# CHAPITRE II : Rotation de la Terre de la journée aux millions d'années

## Introduction

La Terre tourne sur elle-même d'Ouest en Est autour d'un axe (axe de rotation ou axe des pôles). Cette rotation détermine la longueur du jour. Si la Terre était rigide et sphérique, elle tournerait sur elle-même à une vitesse constante. Or les observations astronomiques montrent que l'axe de rotation ne reste immobile ni dans un repère céleste, ni dans un repère terrestre. Sa description précise est complexe.

• Dans un repère céleste, le mouvement de rotation de la Terre s'effectue autour d'un axe perpendiculaire à l'équateur et donc incliné d'environ $66^o4$ par rapport au plan de l'écliptique (plan dans lequel se situe l'orbite de la Terre). Mais l'inclinaison de cet axe ne reste pas fixe dans l'espace: elle évolue et peut se décrire comme une combinaison de différents mouvements d'amplitudes et de périodes inégales. Le plus important est la précession: si la Terre était sphérique, ce mouvement n'existerait pas. En effet, il résulte du couple exercé par la force d'attraction gravitationnelle de la Lune et du Soleil sur l'ellipticité de la Terre. La précession fait décrire à l'axe terrestre un cône d'ouverture $\epsilon$ (l'obliquité) d'axe perpendiculaire à l' écliptique, et de période environ 26000 ans.
A la précession s'ajoutent les nutations. Ces mouvements résultent également du couple induit par la force gravitationnelle de la Lune et du Soleil agissant sur la Terre. La plus importante est la nutation de Bradley qui résulte de l'évolution de l'orbite lunaire autour de la Terre, fortement perturbée par le Soleil: elle entraîne une oscillation de l'axe des pôles de période 18,6 ans. La révolution de la Terre autour du soleil entraîne des nutations de périodes annuelles, semi-annuelles ...
On peut montrer que ces mouvements classiques d'un corps rigide, dans un repère céleste, peuvent être perturbés de façon sensible par l'existence du noyau fluide de la Terre ainsi que de la graine. Le noyau et la graine jouent, dans ce cas la, un rôle passif, et perturbent significativement les amplitudes des nutations. Nous étudierons dans une première partie (section 1) les informations que nous apportent l'observation de ces nutations sur les propriétés géométriques et rhéologiques sur l'intérieur de la Terre.
La section 2 sera consacrée à une étude originale sur de possibles mises en résonance, dans le passé géologique, entre les nutations rigides et les modes propres de rotation presque diurnes liés au noyau fluide et à la graine.

• Dans un repère lié à la planète elle-même (donc qui tourne avec la Terre), la direction et la norme du vecteur rotation varient.
Euler (1749) a déterminé les conditions du mouvement en rotation d'une planète rigide; il a conclu que l'ellipticité de la Terre engendrait un mouvement propre très important, et qu'en conséquence, l'axe de rotation terrestre ne restait pas fixe par rapport à la Terre elle-même. Ce mouvement de la direction de l'axe de rotation terrestre par rapport à un repère lié à la surface de la planète elle-même induit des variations de la latitude des lieux. Cette découverte, faite par des astronomes -en notant la position apparente des étoiles- à la fin du siècle dernier, indique que le pôle (intersection de l'axe de rotation

et de la surface de la planète) décrit à la surface de la Terre une trajectoire complexe, à peu près circulaire, dans un carré d'une vingtaine de mètres de coté. Les observations de plus en plus précises de cette trajectoire, depuis le début du siècle, montrent que à ce mouvement propre s'ajoutent des mouvements forcés par des sources d'excitation externes ou internes à la Terre. Pour expliquer ces mouvements, il a été nécessaire d'introduire des modèles de Terre plus complexes, en particulier de prendre en compte la rhéologie du manteau (élastique ou visqueuse suivant les échelles de temps), la répartition des océans et l'existence d'un noyau fluide.

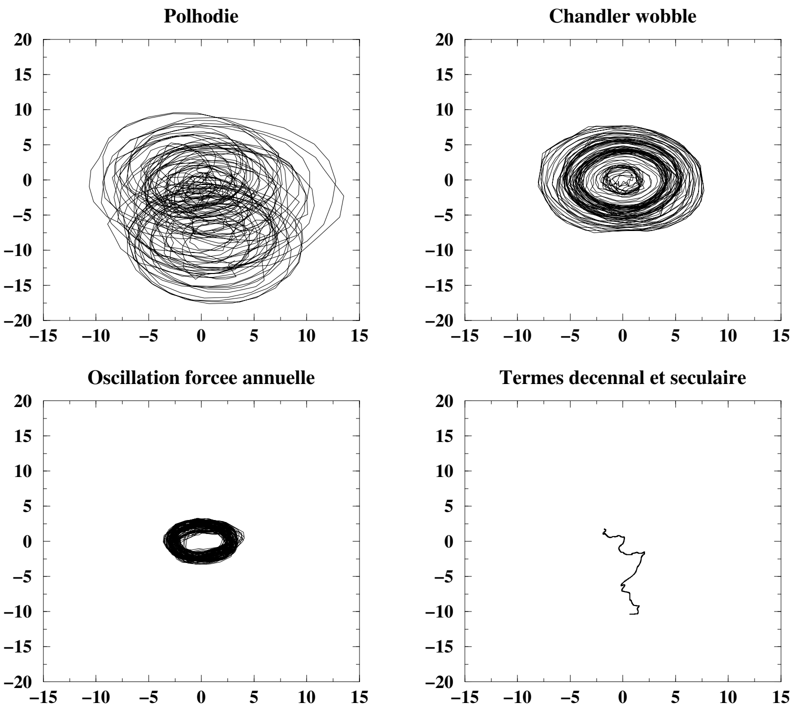



Figure 1: Variation de la direction de l'axe de rotation à la surface terrestre, observation fournie par l'I.E.R.S. (International Earth Roation Service) . L'axe des abscisses correspond au méridien de Greenwich, l'axe des ordonnées au méridien $90^o$ E. Les unités sont en mètres.

La trajectoire du pôle (appelée polhodie) est représentée sur la Figure 1-a; elle est principalement la résultante de trois mouvements :

- une oscillation de période 435 jours (Figure 1-b), ou nutation chandlerienne, mode propre du système (période propre d'une Terre rigide modifiée par l'elasticité du manteau et par la présence du noyau fluide et des océans). L'origine de l'excitation de cette oscillation provient probablement de l'atmosphère. Son amplitude est variable sous l'effet de mécanisme d'excitation et son amortissement est encore mal identifié.

- une oscillation forcée annuelle (Figure 1-c), conséquence d'une redistribution de masse d'air au sein de l'atmosphère (donc d'une perturbation du tenseur d'inertie de cette dernière). C'est une excitation de type saisonnier mais qui n'est pas exactement reproductible d'année en année

- des variations décennales du mouvement du pôle (Figure 1-d). L'origine de ces dernières est encore controversée bien qu'elles soient probablement liées aux mouvements d'origine magnétique qui existent dans le noyau fluide.
- une dérive du pôle moyen de rotation (Figure 1-d): les observations donnent très précisément une dérive séculaire de l'ordre de quelques centimètres par an dans la direction du Canada; elle est certainement la conséquence d'une part de la déglaciation du Pleistocène qui, à cause de la viscosité du manteau terrestre, perturbe encore aujourd'hui les produits d'inertie de la Terre (rebond post-glaciaire), et d'autre part de la convection dans le manteau terrestre.

Après avoir décrit la variation de la direction de l'axe de rotation au cours du temps, regardons l'évolution temporelle de l'amplitude de cette rotation. La norme du vecteur rotation détermine la vitesse de rotation ou encore la longueur du jour.
L' étude des éclipses de l'antiquité et certaines observations géologiques font apparaître un ralentissement séculaire de la durée du jour. D'autre part, la position du Soleil, de la Lune et des planètes, observée à un instant donné, n'est pas en accord avec celle donnée par les Ephémérides; ceci est une conséquence de la variabilité de la rotation terrestre et permet de la mesurer. Depuis quelques décennies, l'utilisation du temps atomique a permis la mise en évidence de nombreuses irrégularités dans le taux de rotation de la Terre.

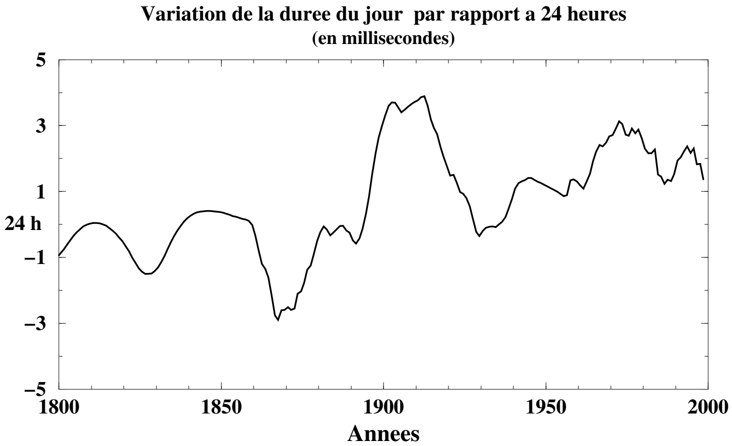



Figure 2: Variation de la durée du jour en millisecondes par rapport à 24 h.

A la décélération séculaire lié à l' éloignement de la Lune (induisant une augmentation de la longueur du jour de l'ordre de 2 millisecondes par siècle) se superposent des oscillations forcées par l'atmosphère (avec des périodes inférieures à deux ans), par le noyau (avec des variations décennales) et un terme séculaire lié au rebond post-glaciaire et à la fonte actuelle des glaciers. L'évolution temporelle de la moyenne annuelle de la durée du jour, au cours des deux derniers siècles, est représentée sur la figure 2: elle est de quelques millisecondes par rapport à 24 heures.

Depuis les années 70, de nouvelles méthodes d'observations liées aux techniques spatiales fournissent des données de plus en plus précises, et ont eu pour résultats d'améliorer grandement la connaissance de la polhodie et de la variation de la longueur du jour, et de ce fait de poser de nombreux problèmes nouveaux qui nécessitent des théories plus précises. C'est à l' étude des différentes composantes de ces variations que nous allons nous intéresser en décrivant théoriquement l'évolution au cours du temps de l'axe de rotation d'un corps déformable presque sphérique comprenant un noyau fluide animé de mouvements d'origine magnétique et une graine. Tout d'abord, dans la section 3, nous étudierons brièvement les effets de l'atmosphère sur la rotation, puis nous nous intéresserons aux variations décennales de la rotation (section 4). La section 5 sera consacrée aux variations séculaires induites par la dernière déglaciation et finalement, la section 6 traitera des grandes dérives du pôle de rotation induites par des mouvements de masses dans le manteau sur une échelle de temps géologique.

# 1 Rotation de la Terre aux échelles de temps diurnes: nutations

Les observations de géodésie spatiale, avec des techniques telles que le V.L.B.I. (Very Long Baseline Interferometry), le L.L.R. (Lunar Laser Ranging) ou le G.P.S. (Global Positionning System), permettent actuellement de mesurer l'orientation de la Terre avec une très grande précision. Il est donc nécessaire de formuler un modèle théorique très précis afin de rendre compte de ces résultats de mesure.
Les nutations forcées sont essentiellement dues aux composantes périodiques des couples résultant de l'action gravitationnelle de corps célestes (Soleil, Lune et planètes) sur le bourrelet équatorial de la Terre, mais des variations de pression ou de moment cinétique dans les parties fluides de la Terre peuvent jouer un petit rôle.
Les périodes des nutations (mouvement de l'axe de rotation dans le repère céleste) sont presque diurnes dans le repère terrestre. Elles sont classiquement étudiées à partir d'une approche analytique basée sur les équations de Liouville. Les équations qui gouvernent la variation du vecteur rotation pour une planète ayant un noyau fluide et une graine solide avec des mouvements différentiels en rotation rigide par rapport au manteau (Poincaré, 1910) sont décrites par le théorème du moment cinétique, écrit dans un repère tournant lié au manteau, pour la Terre globale, pour le noyau fluide et pour la graine. Ce théorème dit que la variation du moment cinétique, respectivement pour la Terre globale, pour le noyau et pour la graine, est égale aux couples des forces agissant respectivement sur la Terre globale, sur le noyau et sur la graine (Dehant et al., 1993). Les couples intervenant dans les théories analytiques des nutations sont le couple inertiel, le couple gravitationnel sur la graine et les couples électromagnétiques:

• Le mouvement de rotation rigide dans le noyau fluide induit une pression fluide (appelée pression inertielle) qui couple sur les interfaces ellipsoidales du manteau et de la graine, créant ainsi des couples de pression classiquement appelés 'couples inertiels' (figure 3); il faut noter que si la surface du noyau était sphérique, le couple total des forces de pression serait nul.

• La force d'attraction gravitationnelle liée aux variations latérales des masses du manteau et du noyau agit sur la graine penchée et induit un couple gravitationnel (figure 4). L'existence de ce couple est un mécanisme 'clef' pour l'étude des nutations. Il dépend fortement du comportement rhéologique de la graine (c'est-à-dire de sa capacité à se

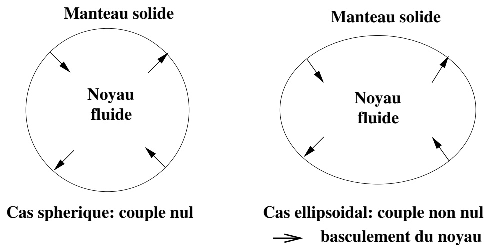



Figure 3: Couple de pression inertielle

déformer sous l'action d'une force). Si la graine est rigide ou élastique, ce couple tendra à bloquer la graine par rapport au manteau. En revanche, si elle est visqueuse (ou plus 'molle'), elle aura tendance à fluer de manière à annuler ce couplage.

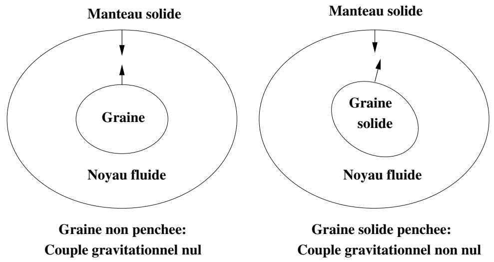



Figure 4: Couple gravitationnel entre le manteau et la graine

• Le manteau inférieur, le noyau et la graine étant conducteurs, des courants électriques vont être induits par les mouvements de rotation différentielle à chaque interface. Ces courants créent des forces de Lorentz et donc des couples électromagnétiques (figure 5). Ces couples sont des couples de frottement et ont tendance à empêcher de trop grand mouvement de rotation différentielle.

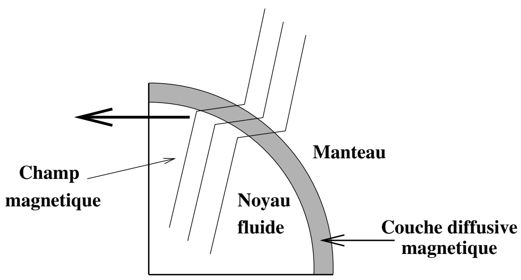



Figure 5: Couple électromagnétique: perturbation du champ magnétique terrestre induit par le mouvement différentiel de nutation entre le noyau et le manteau

Un tel système, en l'absence de source d'excitation, a quatre fréquences propres de rotation: à la fréquence de Chandler (435 jours dans le repère terrestre) s'ajoutent deux modes propres de rotation presque diurnes liés au noyau (appelé F.C.N. ou Free Core

Nutation) et à la graine (appelé F.I.C.N. ou Free Inner Core Nutation) ainsi qu'une fréquence propre de type 'Chandler' liée au basculement de la graine par rapport au manteau. Les expressions théoriques des fréquences propres presque diurnes montrent qu'elles dépendent de l'elasticité du manteau (bien connue par la sismologie), des constantes de friction magnétique (assez incertaines car liées à la conductivité et à l'amplitude du champ magnétique radial) et des aplatissements dynamiques du noyau pour la FCN et de la graine pour la FICN. La valeur de ces aplatissements est bien connue s'ils sont hydrostatiques (d'après la théorie de Clairaut) beaucoup plus incertaine s'ils ont une contribution non-hydrostatique due aux anomalies de masse dans le manteau résultant de la convection.
Les nutations ont des périodes presque diurnes dans le repère terrestre et en conséquence, on note une amplification de leur amplitude (par rapport à une solution théorique pour une Terre rigide sans noyau ni graine) due à un effet de résonance entre l'onde de marée et les modes propres de rotation presque diurnes (Legros et al., 1993). Ce mécanisme a permis aux astronomes d'observer la période spatiale de la F.C.N.: elle est de 432 jours. Ce résultat a montré un écart significatif entre la théorie pour une Terre hydrostatique (458 jours) et les observations; cette différence a été attribuée à une contribution non-hydrostatique qui augmenterait d'environ 5% l'aplatissement du noyau.
Ce mode (FCN) semble fortement atténué et l'explication de cette atténuation par le couplage électromagnétique est encore très controversée (cela nécessiterait une très forte conductance dans le manteau inférieur).
Pour tenter d'expliquer, à la fois le problème de transfert de moment angulaire entre le noyau et le manteau, et la valeur du mode propre en rotation du noyau (FCN), nous avons approfondi les problèmes de dynamique du noyau et les différents types de couplages qui peuvent apparaître, avec en particulier le problème du couplage gravitationnel. Nous avons modifié la théorie de la rotation d'un noyau fluide (Poincaré, 1910) en prenant en compte une possible rigidification magnétique ou géostrophique du noyau. Le noyau n'obéit plus à un équilibre hydrostatique, mais à un équilibre dynamique. En conséquence, les equipressions et les equidensités ne sont plus confondues et des couples liés aux vents thermiques, géostrophiques ou magnétiques peuvent apparaître. Nous avons calculé explicitement le couple crée à la CMB par le champ de pression advecté par les vitesses géostrophiques agissant sur la topographie; c'est un couple de rappel qui interdit tout large mouvement du noyau par rapport au manteau (voir la section 4 pour plus de détails). Ce couple a un effet proportionnel au rapport de la pression géostrophique ($<$ 1000 Pa) sur la pression hydrostatique ($\simeq$ kbars) et donc est négligeable. Le couple de friction électromagnétique a également été calculé sur des échelles de temps allant du jour à l'année: il est proportionnel à l'énergie magnétique à la CMB et dépend du profil de conductivité dans le manteau. Ce couple crée un terme dissipatif dans le mode propre en rotation presque-diurne du noyau (Greff et Legros, 1999).
Une valeur de la FICN (avec une période spatiale de 970 jours) a récemment été proposée par Mathews et al. (2001) à partir des amplitudes des nutations obtenues par l'analyse des données V.L.B.I.. Sa période théorique (pour une Terre stratifiée radialement selon un modèle dérivé de la sismologie, en équilibre hydrostatique et sans friction magnétique) serait de 480 jours. Cette période augmente avec la constante de friction de la graine

et donc avec l'amplitude du champ magnétique à l'interface noyau-graine (amplitude qui est inconnue). La prise en compte de la viscosité de la graine tendrait, au contraire, à décroître cette période (Greff, Legros et Dehant, 2000). L'influence de ces deux propriétés physiques (champ magnétique à l'ICB et viscosité de la graine) sur les nutations et sur les perturbations de la gravité induites par le potentiel de marées luni-solaires a été étudiée (Greff, Dehant and Legros, 2001); nous avons montré que les effets sont généralement faibles sur la gravité et sur les nutations. Ils sont sous le seuil de précision des gravimètres supra-conducteurs (quelques nanogals), mais au-dessus de la précision de l'observation des nutations par le VLBI (quelques dizièmes de millisecondes d'arcs). En particulier, pour la nutation de Bradley (de période 18.6 ans), nous avons montré que des variations de l'amplitude de cette nutation induites par différentes viscosité et constantes de friction pouvaient atteindre quelques dizaines de millisecondes d'arcs.
L'analyse de séries temporelles de plus en plus longues des nutations devrait permettre de déterminer précisément la période et l'amortissement de cette F.I.C.N et donc d'obtenir des informations sur des propriétés de l'interface graine-noyau fluide, telles que l'amplitude du champ magnétique ou la viscosité de la graine.
Ce travail a été résumé dans un court compte-rendu publié dans les Comptes rendus des Journées 2000 "Systèmes de référence spatio-temporels".

# Effect of inner core viscosity on spatial nutations induced by luni-solar tides

## 1.1 Abstract

The equations governing the rotation of the Earth, of the fluid outer core and of the inner core are generalized to include electromagnetic torques at the core-mantle and inner core boundary (ICB) and to take into account the viscous relaxation of the inner core. The four rotational eigenmodes (especially the eigenperiods and their quality factor) are investigated. Using a simple Maxwell model of rheology for the inner core with an effective viscosity ranging from $10^{12}$ up to $10^{16}$ Pa.s, we have found that, the spatial period of the FICN varies from 75 days (quasi-fluid inner core) up to some thousand days (quasi-elastic inner core with strong magnetic field), and that the inner core wobble disappears for a quasi-fluid rheological behaviour of the inner core. Finally, the influence of the inner core viscosity and of the magnetic friction at the ICB on the perturbations induced by the nearly-diurnal tidal potential in the spatial nutations are investigated.

## 1.2 Rotational eigenmodes for an elastic inner core

**• Theoretical approach**

The equations governing the variation of the rotations for a planet having a liquid core and a solid inner core with rigid differential rotations with respect to the solid mantle, are the equations for conservation of angular momentum (noted $\vec{H}$, $\vec{H}^c$ and $\vec{H}^s$ respectively for the global Earth, for the fluid outer core and for the inner core), written in the Tisserand frame of the non-deformed initial mantle. If the Earth is submitted to a tidal volumic potential, noted $W_2$, (involving an external torque $\vec{L}$), we have, in absence of topographic torque at the CMB and at the ICB:

$$\left\{\begin{array}{lcl} \frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H} & = & \vec{L} \\ \frac{d\vec{H}^c}{dt} - \vec{\omega}^c \wedge \vec{H}^c & = & \vec{T}^c \\ \frac{d\vec{H}^s}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^s & = & \vec{\Gamma}^s + \vec{T}^s \end{array}\right. \tag{1}$$

where $\vec{\omega}$ is the angular velocity of the mantle, $\vec{\omega}^c$ and $\vec{\omega}^s$ the differential rotation of the fluid core and of the inner core, respectively, with respect to the mantle; $\vec{T}^c$ and $\vec{T}^s$ are frictional torques which may appear at the CMB and at the ICB; $\vec{\Gamma}^s$ is the gravitational torque and the pressure torque acting on the inner core.

The angular momentum of a deformable body is expressible as the product of its angular rotation and its mass redistribution described by the inertial tensor for the entire Earth, for the core and for the inner core. The Earth, the fluid core and the inner core are deformed by the tidal potential but also by the rotation itself (rotational potential of the Earth, of the fluid core and of the inner core) and by the load associated with the tilt of the inner core. The inertia products perturbations are computed using generalized Love numbers.

The gravitational and pressure torque acting on the inner core may be written, noting

$\vec{n}^s$ the outer normal of the inner core:

$$\vec{\Gamma}^s = \int_{\text{inner core}} \vec{r} \wedge \Big[\rho^s \vec{\nabla}\Big(\Phi^s(r) + \frac{r^2}{a^2}W\Big)\Big] dv - \int_{ICB} \vec{r} \wedge \vec{n}^s P^c ds \tag{2}$$

where $\Phi^s$ is the inner core gravitational potential and $P^c$ the fluid pressure acting at the ICB. This torque takes into account the figure-figure gravitational coupling of the inner core to the mantle and the tidal torque on the inner core.

The tesseral degree two tidal potential $W$ acts on the Earth's equatorial bulge (noted $\alpha$) involving an equatorial torque such as: $L_1 + iL_2 = -\dfrac{3i\alpha A}{a^2} W_2$, where $A$ is the inertia moment of the Earth and a the surface radius. Because of the conductivity of the lower mantle and of the inner core, there is a frictional magnetic torque which appears at the CMB and at the ICB. These equatorial torques acting on the fluid outer core $T^c$ and on the inner core $T^s$ have been computed from Buffett (1992).

$$T^c = -A^c \Omega K_c (1+i)\omega^c + A^s \Omega K_s (1+i)\omega^s; \qquad T^s = A^s \Omega K_s (1+i)[\omega^c - \omega^s] \tag{3}$$

where $K_c$ and $K_s$ are frictional constants depending on the conductivity model and on the amplitudes of the magnetic field.

We have substituted the inertia products and these torques by their form into the equatorial angular momentum equations, in the frequency domain (for details see Greff et al. 2000). The determinant of the system vanishes for 4 eigenfrequencies: the Chandler wobble (motion of $\vec{\omega}$ with respect to the figure axis of the mantle) noted $\lambda_{CW}$, the inner-core wobble (motion of $\vec{\omega} + \vec{\omega}^s$ with respect to the figure axis of the inner core) noted $\lambda_{ICW}$, and two nearly-diurnal modes, the Free-Core -Nutation (FCN) noted $\lambda_{FCN}$, and the Free-Inner-Core-Nutation (FICN) noted $\lambda_{FICN}$. For the PREM model, assuming that there is no visco-electromagnetic torque at the CMB and ICB, we obtain the following elastic rotational eigenmodes, noting $\Omega$ the sidereal rotation:

$$\lambda_{FCN} = -\Omega\Big[1 + \frac{1}{458.6}\Big]; \;\; \lambda_{FICN} = -\Omega\Big[1 - \frac{1}{484.9}\Big]; \;\; \lambda_{CW} = \frac{\Omega}{397.3}; \;\; \lambda_{ICW} = \frac{\Omega}{2319.3}$$

• **Influence of electromagnetic coupling at the CMB and ICB on the nearly-diurnal rotational eigenmodes for an elastic inner core**

The electromagnetic coupling on the core does not perturb significantly the spatial period of the FCN and induces a quality factor large in comparison with the quality factor of the FCN observed using gravimeters and VLBI stacking which is about 50000 with large uncertainties.

The influence on the FICN of the electromagnetic torque acting on the elastic inner core and the associated perturbations in the observed nutations have first been investigated by Buffett (1992) and then by Mathews et al. (1998).

From the analytical form of the frequency, the FICN may be simply written (in the first order of approximation): $\lambda_{FICN} = \lambda^{el}_{FICN} - \Omega K_s + i\Omega K_s$

There is a damping effect with a quality factor $\frac{1}{2K_s}$ and the spatial period of the FICN is increased by the magnetic friction at the ICB (Figure 6). $K_s$ is proportional to the square of the amplitude of the radial component of the geomagnetic field at the ICB ($B_r^{ICB}$).

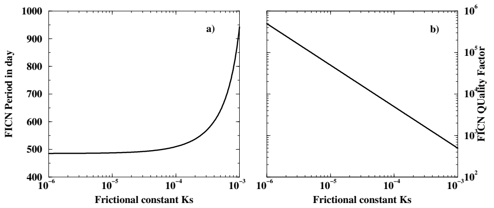



Figure 6: Spatial period (in sidereal day) and quality factor of the FICN as a function of the friction constant at the ICB

This value is not well known. Assuming that $B_r^{ICB}$ has the same order of magnitude than $B_r^{CMB}$ , the magnetic frictional constant $K_s$ is of about $10^{-5}$. Note that for $K_s = 10^{-3}$, we obtain a spatial period of about 945 days. With this kind of consideration, Mathews et al. (1998), from the amplitudes of the nutations obtained by analysis of VLBI data, estimate the strengths of the magnetic coupling at the CMB and ICB. Estimate obtained for the real part of the magnetic torque is $K_s = (100 \pm 8)10^{-5}$; it corresponds to a magnetic strength field at the ICB of about 23 Gauss, that is to say 5 times larger than the field at the CMB. The FICN spatial period obtained for such a frictional constant is about 920 days.
But this study does not take into account the viscosity of the inner core.

### 1.3 Rotational eigenmodes for a viscoelastic inner core

We want to investigate the influence of the rheological behaviour of the inner core on the rotational eigenperiods and their damping.
• **Without electromagnetic torque**
For simplicity, we first assume that there is no electromagnetic torque at the CMB and at the ICB.

Before to assume viscoelastic model of rheology, let us suppose that the inner core is an inviscid fluid. If the inner core is an inviscid fluid, the equipotential, equipressure and equidensity within the inner core are identical, and consequently, there are some relations between Love numbers. We have analytically shown that the wobble of the inner core disappears: when the inner core is an inviscid fluid, its axis of rotation is identical to its axis of figure. On the contrary, we have found that for the FICN, when there is a density jump at the ICB, this eigenmode exists even if the inner core is fluid. For the PREM model (with an homogeneous inner-core), we obtain a spatial period of the FICN $\Omega/(\Omega + \lambda^f_{FICN}) \simeq 74$ sidereal days, that is to say a spatial period 6 times smaller than the one obtained for an elastic inner core. The rheological behaviour of the inner core seems to play a critical role in the rotation of the inner core.

Now, we assume for the homogeneous incompressible inner core a Maxwell model of rheology. The elastic mantle and the inviscid fluid core are radially stratified in density, compressibility and rigidity following the PREM model. The viscoelastic deformations of the Earth are dependent on the viscoelastic relaxation time of the inner core, noted $\tau_G$. This time is proportional to the viscosity of the inner core and to the inverse of the density jump at the ICB, and its value is plotted in Figure 7, in day as a function of the inner core viscosity.
We have computed the complex eigenfrequencies, for different viscosities of the inner core varying from $10^{12}$ Pa.s up to $10^{16}$ Pa.s. These frequencies are now damped because of the

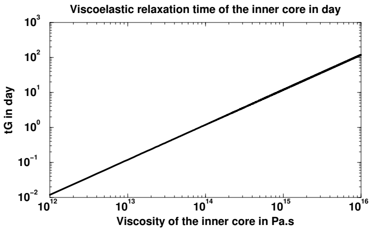



Figure 7: Viscoelastic relaxation time of the inner core (in day) as a function of the inner core viscosity. Note that for viscosity smaller than $10^{14}$ Pa.s, the relaxation time of the inner core is smaller than one day and thus for excitation source with a characteristic time of about one day, there is important relaxation effect.

viscosity of the inner core and we have computed their quality factors. We have plotted in Figure 8 the periods and the quality factors of these rotational eigenmodes.

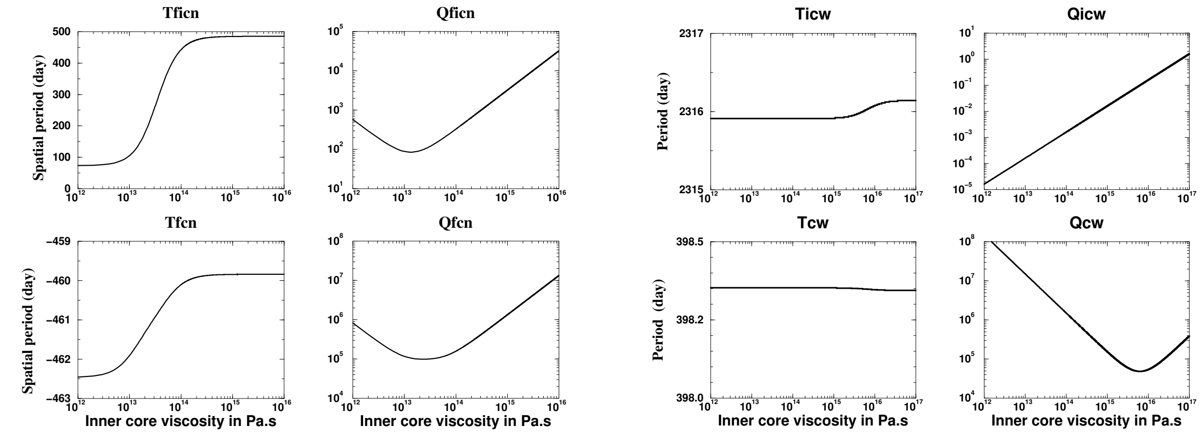



Figure 8: Periods and quality factors of the rotational eigenmodes

Note that the spatial period of the FICN ($T_{ficn}$) is strongly dependent on the inner core viscosity. For value $\nu_s > 2 \times 10^{14}$ Pa.s, that is to say for viscoelastic relaxation times of the inner core $\tau_G$ greater than 2 days, the period does not vary and has the value obtained for an elastic inner core ($\simeq$ 485 days). For value $\nu_s < 10^{13}$ Pa.s, the spatial period reaches the limit obtained for a fluid inner core ($\simeq$ 75 days). The damping factor ($Q_{ficn}$) is infinite for a fluid inner core and for an elastic inner core (in these two cases, the deformations are instantaneous and there is no dissipation) and is varying from 100 up to 1000 for viscosity between $10^{13}$ - $2 \times 10^{14}$ Pa.s. The value of the FCN's spatial period is not significantly perturb by the presence of an elastic inner core with respect to a model with a fluid inner core (about 3 days). A surprising result is that there is a non-negligible damping factor of the FCN ($Q_{fcn}$ about $10^5$) induced by the viscosity of the inner core for $\nu_s$ between $10^{13}$ - $2 \times 10^{14}$ Pa.s.

For viscosity larger than $10^{17}$ Pa.s, the quality factor associated with the inner core wobble ($Q_{icw}$) is larger than one and consequently the characteristic time of the damping of the wobble (which has a period around 6.3 years) is greater than 10 years. For viscosity lower than $10^{17}$ Pa.s, this damping is very fast so that the motion of the rotation axis of the inner core with respect to its inertia axis vanishes.

The Chandler period ($T_{cw}$) is not affected by the viscosity of the inner core but this wobble is damped with a quality factor which may reach $5 \times 10^4$ for an inner core viscosity between $5 \times 10^{15}$ - $10^{16}$ Pa.s. (such viscosities are associated with relaxation times $\tau_G$ of about some hundreds days, i.e. comparable with the characteristic time of the Chandler wobble).

Its value is larger than the observed one which has an order of magnitude around one hundred.

• **With electromagnetic torque**

Here, we take into account simultaneously the influence of the viscosity of the inner core and the influence of the magnetic friction at the ICB on the spatial periods and quality factors of the nearly diurnal rotational eigenmodes, especially on the FICN. We have plotted the spatial period and the quality factor of the FICN as a function of the viscosity of the inner core $\nu_s$ and the frictional constant $K_s$ at the ICB.

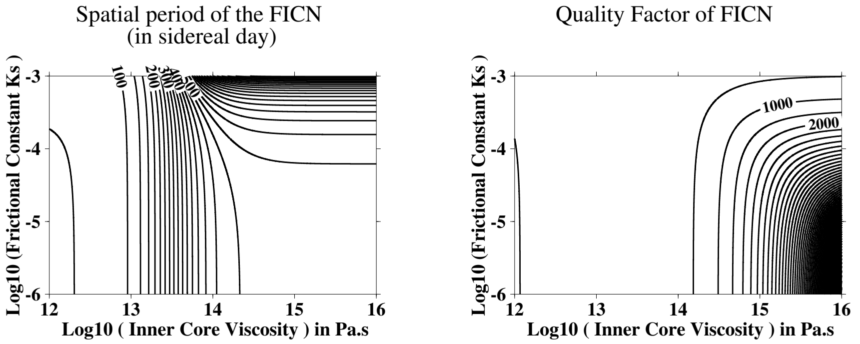



Figure 9: Spatial period and quality factor of the FICN

Note that if the observed spatial period of the FICN is less than 400 days, the inner core is not elastic, whatever the magnetic frictional constant, and has an effective viscosity less than $10^{14}$ Pa.s. For spatial period larger then 500 days, it seems difficult to obtain independent observations on $K_s$ and $\nu_s$. The observed value of 920 days observed by Mathews et al. (1998) may be interpreted in 2 ways: on one hand, by a frictional magnetic constant of about $10^{-3}$, i.e. a radial magnetic field at the ICB of about 23 gauss if the viscosity of the inner core is larger than $10^{14}$ Pa.s , that is to say if the inner core has a quasi-elastic behaviour at the diurnal time-scale, and on another hand, by a magnetic strength field at the ICB much larger than 23 gauss if the effective viscosity of inner core is smaller then $10^{14}$ Pa.s, that is to say if the inner core has a viscous rheological behaviour at the diurnal time-scale The quality factor associated with the FICN varies with several order of magnitude. It is less than 1000 if the viscosity of the inner core is less than $10^{14}$ Pa.s, whatever the frictional constant and it tends to reach 200000 when the inner core is elastic and the frictional constant $K_s$ of about $10^{-6}$.

Theoretically, the geodetical or gravimetric observations of the period of the FICN simultaneously with its quality factor will permit to determine both the viscosity of the inner core and the frictional constant at the ICB.

### 1.4 Effects of inner core viscosity on spatial nutations

The influence of the inner core viscosity and of the electromagnetic friction on the perturbations induced by the nearly-diurnal solar tidal potential in the spatial nutations are investigated. The spatial period of the FICN varying from 75 days up to some thousand days, it could have been in resonance with a tidal wave. For example, an effective viscosity of the inner core of about $6 \times 10^{13}$ Pa.s. and a magnetic field at the ICB with the same order of magnitude as at the CMB leads to a spatial period of the FICN closed to 366.25 days which is exactly the spatial period of the $S_1$ tidal wave. By this resonance effect, we may have, on one hand an increase in the amplitude of the observed surface perturbations and on another hand, a phase shift, due to the viscous deformation of the inner core, between the excitation source (tidal potential) and the Earth's response in rotation.

The tesseral degree two tidal potential associated with a nearly diurnal tidal wave $n_0$ with frequency $\lambda_x$ may be written (Roosbeek 1996): $W = \frac{3}{2} W_o(n_o) \sin 2\theta \sin(-\lambda_x t + \varphi)$, with $\lambda_x = -\Omega(1 + x)$ and $x \ll 1$. $\varphi$ and $\theta$ are respectively the east longitude and the colatitude, $W_o(n_0)$ the amplitude of the potential for each wave $n_o$. The frequency in the celestial frame of the solar tidal waves are such as $x = \frac{k}{366.25}$ with $k = \pm\ 1, 2, 3$.
Using the angular momentum equations, we can compute the perturbations of the spatial nutations $\omega e^{i\Omega t}$ in the celestial frame. In the frame co-rotating with the mantle, the equatorial component of the rotation $\omega = \omega_1 + i\omega_2$ may be written: $\omega = \omega_o e^{i\lambda_x t}$. In a celestial frame, we have: $\omega' = \omega e^{i\Omega t} = \omega_o e^{-i\Omega x t}$. In this inertial frame, we may compute the associated perturbations in the obliquity $\epsilon$ and precession $\Psi$ from

$$\dot{\epsilon} + i \sin \epsilon_o \dot{\Psi} = \Big(\omega_{o1} + i\omega_{o2}\Big) \mathrm{e}^{-i\Omega x t} \tag{4}$$

The variations in obliquity and longitude have a spatial frequency equal to $-\Omega x$:

$$\delta\epsilon = -\frac{\omega_{o1}}{\Omega x} \sin(-\Omega x t) - \frac{\omega_{o2}}{\Omega x} \cos(-\Omega x t); \qquad \delta\Psi \sin \epsilon_o = -\frac{\omega_{o2}}{\Omega x} \sin(-\Omega x t) + \frac{\omega_{o1}}{\Omega x} \cos(-\Omega x t) \tag{5}$$

There is a component in phase with respect to the forcing tidal potential $(-\frac{\omega_{o2}}{\Omega x})$ and a component out of phase $(\frac{\omega_{o1}}{\Omega x})$ which exists because of the magnetic friction and of the inner core viscosity. We have computed this out of phase component for the prograde and retrograde semi-annual (Figure 10) and annual (Figure 11) nutations as well as for the prograde and retrograde Bradley nutations (Figure 12). The out of phase components have orders of magnitude which may be detectable using VLBI (Herring et al., 1991).

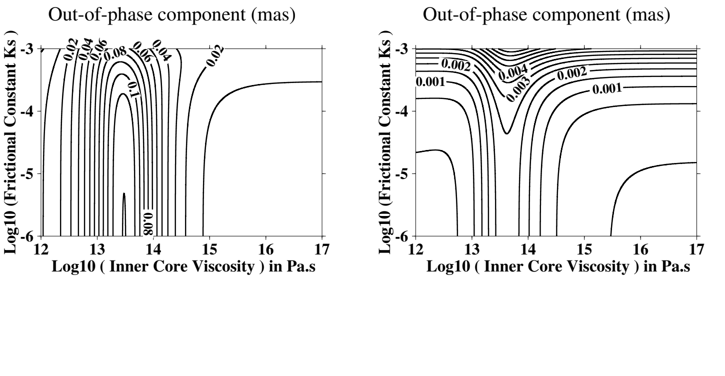



Figure 10: Out of Phase component of the prograde and retrograde semi-annual nutation

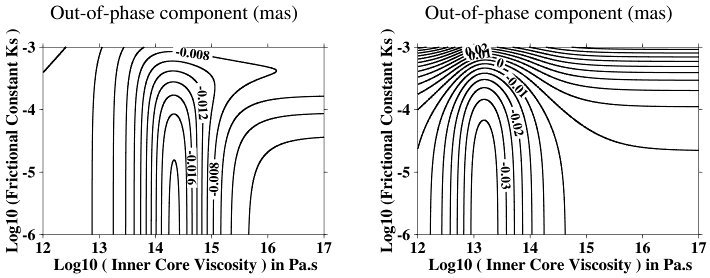



Figure 11: Out of Phase component of the prograde and retrograde annual nutation

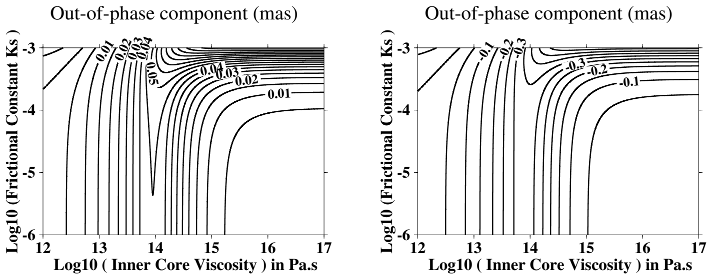



Figure 12: Out of Phase component of the prograde and retrograde 18.6 yr nutation

## 1.5 Conclusion

Not only magnetic friction but also the viscosity of the inner core can perturb the FICN and the nutations. Very precise observations of the components in phase and out of phase of the nutations can give informations on the Earth's deep interior, especially on the density jump at the ICB, on the effective viscosity of the inner core and on the amplitude of the radial component of the magnetic field at the ICB.

### References

Buffett, B., 1992. *J. Geophys. Res.*, **97**.
Greff-Lefftz, M., Legros, H., & Dehant, V., 2000. *Phys. Earth Planet. Int.*, **122**, 187-203.
Herring et al., 1991. *J. Geophys. Res.*, **96**.
Mathews, P.M., Buffett, B.A., Herring, T.A. & Feissel, M., 1998. *Comptes rendus des Journées 1998 , Systèmes de référence spatio-temporels*, Observatoire de Paris.
Roosbeek, F., 1996. *Geophys. J. Int.,* **126**.

Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. 76 (3-4) (1993) pp. 259-282


# An analytical approach to the computation of the Earth inner core rotational motion

**V. Dehant [a], J. Hinderer[b], H. Legros[b] and M. Lefftz[b]**

[a] *Observatoire Royal de Belgique 3, Avenue Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium*
[b] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg 5, Rue René Descartes, F-67084 Strasbourg, France*

Received 25 March 1992; revised 20 July 1992; accepted 20 July 1992

## Abstract

We have investigated the rotational motions of a simple Earth model composed of three homogeneous layers: an elastic inner core, a liquid outer core and an elastic mantle. Taking into account the various pressure and gravitational torques appearing between the different parts of the model as well as the elasto-gravitational deformations with the help of a Love number approach, we propose a fully developed set of equations for the conservation of angular momentum. The homogeneous system relative to the free case yields four normal modes: besides the classical Chandler Wobble and Free Core Nutation, two new eigenmodes appear: the Inner Core Wobble and the Free Inner Core Nutation. The simplicity of our model allows us to find analytical expressions for these rotational modes and to show the relative importance of the various coupling mechanisms which are involved. We also compare our values to numerical values proposed by two recent studies. The rotational response is then computed as a function of two different forcing mechanisms: one derived from an external potential like the tidal gravitational potential of nearly diurnal frequency, and another associated with a surface pressure like the pressure induced by atmospheric or oceanic loading.

Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. 76 (3-4) (1993) pp. 283-315


# The influence of the solid inner core on gravity changes and spatial nutations induced by luni-solar tides and surface loading

**H. Legros [a], J. Hinderer[a], M. Lefftz [a] and V. Dehant[b]**

[a] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg 5, Rue René Descartes, F-67084 Strasbourg, France*
[b] *Observatoire Royal de Belgique 3, Avenue Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium*

Received 25 March 1992; revised 20 July 1992; accepted 20 July 1992

## Abstract

The rotational motions induced by an external potential or by a surface loading pressure have been found in a previous study. These analytical solutions include resonance effetcs due to four normal modes: the classical Free Core Nutation and Chandler Wobble, and two new modes, the Free Inner Core Nutation and the Inner Core Wobble. In this paper, the expressions of these rotational motions are used in order to find an analytical expression for the perturbations in gravity and for the nutational motions. The atmospheric loading effect and the external tidal effect are both examined. Numerical results for the frequencies near the resonance frequencies show the relative importance of the different normal mode effects. In particular, the S1 tidal wave and the corresponding annual nutation can have non-negligible contributions due to the presence of an inner core and due to atmospheric loading.

Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. 122 (3-4) (2000) pp. 187-204

PII: S0031-9201(00)00179-5

# Influence of the inner core viscosity on the rotational eigenmodes of the Earth

**Marianne Greff-Lefftz [a] * greff@ipgp.jussieu.fr, Hilaire Legros [b] and Veronique Dehant [c]**

[a] Institut de Physique du Globe de Paris, Geomagnetism, 4 place Jussieu, 75252 Paris 05, France
[b] Institut de Physique du Globe de Strasbourg, 5 rue R. Descartes, 67084 Strasbourg, France
[c] Observatoire Royal de Belgique, 3 av. Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium

Accepted 15 August 2000

## Abstract

The equations governing the rotation of the Earth, of the fluid outer core and of the inner core are generalized to include electromagnetic torques at the core-mantle and inner core boundary and to take into account the viscous relaxation of the inner core. The four rotational eigenmodes (especially the eigenperiods and their quality factor) are investigated. The free core nutation (FCN) and the Chandler mode are not significantly perturbed by these effects.

The torques due to the magnetic field at the core-mantle (CMB) and inner core (ICB) boundaries are frictional torques and depend on the radial component of the magnetic field, respectively, at the CMB and ICB. An increase in the amplitude of the radial magnetic field at the ICB involves an increase of the period of the free inner core nutation (FICN).

Using a simple Maxwell model of rheology for the inner core with an effective viscosity ranging from $10^{12}$ up to $10^{17}$Pas, we have found that, in the absence of electromagnetic torque, the period of the FICN varies from 75 days (quasi-fluid inner core) up to 485 days (quasi-elastic inner core), and that the inner core wobble disappears for a quasi-fluid rheological behavior of the inner core. The simultaneous influence of both the electromagnetic torques and the inner core viscosity on the FICN is investigated and discussed.

*Keywords:* Electromagnetic torque; Inner core; Rotation; Viscosity

Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. 1xx (2001) pp.


# Effects of inner core viscosity on gravity changes and spatial nutations induced by luni-solar tides

**Marianne Greff-Lefftz [a] * greff@ipgp.jussieu.fr, Veronique Dehant [b] and Hilaire Legros [c]**

[a] Institut de Physique du Globe de Paris, Geomagnetism, 4 place Jussieu, 75252 Paris 05, France
[b] Observatoire Royal de Belgique, 3 av. Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium
[c] Institut de Physique du Globe de Strasbourg, 5 rue R. Descartes, 67084 Strasbourg, France

Received 19 January 2001; Accepted 4 May 2001

## Abstract

In this paper, we investigate the perturbations induced by the nearly-diurnal luni-solar tidal potential on the surface gravity changes and on the spatial nutations. The effects of the magnetic friction at the Inner-Core-Boundary (ICB) and on the inner core viscosity at this time scale are studied. We show that very precise VLBI (Very Long Baseline Interferometry) observations of the in-phase and out-of-phase components of some nutations can give information on the Earth's deep interior, especially on the effective viscosity of the inner core and on the amplitude of the radial component of the magnetic field at the ICB.

*Keywords:* Electromagnetic torque; Gravity; Inner core; Nutations; Viscosity

*Corresponding author.

## 2 Sur de possibles mises en résonance des modes propres de rotation presque-diurnes du noyau et de la graine sous l'action du potentiel de marées luni-solaires

Dans la section 1, nous avons noté que les nutations ont des périodes presque diurnes dans le repère terrestre et en conséquence, qu'il existait une amplification de leur amplitude due à un effet de résonance entre l'onde de marée et les modes propres de rotation presque diurnes. Les fréquences des modes propres et des ondes de marées ont varié sur de grandes échelles de temps. En prenant en compte la décélération séculaire de la vitesse de rotation de la Terre et l'évolution dans le temps de l'orbite lunaire, nous avons montré que des résonances exactes ont pu se produire dans le passé à des dates corrélées avec des événements magnétiques et géologiques majeurs (limite Permo-Trias, vers -1.8 et -3 milliards d'années ...). Ce problème de dynamique globale permet de relier différents phénomènes de géophysique interne et de mécanique céleste à différentes échelles de temps (diurne et géologique) et donne des résultats très enthousiasmants. Les couples de frottement visco-magnétiques ont été introduits à la CMB et à l'ICB (interface graine-noyau fluide) et nous avons montré que la puissance extraite de l'énergie cinétique de la Terre est essentiellement dissipée par résistivité dans les couches de diffusion magnétique et par viscosité dans les couches d'Eckman. L'ordre de grandeur de cette puissance dissipée peut atteindre, aux dates de résonance, des valeurs comparables au flux de chaleur sortant actuellement du noyau. Quelles seraient les conséquences de tels événements sur la dynamique du manteau et du noyau ?

- Un tel flux de chaleur sortant du noyau pendant les périodes de résonance pourrait entraîner des instabilités dans la couche thermique D" à la base du manteau et en conséquence donner naissance à des points chauds. Ces derniers étant responsables d'événements géologiques en surface (traps volcaniques) et jouant un rôle dans les processus géochimiques à l'origine de la formation de la croûte continentale à l'Archeen et au Proterozoique, ceci nous permet de corréler les dates de résonance à des observations en surface.

- A la CMB et à l'ICB, la puissance magnétique dissipée est convertie en chaleur par effet Joule. Cet apport de chaleur peut avoir un rôle très important sur la dynamo terrestre. En effet le moteur de cette dernière est probablement la convection solutale engendrée par la cristallisation de la graine. Une augmentation de température à l'ICB pourrait d'une part, stopper la croissance de la graine et d'autre part générer une convection thermique; ces deux effets perturberaient l'équilibre dynamique du noyau et donc le champ magnétique (intensité et inversions).

Un article sur ce sujet a été publié dans Science. Je le retranscrit ici intégralement.

# Core Rotational Dynamics and Geological Events


## Abstract

A study of Earth's fluid core oscillations induced by lunar-solar tidal forces, together with tidal secular deceleration of Earth's axial rotation, shows that the rotational eigenfrequency of the fluid core and some solar tidal waves were in resonance around 3.0 Ga, 1.8 Ga and 300 Ma. The associated visco-magnetic frictional power at the core boundaries may be converted into heat and would destabilize the D" thermal layer, leading to the generation of deep mantle plume, and increase the temperature at the fluid core boundaries, perturbing the core dynamo process. Such phenomena could account for large scale episodes of continental crust formation, the generation of flood basalts and abrupt changes in geomagnetic reversal frequency.


The precession and nutations of Earth, as well as the secular variation of the length of day, are caused by lunar-solar gravitational torque [1, 2]. In addition to this spatial motion, there is a tidally induced flow in the fluid core ($\vec{\omega}^c$) [3] [which is observed, at the present-day, using superconducting gravimeters and VLBI data], and a differential rotation of the inner core with respect to the mantle ($\vec{\omega}^s$) [4, 5]. These flows may resonate in the vicinity of the nearly diurnal period [6, 7] and their amplitudes depend on some geodynamical parameters such as the core flattening, the geodetic constant and the tidal elastic Love numbers. Here, we calculate the epochs of resonance in the past as a function of Earth's rotation rate, and we investigate the associated dissipative power at the core-mantle boundary (CMB) and at the inner-core boundary (ICB).

We use the classical Liouville equations (which describe the conservation of the angular momenta) in a form given by [5]. This system includes four rotational eigenmodes: the Chandler wobble (motion of $\vec{\omega}$, Earth's rotation vector, with respect to the figure axis of the mantle, with a period of about 435 days), the inner-core wobble (motion of $\vec{\omega} + \vec{\omega}^s$ with respect to the figure axis of the inner core, with a period of about 2300 days), the free-core-nutation (FCN) and the free-inner-core-nutation (FICN). These two last are nearly-diurnal and are denoted by $\lambda_{FCN}$ and $\lambda_{FICN}$.
$A$, $A^m$, $A^c$ and $A^s$ represent the mean moments of inertia of Earth, the mantle, the fluid outer core and the inner core, respectively, the equatorial frictional torque acting on the mantle ($\vec{\Gamma}^m$) and on the inner core ($\vec{\Gamma}^s$) may be written, using complex notations:

$$\Gamma_1^m + i\Gamma_2^m = \left(K_m + iK_m'\right)A^c\Omega\omega^c; \qquad \Gamma_1^s + i\Gamma_2^s = \left(K_s + iK_s'\right)A^s\Omega(\omega^c - \omega^s) \tag{6}$$

where $K_m + iK_m'$ and $K_s + iK_s'$ are frictional constants, depending on the conductivity of the inner core, of the fluid outer core and of the lower mantle, and on the core viscosity. $\Omega$ is the sidereal rotation; $\omega^c = \omega_1^c + i\omega_2^c$, $\omega^s = \omega_1^s + i\omega_2^s$, and $\lambda_a$ is the nearly diurnal frequency of the tesseral degree two tidal potential [8]. Because $K_c = K_m + \dfrac{A^s}{A}K_s$, the solutions of the system for the equatorial components of the core's rotation vector are, to first order:

$$
\begin{array}{rclcll}
R^2_{CMB} & = & \frac{b^2}{\Omega^2}\left[(\omega_1^c)^2 + (\omega_2^c)^2\right] & = & \frac{x_c^c}{(\lambda_a-\lambda_{FCN})^2+(\frac{A}{A^m}K_c\Omega)^2} & \\
R^2_{ICB} & = & \frac{c^2}{\Omega^2}\left[(\omega_1^c-\omega_1^s)^2 + (\omega_2^c-\omega_2^s)^2\right] & = & \frac{x_c^s}{(\lambda_a-\lambda_{FCN})^2+(\frac{A}{A^m}K_c\Omega)^2} & + \quad \frac{x_s^s}{(\lambda_a-\lambda_{FICN})^2+(K_s\Omega)^2}
\end{array} \tag{7}
$$

where $x_c^c$, $x_c^s$ and $x_s^s$ are tidal coefficients, and $b$ and $c$ the outer core and inner core radii. The power extracted from the rotational kinetic energy of Earth is dissipated by resistivity in the magnetic diffusion layers and by viscosity in the Ekman layer at the CMB and the ICB [9]:

$$
\begin{array}{l}
P_{CMB} = -\vec{\Gamma}^m.\vec{\omega}^c = -A^c\Omega K_m\left[(\omega_1^c)^2 + (\omega_2^c)^2\right] \\
P_{ICB} = -\vec{\Gamma}^s.\left(\vec{\omega}^c - \omega^s\right) = -A^s\Omega K_s\left[(\omega_1^c-\omega_1^s)^2 + (\omega_2^c-\omega_2^s)^2\right]
\end{array} \tag{8}
$$

The equatorial rotations $\omega^c$ and $\omega^s$ are in resonance when the frequency of the excitation is equal to the eigenfrequency of the system like any externally forced harmonic oscillator (Eqn 7). Here, the frequency of the excitation source (tidal potential) is nearly diurnal and is thus close to the FCN. The FCN period varies slowly with time, due to the secular deceleration of Earth's rotation, the temporal evolution of the flattening of the core and the inner core's growth. Consequently, there are times, in the past, when $\lambda_a = \lambda_{FCN}$, meaning that a resonance between $\lambda_a$ and $\lambda_{FCN}$ had occurred; sometimes the amplitude of the differential rotation of the core with respect to the mantle may have been large, depending on the frictional constants [7, 10].
To compute these resonance times we need a model for the tidal secular deceleration of the Earth and for the growth of the inner core. The secular deceleration of Earth's axial rotation and the evolution of the distance between the Moon and Earth result from the braking torque due to lunar tidal forces acting on Earth [11]. Following earlier studies on the temporal evolution of the Earth-Moon system [12], we employ a linear model of Earth's axial rotation between 4 Ga and the present, with average deceleration rates of about $-3.90 \times 10^{-22}$ rad/s$^2$ from 4 Ga to 500 Ma, and $-5.98 \times 10^{-22}$ rad/s$^2$ from 500 Ma to the present. The deceleration rate depends on the friction at the bottom of the oceans related to the paleogeographical time modifications. Consequently, we assume uncertainties at the level of 5% on these average deceleration rates.

The FCN depends on the hydrostatic flattening of the core and on the geodetic constant, both of which vary as the square of the sidereal rotation. The contribution of the non-hydrostatic flattening of the core (due to the mantle density heterogeneity varying on convection time scales) is assumed to be $\pm 5\%$ with respect to the hydrostatic flattening. The period of the FCN is not significantly perturbed by the presence of the solid inner core ( less than one day in the sidereal period because $\frac{A^s}{A} << 1$) [5], and consequently the resonance dates are not sensitive to models of inner core growth [13]. This is not the case for the amplitude of the inner core oscillation or for the dissipative power at the ICB. Here we use a model constructed by [13] for the growth of the inner-core since 1 Ga. We have also taken into account the secular variations of the lunar-solar tidal forces [14].

With these constraints, we calculated time-intervals (lasting 200 or 300 Ma) of resonances induced by tidal waves in the past. We computed the amplitude of the oscillation of the fluid outer core with respect to the mantle and that of the inner core with respect to the fluid outer core from Eqn (7). The visco-magnetic dissipative power $P_{CMB}$ and $P_{ICB}$ (in Watts), for a frictional constant $K_c$ of $1.5 \times 10^{-7}$ (that is to say for a lower mantle conductivity of about 10 $(\Omega.\mathrm{m})^{-1}$ within a 2000 km thick layer and an Ekman number of about $10^{-15}$ within the fluid outer core [15]) shows 4 times of resonance (arrows on the top of Fig.1-A) around 3.8 Ga, 3.0 Ga, 1.8 Ga and 300 Ma. For each group, the maximum amplification of the dissipative power is associated with a solar tidal wave such as $\lambda_a = -[\Omega + \frac{k\Omega_o}{366.25}]$, where $\Omega_o$ is the present sidereal rotation and $k = 1..4$ for the 1/4 annual, 1/3 annual, semi-annual and annual waves related to the elliptical motion of Earth with respect to the sun.

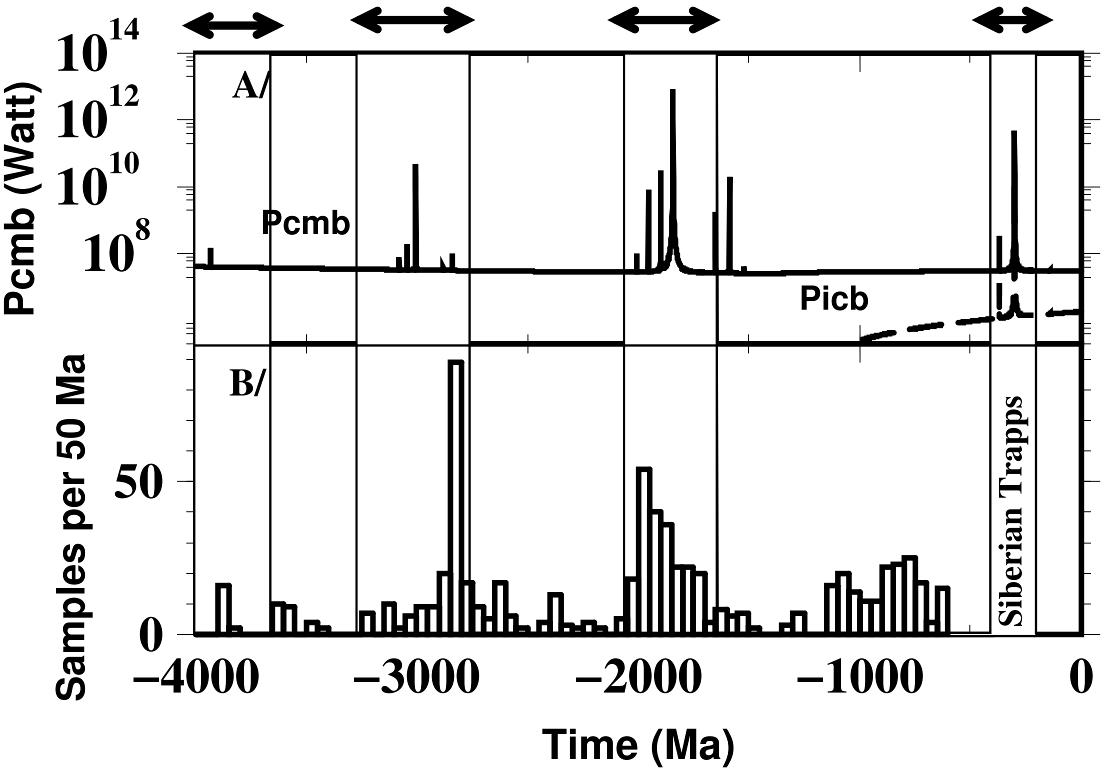



Figure 13: **(A)** Temporal evolution of the visco-magnetic dissipative power at the CMB ($P_{CMB}$) (in solid line) and at the ICB ($P_{ICB}$) (in dashed line) in Watts, induced by the nearly-diurnal lunar-solar tidal potential. The uncertainties on the resonance dates increase in the geological past. The secular trend corresponds essentially to the viscomagnetic dissipative power induced by the lunar-solar precession ($\lambda_a = -\Omega$) which varies with time because of the secular deceleration of Earth's axial rotation. Note that the energy associated with a resonance (about $5 \times 10^{25}$ J) is larger than the energy accumulated by the precession during 4 Ga (about $4 \times 10^{24}$ J for our conductivity model). **(B)** Frequency distribution of U-Pb zircon dates from Precambrian igneous rocks from three geographic areas of figure 10 from Condie (1989). All dates correspond to igneous crystallization and the occurrence frequency may be interpreted as the rate of worldwide crustal production.

From Eqn (7), core motion, as well as the dissipative power at the CMB, are inversely proportional to $K_c$, at the time of resonance. For $K_c = 1.5 \times 10^{-7}$, there is a resonance amplification factor of about $10^4$ with respect to the present value of the dissipative power: $P_{CMB}$ may reach a few Tera Watts at the time of resonance, that is to say may have the same order of magnitude as the estimates for the present heat flux from the core to the mantle which ranges from $10^{12}$ W to $9 \times 10^{12}$ W [2]. By time-integration of the dissipative power, we compute the energy associated with a resonance event; it is of about $5 \times 10^{25}$ Joule.

During times of resonance, the frictional power may be converted into heat (by Ohmic heating and viscous friction) and destabilize the D" thermal layer, leading to the generation of deep mantle plumes. With a lag-time between the time of resonance and the surface observations [16], these plumes may be responsible for continental flood basalt volcanism (such as the Siberian traps 250 Ma ago), and may play a role in the formation of the continental crust in the Archaean or Proterozoic. The two major resonances between 4000 Ma and 500 Ma occurred around $3 \pm 0.2$ Ga and $1.8 \pm 0.2$ Ga, for the 1/3-annual and semi-annual tidal waves. These dates correspond to peaks in worldwide crustal production (Fig. 1-B) [17, 18]; thus it seems possible to correlate the Precambrian resonance times with major crust forming episodes.

The temperature near the ICB would increase during resonance periods. This effect could stop inner core growth (which may be responsible for the present dynamo processes) and lead to a new momentum equilibrium for the geodynamo. The temperature increase at the ICB may also enhance thermal convection within the fluid core, perturbing the fluid equilibrium. One consequence of the core's dynamic seen at Earth's surface would be a change in the geomagnetic field, possibly changing the magnetic field reversal frequency. Consequently, we try to compare the times of major resonances with the geomagnetic field reversal frequency [19]. Since 500 Ma, one correlation appears: the resonance of the annual solar tidal wave occurred at the end of the Kiamen Reverse Superchron (270 Ma ago), and may have restarted the reversal process. Simultaneously, this resonance destabilizes the D" region and 20 Ma latter, plumes arrived at the Earth's surface from D", producing widespread volcanism (Siberia traps) and mass extinction (Permo-Triassic limit).

## References and Notes


(1) P. Melchior, *Physique et Dynamique Planétaires, Géodynamique, vol. 4*, (Vander Editeur, 1973), 257 pp.

(2) F.D. Stacey, *Physics of the Earth* , (Brookfield Press, Brisbane, ed. 3, 1992), 513 pp.

(3) H. Poincare, *Bull. astr.*, **27**, 321 (1910).

(4) P.M. Mathews, B.A. Buffet, T.A. Herring, I.I. Shapiro, *J. Geophys. Res.*, **96**, 8219 (1991).

(5) V. Dehant, J. Hinderer, H. Legros, M. Lefftz, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **76**, 259 (1993).

(6) A. Toomre, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **38**, 335 (1974).

(7) J. Hinderer, and H. Legros, *Structure and Dynamics of Earth's Deep Interior* (D.E. Smylie and R. Hide, eds., AGU Geophys. Monogr. **46**, 1988) pp. 79-82.

(8) F. Roosbeek, *Geophys. J. Int.*, **126**, 197 (1996).
(9) D.E. Loper, *Phys. Earth Planet. Int.*, **11**, 43 (1975).
(10) G. Williams, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **128**, 155 (1994).
(11) K. Lambeck, *The Earth's Variable Rotation* (Cambridge University Pre:w ss 1980), 449 pp.
(12) M.N. Ross and G. Schubert, *J. Geophys. Res.*, **94**, 9533 (1989).
(13) S. Labrosse, J.P. Poirier, J.L. Le Mouel, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **99**, 1 (1997).
(14) To compute the tidal potential in the past, we have taken into account the temporal evolution of the lunar-solar frequency (using the Kepler law and the Lagrange equations) and of the amplitude of the lunar potential (which varies as $1/d^3$, $d$ being the Earth-Moon distance). An estimation of the temporal evolution of the removal of the Moon is obtained from the conservation of the angular momentum of the Earth-Moon system restricted to the axial rotation of the Earth and to the orbital revolution of the Moon.
(15) J.P. Poirier, *Geophys. J. Int.*, **92**, 99 (1988).
(16) The change in the behaviour of the dynamo precedes the surface events by a lag time which is the sum of the length of time it takes the plume to erupt from the D" layer after the resonance (that is to say the characteristic time of the D" layer responses to a thermal signal from the core), plus the length of time it takes the plume to rise the surface.
(17) K.C. Condie, *Paleogeography, Paleoclimatology, Paleoecology*, **75**, 57 (1989).
(18) S.R Taylor and S.M. McLennan, *The continental crust: its composition and evolution* ( Blackwell, Oxford, 1985), 312 pp.
(19) J.G. Ogg, *Global Earth Physics, A handbook of Physical Constants* (AGU Reference Shef 1, T.J. Ahrens eds., 1995), pp 240-265.

**Acknowledgments**

We thank Stuart Gilder for discussions and remarks on the original manuscript.

*Geophys. J. Int.* (1999) **139,** 131–151

# Correlation between some major geological events and resonances between the free core nutation and luni-solar tidal waves

Marianne Greff-Lefftz[1] and Hilaire Legros[2]

[1] *Institut de Physique du Globe de Paris, Geomagnetism department,* 4 *place Jussieu,* 75252 *Paris* 05, *France. E-mail: greff@ipgp.jussieu.fr*
[2] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg, Dynamique Interne,* 5 *rue R. Descartes* 67084 *Strasbourg, France*

Accepted 1999 May 20. Received 1999 February 10; in original form 1998 June 20

**SUMMARY**

We suggest that some major geological events observed during the history of the Earth such as the worldwide continental-crust-forming episodes could result from very large oscillations of the fluid core induced by the luni-solar tidal forces. As a consequence of the secular deceleration of the time-dependent axial rotation of the Earth, the rotational free core nutation of the fluid core and some solar tidal waves were in resonance around 3.0 Gyr, 1.8 Gyr and 300 Myr ago. The associated viscomagnetic frictional power may be converted into heat and may, on the one hand, create instability of the D$''$ thermal layer, leading to the generation of a deep mantle plume, and, on the other hand, increase the temperature at the top and bottom of the fluid core, perturbing the core dynamo processes.

**Key words:** crust, free core nutation, geomagnetic reversals, resonances.

## 3 Effets de l'atmosphère sur la rotation de la Terre

Au cours des dix dernières années, s'est développée une collaboration entre le laboratoire de Dynamique Globale de l'EOPGS et l'Observatoire Royal de Belgique , avec en particulier une étude sur les nutations et les couplages océaniques et atmosphériques. Ces études ne relevant pas mon travail personnel, mais plutôt d'une participation à de nombreuses discussions scientifiques animées, je ne présenterai ici que les abstracts des différents articles publiés.

Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. 96 (1) (1996) pp. 25-39


# On atmospheric pressure perturbations on precession and nutations

**V. Dehant[a], Ch. Bizouard[a], J. Hinderer[b], H. Legros[b] and M. Greff-Lefftz[b]**

[a] *Observatoire Royal de Belgique, 3, avenue Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium*
[b] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg, 5, rue René Descartes, F-67084 Strasbourg, France*

Received 19 June 1995; revised 26 September 1995

## Abstract

The atmospheric pressure effects on the nutations are evaluated using the analytical expression of the rotational motion of the Earth in inertial space as a function of the external surface pressure torque. The most efficient term in perturbing the nutations is the $S_1$ solar barometric tide of thermal origin; this wave induces a contribution to the prograde annual nutation but seasonal modulations of $S_1$ may also cause perturbations to other nutations. Two extreme cases of oceanic response to pressure fluctuations are considered (inverted barometer ocean or non-inverted barometer ocean) and various kinds of figures (ellipsoid, geoid, topography) are introduced in the pressure torque computation. According to the forcing amplitude of the pressure field and to various assumptions in the torque computation, we obtain contributions to the nutation values ranging from a few tenths of a milliarcsecond up to several milliarcseconds for the semi-annual and annual terms. This shows the importance of atmospheric pressure corrections which have been ignored until now in the theoretical expressions of nutations as well as in the set of corrections applied to the observed nutations.

C.R. Acad. Sci. Paris, Geophysique Interne, t. 323, Serie II a (1996) pp. 205-211
1250-8050/96/03230205. 

# On the atmospheric perturbation of the Earth's precession

**J. Hinderer[a], H. Legros [a], P. Gegout [a], M. Greff [a], V. Dehant [b] and C. Bizouard [c]**

[a] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg, 5, rue René Descartes, F-67084 Strasbourg, France*
[b] *Observatoire Royal de Belgique, 3, avenue Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium*
[c] *Observatoire de Paris, 61 avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

Note presentee par J.L. LE MOUEL

## Abstract

This study is devoted with the possible influence of the atmosphere upon the precessional motion of the Earth in space caused by the pressure torque on the Earth's shape. One of the most important features of the atmospheric pressure changes is the solar wave S1 of 24 hrs period. It is a wave driven by the solar heating and is known for its large spatial distribution. This pressure is able to generate a torque on the Earth's figure and we consider two extreme cases of ocean response to pressure changes (inverted barometer IB and non-inverted barometer NIB) as well as different figures (topography, geoid, ellispoid). This wave is modulated in amplitude by an annual term itself related to the Earth's orbital motion around the Sun. Because of this modulation, there is a pressure contribution at 1 cycle/sidereal day (wave K1). We show that the pressure torque contribution at 1 cycle/sidereal day induces a constant torque in a quasi-inertial frame and hence is able to perturb the precessional motion of the Earth. We compare this perturbation to the classical solution of luni-solar origin. It appears that the proposed mechanism is not negligible at all and might be a potential source for changes of the Earth's obliquity.

Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. 106 (3-4) (1998) pp. 337-351

PII: S0031-9201(97)00100-3

# Influence of atmospheric pressure on the Free Core Nutation, precession and some forced nutational motions of the Earth

**P. Gegout[a], J. Hinderer[a], H. Legros[a], M. Greff[a] and V. Dehant[b]**

[a] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg 5, Rue René Descartes, F-67084 Strasbourg, France*
[b] *Observatoire Royal de Belgique 3, Avenue Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium*

Received 7 May 1997; revised 8 September 1997; accepted 8 September 1997

## Abstract

The atmospheric pressure effects on the Earth's Free Core Nutation (FCN) and some forced nutations are evaluated numerically from the global pressure field provided by the European Center for Medium Range Weather Forecast (ECMWF) on the Earth's solid surface using a 12-year long pressure data set sampled every 6 h on a (1.125°×1.125°) grid. Our model incorporates both the pressure and gravitational torques from the atmosphere as well as the elastic deformational effects induced by atmospheric loading. The pressure torque is computed from the surface pressure field acting on the Earth's topography and the antagonist gravitational torque is also dependent on this pressure field but acting on the gravitational equipotential surface (assuming vertical hydrostatic equilibrium between density and pressure). The response of the oceans to pressure excitation is approximated by the static ocean model which is different from the classical non-inverted barometer (NIBO) and the inverted barometer (IBO) hypotheses and depends on the degree of the spherical harmonic decomposition of the pressure field. The most efficient term in perturbing the nutations is the $S_1$ solar barometric tide of thermal origin which induces a contribution to the prograde annual nutation of gravitational origin. Seasonal modulations of $S_1$ also appear clearly which cause perturbations to other nutations. We show that the contributions to the nutation values are ranging from a few tenths of a milliarcsecond up to the milliarcsecond for the annual prograde term and therefore are close to the lower bounds of the values from a previous calculation by Dehant et al. [Dehant, V., Bizouard, Ch., Hinderer, J., Legros, H., Lefftz, M., 1996. On atmospheric pressure perturbation on precession and nutations. Phys. Earth Planet. Interiors 96, 25-39.] based on the 20-yr-old $S_1$ pressure field from Haurwitz and Cowley [Haurwitz, B., Cowley, A.D., 1973. The diurnal and semidiurnal barometric oscillations, global distribution and annual variation. Pageoph. 102, 193-222.] and speculations on its amplitude modulation. These effects are therefore not negligible and this study points out the importance of atmospheric pressure corrections on the gravitational nutations of lunisolar origin. We also estimate the excitation power available from the atmospheric pressure, gravitational torques and elastic surface loading to explain the mean observed FCN amplitude as derived from VLBI (Very Long Baseline Interferometry) observations. It is suggested that the atmosphere is a good candidate for randomly exciting this free rotational mode. © 1997 Elsevier Science B.V.

*Keyword(s)*: Free Core Nutation; Atmospheric pressure; Pressure torque; Precessional motion

# 4 Noyau fluide et rotation de la Terre

L'évolution au cours du temps de l'axe de rotation d'un corps déformable presque sphérique comprenant un noyau fluide animé de mouvements d'origine magnétique peut se décrire théoriquement à partir du théorème du moment cinétique, écrit pour le manteau et pour le noyau. Par action-réaction, le moment cinétique se transfère soit du manteau vers le noyau, soit du noyau vers le manteau.

## 4.1 Mouvements axiaux dans le noyau induits par la rotation du manteau

La dernière déglaciation (au Pleistocène) perturbe encore aujourd'hui les tenseurs d'inertie de la Terre et de son noyau et donc leurs moments cinétiques et leurs rotations. Nous avons démontré, pour un modèle de Terre à deux couches (manteau-noyau), que cette déglaciation engendrait une rotation différentielle du noyau telle que ce dernier semblait dériver vers l'Ouest par rapport au manteau (Lefftz and Legros, 1992-b). Cette étude a ensuite été approfondie pour un modèle de Terre stratifié (lithosphère, manteau supérieur, zone de transition à forte viscosité, zone à faible viscosité, manteau inférieur et noyau fluide) pour différentes rhéologies (corps de Maxwell et de Burgers). Ce travail s'est fait en collaboration avec R. Sabadini de l'Université de Bologna (Italie) (Lefftz, Sabadini and Legros, 1994).
Ces études ne prenaient pas en compte l'existence d'un possible couple topographique agissant à la CMB. Or il existe dans le noyau un champ de pression agissant sur la topographie. Ce champ de pression étant advecté par les vitesses géostrophiques, il agit sur la topographie de la CMB en créant un couple de rappel qui interdit tout large mouvement du noyau par rapport au manteau. Nous avons finalement montré qu'un tel couple topographique semble perturber plus significativement le moment cinétique du noyau que l'effet en moment d'inertie crée par la déglaciation et donc empêcher une dérive du noyau par rapport au manteau : le noyau est bloqué et oscille entre deux bosses de la topographie de la CMB. Nous avons fait varier l'amplitude de ce couple afin de mettre en évidence un comportement chaotique de la rotation différentielle du noyau. En dessous d'une certaine valeur critique du couple topographique (environ $10^{17}$ N.m, soit 2 ordres de grandeur plus petite que la valeur calculée pour des topographies dérivées d' études sismologiques), le noyau peut dériver par rapport au manteau; au dessus de cette même valeur, il est bloqué et oscille en deux bosses de la topographie de la CMB (Greff and Legros, 1995-a).
Un résultat similaire a été trouvé lorsque le mécanisme d'excitation est le couple de freinage séculaire (couple gravitationnel lié à l'action de la Lune sur la Terre déphasée par les frottements au fond des océans).
Les mouvements périodiques induits dans le noyau par le potentiel de marée luni-solaire ont également été étudiés pour les ondes longues périodes comme la marée à 18.6 ans.

Par action-réaction, les mouvements animant le noyau fluide vont perturber la rotation de la Terre. C'est à l' étude de la partie décennale de ces variations de la rotation terrestre que nous allons nous intéresser dans le paragraphe suivant.

## 4.2 Le noyau: moteur de la variation décennale de la longueur du jour

Sur des échelles de temps décennales, on peut montrer que la variation de la longueur du jour (ldj) est corrélée avec la variation séculaire de la composante radiale du champ magnétique (notée $B_r$), et en déduire que le noyau joue un rôle important dans la variation de la ldj. Il faut noter, qu'ici le noyau joue un rôle actif comme mécanisme forçant la rotation de la Terre, et non plus un rôle passif comme dans le cas des nutations. Les variations décennales de la longueur du jour semblent donc associées à des changements dans le moment cinétique axial du noyau. Pour modéliser ce dernier, on doit d'abord calculer le champ de mouvement à la surface du noyau fluide; pour cela, on prolonge $B_r$ et sa dérivée temporelle à la base du manteau, supposé isolant. L'équation d'induction, dans l'hypothèse dite du flux gelé où on néglige la diffusion devant l'advection, relie $B_r$ et sa dérivée en temps au champ de vitesse tangentielle $\vec{u}$. Pour déterminer le champ $\vec{u}$ qui a deux composantes, on doit ajouter une autre équation à l'équation d'induction. On fait classiquement l'hypothèse que le mouvement est tangentiellement géostrophique, c'est-à-dire que la composante tangentielle de la force de Coriolis est en équilibre avec le gradient tangentiel de pression, la force de Lorentz étant négligeable à la CMB. Dans le noyau fluide, on considère généralement que, sur cette échelle de temps décennale, les mouvements sont simples et principalement dûs à la force d'Archimède et à Coriolis. Ces mouvements sont alors uniformes sur des cylindres coaxiaux avec l'axe de rotation de la Terre.

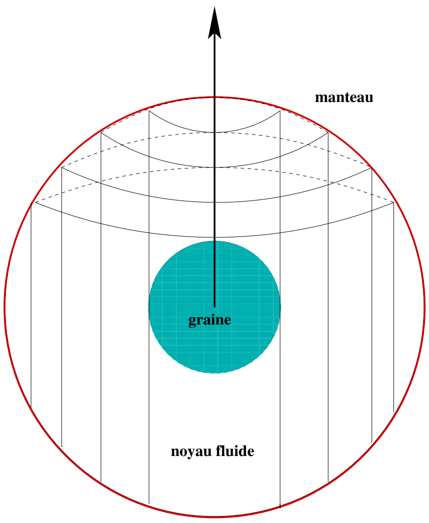



Figure 14: Sur des échelles de temps décennales, les variations du moment cinétique axial sont portées par des rotations rigides de cylindres coaxiaux avec l'axe de rotation de la Terre

On peut donc prolonger le champ de vitesse à la CMB sur ces cylindres dans tout le noyau et en déduire le moment cinétique axial du noyau. La comparaison de ce dernier avec le moment cinétique axial du manteau calculé à partir de la variation observée de la ldj montre une forte corrélation depuis le début du siècle (Figure 15).
La force magnétique (qui n'est pas négligeable dans tout le volume du noyau) tend à

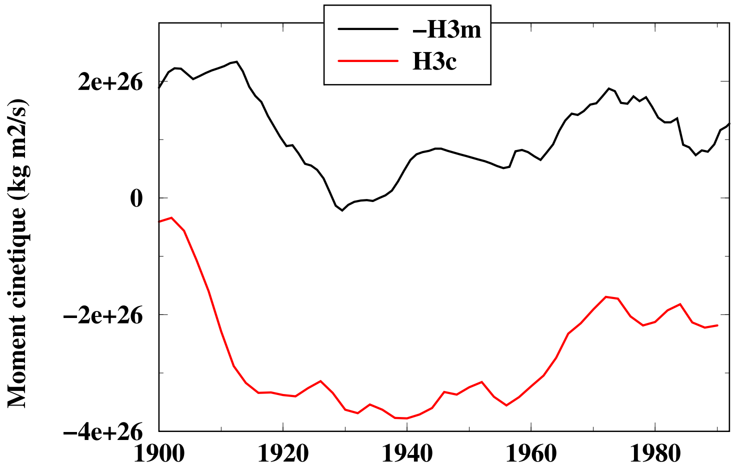



Figure 15: Comparaison des variations du moment cinétique du manteau (calculée à partir des observations de la longueur du jour) et celui du noyau depuis 1900

ramener chaque cylindre géostrophique dans un état stable en générant des ondes de torsion (appelées ondes d'Alfven). Ces ondes ont des périodes décennales et semblent être un bon candidat pour expliquer les variations décennales de la ldj. Elles consistent en des mouvements géostrophiques transportant le moment cinétique du noyau.
Il reste à comprendre par quel mécanisme, le moment cinétique axial se transfère du noyau au manteau, ou encore quels sont les couples de force qui agissent entre le noyau et le manteau:
• couple visqueux: des contraintes visqueuses liés aux forces visqueuses, existent dans une mince couche (dite couche d'Eckman) aux interfaces solide-fluide du noyau et induisent un couple de friction visqueuse. Ce couple est négligeable pour les valeurs admises de la viscosité du noyau.
• couple électromagnétique: des contraintes tangentielles liés aux forces de Lorentz existent dans les couches diffusives magnétiques et induisent un couple électromagnétique. L'amplitude de ce dernier dépend fortement de la conductivité du manteau inférieur. Une conductance de l'ordre de $10^8$ S est nécessaire pour rendre ce couple significatif. Une telle valeur est encore controversée.
• couple topographique: les forces de pressions dynamiques (c'est-à-dire liées aux mouvements dans le fluide) agissent sur la topographie de la CMB, induisant un couple topographique (voir section 4-1). Des variations décennales peuvent être obtenues pour des topographies de grandes longueurs d'onde et d'amplitude de l'ordre de quelques centaines de mètres. Mais ces dernières sont très mal contraintes par la sismologie. D'autre part, des forces de pressions à plus courtes longueurs d'onde, non observables à partir de la variation séculaire du champ magnétique , peuvent exister et exercer un couple topographique significatif sur le manteau.
• couple gravitationnel: des variations dynamiques de densité dans le noyau fluide associées aux mouvements pourraient engendrer un couple gravitationnel entre le noyau et le manteau. Ces dernières, résultant de la dynamique du noyau, ne sont pas actuellement modélisées par les études de dynamo numériques pour un modèle de Terre réaliste.

• couple gravitationnel entre la graine et le manteau: la graine est couplé gravitationnellement avec le manteau (Figure 4). Si elle a un comportement rhéologique élastique, elle oscillera par rapport au manteau avec une période de quelques années. Si elle est visqueuse, voire fluide, elle pourra avoir une rotation différentielle par rapport au manteau.

Une étude récente a montré que les oscillations torsionnelles du noyau se transmettraient au manteau via un mécanisme de couplage qui combinerait le couple électromagnétique et le couple gravitationnel entre la graine et le manteau.
Des modèles complexes de dynamique interne et de couplages entre les différentes couches de la Terre ont du être développés pour expliquer une observation: les variations décennales de la longueur du jour. Ceci illustre bien l'importance des données de rotation dans l'étude de la compréhension de l'intérieur de la Terre.

### 4.3 Variations décennales dans le mouvement du pôle

Dans le cas de la rotation équatoriale, nous avons essayé d'expliquer les variations décennales du mouvement du pôle par les couplages noyau-manteau (Greff et Legros, 1995-b).
Pour un modèle simple de conductivité du manteau, le couple électromagnétique de la force de Lorentz a été calculé à partir des champs de vitesses géostrophiques à la surface du noyau : il est trop petit de plusieurs ordres de grandeur. Les pressions géostrophiques couplent sur la topographie de la CMB: nous avons calculé ce couple (de 1900 à 1990) pour différents modèles de topographie (sismologiques ou géodynamiques) et montré qu'il est trop faible par un facteur 10 pour expliquer les variations décennales du mouvement du pôle.

Il semblerait qu'il faille chercher un autre mécanisme d'excitation pour expliquer les variations décennales dans le mouvement du pôle: peut-être l'atmosphère ?

*Geophys. J. Int.* (1992) **108,** 725–739

# Influence of viscoelastic coupling on the axial rotation of the Earth and its fluid core

Marianne Lefftz, and Hilaire Legros
*Institut de Physique du Globe de Strasbourg, Dynamique Interne,* 5 *rue R. Descartes* 67084 *Strasbourg, France*

Accepted 1991 July 18. Received 1991 July 18; in original form 1991 February 27

**SUMMARY**
Linear equations governing the axial rotation of the Earth are developed for a model with a Maxwell homogeneous mantle and a homogeneous inviscid fluid core having a differential rotation relative to the mantle.
We find three eigenfrequencies for the axial perturbations in rotation: the first one is related to friction acting at the core-mantle boundary and the other ones are relaxation modes associated with viscoelastic Love numbers. We point out the differential rotation of the core when the Earth is submitted to zonal geophysical excitations like glaciation and deglaciation, tidal torque or other processes occurring at the core-mantle boundary (CMB). We show that the tidal deceleration involves an eastward drift of the core with respect to the mantle. However, for precise values of the mantle viscosity and of frictional constant at the CMB, we find that the last deglaciation involves a westward drift of the core with respect to the mantle which may be correlated with the observed westward drift of the geomagnetic field of the Earth.

**Key words:** differential rotation of the core, core-mantle coupling, viscoelasticity, axial rotation.

*Geophys. J. Int.* (1994) **117,** 1–18

# Mantle rheology, viscomagnetic coupling at the CMB and differential rotation of the core induced by Pleistocenic deglaciation

Marianne Lefftz[1], Roberto Sabadini[2] and Hilaire Legros[1]
[1] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg, Dynamique Interne,* 5 *rue R. Descartes* 67084 *Strasbourg, France*
[2] *Dipartimento di Fisica, Settore di GeofisicaUniversità di Bologna, Italy*

Accepted 1993 July 23. Received 1993 July 7; in original form 1993 January 11

**SUMMARY**
The influence of the viscomagnetic coupling at the CMB on the differential rotation of the core and non-tidal acceleration induced by the Pleistocenic deglaciation is investigated for stratified mantle models with steady state or transient rheologies. For a realistic modeling of the viscomagnetic coupling, the time-dependent viscoelastic topography at the CMB induces a westward drift of the core with respect to the mantle that can be correlated to the zonal component of the secular drift of the geomagnetic field. Starting from a reference model based on the Maxwell rheology and a viscosity profile inferred from $\dot{J}_2$ data and non-tidal acceleration, with $10^{21}$ Pa s and $5 \times 10^{21}$ Pa s for upper and lower mantle respectively, we study first the effects of the hardening of the upper mantle in the transition zone between 420 and 670 km depth. This hardening is responsible for a 30 per cent reduction in the westward drift with respect to a uniform upper mantle. The impact of a viscosity decrease on the top of the lower mantle is considered next. The softening of the lower mantle beneath the 670 km discontinuity counteracts the effects of the transition zone enhancing the differential rotation of the core. The D" layer is also implemented in order to analyse the influence of the decoupling at the bottom of the mantle, responsible for faster relaxation of the topography. If lower mantle viscosity is increased beyond the threshold of $10^{22}$ Pa s we obtain a differential rotation of the core in the opposite direction or an eastward drift. We also analyze the impact of a Burgers rheology for the lower mantle to simulate transient effects. For this rheology, steady-state viscosities in the lower mantle higher than $10^{22}$ Pa s, in agreement with estimates from long-wavelength geoid anomalies and recent findings from true polar wander, allow a westward drift of the core.
Non-tidal acceleration is generally less affected by rheological variations than the differential rotation. Changes in the non-tidal acceleration induced by the various rheological models are on the other hand comparable with the error bounds in the observed values.

**Key words:** viscomagnetic coupling, rheology, differential rotation

Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. 90 (3-4) (1995) pp. 115-135


# Core-mantle coupling and viscoelastic deformations

**Marianne Greff-Lefftz[a] and Hilaire Legros[a]**

[a] *Institut de Physique du Globe, 5, rue René Descartes, 67084 Strasbourg Cedex, France*

## Abstract

Writing the angular momentum theorem for the Earth and for its fluid core, we show that there are couplings between the core and the mantle induced by viscomagnetic torque, by external active torque, by topographic torque acting at the core-mantle boundary (CMB) but also by viscoelastic deformations of the CMB which may perturb the axial rotations of the Earth and of the core. We compute these deformations at the CMB induced by the Pleistocenic deglaciation. The time-dependence of inertia tensor perturbations, i.e. the rheology of the mantle, is very important in the calculation of the coupling. Taking into account the passive viscomagnetic torque of tangential traction acting at the CMB, we investigate, for different values and various temporal evolutions of the topographic torque, the perturbations in the rotations of the Earth and of the core induced by the deglaciation, by the constant torque of tidal friction and by the 18.6 year tidal potential. We show that, for these excitation sources, the existence of a constant topographic torque involves the core oscillating with respect to the mantle and thus forbids any large drift of the core with respect to the mantle. However, it seems theoretically possible to have an excitation source with enough energy which involves a shift of the core with respect to the mantle. If the pressure within the fluid core varies with time, the motion of the core with respect to the mantle could be drastically different.

Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. 91 (4) (1995) pp. 273-283


# Core-mantle coupling and polar motion

**Marianne Greff-Lefftz[a] and Hilaire Legros[a]**

[a] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg, 5 rue René Descartes, 67084 Strasbourg Cedex, France*

## Abstract

We present the general expression for the topographic and electromagnetic torques acting at the core-mantle boundary (CMB) as a function of the outer core flow. Invoking angular momentum conservation of the Earth and of the core, we compute the perturbations in the rotation of the Earth, at the decade time-scale, resulting from this fluid motion, since 1900. Electromagnetic coupling is too weak to excite polar motion by two or three orders of magnitude. Although the pressure torque on a CMB topography computed by the authors involves some correlations between the temporal variation of the computed $\omega_2$-component of the polar motion and that observed, its amplitude is too weak by a factor of 10 and we have to conclude that it does not seem to be responsible for the decade variations of the polar motion.

# 5 Variation séculaire de la rotation de la Terre

Le pôle de rotation terrestre dérive de quelques centimètres par an vers le Canada. C'est, en partie, la conséquence de la déglaciation du Pleistocène qui, à cause de la viscosité du manteau terrestre, perturbe encore aujourd'hui les produits d'inertie de la Terre. C'est ce mécanisme qui a permis d'obtenir, à partir d'observations géodésiques, des informations sur la viscosité du manteau terrestre. Nous avons tout d'abord étudié, pour un modèle simple de glaciation (voir la Figure 3 du chapître I), les variations séculaires d'une Terre à deux couches homogènes incompressibles possédant un manteau viscoélastique et un noyau fluide (Lefftz et Legros, 1992-a, 1992-b). Ces résultats ont été étendus au cas d'une Terre radialement stratifiée.
Je présente ici un compte-rendu, publié dans les Comptes rendus des Journées 1998 "Systèmes de référence spatio-temporels", qui résume l'approche théorique utilisée pour étudier les variations de la rotation terrestre à différentes échelles de temps, et en particulier sur des échelles de temps séculaires. Le dernier paragraphe introduit les variations géologiques de la rotation. Ce sera le sujet de la prochaine section.

## SECULAR EVOLUTION OF THE EARTH'S ROTATION

### 5.1 Abstract

The equation governing the rotation of the Earth is the angular momentum theorem. The aim of this paper is a review of the possible applications of this theorem at long time-scale: at the secular time-scale with the effect of the Pleistocenic deglaciation and on geological time-scale with the influence of the mantle density heterogeneities on the true polar wander.
We show that the current observation of the polar motion is a superposition of the effects of post-glacial rebound on the long-term trend resulting from the convective mantle mass anomalies.

### 5.2 Equations

The equations governing the variation of the rotations for a planet having a liquid core with a rigid differential rotation with respect to the solid mantle are the equations for conservation of angular momentum for global Earth and for the core, written in the Tisserand frame of the mantle.

### 5.2.1 Angular momentum theorem for the global Earth

If the Earth is submitted to an external torque $\vec{L}$, and noting $\vec{H} = \underline{\mathrm{J}}.\vec{\omega}$ the angular momentum for the global Earth (mantle + core), we have:

$$\frac{d}{dt}(\underline{\mathrm{J}}.\vec{\omega}) + \vec{\omega} \wedge (\underline{\mathrm{J}}.\vec{\omega}) = \vec{L} \tag{9}$$

where $\underline{\mathrm{J}}$ is the inertia tensor of the Earth and $\vec{\omega}$ is the angular velocity. $\underline{\mathrm{J}}$ may be separated in 3 parts, noting $\delta_{ij}$ the Kronecker symbol:

$$J_{ij} = I\delta_{ij} + C_{ij} + I_{ij} \tag{10}$$

with $I = 0.33\ Ma^2$ the tensor of a spherical non-rotating Earth with a mass $M$ and a radius $a$; $C_{ij}$ due to the centrifugal potential that deforms the Earth; $I_{ij}$ is related to the mass redistribution inside the Earth or at its surface, as well as to deformations induced by tidal potential or pressure acting at the CMB.

### 5.2.2 Angular momentum theorem for the core

If we assume that the fluid core has a differential rotation $\vec{\omega}^c$ with respect to the mantle ($\vec{\omega}^c$ may be interpreted as an equivalent rotation which takes into account a uniform rotation plus a velocity field related to magnetic motions inside the core at decadal time-scale), the angular momentum of the core may be written:

$$\vec{H}^c = \underline{\mathrm{J}}^c.(\vec{\omega} + \vec{\omega}^c) \tag{11}$$

with $J^c_{ij} = I^c\delta_{ij} + C^c_{ij} + I^c_{ij}$ the inertia tensor of the core. Similarly to the global Earth, $J^c_{ij}$ may be decomposed in 3 parts: $I^c$ the tensor of a spherical non-rotating core; $C^c_{ij}$ due to the centrifugal potential of the Earth and of the core that deforms the core; and $I^c_{ij}$ related to other excitation sources

The angular momentum theorem for the core, in the Tisserand frame co-rotating with the mantle say that the temporal variation of $\vec{H}^c$ is equal to the torques acting on the core

$$\frac{d\vec{H}^c}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^c = \vec{C}^c + \vec{L}^c + \vec{\Gamma}^c \tag{12}$$

where $\vec{C}^c = (\vec{\omega} + \vec{\omega}^c) \wedge \vec{H}^c$ is the classical inertial torque; $\vec{L}^c$ is a topographic torque due to geostrophic pressure acting on the Core-Mantle Boundary; $\vec{\Gamma}^c$ is a visco-magnetic frictional torque which appears because of the non-zero viscosity of the core and because the lower mantle is conductive. A gravitational torque may also exist because of density perturbations related to the core dynamic.

### 5.2.3 Liouville equations

The equations governing the temporal evolution of the rotations of the Earth and of the core are (9) and (12):

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\underline{\mathrm{J}}.\vec{\omega}) + \vec{\omega} \wedge (\underline{\mathrm{J}}.\vec{\omega}) = \vec{L} \\ \frac{d}{dt}\Big(\underline{\mathrm{J}}^c.(\vec{\omega}+\vec{\omega}^c)\Big) - \vec{\omega}^c \wedge \Big(\underline{\mathrm{J}}^c.(\vec{\omega}+\vec{\omega}^c)\Big) = \vec{L}^c + \vec{\Gamma}^c \end{cases} \tag{13}$$

Some approximations in these equations are usually done to solve them, following the time-scale of the exciting mechanism and following the rheology of the mantle:

- at short time-scale: the Earth has an elastic behavior and $\vec{\omega}$ remains close to a starting vector rotation $\vec{\Omega}$ (the sidereal rotation) and the Liouville equations may be studied under the linear form (with the two classical rotational eigenmodes: the Chandler wobble and the Free Core Nutation) and model the changes of the rotation due to core-mantle coupling or to atmosphere-mantle coupling.

- on a time-scale of few thousand years: the Earth has a viscoelastic behavior and the Euler equations, under the linear form, may be used to model, for example, the changes of rotation due to the last deglaciation.

- on a time-scale of few million years: the Earth has a viscous behavior and the non-linear equations may be used to estimate, for example, the effects of mantle convection on polar wander.

In this paper, we develop more precisely the two last points (secular and geological time-scales). We will investigate the effects of surface load and of internal loads on the Earth's rotation, and for simplicity, we will assume that the core rotates with the same angular velocity than the mantle (i.e. that $\vec{\omega}^c = \vec{O}$).

## 5.3 Viscoelastic deformations

To compute the perturbations of the inertia tensor of the Earth and of the core, we have to compute the deformations, and thus to choose an Earth's model. Our model consists of an incompressible four-layered Earth, with an elastic lithosphere, a viscoelastic upper and lower mantle and an inviscid fluid core. For the mantle, we have chosen as the rheological law a linear viscoelastic Maxwell model of rheology. This is because at short time-scale the Earth has an elastic behavior (according to its seismically observed ability to transmit elastic shear waves), and at intermediate time-scale ($10^3 - 10^6$ years) it shows viscous relaxations (e.g., Pleistocenic deglaciation), whereas at a time-scale of the age of the Earth, its behavior is well characterized by that of a fluid (the flattening of the Earth is quasi-hydrostatic and explained by the fluid rotation). Using the visco-elastogravitational set of equations (linear viscoelastic rheological law, mass conservation, Poisson equation and moment conservation) we may compute the viscoelastic deformations as a function of generalized Love numbers.

### 5.3.1 Inertia tensor of the Earth

Knowing the viscoelastic deformations, we may compute the inertia tensor of the Earth. $C_{ij}$ is equal to the convolution of the tidal Love number of harmonic degree 2, $k^T(t)$, with the time history of the changes in the centrifugal potential:

$$C_{ij}(t) = \frac{a^5}{3G}\ k^T(t) * \left[\omega_i(t)\omega_j(t) - \frac{1}{3}\omega^2(t)\delta_{ij}\right] \tag{14}$$

where G is the gravity constant and $*$ represents the time convolution.
For a surface load:

$$I_{ij}(t) = \left[\delta(t) + k^L(t)\right] * I^*_{ij}(t) \tag{15}$$

where $I^*_{ij}$ is the inertia changes due to a given geophysical process, without taking into account any dynamic deformation. These changes of inertia act directly on the planet through the $\delta(t)$ Dirac function. They may also have a delayed effect due to the induced viscoelastic deformation. These effects are taken into account through the time convolution with a loading Love number $k^L(t)$ of harmonic degree 2.
The amplitude of the $I_{ij}(t)$ terms can be computed for simple excitation sources like the Pleistocenic deglaciation but also for internal loads (introducing internal loading Love numbers) to modelize the advection of mantle density heterogeneity.

### 5.3.2 Viscoelastic Love numbers and relaxation times

Peltier (1974) has shown that the viscoelastic Love numbers have the following frequency form:

$$k^T(\lambda) = k_e^T + \sum_{j=1}^{M} \frac{r_j \tau_j}{1 + i\lambda\tau_j};\ \ k^L(\lambda) = k_e^L + \sum_{j=1}^{M} \frac{r_j^L \tau_j}{1 + i\lambda\tau_j} \tag{16}$$

i.e. are the sum of an elastic instantaneous term plus viscous terms. $r_j$ and $r_j^L$ are the amplitudes coefficients dependent on the excitation sources.
$\tau_j$ are the $M$ relaxation times dependent on the Earth's model: it is well known that these relaxation modes are generated at each interface by the discontinuity of physical parameters. For example, for our 4-layered model, we have 6 relaxation modes (Peltier, 1974, Spada et al., 1992, Lefftz and Legros, 1993): $T_1$ and $T_2$ due to a jump in rigidity or viscosity distribution between the upper and the lower mantle and called transition modes because they relax rapidly and are weakly excited, $M_o$ and $C$ due to density discontinuity at the Earth's surface and at the CMB, $L$ due to the viscosity jump between the elastic lithosphere and the upper mantle, and $M_1$ which arises from a deflection of the density discontinuity at a depth of 660 km, i.e. requires that the discontinuity behaves non-adiabatically (as a chemical boundary).
We have represented in Figure 16, the relaxation time, in kyears, associated with these modes, as a function of the lower mantle viscosity for 2 models of mantle: with a physical boundary at 660 km (left) and with a chemical boundary (right). The value of the upper viscosity is fixed to $10^{21}$ Pa.s

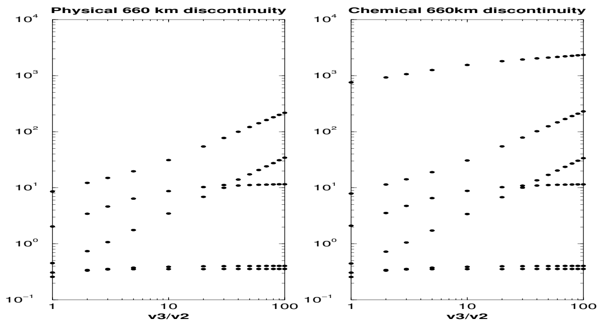



Figure 16:

## 5.4 Rotation at secular time-scale

### 5.4.1 Equations

At this time-scale, the rotation vector $\vec{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \Omega + \omega_3]$ remains close to a starting vector rotation $\vec{\Omega}$ (the sidereal rotation), and the inertia tensor perturbation $I_{ij}$ small in comparison with $I$. The system (9) may be used under the linear form and is separated into an equatorial system (dependent on $\omega_1$ and $\omega_2$, or using complex notations on $\omega = \omega_1 + i\omega_2$) and an axial system (dependent on $\omega_3$).

$$\begin{cases} I\Big[i\lambda\Big(1+\alpha\frac{k(\lambda)}{k_f}\Big) - i\alpha\Omega\Big(1-\frac{k(\lambda)}{k_f}\Big)\Big]\omega(\lambda) = -i\Omega(\lambda+\Omega)[I_{13}+iI_{23}] + [L_1 + iL_2] \\ i\lambda I(\omega_3 + \Omega I_{33}) = L_3 \end{cases} \tag{17}$$

The first equation describes the temporal evolution of the polar motion and the second the variations in the length of day.
We may computed the zero of the square bracket of the equatorial equation, i.e. the rotational eigenfrequencies. For an Earth's model having M viscoelastic relaxation times, we obtain M complex roots:
• One has a dominant real part and an imaginary part: this is the classical Chandler mode with a period of about 435 days which is damped with a quality factor $Q_{cw}$. We have plotted the value of $Q_{cw}$ for different value of the lower mantle viscosity.
• there are $(M-1)$ rotational eigenmodes with a dominant imaginary part, with associated viscous times between 300 years and 2 Ma (for a review of these modes, see Vermeesen and Sabadini, 1996).

### 5.4.2 Present rotation induced by the Pleistocenic deglaciation

As geophysical application, we investigate the effect of the last deglaciation on the present polar motion and length of day (lod).
This glaciation-deglaciation is simply modeled by three spherical ice-sheets -Fennoscandia, Laurentides and Antartica- (e.g. Peltier and Wu, 1983; Wu and Peltier, 1984) analytically expanded in spherical harmonics and with the same time-dependence (shown in Figure

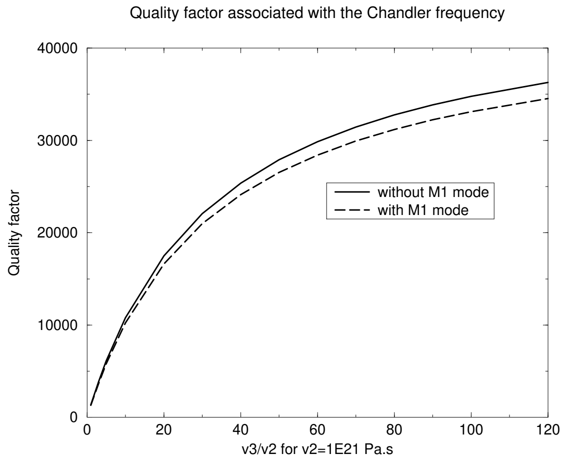



Figure 17:

18). The glaciation is characterized by a slow build up over a period of about 90000 years and the deglaciation by a fast collapse lasting 10000 years.

We compute from the ice height and associated sea level change the degree two term of

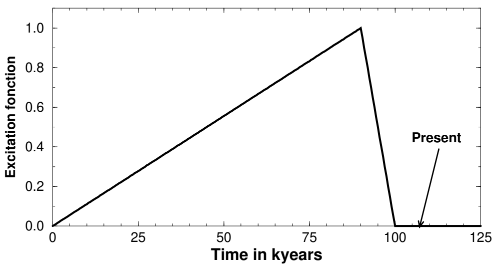



Figure 18:

the surface loading potential and the induced inertia tensor perturbations. From inertia tensors perturbations $I_{13}$, $I_{23}$ and $I_{33}$, we may compute, using equations (17), the time derivative of the polar motion ($\dot{x} = \frac{\dot{\omega}_1}{\Omega} a$ and $-\dot{y} = \frac{\dot{\omega}_2}{\Omega} a$), and the time-derivative of the axial rotation of the Earth ($\dot{\omega}_3$), in Figure 19, as a function of time, for different values of the lower mantle viscosity.

Note that at the present, that is almost 7000 years after the end of the deglaciation, there are a shift of the polar motion toward the Canada (in the direction $\arctan \frac{\omega_2}{\omega_1} = -64^o$) and an acceleration of the axial rotation of the Earth.
We show in Figure 20-a, the present value of the shift of the polar motion $\left[\left(\frac{\dot{\omega}_1}{\Omega} a\right)^2 + \left(\frac{\dot{\omega}_2}{\Omega} a\right)^2\right]^{1/2}$, as a function of the lower mantle viscosity. The order of magnitude is of about 5 cm/year. The observed value is of about 10cm/year in the direction $75^o$ West (McCarthy and Luzum, 1996).
From $\dot{I}_{33}$ and using the Mac Cullagh theorem (Munk and Mac Donald, 1960), we may

Figure 19:

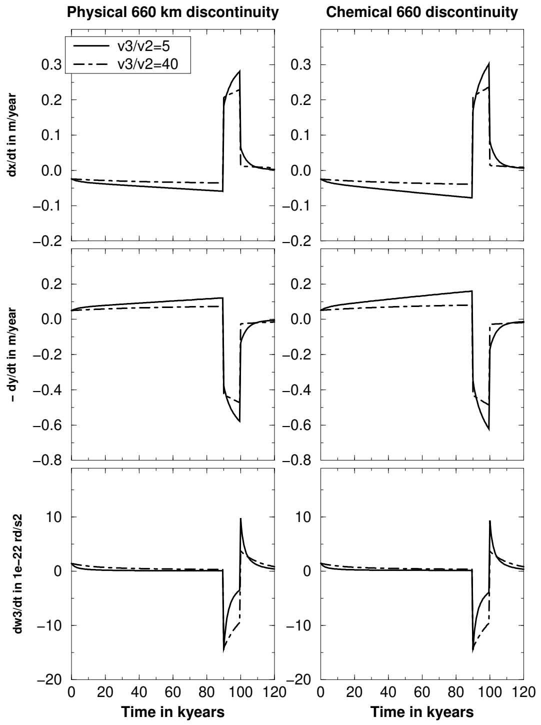
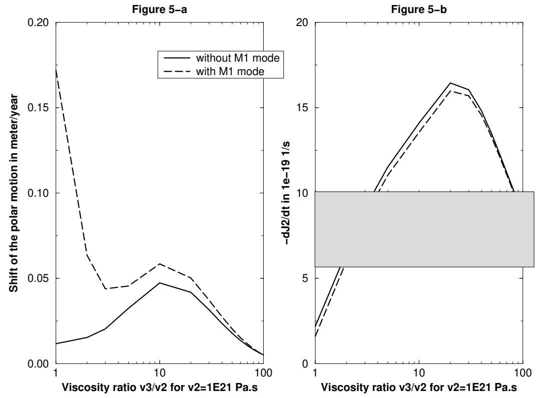



Figure 20:




compute the time derivative of the zonal degree 2 coefficient of the geopotential:

$$\dot{J}_2 = \frac{3}{2}\frac{\dot{I}_{33}(t)}{Ma^2} \tag{18}$$

We show the present value of $\dot{J}_2$ in Figure 20-b as a function of the lower mantle viscosity. The shadow band is the observed value (Cheng et al., 1989) and its error bar.

Note that for 2 models of lower mantle viscosity, the last deglaciation may explain the observed $\dot{J}_2$: one model with a quasi-isoviscous mantle and one model with a large viscosity contrast between upper and lower mantle (in agreement with the results of geodynamical studies about the influence of the mantle density heterogeneity on the geoid). Nevertheless, it seems to be difficult to find a viscosity contrast which may explain simultaneously the shift of the polar motion and the $\dot{J}_2$ coefficients (for a review, see Vermeesen and Sabadini, 1997).

### 5.5 Rotation at geological time-scale

In this part, we want to investigate the temporal evolution of the rotation axis on a time-scale of some Ma. We cannot use the linear approximation of the Liouville equation because we may have large shift of the rotation axis with respect to the initial mean inertia axes.

### 5.5.1 Equations

At geological time scale, we may assume that $\frac{d\vec{H}}{dt} << \vec{\omega} \wedge \vec{H}$, i.e. the 'geological' time is large in comparison with one day. For the tidal Love number $k^T$, we show that the viscoelastic relaxation times due to density jump within the mantle (eg. the mode $M_1$) are not significantly excited, and thus assuming in (16) that $i\lambda\tau_j << 1$, we obtain (see Lefftz, 1991; Ricard et al, 1993):

$$k^T(t) = k^f \left[\delta(t) - T_1\dot{\delta}(t)\right] \qquad \text{with} \quad T_1 = \frac{1}{k^f}\sum_{j=1}^{M} r_j\tau_j^2 \tag{19}$$

with $k^f = \sum_{j=1}^{M} r_j\tau_j$ the fluid Love number. $T_1$ is the characteristic time of the relaxation of the Earth's rotational bulge. The inertia perturbation due to the centrifugal potential becomes, $\alpha$ being the hydrostatic flattening of the Earth:

$$C_{ij}(t) = \frac{\alpha I}{k^f}\left[\omega_i\omega_j - \frac{\omega^2}{3}\delta_{ij} - T_1\left(\dot{\omega}_i\omega_j + \omega_i\dot{\omega}_j - \frac{2}{3}\dot{\omega}_k\omega_k\delta_{ij}\right)\right] \tag{20}$$

We assume that $\omega^2 = \Omega^2$, i.e. the amplitude of the rotation vector remains constant; in absence of external torque, the equations governing the polar wander $\vec{H} \wedge \vec{\omega} = \vec{O}$ may be written, using indicial notation:

$$\epsilon_{ijk}\ \omega_j\dot{\omega}_k = \epsilon_{ijk}\ \frac{I_{kl}}{\alpha I T_1}\omega_l\omega_j \tag{21}$$

For a given $I_{kl}(t)$, induced for example by the mantle density heterogeneities varying at geological time-scale, we may compute the induced shift of the rotation axis.

### 5.5.2 Example

Steinberger and O'Connell (1997) have investigated the effects of advection of mantle density heterogeneities on the polar wander. Their model is based on the flow in a viscous mantle driven by density heterogeneities inferred from seismic tomography model. They have computed the degree two non-hydrostatic geoid at each time of the calculation and have deduced the inertia tensor perturbations since 60 Ma. Using angular momentum conservation, they proposed a polar wander since 60 Ma (shown in the next figure).

They have compared their results with the motion of the Earth's rotation axis with respect to hotspots, as deduced from the paleomagnetic data of Besse and Courtillot (1991). They have obtained an average current rate of polar motion of $0.37^o$ / Ma towards $24^o$ W over the past 1 Ma. This is a substantial fraction of the present astronomical observed value ($\simeq 1^o$ /Ma towards $75^o$ W) that is used to constrain post-glacial rebound models. Consequently, a non-negligible fraction of the current motion may represent a secular trend that has existed for millions years. The effects of post-glacial rebound would be superposed on the long-term trend.

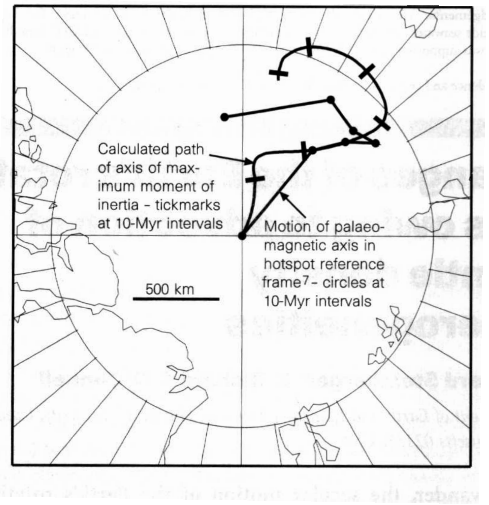



Figure 21:

To interpret properly the current observation (polar motion and $\dot{J}_2$) in term of viscosity profile within the mantle, both effects need to be well understood.

### 5.6 Conclusion

The observations of $\dot{J}_2$, of the acceleration of the axial rotation of the Earth and of the secular variation of the polar motion (10 cm/year towards $75^o$ W) may be the results of two geophysical exciting phenomena: the post-glacial rebound, for a viscoelastic mantle using the linear form of the Liouville equations, and the advection of the mantle density heterogeneities, for a viscous mantle, using non-linear equations for polar wander.
At geological time-scale, the shift of the dipolar paleomagnetic axis (called True Polar Wander) may be used to constrain the models. These data give a present shift in good agreement with the astronomical data but with large error bars.

### References

Besse, J. & Courtillot, V., 1991. Revised and synthetic apparent polar wander paths of the African, Eurasian, Noth American and Indian plates, and true polar wander since 200 Ma. *J. Geophys. Res.*, **96**, 4029-4050.
Cheng, M.K., Eanes, R.J., Shum, C.K., Schutz, B.E. & Tapley, B.D., 1989. Temporal variations in low degree zonal harmonics from Starlette orbit analysis. *Geophys. Res. lett.*, **16**, 393-396.
Lefftz, M., 1991. Aspects théoriques de la rotation de la Terre et de son noyau: influence de la viscosité. *Thesis*, Université de Strabourg, 261 pp.
Lefftz, M. & Legros, H., 1993. Variation of $J_2$ and internal loads, in *Dynamics of the Earth's Deep Interior and Earth Rotation*, Geophys. Monograph**72**, IUGG vol. 12, 45-

49.
McCarthy, D.D. & Luzum, B.J., 1996. Path of the mean rotational pole from 1899 to 1994. *Geophys. J. Int.*, **125**, 623-629.
Munk, W.H. & MacDonalD, G.J.F. 1960. The rotation of the Earth, Cambridge University Press, 323 pp.
Peltier, W.R., 1974. Impulse response of a Maxwell Earth. *Rev. Geophys. Space Physics*, **12**, 649-669.
Peltier, W.R. & Wu, P., 1983. Continental lithospheric thickness and deglaciation induced true polar wander. *Geophys. Res. lett.*, **10**, 181-184.
Ricard, Y., Richards, M., Lithgow-Bertelloni,C. & Le Stunff Y., 1993. A geodynamical model of mantle density heterogeneity. *J. Geophys. Res.*, **98**, 21895-21909.
Spada, G., Sabadini, R., Yuen, D.A., & Ricard, Y., 1992. Effects on post-glacial rebound from the hard rheology in the transition zone, *Geophys. J. Int.*, **109**, 683-700.
Steinberger, B. & O'Connell, R., 1997. Changes of the Earth's rotation axis owing to advection of mantle density heterogeneities. *Nature*, **387**, 8 May 1997, 169-173.
Vermeesen, L.L.A., & Sabadini, R., 1996. Significance of the fundamental mantle rotational relaxation mode in polar wander simulations. *Geophys. J. Int.*, **127**, F5-F9.
Vermeesen, L.L.A., & Sabadini, R., 1997. Changes in rotation induced by Pleistocene ice masses with stratified analytical Earth models. *J. Geophys. Res.*, **102**, B12, 27689-27702.
Wu, P. & Peltier, W.R., 1984. Pleistocene deglaciation and the Earth's rotation: a new analysis. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **76**, 753-791.

*Geophys. J. Int.* (1992) **108**, 705–724

# Some remarks about the rotations of a viscous planet and its homogeneous liquid core: linear theory

Marianne Lefftz, and Hilaire Legros
*Institut de Physique du Globe de Strasbourg, Dynamique Interne,* 5 *rue R. Descartes* 67084 *Strasbourg, France*

Accepted 1991 September 23. Received 1991 September 23; in original form 1990 December 13

**SUMMARY**

Linear equations governing the rotation of the Earth are developed for a model with a Maxwell homogeneous mantle and a homogeneous inviscid fluid core having a differential rotation relative to the mantle.

We find four eigenfrequencies, for the equatorial perturbations in rotation. Two are well known: the rotational nearly diurnal frequency and the Chandlerian frequency with a damping related to the relaxation time of the Earth. The other two frequencies, one being a heavily damped long-period oscillation and the other one zero, are related to the relaxation modes, but are nevertheless coupled with the rotational eigenfrequencies.

We investigate the kinetic and deformation energy resulting from both impulsive and time-constant geophysical sources. Using a generalized notation, we derive an analytical solution for the rotations of the Earth and its fluid core due to various excitation sources at the Earth's surface and at the core-mantle boundary. We obtain some results concerning phenomena acting at the CMB which are able to produce a significant shift of the rotation axis.

**Key words:** viscoelasticity, fluid core, rotation

# 6 Grandes dérives du pôle

Sur les échelles de temps géologiques où le temps caractéristique est très supérieur aux temps de relaxation viscoélastiques, la Terre se comporte presque comme un fluide. On étudie alors les variations de sa rotation à partir de la forme non-linéaire des équations de conservation du moment cinétique (21) (Lefftz, Legros and Hinderer, 1991). Ceci nous a permis de quantifier les phénomènes de "grandes dérives", c'est-à-dire d'un très grand déplacement de l'axe de rotation relativement au corps lui-même avec une déformation globale de la planète variable par rapport à elle-même mais fixe par rapport aux étoiles, si le moment des forces externes est nul. Un exemple d'un tel processus est donné par la migration des bassins qui s'éloignent de l'équateur vers le pôle sur la Lune, que j'avais étudiée dans la dernière partie de ma thèse.

Pour la Terre, les données paléomagnétiques indiquent, pour les derniers 100 Ma, un mouvement relatif inférieur à 10 degrés entre le référentiel des points chauds et le référentiel lié à l'axe du dipole magnétique (supposé confondu à l'axe de rotation sur ces échelles de temps). Ce mouvement, appelé True Polar Wander (TPW), varie donc à la surface de la Terre avec un taux compris entre $0.1^o$ et $0.2^o$ par million d'années.
On peut montrer que cette stabilité à long terme de l'axe de rotation terrestre peut être une conséquence de la variation temporelle à grande échelle des anomalies de masse du manteau, et donc être liée à la stabilité des zones de subduction.

## 6.1 Influence de la convection mantélique sur les grandes dérives du pôle de rotation

En collaboration avec H.P. Bunge, j'ai étudié le TPW induit par les anomalies de masses dans le manteau, en combinant un modèle de circulation mantélique 3D avec les équations gouvernant la dynamique de rotation d'une planète visqueuse. Ceci nous a permis de tester, de façon cohérente, l'influence de différents paramètres physiques, tels que la viscosité du manteau, les changements de phase dans les zones de transition, l'existence d'un flux de chaleur provenant du noyau, sur la dérive du pôle.
Dans une étude préliminaire, nous sommes partis d'un modèle de circulation mantélique très simple (et très éloigné de la Terre réelle), mais qui nous a permis de mettre en évidence quelques résultats: un manteau homogène, sans changement de phase, avec du chauffage interne, pas de lithosphère et un saut de viscosité de 40 entre le manteau supérieur et le manteau inférieur. Nous avons étudié l'effet d'une composante de chauffage provenant d'un noyau isotherme sur l'axe de rotation. Nous avons ainsi pu montrer qu'un flux de chaleur provenant du noyau induit une convection plus rapide avec une plus grande variabilité dans le temps, et en déduire que augmenter le nombre de panaches dans le manteau augmente la dérive des axes principaux d'inertie et donc la vitesse du TPW.

Nous avons ensuite utilisé un modèle de circulation mantélique plus réaliste (quoique encore loin de la Terre réelle) contraint par l'histoire des plaques tectoniques depuis 100 Ma. Introduire la vitesse des plaques en surface comme condition aux limites, permet de relier le temps caractéristique de la convection avec celui de la géologie.

## 6.2 Influence d'un panache montant dans le manteau sur la dérive du pôle de rotation

J' ai entrepris une étude théorique sur l'influence d'un panache montant sur la rotation, afin d'expliquer une excursion rapide très particulière de TPW observée par les paleomagnéticiens qui semble corrélée avec l'apparition d'un point chaud dans la province Brito-Artique, il y a quelques 50 millions d'années (collaboration avec J. Besse).
Le panache est simplement modélisé par une sphère de rayon variable en fonction du flux dans le conduit, traversant le manteau avec la vitesse de Stokes. L'influence du changement de phase (physique ou chimique) et du contraste de viscosité à la discontinuité manteau supérieur-manteau inférieur a été étudiée. Dans certains cas, des changements rapides dans la direction principale d'inertie peuvent être observés, mais la faible amplitude des perturbations du tenseur d'inertie fait que le mouvement du pôle de rotation ne sera que très peu affecté par un panache montant (ayant dans notre modélisation un diamètre variant de 300 km (à la base du manteau inférieur) à 600 km (au sommet du manteau supérieur)). Seule la répartition de l'anomalie de densité décrivant le panache sous la lithosphère et en surface pourra donner les anomalies de masses de grandes longueurs d'onde, mais elles vont être compensées isostatiquement très rapidement et ne pourront pas perturber de façon significative le TPW. Un article sur ce travail est en préparation.

## 6.3 Perspectives

Forts de notre expérience sur le sujet, nous envisageons d'aborder deux nouveaux points et d'approfondir le sujet de la section 6-1.

### 6.3.1 Super-bombements

Tout d'abord, nos résultats sur les panaches ayant montré que l'amplitude du mouvement de rotation associé est faible (car l'anomalie de masse dans le manteau générée par un panache n'est pas à grande échelle spatiale), nous proposons d'étudier plus précisément les effets des deux super-bombements de l'hémisphère Sud, antipodaux en longitude, situés l'un sous l'Afrique, l'autre sous la Polynésie. Une étude récente de Anne Davaille (Nature, vol 402, 1999) a montré, à partir d'expérience de laboratoire sur la convection thermochimique d'un fluide stratifié en densité et en viscosité, qu'un régime de 'domes' oscillant verticalement dans le manteau (avec des périodicités allant de 100 Ma à 1 Ga) pouvait exister et peut-être expliquer les super-bombements de la Terre. Un calcul préliminaire (en modélisant simplement le dome par une demi-sphère) donne des résultats optimistes, car pour une telle configuration, les perturbations du tenseur d'inertie de la Terre ont le même ordre de grandeur que celles liées à la subduction. Les 'domes' pourraient donc perturber de façon significative la trajectoire du pôle de rotation sur des échelles de temps géologiques. En particulier, la périodicité de ces mécanismes pourraient expliquer des irrégularités dans le TPW qui semble s'arrêter par moment puis rebrousser chemin.

### 6.3.2 Avalanches

Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons à un autre phénomène lié à la dynamique du manteau: les avalanches. Des anomalies de masse situées à la base du manteau supérieur franchissant soudainement la zone de transition peuvent créer des anomalies de densité à grande échelle avec des variations temporelles rapides. Une modélisation analytique simple de ce phénomène est d'abord prévue; si les résultats obtenus donnent des ordres de grandeur significatifs, elle sera suivie d'une modélisation numérique, utilisant des modèles sphériques de circulation mantélique développés par P. Machetel.

### 6.3.3 Circulation mantélique à grande échelle

Les résultats présentés dans l'article de la section 6.1 repose sur un modèle de circulation mantélique qui impose comme condition aux limites la vitesse des plaques. Or le mouvement des plaques en surface résulte lui-même de cette convection. Le fixer a-priori comme condition aux limites entraîne parfois quelques artefacts, sans aucune origine géophysique et ne nous permet pas d'étudier tous les facteurs perturbant la vigueur de la convection mantélique (comme le chauffage par le noyau). S. Labrosse est actuellement entrain de développer un code numérique de circulation où le mouvement des plaques n'est pas imposé. Ses résultats pourraient être utilisés pour étudier la dérive du pôle de rotation.

# Non-linear equations for the rotation of a viscoelastic planet taking into account the influence of a liquid core

*Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, vol. 52, no. 1, 1991, 13-43.*

Marianne Lefftz, Hilaire Legros and Jacques Hinderer
*Institut de Physique du Globe de Strasbourg, 5 rue R. Descartes, 67084 Strasbourg, France*

**Abstract.** Nonlinear equations governing the temporal evolution of the vector of instantaneous rotation are developed for an earth with a homogeneous mantle having a viscoelastic Maxwell rheology and with a homogeneous inviscid fluid core. This general theory is investigated using the angular momentum theorem applied to the coupled core-mantle system. It allows to study the influence upon the planetary rotation of a quasi-rigid rotational motion in the liquid core. It also enables to investigate the consequences of excitation sources (e.g., pressure), located at the core-mantle interface. Especially, the influence of viscoelastic variations in the inertia tensors resulting from the rotation itself or from various excitation sources are detailed with the help of a Love number formalism. The equations of the linear theory for an elastic earth with a liquid core, and the nonlinear theory for a viscous planet with a quasi-fluid behavior are shown to be particular cases of the generalized system of equations. Some planetological applications may be derived from the quasi-fluid approximation.

**Keywords:** Earth core, Earth mantle, Earth rotation, Nonlinear equations, viscoelasticity, angular momentum, rigid structures, rotating bodies

## 7 Références

Besse, J. and Courtillot, V., 2001. Apparent and True Polar Wander and the Geometry of the Geomagnetic Field in the last 200 Million Years, *J. Geophys. Res.*, accepted May 2001.

Davaille, A., 1999. Simultaneous generation of hotspots and superswells by convection in a heteroneous planetary mantle, *Nature*, **402**, 756-760, December 1999.

Euler, L., 1749. *Recherche sur la Précession des Équinoxes et sur la Nutation de l'Axe de la Terre,* Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin, pp 289-325, Berlin.

Mathews, P.M., Herring, T.A., & Buffett, B.A., 2001. Modeling of nutation-precession: New nutation series for nonrigid Earth and Insights into the Earth's interior. *J. Geophys. Res.*, in press.

H. Poincare, 1910. Sur la précession des corps déformables, *Bull. astr.*, **27**, 321-356.