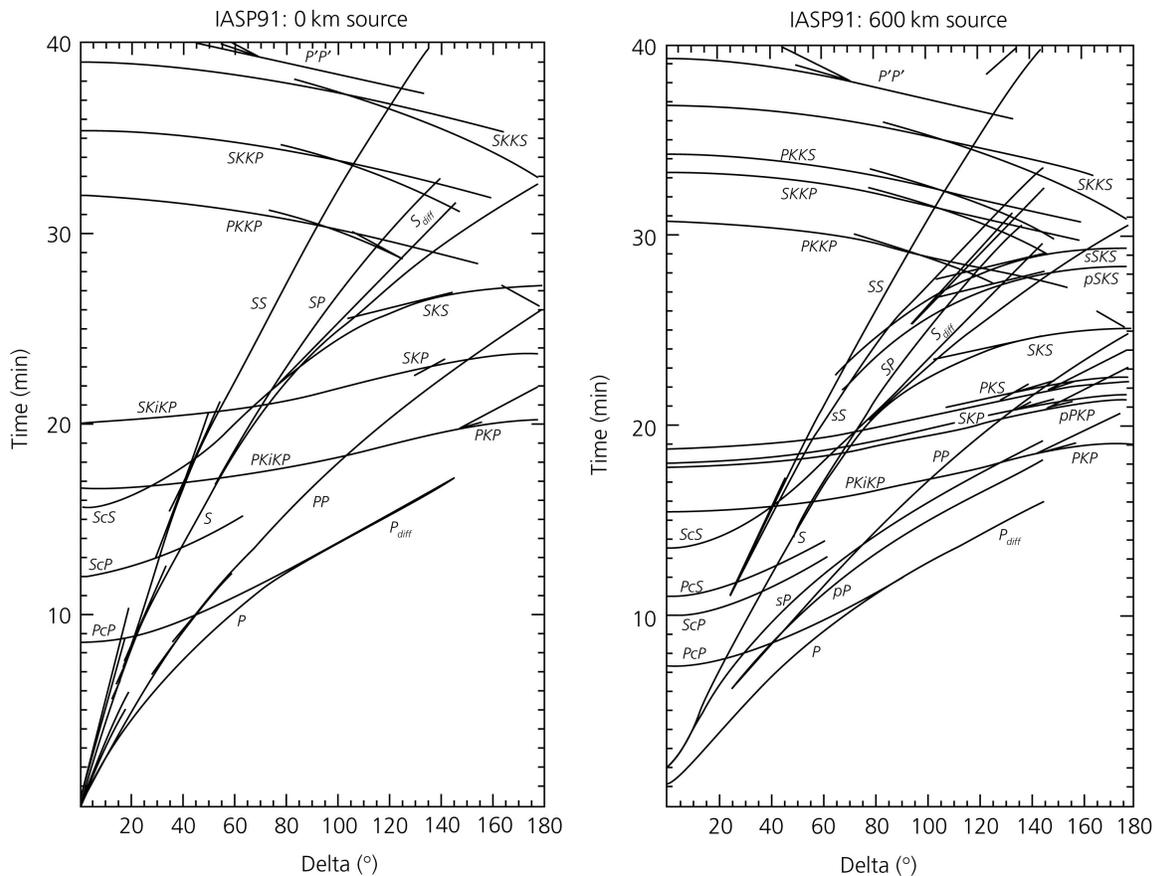
3. Dans une couche de composition donnée, comment varie la vitesse ? Pourquoi ?
4. Une explosion a lieu à une profondeur inconnue d , au temps $t = 0$. Nous disposons de l'enregistrement du déplacement vertical du sol par des sismomètres situés à différentes distances épicentrales Δ . Rappelez la définition de Δ (faites un schéma).



5. Sur la figure suivante, l'étoile représente la source de l'explosion, et la petite maison un sismomètre. Dessiner approximativement le chemin suivi par l'onde P pour aller du foyer à la station, et celui suivi par la phase pP (phase qui part vers le haut, se réfléchit à la surface avant d'aller sur la station), et la phase PP (celle-là part vers le bas avant d'aller se réfléchir aussi à la surface). Vous veillerez à respecter les lois de Snell-Descartes, en particulier concernant la réflexion à la surface libre.



6. Sur la feuille supplémentaire en annexe, on a représenté les sismogrammes enregistrés par 4 stations sismologiques pendant les 25 minutes ayant suivi l'explosion. Le déplacement vertical est mesuré en m , et tous les signaux présents sont d'origine sismique. Pointez (à l'aide d'une flèche, \downarrow ou \uparrow) l'arrivée de l'onde P à chaque station. Justifiez (une phrase).
7. Qu'appelle-t-on une hodochrone ?
8. Les hodochrones suivantes ont été calculées dans un modèle de Terre très proche du PREM. Elles correspondent à source superficielle (à gauche), ou située à 600 km de profondeur (à droite).



Estimez, dans les deux cas de figure, et en fonction de vos pointés de la question précédente, les distances épacentrales de chaque station.

9. Sur ces premières vingt-cinq minutes, le signal de la station (1) est étrangement calme comparé aux autres. Proposez une explication.
10. Identifiez-vous la phase pP sur un des sismogrammes ? Si oui, pointez de la même façon son arrivée.
11. Proposez une estimation de d basée sur les deux questions précédentes.

TUE232 Document annexe - Le rendre avec la copie. Anonymat : _____

