

Le champ géomagnétique et la dynamique du noyau de la Terre

Julien Aubert

Université de Paris, Institut de physique du globe de Paris, CNRS, F-75005 Paris, France.

Résumé

Le champ magnétique de la Terre est un objet fascinant observé avec grand intérêt depuis plusieurs siècles, et une source d'informations unique sur la structure, l'histoire et la dynamique de notre planète. Cet article présente un panorama des observations géomagnétiques, de la théorie de la dynamique du noyau Terrestre, de la géodynamo convective, ainsi que des étapes clés franchies par les simulations numériques. Si le mystère de la géodynamo a pu susciter des débats intenses depuis le début du siècle dernier, les deux dernières décennies ont vu une accélération remarquable des progrès réalisés par la communauté scientifique, portée en particulier par l'essor rapide de la simulation numérique. Une stratégie cohérente a en effet émergé pour que cette simulation puisse rendre compte de l'extrême disparité d'échelles d'espace et de temps intervenant dans la physique du noyau. La combinaison des données géomagnétiques et des modèles dynamiques a de plus permis d'augmenter notre connaissance de la structure et des propriétés physiques internes de notre planète, et fournit aujourd'hui un outil utile de prédiction à destination des activités technologiques humaines.

Table des matières

1	Observation et description du champ géomagnétique.	2
1.1	Définition et sources	2
1.2	Observations	3
1.3	Description mathématique	6
1.4	Variabilité temporelle et disparité d'échelles de temps	7
2	Dynamique du noyau et géodynamo	11
2.1	Le paradigme de la géodynamo convective	11
2.2	Système et équations	12
2.3	Conditions aux limites	15
2.4	Dynamique rotationnelle couplée	16
2.5	Aspects énergétiques de la géodynamo	17
2.6	Quasi-géostrophie et convection en rotation rapide.	19
2.7	Effet dynamo	19
2.8	Équilibre des forces QG-MAC et lois d'échelle	21
3	Simulations numériques de la géodynamo	24
3.1	Principe	24

3.2	Disparité d'échelles de temps et nombres sans dimension	25
3.3	Premiers succès historiques	27
3.4	Approche systématique : lois d'échelle, conditions d'accord morphologique et cinématique aux échelles de temps séculaires	28
3.5	Les bonnes réponses pour de mauvaises raisons ? Théorie du chemin et équilibre des forces	33
3.6	Dynamique rapide et origine des secousses géomagnétiques	37
3.7	Variations de basse fréquence, inversions de polarité, modèles évolutifs	38
4	Bilan, débats et perspectives	41

1 Observation et description du champ géomagnétique.

1.1 Définition et sources

Le champ magnétique se définit en physique comme l'interaction opérant sur et depuis les charges électriques en mouvement. Il peut s'organiser au niveau atomique et devenir ainsi une propriété de la matière, comme par exemple dans les aimants permanents ou bien les objets aimantés. Il peut aussi et bien sûr résulter d'un système de courants électriques entretenus, comme c'est le cas par exemple pour les électro-aimants. Nous en avons une vision assez simple au travers de l'expérience commune consistant à répartir de la limaille de fer sur une feuille de papier, sous laquelle on place un aimant permanent. Les particules de limaille s'orientent alors pour révéler deux propriétés fondamentales du champ magnétique. Il s'agit tout d'abord d'une grandeur vectorielle, définie par trois composantes dans l'espace ou bien par une intensité (la norme) et une direction (indiquée par exemple par une boussole). De plus, contrairement au champ électrique, son compagnon qui peut être unipolaire, le champ magnétique est *solénoïdal*, ce qui veut dire qu'il est forcément au moins dipolaire : il présente une structure formée au moins par deux pôles magnétiques ou points de convergence des lignes en tout point parallèles au champ magnétique (les lignes de champ).

Le champ magnétique de la Terre, ou champ géomagnétique, décrit l'ensemble des effets magnétiques naturels présents sur notre planète. Parmi ceux-ci, le champ magnétique d'origine interne est créé dans le noyau externe liquide de la Terre, essentiellement composé de Fer et de Nickel conducteurs, et animé d'intenses mouvements de convection liés au refroidissement de la planète (Fig. 1). Le champ géomagnétique interne forme plus de 90% de l'intensité d'environ 40 microteslas (μT) ressentie à la surface de la Terre (Fig. 2a). Cet article est essentiellement consacré au champ d'origine interne, qui forme une importante source d'informations sur la structure, la dynamique et l'histoire de notre planète. Les principales autres sources externes du champ géomagnétique sont le champ crustal, créé par les roches aimantées à la surface du globe, et les champs ionosphériques et magnétosphériques res-

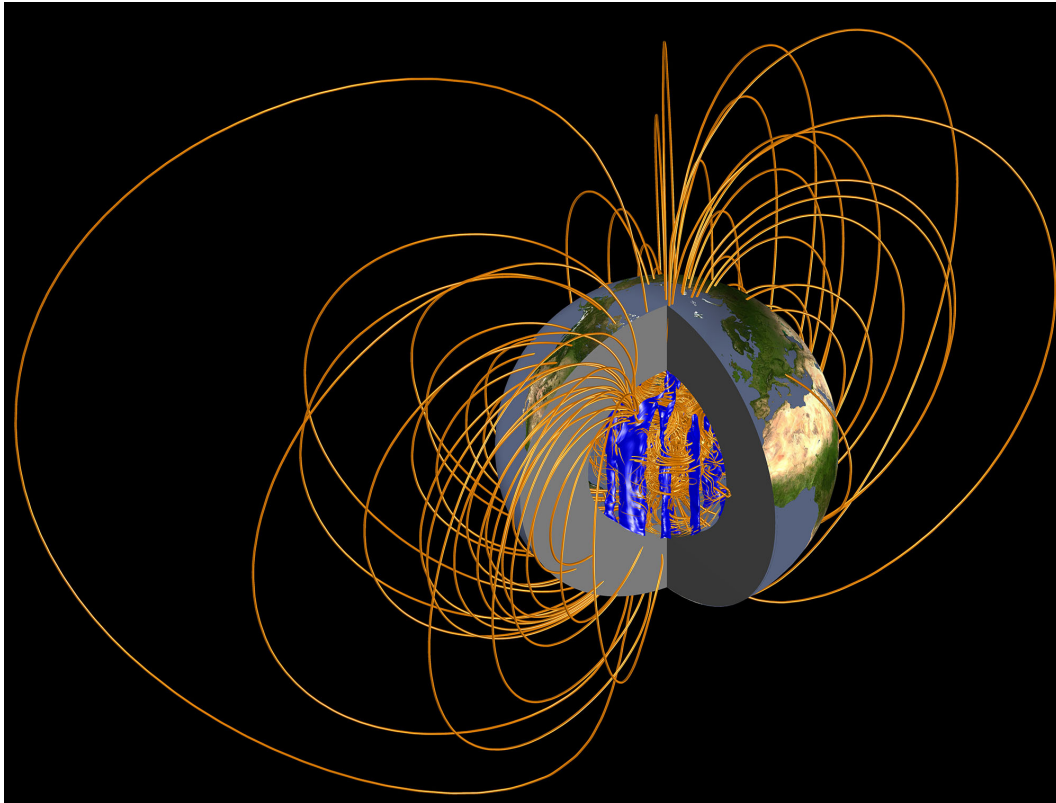


FIGURE 1. Vue écorchée de l'intérieur de la Terre, issue d'une simulation numérique de la dynamique du noyau et de la génération du champ géomagnétique (Aubert et al., 2013). Au sein du noyau fluide (transparent), l'écoulement fluide (en bleu) maintient le champ magnétique de la planète (représenté par ses lignes de champ, en orangé). Le champ géomagnétique traverse le manteau (en gris), essentiellement isolant, pour former une structure dipolaire à la surface de la Terre.

pectivement créés par les systèmes de courants présents dans l'ionosphère ainsi que par l'interaction du champ géomagnétique avec le vent solaire. On pourra trouver plus de détails sur ces champs d'origine externe dans Hulot et al. (2015).

1.2 Observations

Le noyau de la Terre se trouvant à environ 2900 kilomètres sous la surface, nos observations du champ géomagnétique sont éloignées de la source. Puisque tout champ magnétique observé loin des sources se réduit essentiellement à un dipôle, c'est aussi le cas du champ géomagnétique (Fig. 2b). Comme nous le verrons plus loin, les structures multipolaires sont bien sûr présentes mais sont fortement atténuées par l'éloignement de la source. L'axe reliant les pôles magnétiques Nord (où, par convention, le champ magnétique rentre dans le noyau) et Sud fait de nos jours un angle d'environ 10 degrés avec l'axe de rotation de la planète (Alken et al., 2021). Une autre façon de concevoir cet angle (Fig. 3) est de représenter, à la sur-

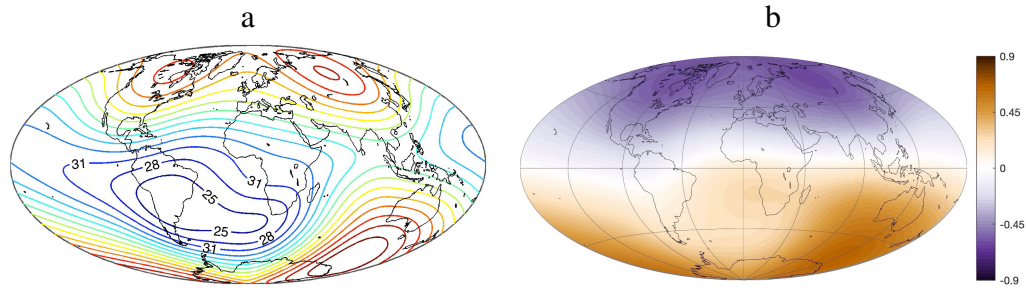


FIGURE 2. a : Carte de l'intensité du champ géomagnétique à la surface de la Terre en 2015 (contours sont séparés de $3 \mu T$). Les valeurs les plus basses (en bleu, environ $20 \mu T$) se trouvent dans l'anomalie dite de l'Atlantique Sud, et les valeurs les plus hautes (environ $70 \mu T$) sont proches des pôles. b : carte de la composante radiale du champ géomagnétique à la surface de la Terre en 2015 (unités 10^{-4} mT), faisant apparaître la structure dipolaire. Les lignes de champ sortent de l'hémisphère Sud (en orange) pour rentrer à nouveau dans l'hémisphère Nord (en violet). Les données utilisées pour construire ces cartes proviennent du modèle géomagnétique CHAOS-7 (Finlay et al., 2020).

face de la Terre, une carte de la *déclinaison* magnétique, à savoir l'angle mesuré entre la direction locale du Nord magnétique (tel qu'indiqué par exemple par une boussole) et celle du Nord géographique. La déclinaison possède une importance historique forte, tout d'abord parce que c'est l'une des premières quantités à avoir été représentée sous la forme d'une carte d'iso-contours, par exemple par Halley au début du XVIII^{ème} siècle à partir d'observations faites lors d'expéditions marines (Fig. 3a). De plus, la mesure de la déclinaison a fourni la preuve irréfutable de la variabilité temporelle du champ géomagnétique. Suite à ses travaux, Halley avait en effet remarqué que les lignes agoniques (ou lignes de déclinaison nulle) ne sont pas fixes dans le temps mais dérivent lentement vers l'Ouest à une vitesse d'environ 20 kilomètres par an. On dispose aujourd'hui de cartes globales de cette déclinaison (Fig. 3b), obtenues à partir des données issues des observatoires magnétiques au sol et des satellites géomagnétiques. C'est ainsi que la ligne agonique médio-atlantique identifiée par Halley (Fig. 3a) se trouve aujourd'hui à la longitude des Amériques (Fig. 3b). C'est à la suite de cette découverte qu'est né le concept de *variation séculaire géomagnétique*, qui désigne aujourd'hui de manière générale la dérivée temporelle première du vecteur champ. C'est aussi à ce moment qu'il a fallu définitivement abandonner toute hypothèse d'un champ magnétique permanent pour la Terre, tel qu'il aurait par exemple pu être créé par un gigantesque aimant en son centre.

À l'époque de Halley, les mesures géomagnétiques étaient essentiellement motivées par les impératifs de la navigation maritime, et se limitaient à deux mesures d'angle, la déclinaison et l'inclinaison ou angle du champ géomagnétique avec l'horizontale. Il a fallu attendre 1832 et l'invention par Gauss à Göttingen d'une astucieuse méthode pour obtenir les premières mesures de l'intensité du champ magnétique (voir par exemple Malin & Barraclough, 1982), et, par déduction, des trois composantes spatiales du vecteur qui décrit ce champ. Cette découverte capi-

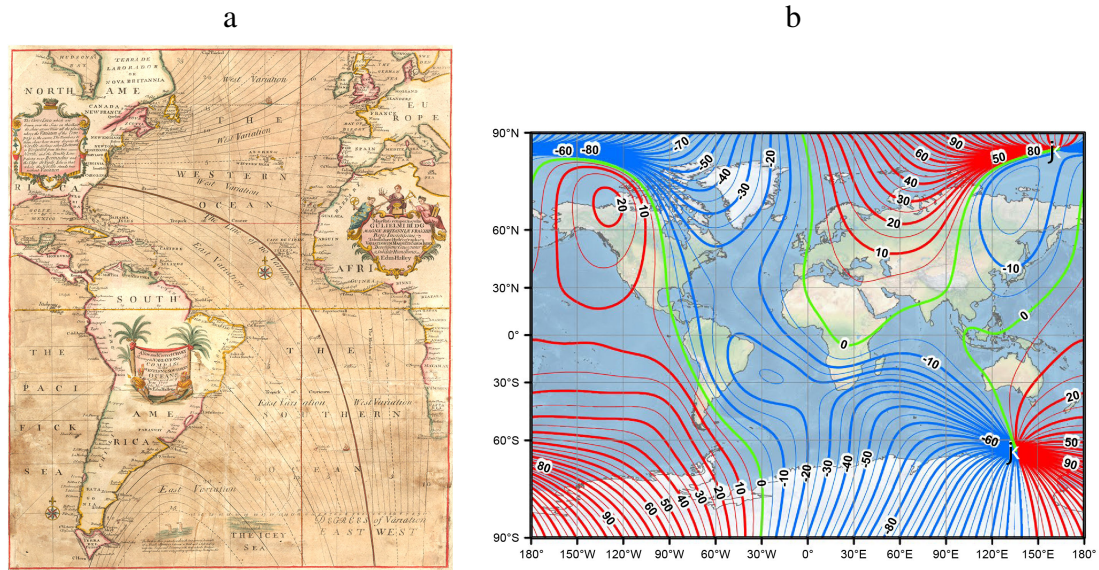


FIGURE 3. a : Carte historique des isogones (lignes de déclinaison constante) élaborée en 1701 par Edmond Halley (Princeton Library Historic Map collection). La ligne agonique (ligne de déclinaison nulle) est représentée par un trait fort au milieu de l'Atlantique. b : Carte des isogones en 2020, élaborée à partir de la 13ème génération du modèle de champ géomagnétique international de référence (IGRF-13, figure reproduite depuis Alken et al., 2021), représentant les lignes agoniques en vert.

tale, ainsi que les efforts politiques initiés par Gauss et Humboldt dans l'Union Magnétique de Göttingen, marquent le début de l'ère des observatoires magnétiques, qui jusqu'à aujourd'hui et en de nombreux points du globe enregistrent le vecteur champ de manière continue. Les contributions de Gauss à la théorie des champs potentiels, et particulièrement l'invention des harmoniques sphériques, ont par la suite permis de prouver de manière définitive l'origine essentiellement interne du champ géomagnétique, démonstration pour laquelle la connaissance des trois composantes du vecteur champ est essentielle (voir par exemple Olsen et al., 2010). Une seconde rupture fondamentale dans l'observation du champ magnétique est arrivée vers le milieu du XXème siècle, avec le lancement des premiers satellites géomagnétiques de basse altitude (environ 500 km). Ainsi, depuis une vingtaine d'années, nous disposons d'une couverture globale, vectorielle et continue pour la mesure de ce champ, au travers de la succession de plusieurs missions. Les trois satellites Swarm, lancés en novembre 2013 par l'Agence Spatiale Européenne, assument actuellement cette charge cruciale. Les mesures historiques marines, d'observatoire et satellitaires sont complétées aux échelles de temps beaucoup plus longues par l'archéomagnétisme, qui étudie le champ magnétique figé lors du refroidissement des artefacts archéologiques, et le paléomagnétisme, qui étudie le champ magnétique ancien tel qu'il a été figé lors du refroidissement des laves volcaniques ou bien lors des processus de sédimentation.

1.3 Description mathématique

Comme on a pu le voir ci-dessus, les harmoniques sphériques sont essentielles à la description de la structure du champ géomagnétique. D'un point de vue mathématique, leur utilisation est aussi naturelle pour ce problème, puisque le champ magnétique à l'extérieur des sources est potentiel (de Laplacien nul). Dans un système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) et à tout temps t , le vecteur champ magnétique $\mathbf{B}(r, \theta, \varphi, t)$ exprimé à un rayon $r \geq r_o$ (où $r_o = 3485$ km est le rayon du noyau) dérive donc d'un potentiel, qui lui même s'exprime comme une combinaison linéaire d'harmoniques sphériques :

$$\mathbf{B}(r, \theta, \varphi, t) = -\nabla V, \quad (1)$$

où

$$V(r, \theta, \varphi, t) = r_E \sum_{\ell=1}^{30} \left(\frac{r_E}{r} \right)^{\ell+1} \sum_{m=0}^{\ell} [g_{\ell}^m(t) \cos m\varphi + h_{\ell}^m(t) \sin m\varphi] P_{\ell}^m(\cos \theta). \quad (2)$$

Ici $r_E = 6371.2$ km est le rayon de référence magnétique à la surface de la Terre, $g_{\ell}^m(t)$ et $h_{\ell}^m(t)$ sont appelés les coefficients de Gauss, et P_{ℓ}^m est le polynôme de Legendre associé de degré ℓ et d'ordre m , usuellement semi-normalisé suivant la convention de Schmidt. À partir de cette description, l'objectif de la modélisation mathématique du champ géomagnétique est d'obtenir, sur un intervalle de temps donné, un modèle global en espace, continu (et si possible dérivable) en temps, c'est à dire un ensemble de coefficients $g_{\ell}^m(t)$, $h_{\ell}^m(t)$, qui s'ajuste correctement aux observations parcellaires en espace et en temps dont on dispose. Il s'agit là d'un problème inverse quasi-linéaire, qui peut être résolu par une méthode de moindres carrés, ce qui fut d'ailleurs l'approche historique et l'invention de Gauss. À partir des années 1980 (voir par exemple Gubbins, 1983), cette activité a connu d'importants développements méthodologiques reposant sur l'inférence Bayésienne. L'idée générale est d'estimer les séries $g_{\ell}^m(t)$, $h_{\ell}^m(t)$ les plus probables à partir des observations, de leurs propriétés statistiques de covariance d'erreur, et d'informations statistiques *a-priori* sur la complexité spatiale et temporelle du modèle cible.

Il existe aujourd'hui un grand nombre de modèles du champ géomagnétique (voir par exemple Jackson & Finlay, 2015, pour une revue), couvrant des périodes temporelles distinctes avec une finesse variable en temps. Il est à noter que la résolution spatiale de ces modèles est intrinsèquement limitée par le caractère parcellaire des données, qui s'aggrave alors qu'on remonte le temps (Fig. 4), ainsi que par le masquage des contributions internes par les champs externes crustaux (aux basses fréquences), magnétosphériques et ionosphériques (aux hautes fréquences). Parmi ces modèles, on citera ici par exemple gufm1 (Jackson et al., 2000), modèle dans lequel un travail historique poussé a permis d'intégrer quatre siècles de données géomagnétiques issues d'expéditions marines. Plus récemment, des modèles tels que la

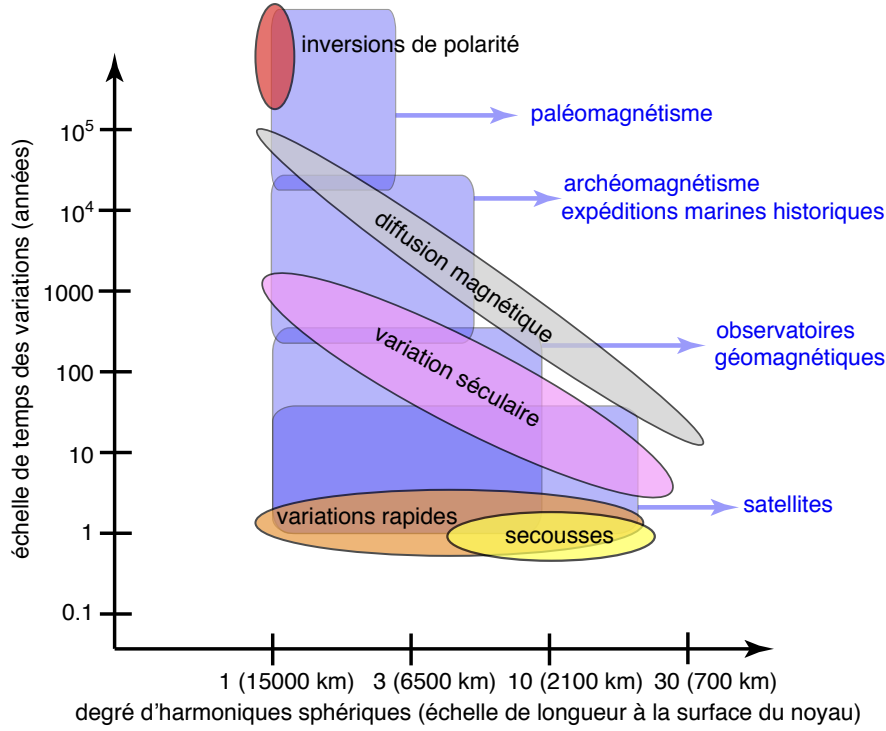


FIGURE 4. Diagramme présentant les échelles de temps et d'espace des principaux phénomènes variables dans le temps du champ géomagnétique interne (bulles ovales), ainsi que la résolution spatiale et temporelle des principales méthodes d'observation de ces phénomènes (bulles carrées). Le degré d'harmoniques sphériques ℓ (voir équation 2) peut être associé à l'échelle de longueur $d = 2\pi r_o / \sqrt{\ell(\ell + 1)}$ à la surface du noyau, où $r_o = 3485$ km est le rayon du noyau.

série CHAOS (récemment Finlay et al., 2020) et COV-OBS (Gillet et al., 2013; Huder et al., 2020) tirent en particulier parti de la richesse des observations satellitaires récentes. Les modèles les plus élaborés (par exemple Ropp et al., 2020) incluent de nouvelles approches d'ensemble, et des contraintes *a-priori* qui dévient de la spécification mathématique d'une complexité minimale, fréquemment utilisée dans les premiers modèles tels que gufm1. Ces modèles favorisent plutôt des descriptions stochastiques plus poussées en temps et pouvant exploiter en espace l'information statistique issue de simulations numériques de la géodynamo. De nombreux modèles couvrent aussi les échelles de temps archéomagnétiques et paléomagnétiques (voir par exemple Valet et al., 2005; Constable & Johnson, 2005; Ziegler et al., 2011; Nilsson et al., 2014, et les références contenues dans ces articles).

1.4 Variabilité temporelle et disparité d'échelles de temps

L'ensemble de ces modèles a permis de construire progressivement la description d'un champ géomagnétique variable sur une large gamme d'échelles temporelles, et probablement aussi spatiales, bien que notre accès aux petites échelles d'es-

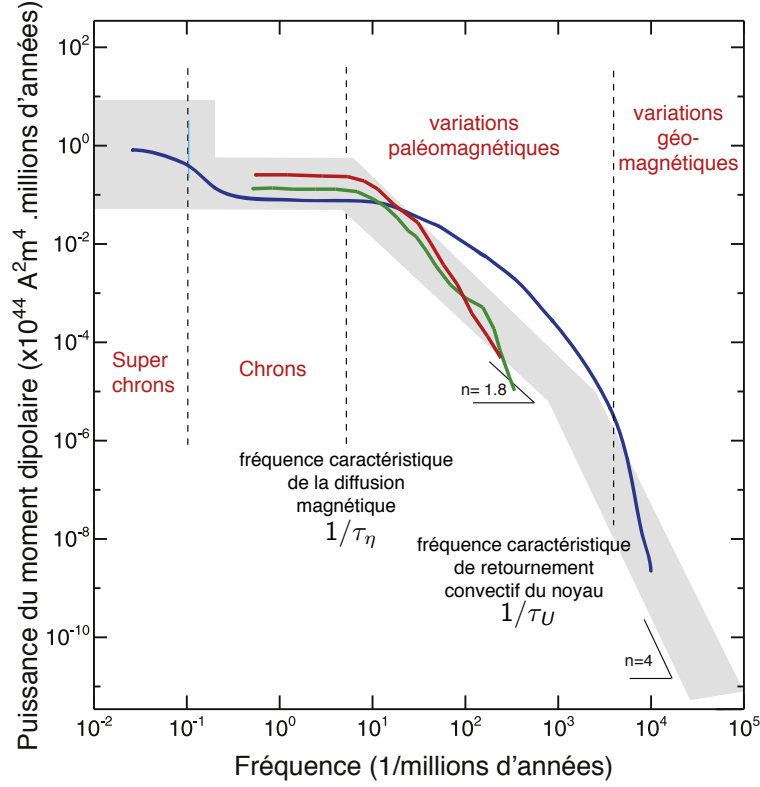


FIGURE 5. Comparaison de plusieurs spectres fréquentiels de la puissance du moment dipolaire géomagnétique (construit à partir des coefficients de Gauss d'ordre $\ell = 1$), obtenus à partir de différents modèles de champ géomagnétique : SINT2000 (Valet et al., 2005), PADM2M (Ziegler et al., 2011), ainsi que le modèle composite de Constable & Johnson (2005). En grisé figure une représentation schématique des lois de puissances proposées pour les domaines des superchrons (intervalles de temps sans inversion de polarité), chrons (intervalles de temps entre les inversions de polarité), et pour les domaines des variations dites paléomagnétiques et géomagnétiques (pentes correspondantes indiquées par l'index spectral n correspondant à une loi de puissance en f^{-n}). Figure modifiée d'après Olson et al. (2012). Voir section 3.2 et Table 3a pour la définition du temps caractéristique de retournement convectif τ_U et de la diffusion magnétique τ_η .

pace soit limité pour les raisons mentionnées ci-dessus. La figure 4 résume l'ensemble des phénomènes dynamiques étudiés concernant ce champ, ainsi que leurs échelles spatiales et temporelles et la résolution des observations associées. Les inversions spontanées et irrégulières des pôles magnétiques font partie des phénomènes présentant les échelles de temps les plus longues (de l'ordre de quelques événements par million d'années). En allant vers les échelles de temps plus courtes (mais toujours longues à l'échelle humaine), on trouve ensuite les phénomènes diffusifs liés à la conductivité électrique finie du noyau, qui impose une source d'énergie permanente pour la génération du champ géomagnétique afin de combattre la dissipation Joule des courants électriques qui le maintiennent (voir chapitre 2). L'ensemble de ces variations dites 'lentes' peuvent être décrites dans le domaine fréquentiel à partir des modèles géomagnétiques (Fig. 5) sous la forme

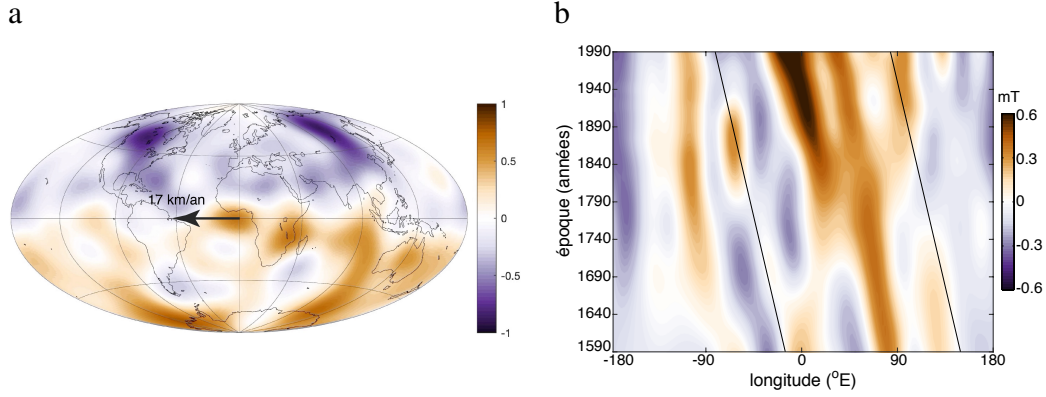


FIGURE 6. Champ géomagnétique calculé à la surface du noyau à partir du modèle gufm1 (Jackson et al., 2000). a : Carte de la composante radiale du champ en 1940 (unités en mT). b : Diagramme temps-longitude de la composante radiale du champ à l'équateur au cours des quatre derniers siècles. Les lignes penchées indiquent une dérive vers l'Ouest à la vitesse de 10 km/an. La dérive récente est de l'ordre de 17 km/an (voir aussi Finlay & Jackson, 2003).

de spectres présentant des intervalles de pentes distinctes (sur une échelle logarithmique) séparés par des périodes de coupures reliées aux phénomènes d'inversion de polarité et diffusifs.

Aux échelles de temps de l'ordre du siècle (de l'ordre du temps de retournement convectif du noyau, voir Table 3) viennent ensuite les variations géomagnétiques historiques. Un apport essentiel à leur étude vient de la possibilité de calculer le champ magnétique à la surface du noyau à partir du champ de surface fourni par le modèle, en utilisant l'équation (2) et le caractère essentiellement isolant du manteau Terrestre. Les images obtenues à la surface du noyau (Fig. 6a) révèlent une complexité spatiale accrue par rapport à la surface, comprenant plusieurs structures multipolaires. En particulier, cette représentation relie le mouvement des lignes agoniques à la surface de la Terre à la dérive vers l'Ouest de taches de flux magnétique proches de l'équateur (Fig. 6b, voir aussi Finlay & Jackson, 2003).

Au cours des deux dernières décennies, les satellites géomagnétiques et les observatoires de surface ont ouvert une fenêtre inédite sur la dynamique rapide du noyau, couvrant des échelles de temps pouvant être aussi courtes que l'année. L'apport de la modélisation mathématique du champ est ici la possibilité de calculer les dérivées successives $\dot{\mathbf{B}} = \partial \mathbf{B} / \partial t$ (la variation séculaire) et $\ddot{\mathbf{B}} = \partial^2 \mathbf{B} / \partial t^2$ (l'accélération séculaire) si le modèle de champ a été construit en imposant la dérivabilité des coefficients de Gauss. Il reste aussi toujours possible de regarder directement les composantes des variations magnétiques aux observatoires. Parmi les phénomènes dynamiques les plus intrigants, les secousses géomagnétiques (Courillot et al., 1978; Malin et al., 1983) sont des changements de pente brusques survenant dans les séries temporelles de $\dot{\mathbf{B}}$ (Fig. 7a), correspondant à des impulsions de l'accélération géomagnétique retrouvées sur les cartes de $\ddot{\mathbf{B}}$ fournies par les modèles (Chulliat

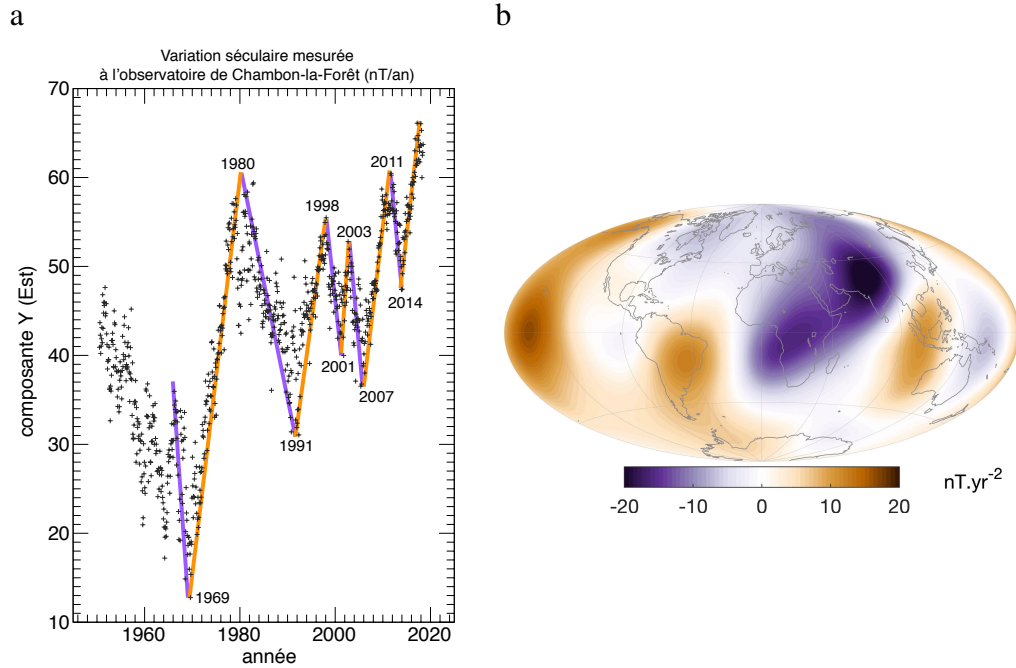


FIGURE 7. a : Succession historique des secousses géomagnétiques, vue par l'observatoire magnétique de Chambon-la-Forêt (Loiret), qui dépend de L'Institut de Physique du Globe de Paris. Le graphe présente le taux de variation (ou variation séculaire, nT/an) de la composante Est du champ géomagnétique. Chaque mesure (marquée par une croix) est obtenue en prenant une différence annuelle entre deux moyennes mensuelles. Les droites oranges et violettes soulignent des tendances d'accélération constante entre les secousses. Données issues de la base de données magnétiques du Bureau Central du Magnétisme Terrestre, doi :10.18715/bcmt.mag.def, [http ://www.bcmt.fr](http://www.bcmt.fr). b : carte de l'accélération magnétique radiale à la surface de la Terre, obtenue en 2015 à partir du modèle CHAOS-7 (Finlay et al., 2020) (unités en nT/an^2), et montrant une impulsion de cette accélération.

et al., 2010, 2015, Fig. 7b).

Au terme de cette introduction émerge l'image d'un champ géomagnétique présentant une variabilité sur une gamme très large d'échelles de temps, de l'année jusqu'au milliard d'années (si l'on considère additionnellement l'évolution géologique du champ magnétique liée aux variations du refroidissement de la planète). Le but de la théorie dite de la géodynamo (chapitre 2), des expériences et des simulations numériques (chapitre 3) est tout d'abord de rendre compte de cette variabilité tout en reproduisant ses caractéristiques morphologiques, et ainsi d'expliquer le mécanisme de la création et du maintien du champ géomagnétique. Dans un second temps, cette théorie vise à exploiter le signal géomagnétique afin d'extraire des informations géophysiques sur la structure profonde, la dynamique et l'histoire de notre planète. Enfin, le champ géomagnétique est en interaction avec un grand nombre d'activités technologiques humaines, parmi lesquelles les télécommunications, la navigation et l'orientation à la surface de la Terre, le vol des satellites à basse altitude, la prospection géophysique. Il est donc important d'être capable de

prédire l'évolution spatiale et temporelle future de ce champ, ce qui forme l'objet des activités d'assimilation de données géomagnétiques actuellement en développement rapide.

2 Dynamique du noyau et géodynamo

2.1 Le paradigme de la géodynamo convective

Comme nous l'avons vu précédemment, l'existence de la variation séculaire exclut toute explication du champ géomagnétique basée sur le magnétisme permanent, qui par ailleurs ne peut pas exister aux températures élevées de l'intérieur de la Terre. Celles-ci dépassent en effet le point de Curie des matériaux ferromagnétiques connus (quelques centaines de degrés Celsius, au-delà duquel ces matériaux perdent leur aimantation permanente) dès que l'on s'enfonce de quelques dizaines de kilomètres sous la surface. L'hypothèse aujourd'hui généralement admise a été initialement formulée par Larmor (1919) dans le contexte du champ magnétique du Soleil. Son idée était que dans un champ magnétique préexistant, des mouvements d'un fluide électriquement conducteur créent des courants électriques, qui induisent un second champ magnétique. Sous certaines conditions favorables, ce champ magnétique induit peut venir renforcer le champ préexistant et ainsi le maintenir contre les pertes résistives. Larmor a précisé que cette hypothèse dite d'une dynamo auto-entretenu pourrait aussi s'appliquer au champ géomagnétique si l'intérieur de la Terre était au moins partiellement fluide, ce qui n'était alors pas encore établi. Bien que quelques années plus tard, les observations sismologiques ne laissaient plus de doute sur cette fluidité (Jeffreys, 1926), l'idée de Larmor s'est ensuite heurtée à la formulation de théorèmes antidynamo comme celui de Cowling (1934), qui stipule qu'un champ magnétique axisymétrique ne peut pas être maintenu par effet dynamo. Bien que séduisante, la dynamo fluide devenait alors une hypothèse peu parcimonieuse dans le sens où elle semblait demander une complexité spatiale importante à un écoulement fluide en principe non contraint. Ce n'est que plus tard, avec les travaux de Elsasser (1946) et Bullard (1949) que les fondations de la théorie magnétohydrodynamique des dynamos ont pu être posées.

Le mécanisme de Larmor requiert une source d'énergie. L'hypothèse prédominante, dite de la géodynamo convective, est que cette énergie vient du refroidissement de la Terre, qui induit une convection thermique vigoureuse dans le noyau externe, ainsi qu'une convection chimique provenant du relâchement d'éléments légers à la surface de la graine (la partie solide au centre du noyau), alors que celle-ci grandit. Il est important de préciser que cette géodynamo convective reste aujourd'hui encore un paradigme, dont l'acceptation repose sur sa capacité à reproduire et expliquer l'ensemble des observations géomagnétiques décrites précédemment (voir chapitre 3) tout en s'inscrivant dans le cadre actuel de nos connaissances de l'in-

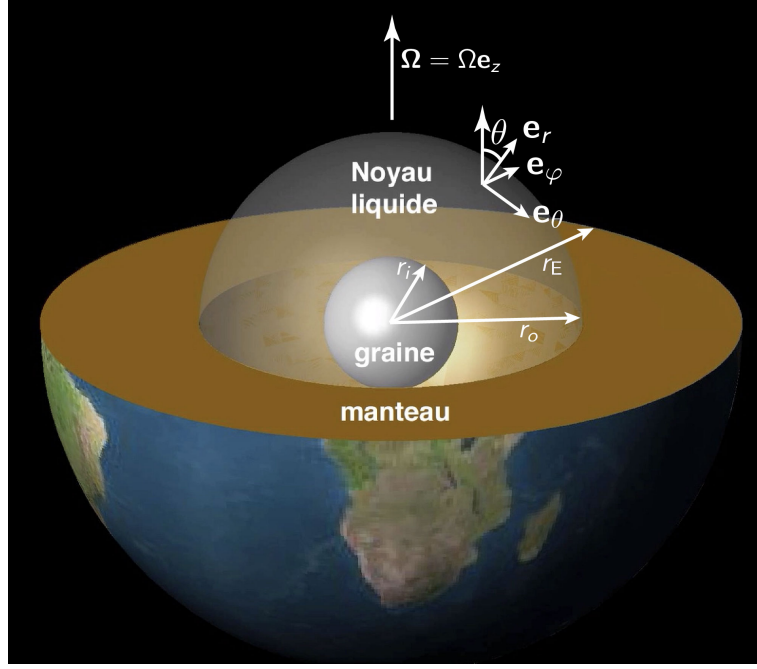


FIGURE 8. Coupe de l'intérieur de la Terre. Le système fluide considéré est le noyau externe de profondeur $D = r_o - r_i = 2264$ km, compris entre la graine solide de rayon $r_i = 1221$ km et la frontière noyau-manteau au rayon $r_o = 3485$ km. La surface de la Terre se trouve à $r_E = 6371.2$ km.

térieur de la Terre. Si l'idée d'une géodynamo est peu débattue, il est en revanche possible qu'un forçage mécanique provenant d'instabilités liées à l'ellipticité de la Terre puisse remplacer la source convective. Ce mécanisme a été proposé pour expliquer le magnétisme d'autres objets du système solaire tels que la Lune (Le Bars et al., 2011). Plus récemment, la validité du forçage mécanique pour entretenir un champ magnétique par effet dynamo a été confirmée par la simulation numérique (Cébron & Hollerbach, 2014). À l'heure actuelle, cette hypothèse n'a cependant pas atteint le niveau de succès de l'hypothèse convective pour expliquer le champ géomagnétique. Les développements présentés dans ce chapitre seront donc consacrés à la géodynamo convective, et on pourra par ailleurs consulter Tilgner (2015) pour une revue de détail sur le forçage mécanique.

2.2 Système et équations

Le noyau externe est représenté (Fig. 8) par une coquille sphérique fluide contenue entre les rayons $r = r_i$ (la surface de la graine) et $r = r_o$ (la frontière noyau-manteau). Ce domaine est couplé à une sphère solide de rayon r_i (la graine), ainsi qu'à une autre coquille sphérique solide contenue entre les rayons r_o et r_E , représentant le manteau. L'ensemble graine-noyau externe-manteau est en rotation autour de l'axe $\mathbf{e}_z$ à la vitesse angulaire constante Ω (le vecteur vitesse angulaire s'écrivant $\mathbf{\Omega} = \Omega \mathbf{e}_z$). Nous nous plaçons dans le référentiel en rotation à cette vitesse par

rapport à un référentiel galiléen, dans lequel on adopte un système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) associé aux vecteurs unités $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$. Le rayon-vecteur est noté $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r$.

Le noyau externe est considéré comme électriquement conducteur, avec une conductivité σ ou une diffusivité magnétique $\eta = 1/\mu\sigma$, où μ est la perméabilité magnétique du vide. Le système décrivant la géodynamo dans le noyau externe est formé de l'équation de Navier-Stokes en présence de convection, de forces magnétiques et dans un référentiel en rotation (equation 3), d'une équation d'advection/diffusion pour le transport des anomalies de densité (equation 5), et de l'équation d'induction électromagnétique résultant de cette convection (equation 4). La compressibilité faible du noyau externe (variations de densité de l'ordre de 20% d'une frontière à l'autre, Dziewonski & Anderson, 1981) permet d'adopter l'approximation de Boussinesq pour décrire la convection. On considère donc un fluide incompressible de densité constante et uniforme ρ , ainsi qu'un champ de co-densité $C \ll \rho$ représentant des anomalies convectives de densité faibles par rapport à un état de base bien mélangé (dit adiabatique). Finalement, on ne considère les variations de densité que dans le cadre des forces d'Archimède qu'elles causent. On désigne par $\mathbf{u}$ et $\mathbf{B}$ le champ de vitesse et le champ magnétique dans le noyau (ces deux champs étant solénoïdaux, equations 6,7). Le caractère non relativiste des mouvements (la faiblesse de $|\mathbf{u}|$ par rapport à la vitesse de la lumière) implique aussi que l'on peut adopter l'approximation dite magnétohydrodynamique pour décrire l'induction électromagnétique. On trouvera une démonstration très complète des équations dans Schwaiger (2020), dont nous rappellerons ici simplement l'expression finale dans le référentiel en rotation :

$$\underbrace{\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right)}_{\text{force d'inertie}} + \underbrace{2\rho\Omega\mathbf{e}_z \times \mathbf{u}}_{\text{force de Coriolis}} + \underbrace{\nabla P}_{\text{pression}} = \underbrace{g_o \frac{\mathbf{r}}{r_o} C}_{\text{poussée d'Archimède}} + \underbrace{\frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}_{\text{force de Lorentz/Laplace}} + \underbrace{\rho\nu\nabla^2 \mathbf{u}}_{\text{viscosité}}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \underbrace{\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})}_{\text{induction}} + \underbrace{\eta \nabla^2 \mathbf{B}}_{\text{diffusion}}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \underbrace{\mathbf{u} \cdot \nabla C}_{\text{advection}} = \underbrace{\kappa \nabla^2 C}_{\text{diffusion}} + \underbrace{S_{T/\chi}}_{\text{source / puits}}, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (7)$$

Les quantités non encore introduites sont le champ de pression P , la gravité g_o à la surface du noyau, la viscosité ν , la diffusivité thermo-chimique κ , et le terme de source/puits $S_{T/\chi}$ introduit dans (5) pour assurer la conservation de la masse. On notera que dans cette formulation, les effets de convection thermique (refroidissement

Qté	Désignation	Valeur typique	Référence
r_i	rayon de la graine	1221 km	
r_o	rayon de la surface du noyau	3485 km	
r_E	rayon de la Terre	6371.2 km	
ρ	densité de référence du noyau	11000 kg/m ³	Dziewonski & Anderson (1981)
g_o	gravité à la surface du noyau	10 m/s ²	//
Ω	fréquence de rotation planétaire	7.29 10 ⁻⁵ 1/s	
I_I	moment d'inertie de la graine	5 10 ³⁴ kg.m ²	Ahrens (1995)
I_O	moment d'inertie du noyau externe	0.9 10 ³⁷ kg.m ²	//
I_M	moment d'inertie du manteau	7.1 10 ³⁷ kg.m ²	//
$u = \mathbf{u} $	vitesse du fluide	5 10 ⁻⁴ m/s	Finlay & Jackson (2003); Aubert (2020)
$B = \mathbf{B} $	champ magnétique	4 mT	Gillet et al. (2010)
μ	perméabilité du vide	4 π 10 ⁻⁷ H/m	
C	anomalie de densité convective	10 ⁻⁵ kg/m ³	Jones (2015); Aubert (2020)
ν	viscosité du noyau externe	10 ⁻⁶ m ² /s	de Wijs et al. (1998)
η	diffusivité magnétique	0.3 – 3 m ² /s	Secco & Shloessin (1989); Pozzo et al. (2012); Konôpková et al. (2016)
κ	diffusivité thermique/chimique	10 ⁻⁵ m ² /s (thermique), 10 ⁻⁹ – 10 ⁻⁷ m ² /s (chimique)	Jones (2015); Tassin et al. (2021)
F	flux d'anomalie de masse	10 ⁻⁵ – 4 10 ⁵ kg/s	Aubert et al. (2017)
Γ	constante de couplage gravitationnel graine-manteau	3 10 ¹⁹ – 2 10 ²⁰ N.m	Davies et al. (2014)
τ	temps de relaxation visqueuse de la graine	0.02 - 20 ans	Gleason & Mao (2013)
$\Delta\sigma_M$	conductance du manteau profond	2.5 10 ⁷ – 2.5 10 ⁹ S	Pichon et al. (2016)

TABLE 1

Valeurs typiques pour les quantités physiques principales intervenant dans la description physique de la dynamique du noyau.

Rapport	Nom	Définition	valeur
$E = \nu/\Omega D^2$	Ekman	viscosité/Coriolis	$3 \cdot 10^{-15}$
$Ro = u/\Omega D$	Rossby	inertie/Coriolis	$3 \cdot 10^{-6}$
$Bu = g_o C/\rho \Omega u$	Buoyancy	Archimède/Coriolis	0.25
$\Lambda_d = B^2/\rho \mu \Omega u D$	Elsasser dynamique	Laplace/Coriolis	$1.4 \cdot 10^{-2}$

TABLE 2

Rapports entre les forces en présence dans l'équation (3) et la force de Coriolis, calculés à partir des valeurs données dans la Table 1. La pression n'est pas considérée car elle ne possède pas d'effet dynamique propre.

de la Terre) et chimique (relâchement d'éléments légers lors de la cristallisation de la graine) sont groupés dans le champ de co-densité C , et leur diffusion n'est décrite que par la seule constante κ . On notera que par analogie avec les cas classiques dans lesquels on ne considère que la source thermique d'anomalie de densité, la co-densité C est conventionnellement définie comme l'opposé de l'anomalie de densité. L'hypothèse sous-jacente au traitement conjoint des effets convectifs thermiques et chimiques est celle d'un mélange turbulent qui égalise les diffusivités relatives aux champs de température et de composition groupés dans C . On pourra consulter Tassin et al. (2021) pour une discussion plus en profondeur de ce point. La Table 1 donne les ordres de grandeurs typiques dans le noyau pour les quantités intervenant dans le système (3-7). Une première estimation de l'amplitude des forces (Table 2) utilisant ces ordres de grandeur montre que la dynamique du noyau de la Terre est dominée par les effets de la rotation planétaire, au travers de la force de Coriolis.

2.3 Conditions aux limites

Le système (3-7) est complété par des conditions aux limites mécaniques, électromagnétiques et thermo-chimiques aux frontières interne (graine, $r = r_i$) et externe (manteau, $r = r_o$) du système. Nous nous intéressons ici à un jeu de conditions pertinent pour la modélisation géophysique, qui diffère du jeu classique utilisé dans l'approche numérique historique (voir par exemple une comparaison dans Aubert et al., 2017). La viscosité étant négligeable dans le noyau devant toutes les autres forces (Table 2), les couches limites visqueuses sont sans importance et les conditions aux limites mécaniques appropriées sont du type contraintes libres (*free-slip*), avec non-pénétration du fluide hors des frontières du noyau externe. Pour la condition aux limites électromagnétique à la surface de la graine, on suppose généralement le raccordement à un conducteur électrique dont les propriétés sont similaires à celles du noyau externe. Du côté du manteau, on suppose fréquemment que celui-ci est un isolant électrique, auquel cas le champ magnétique se raccorde à un champ potentiel à $r = r_o$. Dans une modélisation plus réaliste, on peut aussi considérer que

le bas du manteau possède une conductance $\Delta\sigma_M$ non nulle, mais beaucoup plus faible que la conductance $D/\mu\eta$ du noyau externe (voir une discussion dans Pichon et al., 2016). Les conditions aux limites thermo-chimiques s'expriment en spécifiant les flux d'anomalie de masse $F_i = -4\pi\kappa r_i^2 \partial C / \partial r(r_i)$ et $F_o = 4\pi\kappa r_o^2 \partial C / \partial r(r_o)$ entrants dans et sortants du noyau externe. Des flux d'anomalie de masse hétérogènes en espace sont parfois considérés (voir par exemple Aubert et al., 2013). Le système formulé dans l'approximation de Boussinesq conserve sa masse, ce qui implique la détermination suivante du terme source/puits $S_{T/\chi}$:

$$VS_{T/\chi} = F_o - F_i, \quad (8)$$

où V est le volume du noyau externe. On désigne généralement par $F = F_i + F_o$ le flux d'anomalie de masse total transporté à travers le noyau par convection (voir valeurs typiques dans la table 1).

2.4 Dynamique rotationnelle couplée

Afin d'expliquer des observations telles que la dérive géomagnétique vers l'Ouest, il est essentiel de considérer la dynamique rotationnelle couplée des enveloppes de la Terre. On suppose que le manteau et la graine présentent une rotation axiale différentielle par rapport au noyau, aux vitesses angulaires respectives Ω_I et Ω_M . Dans une formulation minimale, la dynamique de la graine et du manteau s'exprime en faisant intervenir un couple électromagnétique Γ_M imposé par le noyau, ainsi qu'un couple gravitationnel Γ_G couplant ensemble ces deux couches :

$$I_I \frac{d\Omega_I}{dt} = \Gamma_{M,I} + \Gamma_G, \quad (9)$$

$$I_M \frac{d\Omega_M}{dt} = \Gamma_{M,M} - \Gamma_G. \quad (10)$$

Ici I_I et I_M sont les moments d'inertie de la graine et du manteau. Les couples magnétiques exercés par le noyau externe sur la graine et le manteau s'expriment respectivement par

$$\Gamma_{M,I} = \frac{r_i}{\mu} \iint_{r=r_i} B_r B_\varphi \sin \theta dS, \quad \Gamma_{M,M} = -\frac{r_o}{\mu} \iint_{r=r_o} B_r B_\varphi \sin \theta dS. \quad (11)$$

La présence d'un couplage gravitationnel résulte de l'existence d'anomalies de densité dans le manteau, qui induisent gravitationnellement une anomalie de topographie à la surface de la graine (Buffett, 1996a,b). On introduit un angle de déviation Φ entre la graine et le manteau, tel que le couple gravitationnel exercé sur la graine s'écrit

$$\Gamma_G = -\Gamma\Phi, \quad (12)$$

où Γ est la constante de couplage gravitationnel (voir Table 1). L'angle Φ obéit à

$$\frac{d\Phi}{dt} + \frac{\Phi}{\tau} = \Omega_I - \Omega_M, \quad (13)$$

où τ est un temps de relaxation visqueuse de l'anomalie de topographie à la surface de la graine. Une approximation quasi-statique valable aux temps plus longs que τ est fréquemment utilisée (par exemple Aubert et al., 2013; Pichon et al., 2016) dans laquelle on a simplement $\Gamma_G \approx -\Gamma\tau(\Omega_I - \Omega_M)$. Le moment cinétique de l'ensemble graine-noyau-manteau est bien sûr constant à tout instant, ce qui peut s'écrire, dans le référentiel en rotation à la vitesse angulaire Ω :

$$I_I\Omega_I + I_O\Omega_O + I_M\Omega_M = 0, \quad (14)$$

où Ω_O est la rotation d'ensemble du noyau externe et I_O son moment d'inertie.

2.5 Aspects énergétiques de la géodynamo

On peut écrire un bilan d'énergie pour le noyau en prenant le produit scalaire de l'équation (3) par $\mathbf{u}$ et celui de l'équation (4) par $\mathbf{B}$. Après manipulation algébrique, on obtient :

$$\frac{dK}{dt} + \frac{dM}{dt} = P - D_\eta - D_\nu, \quad (15)$$

où

$$K = \frac{\rho}{2} \iiint_V \mathbf{u}^2 dV, \quad M = \frac{1}{2\mu} \iiint_V \mathbf{B}^2 dV \quad (16)$$

sont respectivement l'énergie cinétique et l'énergie magnétique du noyau,

$$P = \frac{g_o}{r_o} \iiint_V C\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} dV \quad (17)$$

est la puissance de la convection,

$$D_\eta = \frac{\eta}{\mu} \iiint_V (\nabla \times \mathbf{B})^2 dV, \quad D_\nu = \rho\nu \iiint_V (\nabla \times \mathbf{u})^2 dV \quad (18)$$

sont respectivement les taux de dissipation Joule et visqueuse dans le système. On peut montrer que la puissance convective P est approximativement proportionnelle au flux d'anomalie de masse F traversant le système :

$$P \approx \gamma \frac{g_o F V}{4\pi D^2}, \quad (19)$$

où la valeur de la constante géométrique γ peut être estimée en fonction de la distribution des sources de poussée dans le noyau (Aubert et al., 2009, 2017). La puissance convective est donc une variable d'entrée du système, au même titre que le flux d'anomalie de masse F . Du fait de la faiblesse de la viscosité ν devant la

diffusivité magnétique η (Table 1), il est communément admis (et démontré numériquement, Aubert et al., 2017) que $D_v \ll D_\eta$. En régime permanent, le bilan d'énergie (15) se réduit donc à

$$P = D_\eta, \quad (20)$$

ce qui veut dire que l'essentiel de l'énergie apportée à la géodynamo par la convection sert à produire un champ magnétique qui est par la suite dissipé par effet Joule. L'équation (20) permet de relier P (ou F) aux caractéristiques du refroidissement de la Terre en invoquant la thermodynamique du noyau, qui de son côté exprime en effet le taux de dissipation Joule D_η à partir du flux de chaleur Q_{CMB} traversant la frontière noyau-manteau. C'est seulement à ce stade qu'intervient la description de l'état de base adiabatique sur lequel on exprime l'approximation de Boussinesq qui aboutit aux équations (3,5). On trouvera par exemple un développement récent complet dans Labrosse (2015). Dans la formulation simplifiée de Lister (2003), et en négligeant la possibilité d'un chauffage radioactif du noyau, la relation thermodynamique s'écrit :

$$P = D_\eta = Q_{\text{CMB}}(\epsilon_L + \epsilon_B) + (Q_{\text{CMB}} - Q_A)\epsilon_S. \quad (21)$$

Ici Q_A est le flux de chaleur adiabatique dans le noyau, transporté par la simple conduction thermique au travers du noyau compressible. Les coefficients d'efficacité thermodynamique $\epsilon_{L,B,S}$ décrivent respectivement la libération de chaleur latente à la surface de la graine faisant suite à sa cristallisation, la convection chimique résultant du relâchement d'éléments légers lors de cette cristallisation, et la convection thermique pure. Lister (2003) calcule les valeurs $\epsilon_L = 0.05$, $\epsilon_B = 0.16$ et $\epsilon_S = 0.11$ pour le noyau au temps présent, ce qui montre que la cristallisation de la graine est environ $(\epsilon_L + \epsilon_B)/\epsilon_S \approx 2$ fois plus efficace que le refroidissement du noyau pour fournir de l'énergie à la géodynamo. La relation (21) montre que la convection thermique n'est possible que si le refroidissement du noyau est plus fort que la quantité Q_A qui peut être conduite le long de l'adiabat. En l'absence d'autres sources (par exemple avant la nucléation de la graine), la géodynamo ne peut donc fonctionner que si $Q_{\text{CMB}} > Q_A$. Si la graine est présente, on peut en revanche avoir $Q_{\text{CMB}} \leq Q_A$ tout en gardant $P = D_\eta > 0$, si la convection chimique faisant suite à sa croissance ainsi que la chaleur latente de solidification libérée sont suffisantes pour rattraper le terme négatif lié à la convection thermique. Dans ce cas, le sommet du noyau est stablement stratifié en densité. Les flux de chaleur Q_{CMB} et Q_A sont donc les variables d'entrée ultimes pour les aspects énergétiques de la géodynamo, car ils contraignent P et donc F (par l'équation 19), et même la répartition entre F_i et F_o (sous certaines conditions, Aubert et al., 2009). Il faut noter ici que les valeurs de Q_{CMB} et Q_A pour la Terre présente sont l'objet d'intenses débats, car la conductivité thermique du noyau est actuellement elle-même en débat. Ceci implique en particulier un grand intervalle d'incertitude $Q_A = 5 - 15$ TW pour l'amplitude du flux de chaleur adiabatique (Davies et al., 2015), ainsi qu'une incertitude concernant la stabilité convective et la possible stratification du sommet du noyau (voir par exemple Gastine et al., 2020).

2.6 Quasi-géostrophie et convection en rotation rapide.

Comme on peut le voir dans la Table 2, la force de Coriolis domine toutes les autres forces en présence dans le noyau de la Terre, à l'exception des forces de pression. L'équilibre principal est donc *géostrophique* et s'écrit

$$2\rho\Omega \mathbf{e}_z \times \mathbf{u} + \nabla P \approx 0. \quad (22)$$

Le rotationnel de l'équation (22) aboutit à la contrainte de Taylor-Proudman

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \approx 0, \quad (23)$$

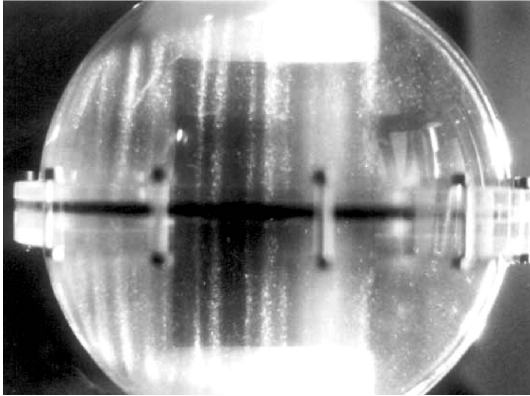
où z est la coordonnée le long de l'axe de rotation $\mathbf{e}_z$. Les mouvements géostrophiques sont donc invariants le long de l'axe de rotation. On voit rapidement que dans une coquille sphérique, les seuls mouvements purement géostrophiques sont axisymétriques et azimuthaux (ou zonaux) le long de l'axe $\mathbf{e}_\varphi$, car tout autre type de mouvement induira des variations le long de $\mathbf{e}_z$ du fait des conditions de non-pénétration aux frontières. La géodynamo est donc plutôt dans un état *quasi-géostrophique*, et ce sont les faibles déviations par rapport à l'équilibre diagnostique (22) qui prescriront de manière prognostique l'évolution du système.

La convection en rotation rapide (c'est à dire sous la contrainte dominante de la force de Coriolis) et sans champ magnétique a fait historiquement l'objet d'un grand nombre d'études (voir une revue dans Jones, 2015). L'étude pionnière de Busse (1970) a montré qu'au seuil de convection (c'est à dire lorsque la puissance convective P est suffisante pour dépasser les pertes visqueuses D_ν), la convection s'organise effectivement en colonnes axiales. De nombreuses expériences de laboratoire et simulations numériques (Fig. 9, voir aussi l'étude systématique récente de Gastine et al., 2016) ont pu confirmer la structure de ce type de convection, caractériser ses régimes ainsi que ses lois d'échelles.

2.7 Effet dynamo

La capacité des mouvements proposés par Busse (1970) à produire une dynamo auto-entretenu n'était évidemment pas acquise d'emblée, même si ces mouvements semblaient de complexité suffisante pour échapper aux contraintes prescrites par les théorèmes anti-dynamo. Une autre contrainte vient aussi de l'amplitude de ces mouvements. Conformément à l'équation (4), ceux-ci doivent être suffisamment forts pour que le terme d'induction dépasse le terme de diffusion magnétique. On peut montrer (voir par exemple Gubbins & Roberts, 1987) que ceci implique une valeur minimale pour le nombre de Reynolds magnétique $Rm = uD/\eta$, qui caractérise justement le rapport entre les termes d'induction et de diffusion. Cette va-

a



b

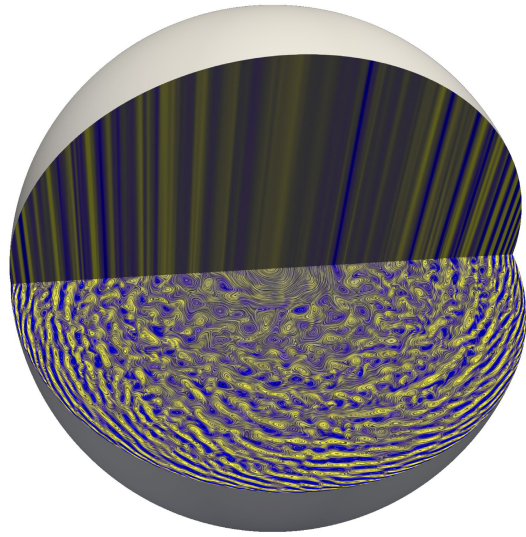


FIGURE 9. a : visualisation des colonnes de convection dans une expérience en rotation rapide utilisant de l’eau comme fluide de travail (Aubert et al., 2001). b : visualisation de la vorticité axiale $(\nabla \times \mathbf{u}) \cdot \mathbf{e}_z$ dans une simulation de convection rotative en sphère pleine (Guervilly et al., 2019).

leur est de l’ordre de quelques dizaines d’unités (Christensen & Aubert, 2006). Pour le noyau de la Terre, les valeurs données dans la Table 1 donnent $Rm = 400 - 4000$, de tel sorte que celui-ci se trouve aisément au-dessus du seuil d’instabilité dynamo. Les contraintes liées à la géométrie et à l’amplitude de l’écoulement furent en revanche beaucoup plus difficiles à satisfaire dans les expériences dynamo historiques. Afin d’abaisser au mieux la valeur critique de Rm caractérisant le seuil d’instabilité dynamo, deux d’entre elles (Les dynamos de Riga et Karlsruhe, Gailitis et al., 2000; Stieglitz & Müller, 2001) reposaient en effet sur une géométrie d’écoulement prescrite, et la troisième (l’expérience VKS, Monchaux et al., 2007) a fonctionné à partir d’une géométrie d’écoulement libre, mais avec des impulseurs en fer doux.

C’est le succès des premières simulations numériques de la géodynamo (section 3.3) qui a définitivement démontré la viabilité des mouvements quasi-géostrophiques de convection pour entretenir une dynamo. On peut comprendre l’effet dynamo comme une conversion permanente de champ magnétique poloidal (préférentiellement aligné suivant l’axe des pôles) en champ toroidal (qui boucle en lignes de champ préférentiellement azimuthales à l’intérieur du noyau). Les premières études détaillées du mécanisme dynamo dans les simulations (Olson et al., 1999, voir aussi Fig. 10) ont décrit le mécanisme dans lequel les lignes poloidales sont d’abord étirées (*stretching*) par les mouvements de convection pour fabriquer des lignes toroidales. Ces lignes toroidales sont ensuite tordues (*twisting*) par les mouvements axiaux présents dans les colonnes de convection, puis finalement repliées (*folding*) de façon à produire de nouvelles lignes de champ poloidal de même pola-

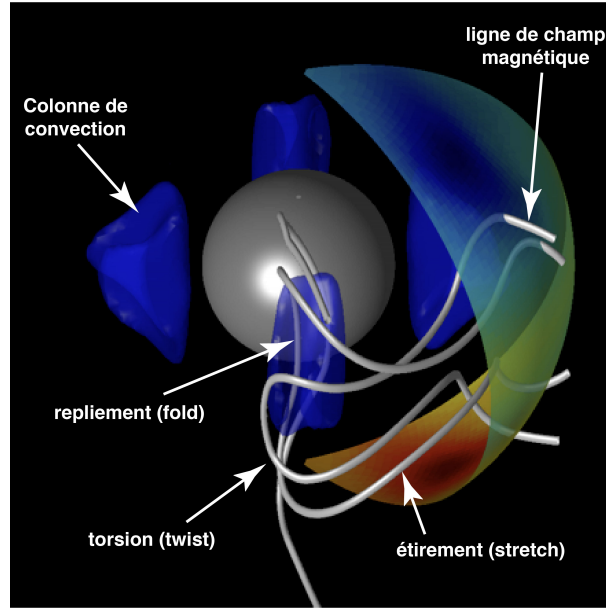


FIGURE 10. Visualisation d'une simulation numérique simple de la géodynamo (Olson et al., 1999; Christensen et al., 2001), indiquant les étapes principales de la transformation d'une ligne de champ magnétique poloidale en champ toroidal par étirement dans une colonne de convection, puis sa transformation en une nouvelle ligne poloidale par torsion et repliement.

rité que le champ initial. C'est ce mécanisme '*stretch-twist-fold*', dit '*alpha-carré*' dans ce cas précis, qui est aussi à l'oeuvre dans des simulations beaucoup plus compliquées et réalistes (par exemple dans la Fig. 1), et qui complète notre paradigme actuel pour la géodynamo.

2.8 Équilibre des forces QG-MAC et lois d'échelle

En dynamique des fluides, les lois d'échelle sont des lois de puissance donnant l'ordre de grandeur des paramètres de sortie du système en fonction de celui des paramètres d'entrée. De telles lois sont restées longtemps incertaines pour la géodynamo, du fait du nombre de forces en présence, et de leur hiérarchie d'amplitude dont la compréhension était compliquée par les effets subtils de la force de Laplace dans un système dynamo auto-entretenu. Ce n'est qu'à la suite de l'exploration numérique systématique de l'espace des paramètres du système (Christensen & Aubert, 2006, voir section 3.4) que les premières lois d'échelle ont pu être formulées. La théorie ne fut en revanche pas immédiatement correcte, et ce n'est que depuis Davidson (2013) qu'elle est fermement établie. Elle a pu par la suite être essentiellement confirmée dans des simulations approchant des conditions du noyau de la Terre (Aubert et al., 2017; Aubert, 2019, section 3.5).

Nous rappelons tout d'abord que l'équilibre quasi-géostrophique (QG, équation 22) est diagnostique, et ne permet donc pas de déterminer en lui-même la dynamique du

noyau. On doit faire appel aux déviations par rapport à cet équilibre. Afin de décrire ces déviations, on introduit trois échelles de longueur : l'échelle $d_{\parallel}$ des mouvements de convection le long de l'axe de rotation, qui vérifie $d_{\parallel} \approx D$ du fait de la contrainte de Proudman-Taylor (23), l'échelle $d_{\perp}$ des mouvements de convection et de la génération du champ magnétique perpendiculairement à l'axe de rotation, et l'échelle $d_{\eta} = \sqrt{M/D_{\eta}}$ à laquelle le champ magnétique est dissipé par effet Joule. La considération des ordres de grandeurs des forces (Table 2) implique que dans l'équation (3), l'équilibre arrivant à l'ordre suivant la quasi-géostrophie en amplitude est de type magnéto-Archimède-Coriolis (MAC), entre la force de poussée, la force de Laplace et la partie agéostrophique de la force de Coriolis. Cet équilibre (dit QG-MAC) peut-être écrit en prenant à nouveau le rotationnel de l'équation (3), comme nous l'avons fait pour arriver à (23), mais cette fois en gardant les forces d'Archimède et de Laplace en plus du terme de Coriolis. En utilisant les deux échelles de longueur variables $d_{\perp}, d_{\eta}$ et les amplitudes u, B, C des trois champs du système, l'équilibre en ordres de grandeur des trois termes de ce rotationnel donne ensuite

$$\frac{\rho\Omega u}{D} \sim \frac{g_o C}{d_{\perp}} \sim \frac{B^2}{\mu d_{\perp}^2}. \quad (24)$$

Toujours en ordres de grandeur, l'équilibre des puissances (20) donne de plus (avec 19)

$$\frac{\eta B^2}{\mu d_{\eta}^2} \sim \frac{g_o F}{D^2}. \quad (25)$$

Nous notons en passant que la combinaison des équations (24) et (25) permet d'arriver au résultat important dit de l'équivalence des vorticités

$$u/d_{\perp} \sim \eta/d_{\eta}^2. \quad (26)$$

Ce résultat stipule que la vortacité $u/d_{\perp}$ à l'échelle à laquelle le champ magnétique puise son énergie de la convection est liée à la vortacité η/d_{η}^2 à l'échelle de dissipation du champ magnétique par une constante universelle. Comme le note Davidson (2013), c'est un résultat commun et analogue au cas théorique de la turbulence hydrodynamique bi-dimensionnelle. Pour revenir aux lois d'échelle, nous cherchons donc cinq grandeurs $u, B, C, d_{\perp}, d_{\eta}$ mais nous ne disposons que de trois équations par (24,25). Une quatrième équation $F \sim UCD^2$ peut être obtenue en écrivant le transport convectif de l'anomalie de masse à travers le noyau. La fermeture du système demande donc une hypothèse supplémentaire, que Davidson (2013) a faite à partir des résultats numériques de Christensen & Aubert (2006). Si l'on suppose que les vorticités présentes dans l'équation (26) sont indépendantes de la vitesse de rotation Ω de la Terre (puisque la force de Coriolis est structurante mais pas énergétiquement pertinente) et des diffusivités κ, η, ν , alors d'après (25) il s'ensuit que le champ magnétique lui-même est aussi indépendant de ces quantités (c'était là le résultat principal apporté par l'étude de Christensen & Aubert, 2006). Une analyse

dimensionnelle permet alors d'aboutir à la première loi d'échelle

$$B \sim \sqrt{\rho\mu}(g_o F / \rho D)^{1/3}. \quad (27)$$

En développant le système (24, 25, 27) on arrive finalement aux autres lois :

$$u \sim (\Omega D) Ra_F^{4/9}, \quad (28)$$

$$C \sim \frac{F}{\Omega D^3} Ra_F^{-4/9}, \quad (29)$$

$$d_\perp \sim D Ra_F^{1/9}, \quad (30)$$

$$d_\eta \sim \left(\frac{\eta}{\Omega}\right)^{1/2} Ra_F^{-1/6}. \quad (31)$$

Ces lois font intervenir le nombre de Rayleigh de flux du système, défini conventionnellement (Aubert et al., 2017) avec un facteur géométrique $1/4\pi$ comme

$$Ra_F = \frac{g_o F}{4\pi\rho\Omega^3 D^4}. \quad (32)$$

C'est une mesure sans dimension qui caractérise la puissance convective injectée dans le système (voir section 2.5). C'est la raison pour laquelle on parle de lois d'échelle basées sur la puissance. Ces lois sont de plus indépendantes des diffusivités, à l'exception de (31), qui pour d_η fait logiquement intervenir la diffusivité magnétique. On peut noter que la loi d'échelle (27) pour le champ magnétique peut aussi s'écrire en fonction de Ra_F sous la forme $B / \sqrt{\rho\mu}\Omega D \sim Ra_F^{1/3}$, quoique cette formulation fasse perdre de vue l'indépendance de B avec Ω .

La spécification d'un flux d'anomalie de masse $F \approx 10^5$ kg/s donne $Ra_F \approx 10^{-12}$, ce qui permet de prédire correctement l'ordre de grandeur de u, B, C dans le noyau (voir Table 1). On peut voir cette estimation de F comme une contrainte importante sur l'état thermodynamique actuel du noyau (voir section 2.5), apportée par la considération de sa dynamique actuelle. Pour cette valeur de F , les lois d'échelle prédisent de plus $d_\perp \sim 100$ km et $d_\eta \sim 10$ km, de telle sorte que la séparation entre l'échelle de la production et de la dissipation du champ magnétique n'est probablement pas très grande. Ceci est lié à la valeur modérée du nombre de Reynolds magnétique $Rm = uD/\eta \sim 1000$ (voir section 2.7), qui caractérise l'état de turbulence magnétique du noyau. En revanche, la turbulence hydrodynamique est probablement intense, comme en témoigne le nombre de Reynolds hydrodynamique $Re = uD/\nu \sim 10^9$, de telle sorte que la géodynamo est sous-tendue par une grande disparité d'échelles hydrodynamiques (Aubert, 2019). Celles-ci n'ont cependant aucun rôle dans la génération du champ magnétique aux échelles inférieures à d_η .

3 Simulations numériques de la géodynamo

3.1 Principe

Depuis ses premiers succès marquants (Glatzmaier & Roberts, 1995; Kageyama & Sato, 1995; Kuang & Bloxham, 1997, voir section 3.3) et dans les décennies qui ont suivi, la simulation numérique s’est progressivement affirmée comme la voie la plus pertinente pour comprendre, reproduire et prédire la dynamique du noyau et le champ géomagnétique. Cet outil dépasse en effet naturellement les difficultés auxquelles sont confrontées les expériences de laboratoire (vues dans la section 2.7), ce qui a permis de faire progresser notre compréhension théorique des effets liés au caractère auto-entretenu de la géodynamo, et en particulier les effets subtils de la force de Laplace dans le système.

Le principe général de la simulation numérique est de résoudre dans un ordinateur le système (3-14) dans un domaine spatial et sur un intervalle de temps discrétisés. Si plusieurs types de discrétisation peuvent être adoptés dans la direction radiale d’espace (parmi lesquelles les différences finies ou des méthodes spectrales reposant sur l’expansion de la solution sur une base polynômiale), le choix d’une base d’harmoniques sphériques pour décomposer la partie latérale de la solution s’est révélé le plus efficace. C’est en effet cette base qui correspond naturellement à la description du champ géomagnétique potentiel hors du noyau (équation 2). Elle permet de plus d’écrire naturellement une condition aux limites électromagnétique isolante à la surface du noyau, sans avoir à résoudre le champ magnétique au-delà de cette frontière. Quelle que soit la méthode numérique retenue, la présence d’une séparation d’échelles dans l’espace et dans le temps, telle qu’illustrée dans le chapitre 1 lors de l’examen des observations géomagnétiques, est une difficulté fondamentale pour la simulation numérique. Elle impose en effet de réaliser un grand nombre de pas de temps de simulation, et de traiter un grand nombre de mailles spatiales ou de degrés d’harmoniques, si l’on veut résoudre à la fois les phénomènes les plus fins et les plus larges en espace et en temps.

Il existe aujourd’hui plusieurs codes de calcul très efficaces pour simuler la géodynamo. Ces codes ont pu tirer parti des grands progrès faits par les équipements de calcul intensif parallèle, ainsi que de développements méthodologiques et numériques marquants tels que la librairie SHTns de transformées en harmoniques sphériques (Schaeffer, 2013). Le développement de la discipline a été grandement accéléré par une série de comparaisons internationales de performance et de précision (Christensen et al., 2001; Marti et al., 2014). Ces travaux ont permis de s’assurer de la justesse et de la reproductibilité des solutions entre les différents groupes de travail, d’améliorer la vitesse et la précision des simulations, et enfin de guider les développements de nouvelles méthodes numériques. Selon le degré et le réalisme de séparation d’échelle souhaité, les simulations de la géodynamo

impliquent aujourd'hui de quelques cœurs jusqu'à quelques dizaines de milliers de cœurs de calcul, sur des durées allant de quelques minutes à quelques mois.

Il importe finalement de préciser que malgré tous ces progrès, des conditions physiques totalement réalistes resteront probablement indéfiniment hors d'atteinte de la simulation numérique, du fait de la grande séparation des échelles d'espace et de temps qui interviennent dans la géodynamo. Dans ce chapitre, nous examinerons donc en détail les stratégies qui ont été progressivement élaborées depuis les premiers résultats numériques marquants afin de traiter cette séparation d'échelles, et nous montrerons que leurs succès permettent néanmoins d'entrevoir la possibilité d'atteindre des régimes physiques complètement pertinents dans un futur proche. On pourra compléter cette présentation en consultant les revues de Christensen & Wicht (2015), pour les principes de la simulation numérique, et Wicht & Sanchez (2019), pour les résultats récents.

3.2 Disparité d'échelles de temps et nombres sans dimension

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la géodynamo est caractérisée par une grande disparité d'échelles de temps. Cette disparité se retrouve dans les échelles physiques que l'on peut construire à partir de la théorie présentée au chapitre 2, qui sont présentées dans la Table 3a. La plus courte d'entre elle, de l'ordre du jour, est bien sûr le temps de révolution de la planète, ce qui implique la dominance de la force de Coriolis à toutes les autres échelles de temps, comme nous avons pu le voir. Ensuite vient le temps caractéristique d'Alfvén τ_A , de l'ordre de l'année, associé à la propagation des ondes hydromagnétiques dans le noyau. Cette échelle de temps est similaire à celle du flux d'énergie τ_F car la loi d'échelle (27) s'écrit simplement $\tau_A \sim \tau_F$. C'est la raison pour laquelle τ_F est en général peu considéré parmi les échelles de temps caractéristique du noyau. Aux échelles de temps séculaires, on trouve ensuite le temps de retournement convectif du noyau τ_U . Comme nous l'avons vu dans la Fig. 4, les échelles de temps les plus longues sont celles des phénomènes diffusifs. La plus courte d'entre elles est le temps de diffusion magnétique τ_η . C'est donc celle qui guide l'essentiel de la dissipation d'énergie. Finalement, les échelles de temps de diffusion visqueuse et thermochimique τ_ν et τ_κ sont extrêmement longues, ce qui semble compliquer le problème de simulation numérique. Il a cependant été reconnu (Aubert et al., 2017) qu'il n'est pas nécessaire de les simuler, puisque l'essentiel de la dissipation d'énergie se fait par effet Joule à l'échelle de temps τ_η .

Comme c'est l'usage en mécanique des fluides, on définit des quantités sans dimension en spécifiant des échelles physiques de base pour ces quantités. La procédure d'*adimensionnement* du système d'équations (3-14) consiste à écrire un système équivalent pour ces quantités sans dimension. C'est une pratique essentielle car elle rationalise l'exploration de l'espace des paramètres physiques en faisant

a

Échelle de temps (unité)	Définition	Terre	DNS	LES
Retournement convectif (ans)	$\tau_U = D/u$	140	✓	✓
Alfvén (ans)	$\tau_A = \sqrt{\rho\mu}D/B$	2	≥ 40	≥ 6
Flux d'énergie	$\tau_F = (4\pi\rho D^4/g_o F)^{1/3}$	$\sim \tau_A$ (éq. 27)		
Révolution planétaire (jours)	$2\pi\tau_\Omega = 2\pi/\Omega$	1	≥ 160	≥ 12
Diffusion magnétique (ans)	$\tau_\eta = D^2/\eta$	$5 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^5$	✓	✓
Diffusion visqueuse (ans)	$\tau_\nu = D^2/\nu$	10^{11}	$\leq 10^6$	$\leq 10^7$
Diffusion thermochimique (ans)	$\tau_\kappa = D^2/\kappa$	$10^{10} - 10^{14}$	$\sim \tau_\nu$	$\sim \tau_\nu$

b

Nature	Nombre sans dimension	Définition	Terre	DNS	LES
entrée	Rayleigh de flux	$Ra_F = (\tau_\Omega/\tau_F)^3$	$\approx 10^{-12}$	$\geq 10^{-8}$	$\geq 10^{-10}$
entrée	Ekman magnétique	$E_\eta = \tau_\Omega/\tau_\eta$	$\approx 10^{-9}$	$\geq 10^{-6}$	$\geq 10^{-8}$
entrée	Prandtl	$Pr = \tau_\kappa/\tau_\nu$	$0.1 - 10^3$	0.1-10	1
entrée	Prandtl magnétique	$Pm = \tau_\eta/\tau_\nu$	$\approx 10^{-6}$	≥ 0.1	$\geq 10^{-2}$
sortie	Reynolds magnétique	$Rm = \tau_\eta/\tau_U$	$\approx 10^3$	50-2000	$\approx 10^3$
sortie	Alfvén	$A = \tau_A/\tau_U$	$1.5 \cdot 10^{-2}$	≥ 0.3	$\geq 4 \cdot 10^{-2}$
entrée	Ekman	$E = \tau_\Omega/\tau_\nu$	$\approx 10^{-15}$	$\geq 10^{-7}$	$\geq 3 \cdot 10^{-10}$

TABLE 3

a : Échelles de temps caractéristiques de la géodynamo, données avec leur définition, leurs valeurs pour la Terre (d'après les valeurs de la Table 1), et les valeurs atteintes par les simulation numériques pleinement résolues (DNS) et les simulations approximées de grande échelle (LES). Le symbole ✓ indique que la simulation a pu reproduire la valeur Terrestre. Les valeurs DNS et LES extrêmes ont respectivement été obtenues par Schaeffer et al. (2017) et Aubert & Gillet (2021). b : Nombres sans dimension d'entrée et de sortie correspondants, construits à partir de ces échelles de temps.

ressortir les similitudes physiques entre systèmes d'échelles différentes. On pourra par exemple consulter Christensen et al. (2001); Aubert et al. (2017) pour deux choix différents d'échelles physiques de base et donc d'adimensionnement. Pour un problème physique donné, les équations adimensionnées font ensuite ressortir un nombre minimal de nombres sans dimensions, qui peuvent être des paramètres d'entrée ou bien des quantités de sortie de la simulation. Les nombres sans dimension d'entrée principaux pour la géodynamo (table 3b) sont le nombre de Rayleigh de flux Ra_F , le nombre d'Ekman magnétique E_η , les nombres de Prandtl et de Prandtl magnétique Pr et Pm . Il est utile de les exprimer comme des rapports

d'échelle de temps, car le degré de séparation d'échelle est alors évalué par la déviation de ces nombres par rapport à l'unité. Le nombre d'Ekman E rappelé dans la table 3b a aussi été historiquement fréquemment utilisé. On notera cependant qu'il est peu pertinent devant son analogue magnétique E_η , du fait de l'importance négligeable des phénomènes visqueux dans le noyau. Les nombres de sortie principaux sont le nombre de Reynolds magnétique Rm et le nombre d'Alfvén A , qui caractérisent respectivement la vitesse du fluide et l'amplitude du champ magnétique.

Les simulations numériques pleinement résolues (DNS, pour *direct numerical simulations*) ne parviennent à reproduire correctement que certains de ces nombres sans dimension, comme le nombre de Reynolds magnétique Rm qui caractérise le rapport entre le temps τ_η de la diffusion magnétique et le temps de retournement τ_U du noyau (ou, comme nous l'avons vu précédemment, le rapport entre l'induction et la diffusion dans l'équation 4). La difficulté principale est d'obtenir une séparation d'échelle suffisante entre τ_η, τ_U d'un côté et les temps 'rapides' τ_A (ou τ_F) et τ_Ω , à savoir obtenir un flux d'énergie suffisamment fort et une rotation suffisamment rapide. La simulation DNS la plus avancée à ce jour est celle de Schaeffer et al. (2017), qui a mobilisé 8192 cœurs de calcul pendant plusieurs mois. Afin d'obtenir un régime plus réaliste, une autre voie (LES, pour *large-eddy simulation*) a été proposée récemment (Aubert et al., 2017). L'idée générale est d'approximer la turbulence hydrodynamique qui survient aux grands flux d'énergie (faibles τ_F) en négligeant la dynamique aux échelles d'espace plus petites que l'échelle de la diffusion magnétique d_η (voir section 2.8), puisque l'essentiel de l'énergie est dissipée à cette échelle. Les simulations LES les plus avancées (Aubert & Gillet, 2021) ont mobilisé 2496 cœurs de calcul pendant plusieurs mois. Elles sont actuellement capables d'approcher au plus près des valeurs terrestres de τ_A et τ_Ω , les écarts résiduels se trouvant dans des facteurs 3 et 10, respectivement (Table 3a).

3.3 Premiers succès historiques

Les premières simulations auto-entretenues de la géodynamo convective ont été obtenues dans les années 1990 (Glatzmaier & Roberts, 1995; Kageyama & Sato, 1995; Kuang & Bloxham, 1997). L'obtention d'une dynamo auto-entretenu sur des intervalles de temps simulés suffisamment représentatifs par rapport au temps de la diffusion magnétique τ_η en était bien sûr le principal succès, puisque ce résultat établissait le paradigme de la géodynamo convective (section 2.1). Parmi leurs autres succès marquants, on mentionnera l'obtention d'un dipôle magnétique à la surface du noyau dont l'amplitude est réaliste par rapport aux autres composantes du champ (Fig. 11), d'écoulements réalistes par rapport à ceux qui avaient été estimés à partir de la variation séculaire du champ, et d'inversions de polarité intermittentes pour la dynamo de Glatzmaier & Roberts (1995). Les limites des supercalculateurs de l'époque et des codes de calcul impliquaient cependant que ces simulations fonctionnaient avec un taux de rotation faible, bien que suffisant pour

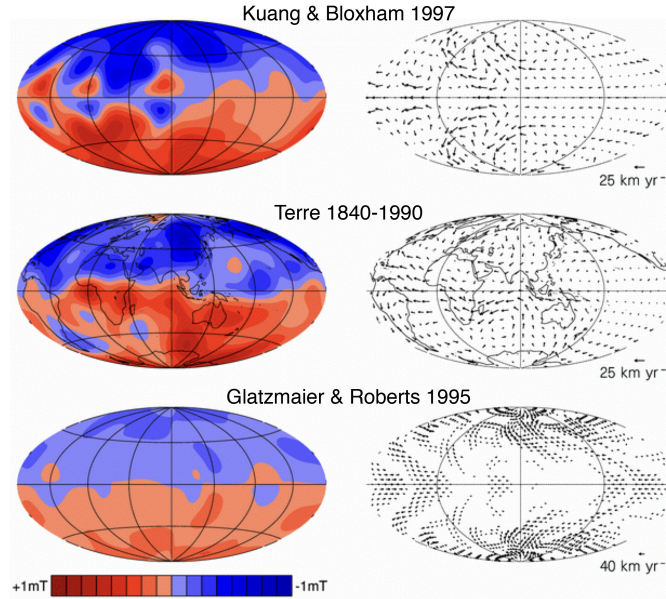


FIGURE 11. Champ magnétique radial (colonne de gauche) et écoulement fluide (colonne de droite) à la surface du noyau, dans les modèles de Kuang & Bloxham (1997) (en haut), Glatzmaier & Roberts (1995) (en bas) et pour la Terre, dans une moyenne temporelle prise entre 1840 et 1990 (au milieu). D’après Kuang & Bloxham (1997).

garantir la dominance de la force de Coriolis, et un flux d’énergie faible. De plus, la viscosité utilisée était importante, et parfois renforcée aux petites échelles par une hypothèse hyperdiffusive similaire à celle utilisée par les LES récentes (mais, dans ces dernières, de manière beaucoup moins intrusive). Il s’agissait donc de simulations laminaires opérant à des degrés limités de séparation d’échelles de temps. Elles visaient donc essentiellement à reproduire la dynamique du système sur des temps plus longs que le retournement convectif. Du fait des ressources numériques limitées, ainsi que des différences de formulations entre les modèles, il fut initialement difficile d’établir des comportements systématiques robustes, et donc de comprendre en profondeur l’équilibres des forces et l’effet dynamo opérant dans ces simulations.

3.4 Approche systématique : lois d’échelle, conditions d’accord morphologique et cinématique aux échelles de temps séculaires

Par la suite, les travaux de Christensen et al. (1999) ont généralisé l’utilisation de l’approximation de Boussinesq (section 2.2), ainsi que celle d’une formulation adimensionnée et de nombres sans dimension. C’est l’établissement de ce cadre standard, ainsi que de cas de références pour l’intercomparaison internationale (Christensen et al., 2001) qui ont ouvert l’ère de l’exploration systématique de l’espace des paramètres défini par les quatre nombres Ra_F , E_η , Pm , Pr . Selon l’approche classique de la dynamique des fluides géologiques, le but était de collecter un grand

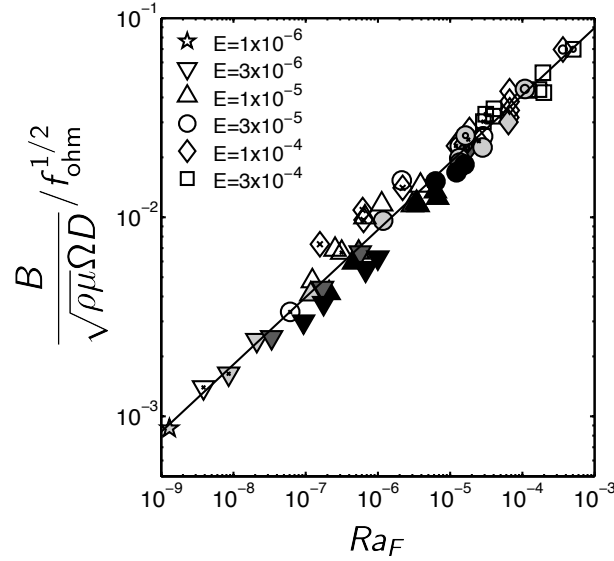


FIGURE 12. Amplitude adimensionnée du champ magnétique présentée en fonction de la puissance adimensionnée de la dynamo Ra_F , dans l'étude systématique de Christensen & Aubert (2006). L'amplitude du champ est corrigée des effets de la dissipation visqueuse résiduelle à l'aide de la fraction $f_{\text{ohm}} = D_\eta / (D_\nu + D_\eta)$. Chaque symbole représente un cas numérique. La forme des symboles code pour le nombre d'Ekman E , la couleur pour le nombre de Prandtl magnétique Pm et les ronds/croix intérieurs pour le nombre de Prandtl Pr . La ligne représente le résultat de la régression linéaire, qui donne $f_{\text{ohm}}^{-1/2} B / \sqrt{\rho \mu} \Omega D \sim Ra_F^{0.34}$, proche de l'exposant $1/3$ prévu par (27) dans la section 2.8.

nombre de cas afin de définir les diagrammes de régime du système et d'extraire les lois d'échelle. C'est en particulier cette approche qui a permis de comprendre plus en détail l'effet dynamo opérant dans les simulations (Olson et al., 1999, section 2.7). Un des résultats les plus marquants de cette approche est la formulation des premières lois d'échelle (Christensen & Aubert, 2006, Fig. 12), et en particulier l'équation (27) qui relie le champ magnétique à la puissance de la dynamo.

Les diagrammes de régimes élaborés dans cette approche systématique ont permis par exemple de séparer les régimes de production d'un dipôle stable de ceux où des inversions de polarité peuvent être observés (Kutzner & Christensen, 2002). Le diagramme peut-être le plus important pour notre compréhension de la géodynamo est celui dit de la 'proximité morphologique', introduit par Christensen et al. (2010). Cette étude caractérise de manière systématique et quantitative la ressemblance morphologique entre le champ magnétique produit par les modèles numériques et le champ géomagnétique (Fig. 13). Les critères quantitatifs retenus sont le rapport entre l'amplitude du dipôle et celle des autres composantes du champ, le taux de symétrie équatoriale, le taux d'axisymétrie de ce champ, et le degré de concentration des taches de flux magnétiques à la surface du noyau. Leurs valeurs terrestres cibles sont estimées sur la base du champ géomagnétique et archéomagnétique observé depuis plusieurs siècles. Cette étude a montré que les modèles produisent systématiquement un champ ressemblant fortement au champ géoma-

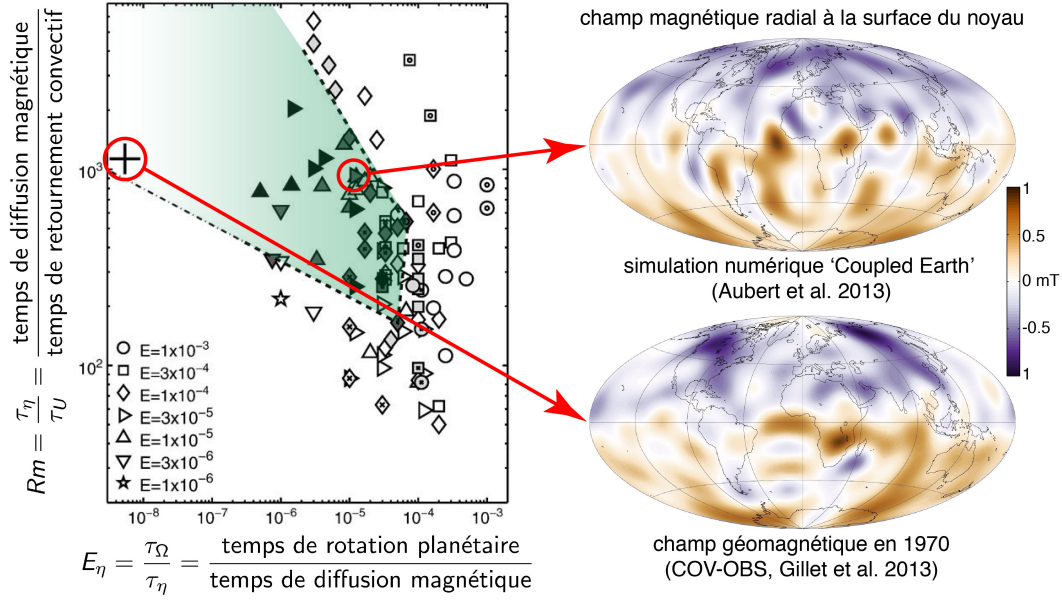


FIGURE 13. À gauche : représentation d'un ensemble de simulations numériques dans l'espace défini par les deux rapports $E_\eta = \tau_\Omega/\tau_\eta$ et $Rm = \tau_\eta/\tau_U$ construits à partir des temps de révolution planétaire τ_Ω , de retournement convectif τ_U et de diffusion magnétique τ_η . La teinte de gris des symboles caractérise la proximité morphologique entre le champ magnétique produit par chaque cas (par exemple le modèle Coupled Earth de Aubert et al., 2013, représenté en haut à droite) et le champ géomagnétique (tel que représenté en bas à droite d'après le modèle COV-OBS en 1970, Gillet et al., 2013). Le degré de proximité morphologique est calculé à partir de critères quantitatifs définis par Christensen et al. (2010). La croix représente la position du noyau Terrestre dans cet espace des paramètres. La zone verte indique la région de similarité importante délimitée sur la base des résultats numériques.

gnétique si trois échelles de temps sont placées dans des proportions raisonnables par rapport à leurs valeurs terrestres : le temps de révolution planétaire τ_Ω , de retournement convectif τ_U et de diffusion magnétique τ_η . Pour être ressemblants, les modèles doivent d'abord avoir un rapport réaliste entre l'advection et la diffusion de champ magnétique, donc une valeur réaliste du nombre de Reynolds magnétique $Rm = \tau_\eta/\tau_U \approx 1000$ (la valeur terrestre médiane, Table 3b). De plus, l'écoulement fluide doit être dominé par la rotation pour ces conditions de forçage. Ceci se traduit par la condition $Ro = \tau_\Omega/\tau_U \ll 1$ sur le nombre de Rossby (Table 2), ce qui, compte tenu de la valeur de Rm , implique en conséquence une valeur minimale pour le nombre d'Ekman magnétique $E_\eta = \tau_\Omega/\tau_\eta \leq 10^{-4}$. La mise en évidence d'une région de similitude morphologique englobant la Terre dans l'espace (E_η, Rm) suggère de plus qu'il existe une continuité physique entre les modèles et la géodynamo (Fig. 13), bien que celle-ci n'ait pas pu être démontrée par Christensen et al. (2010) du fait de l'impossibilité d'atteindre des valeurs terrestres de E_η à l'époque de cette étude.

Cette ressemblance morphologique acquise, il fallait ensuite obtenir l'accord ciné-

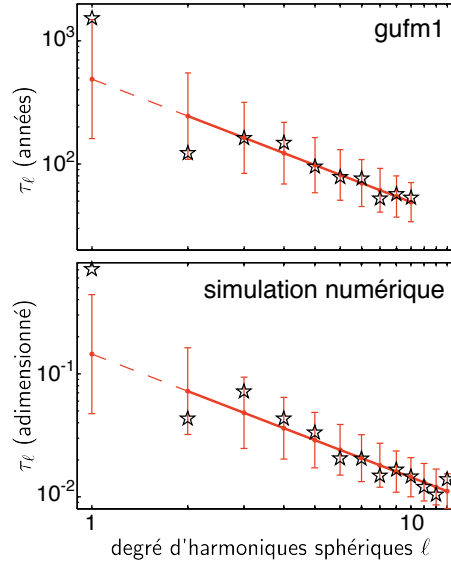


FIGURE 14. Temps de variation séculaire τ_ℓ défini par le rapport (33) entre l'énergie du champ magnétique hors du noyau au degré ℓ et celui de sa dérivée temporelle, en fonction du degré d'harmonique sphérique ℓ , pour le modèle gufm1 entre 1840 et 1990 (Jackson et al., 2000) et pour un instantané d'une simulation numérique de la géodynamo. La ligne rouge donne le résultat d'une régression statistique effectuée pour les degrés $\ell \geq 2$, et les barres d'erreur donnent l'intervalle de confiance à 90% pour la distribution statistique utilisée comme a-priori. D'après Lhuillier et al. (2011).

matique, c'est à dire le réalisme des variations temporelles magnétiques produites par les modèles, et des écoulements fluides qui les sous-tendent. Ce travail a débuté avec les variations historiques, à l'échelle de temps séculaire du retournement convectif τ_U . Les variations géomagnétiques peuvent être caractérisées par un ensemble de temps τ_ℓ obtenus en prenant le rapport, à une altitude arbitraire à l'extérieur du noyau, entre l'énergie $E_B(\ell)$ contenue dans le champ géomagnétique au degré ℓ et celle contenue dans sa dérivée première $E_{SV}(\ell)$:

$$\tau_\ell = \sqrt{E_B(\ell)/E_{SV}(\ell)} \quad (33)$$

La considération conjointe des modèles géomagnétiques et des simulations numériques (Holme et al., 2011; Lhuillier et al., 2011; Christensen et al., 2012; Bouligand et al., 2016; Aubert, 2018) donne alors une loi commune robuste

$$\tau_\ell \approx \tau_{SV}/\ell, \quad (34)$$

avec une seule constante ajustable valant $\tau_{SV} \approx 400$ yr pour le champ géomagnétique (Fig. 14). La considération systématique d'un ensemble de simulations numériques (Christensen et al., 2012) montre de plus que

$$\tau_{SV} \approx 3\tau_U. \quad (35)$$

C'est un résultat attendu puisque, dans le cas où la dissipation magnétique peut être

négligée (cas $Rm \gg 1$), l'équation (4) s'écrit $\dot{\mathbf{B}} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$, à partir de quoi les lois (34, 35) s'obtiennent facilement si on introduit la vitesse u et l'échelle de longueur de l'induction D/ℓ . Si l'on s'intéresse donc aux variations géomagnétiques séculaires à l'échelle de τ_{SV} , ces résultats montrent que leur reproduction réaliste dans les simulations demande finalement les mêmes conditions que celles exposées plus haut pour la reproduction morphologique. En effet, il faut d'abord que ces simulations opèrent à un nombre de Reynolds magnétique $Rm = \tau_\eta/\tau_U$ réaliste, afin de placer correctement τ_{SV} par rapport au temps de diffusion magnétique τ_η . De plus, les mouvements créant ces variations doivent avoir une géométrie compatible avec la dominance de la rotation aux échelles de temps caractérisées par τ_{SV} , ce qui demande à nouveau $Ro = \tau_\Omega/\tau_U \ll 1$ et donc $E_\eta = \tau_\Omega/\tau_\eta \leq 10^{-4}$. La robustesse des lois (34, 35) permet par ailleurs de définir une approche permettant de remettre aux dimensions de manière réaliste le temps de retournement convectif adimensionné des simulations, et le temps de diffusion magnétique (si Rm est réaliste).

D'un point de vue historique, la dérive géomagnétique vers l'Ouest (Fig. 6, section 1.4) revêt une importance particulière. La reproduction et l'explication détaillée de cette dérive (Aubert et al., 2013; Pichon et al., 2016) sont donc des succès importants des simulations numériques récentes. Pour expliquer ce phénomène, il est d'abord crucial de considérer la dynamique rotationnelle couplée du système graine-noyau externe-manteau, et donc d'inclure dans la modélisation numérique le système d'équations (9-14) présenté à la section 2.4. Le modèle 'Coupled Earth' de Aubert et al. (2013) montre d'abord que les poussées convectives émergeant de la graine sont défléchies lors de leur ascension dans le noyau externe par la force de Coriolis, ce qui y crée naturellement un cisaillement négatif. Ceci n'est néanmoins pas toute l'explication, car la façon dont ce cisaillement se répartit entre une rotation vers l'Est de la graine et une rotation vers l'Ouest du sommet du noyau dépend des couplages présents aux frontières du noyau fluide. L'idée est que le cisaillement sera le plus fort à la frontière la plus faiblement couplée. C'est donc seulement dans le cas où le couplage direct à travers la frontière noyau-manteau est plus faible que le couplage indirect faisant intervenir successivement le couplage magnétique noyau externe-graine puis le couplage gravitationnel graine-manteau que le cisaillement se localise au sommet du noyau externe. Dans ce cas de couplage faible à la frontière noyau-manteau, Aubert et al. (2013) ont obtenu une vitesse de dérive vers l'Ouest de 14 km/an, similaire aux 17 km/an estimés à partir du modèle gufm1. Ce modèle reproduit aussi des détails structurels fins de l'observation géomagnétique, tels que la localisation équatoriale de la dérive à la surface du noyau. Ce résultat montre que les variations géomagnétiques offrent des contraintes géophysiques fortes sur la nature des couplages entre les enveloppes de la Terre.

3.5 Les bonnes réponses pour de mauvaises raisons ? Théorie du chemin et équilibre des forces

Les succès marquants obtenus par la simulation numérique dans la reproduction des caractéristiques statiques et cinématiques de la géodynamo ont naturellement posé la question de la dynamique, et donc du réalisme de l'équilibre des forces. Il s'agissait là d'un débat légitime, puisque si certaines échelles de temps (celle du retournement convectif τ_U et de la diffusion magnétique τ_η) pouvaient être correctement reproduites dans les simulations directes (DNS, Table 3b), ce n'était pas le cas pour d'autres qui restaient loin des valeurs terrestres, telles que le temps de révolution planétaire τ_Ω et le temps d'Alfvén τ_A . Quelle pouvait-être l'influence de ces échelles, ainsi que de la viscosité, toujours sur-estimée dans les modèles pour des raisons de faisabilité numérique ? La question très fréquemment posée au cours de débats scientifiques intenses s'est donc formulée ainsi : obtenons-nous les bonnes réponses pour de mauvaises raisons physiques ?

Le but est de savoir si une continuité physique existe réellement dans la région se trouvant entre les modèles et la Terre dans le diagramme de la Fig. 13. Pour cela, il faut baisser E_η en maintenant Rm à une valeur réaliste. Cette exploration a pu commencer du fait des progrès des supercalculateurs, par exemple avec la simulation DNS (pleinement résolue) de Schaeffer et al. (2017). Le coût élevé de ce type de simulation demande d'explorer l'espace des paramètres de la manière la plus judicieuse possible. Pour ce faire, Aubert et al. (2017) ont montré que les conditions physiques des modèles classiques et de la Terre pouvaient être reliées le long d'un chemin théorique où tous les nombres sans dimension d'entrée varient en fonction d'un unique paramètre ϵ :

$$Ra_F(\epsilon) = \epsilon Ra_F(1), E_\eta(\epsilon) = \sqrt{\epsilon} E_\eta(1), Pr(\epsilon) = 1, Pm(\epsilon) = \sqrt{\epsilon} Pm(1). \quad (36)$$

Ici $Ra_F(1) = 2.7 \cdot 10^{-5}$, $E_\eta(1) = 1.2 \cdot 10^{-5}$, $Pm(1) = 2.5$ sont les paramètres d'entrée du modèle Coupled Earth de Aubert et al. (2013) se trouvant à $\epsilon = 1$ (le début du chemin), et des conditions d'entrée pertinentes pour la Terre sont atteintes pour $\epsilon = 10^{-7}$ (voir Table 3b). La position d'un modèle numérique donné le long du chemin se décrit donc comme

$$\text{position (\%)} = -100 \log_{10}(\epsilon)/7. \quad (37)$$

Aubert et al. (2017) ont par la suite exprimé les lois d'échelle de la section 2.8 pour montrer que les paramètres de sortie du système ne dépendent alors eux aussi que de ϵ , et évoluent eux aussi graduellement pour atteindre des valeurs compatibles avec les valeurs Terrestres. En particulier, la définition du chemin assure que le nombre de Reynolds magnétique $Rm = \tau_\eta/\tau_U$ garde sa valeur initiale réaliste $Rm \approx 1000$, de telle sorte que le chemin forme une ligne horizontale (Fig. 15) dans l'espace (E_η, Rm) introduit par Christensen et al. (2010). Le nombre d'Alfvén $A = \tau_A/\tau_U$ diminue pour sa part de manière monotone pour atteindre la valeur

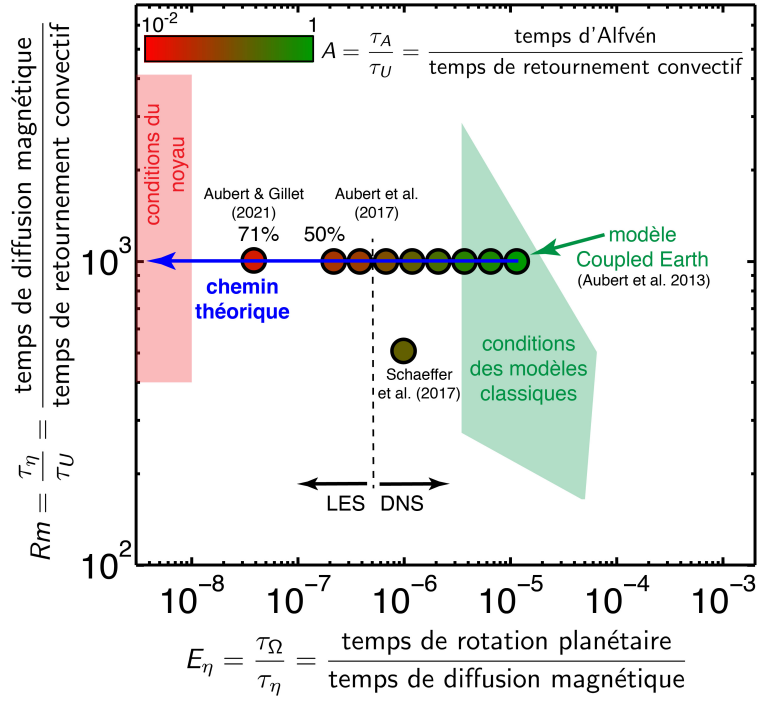


FIGURE 15. Chemin théorique (en bleu) défini par Aubert et al. (2017) dans l'espace des paramètres (E_η, Rm) introduit par Christensen et al. (2010), qui caractérise l'amplitude relative des temps de diffusion magnétique τ_η , de retournement convectif τ_U et de révolution τ_Ω (Fig. 13). La zone verte délimite les conditions des modèles numériques classiques présentant une bonne ressemblance morphologique au champ géomagnétique, et la zone rouge délimite les conditions attendues pour la Terre (Table 3b). Les ronds présentent un ensemble de simulations numériques récentes, réalisées le long du chemin jusqu'à 50% par Aubert et al. (2017), et à 71% du chemin par Aubert & Gillet (2021). Le trait pointillé vertical délimite la région de faisabilité des simulations pleinement résolues (DNS) et approximées à grande échelle (LES). La simulation DNS la plus aboutie (Schaeffer et al., 2017) est aussi reportée. Les ronds représentant les simulations sont coloriés en fonction du nombre d'Alfvén $A = \tau_A / \tau_U$, caractérisant le rapport entre les temps d'Alfvén et de retournement convectif, dont la valeur cible pour la Terre est $A = 1.5 \cdot 10^{-2}$ (Table 3b).

Terrestre $A \approx 10^{-2}$. Cette théorie dite 'du chemin' a été finalement validée par des simulations pleinement résolues (DNS) et approximées (LES) pour arriver jusqu'à 50% de celui-ci. Plus récemment, Aubert & Gillet (2021) ont présenté une simulation LES atteignant 71% du chemin.

La théorie du chemin et les simulations LES permettent donc d'atteindre de manière graduelle des rapports réalistes entre τ_η , τ_U (ce qui était déjà obtenu au début du chemin) mais aussi τ_Ω et τ_A (Fig. 15, Table 3b). Ainsi, toutes les échelles de temps pertinentes du système peuvent être correctement décrites. Un résultat frappant de cette approche concerne l'évolution du système aux grandes échelles d'espace (parmi lesquelles $d_\perp$, celle de la convection et de la production du champ magnétique) et aux temps plus longs que le retournement convectif. La structure de la simulation est en effet préservée alors que l'on avance le long du chemin, et

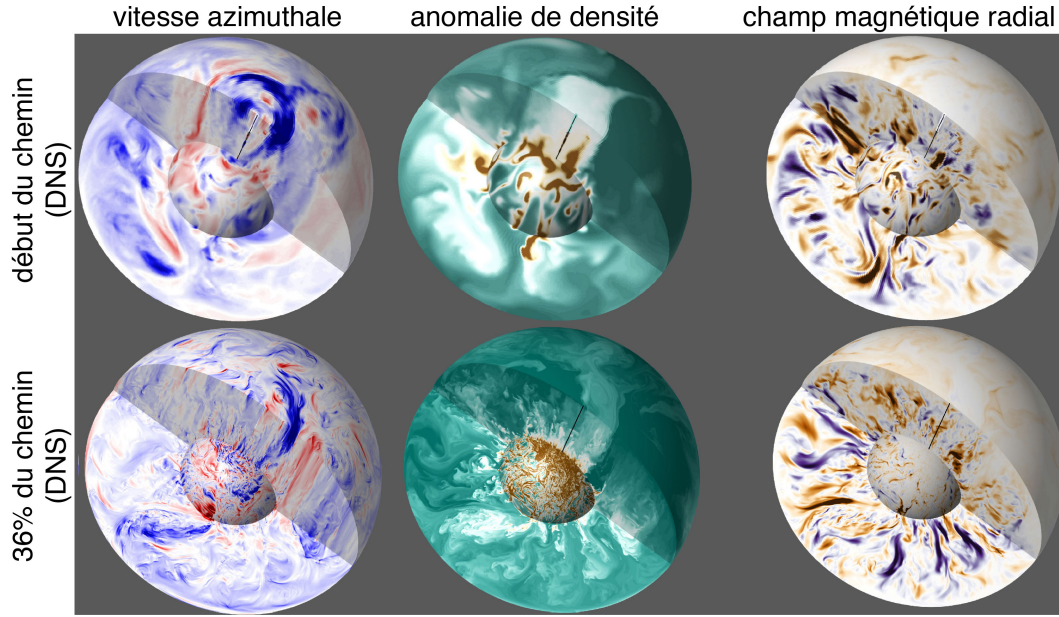


FIGURE 16. Structure du champ de vitesse azimuthal $\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_\varphi$, de l'anomalie de densité C et du champ magnétique radial $\mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_r$, dans des simulations numériques pleinement résolues (DNS) situés au début et à 36% du chemin. D'après Aubert (2019), voir aussi Schaeffer et al. (2017).

identique à la structure obtenue au départ de celui-ci (Aubert et al., 2017; Aubert, 2018; Aubert & Gillet, 2021, Fig. 16). Ceci répond finalement à la question posée ci-dessus : les succès historiques de la simulation numérique obtenus dans des conditions modestes ne sont pas fortuits et s'expliquent par l'existence d'une continuité physique entre ces simulations et les conditions de la Terre. En revanche, les modèles situés au début du chemin ne restituent évidemment pas la turbulence magnétohydrodynamique de petite échelle spatiale et de haute fréquence temporelle qui s'installe le long du chemin, et dont seuls les modèles avancés peuvent décrire les détails.

Ces propriétés d'invariance à grande échelle et de continuité physique entre les modèles et la Terre sont sous-tendues par des propriétés similaires de l'équilibre des forces réalisé dans les simulations (Fig. 17). Cet équilibre a été grandement clarifié par la considération de sa dépendance aux échelles d'espace, de telle sorte qu'il est pertinent de le représenter pour chaque degré d'harmoniques sphériques ℓ . Ce type de représentation permet de vérifier que l'équilibre dominant est toujours quasi-géostrophique à l'ordre dominant (QG, entre la force de Coriolis et la force de pression, équation 22). À l'ordre suivant arrive l'équilibre MAC entre la partie agéostrophique de la force de Coriolis, la force d'Archimède et la force de Laplace. L'inertie et la viscosité sont plus faibles que les forces QG-MAC, et leur importance relative diminue alors que l'on progresse vers les conditions de la Terre. l'équilibre QG-MAC dominant est par ailleurs très robuste dans l'espace des paramètres accessible à la simulation (Schwaiger et al., 2019). L'échelle dominante de la convection et de la production du champ magnétique $d_\perp$ (au croisement entre les

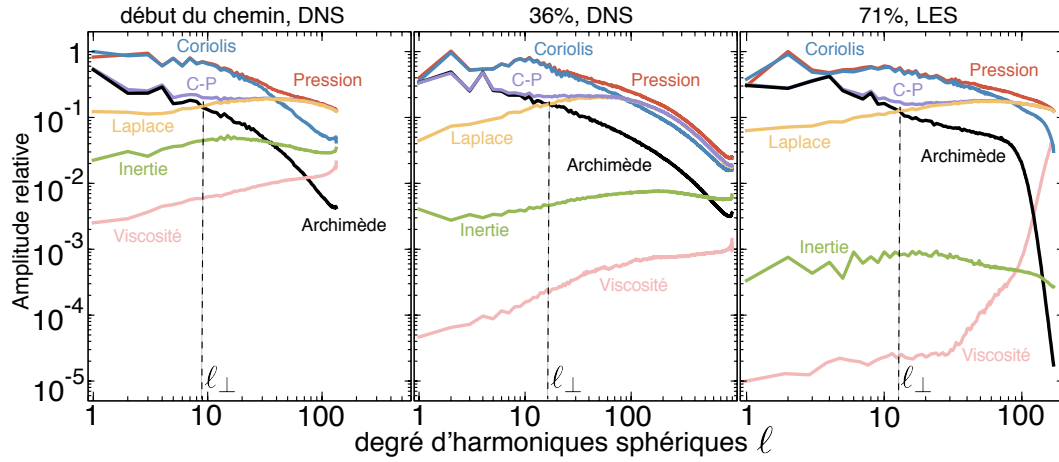


FIGURE 17. Amplitude relative des forces dans les simulations réalisées le long du chemin, tracée en fonction du degré d'harmoniques sphériques ℓ , pour un cas au début, à 36% et à 71% de ce chemin. C-P désigne la force de Coriolis agéostrophique, obtenue en retenant la force de pression de la force de Coriolis. Par rapport aux simulations pleinement résolues (DNS), la simulation approximée à grande échelle (LES) atténue la force d'Archimède et augmente la viscosité aux petites échelles. Les traits pointillés verticaux donnent la position du degré d'harmoniques sphériques $\ell_{\perp}$ correspondant à l'échelle dominante $d_{\perp} = \pi/\ell_{\perp}$ de la convection et de la génération du champ magnétique, qui est approximativement constante le long du chemin. D'après Aubert et al. (2017); Aubert (2019); Aubert & Gillet (2021).

courbes des forces d'Archimède et de Laplace) est très stable dans cet espace, et en particulier alors que l'on s'approche des conditions de la Terre, ce qui explique l'invariance à grande échelle observée dans la Fig. 16. On note que les forces MAC arrivent typiquement moins d'un ordre de grandeur au-dessous de l'équilibre géostrophique, ce qui explique les variations résiduelles de l'écoulement le long de l'axe de rotation.

Ces résultats établissent que l'équilibre des forces réalisé dans le noyau de la Terre est probablement aussi de nature QG-MAC, contribuant ainsi à fermer un débat historique (voir par exemple la revue de Hollerbach, 1996) sur le niveau de la force de Laplace dans le système. Sur la base d'études théoriques et numériques dans lesquelles le champ magnétique était imposé et non auto-entretenu, il avait en effet été initialement envisagé que la géodynamo pourrait fonctionner avec un équilibre magnétostrophique dominant entre la force de Coriolis, la force de pression et la force de Laplace. Les résultats récents montrent cependant que ce n'est pas le cas, car la dynamo auto-entretenu respecte la loi de Lenz, qui stipule que les champs magnétiques créés par l'écoulement s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance. C'est ainsi que le champ magnétique créé par effet dynamo va constamment chercher à minimiser son interaction avec l'écoulement fluide. Dans les simulations, et probablement aussi dans le noyau, la magnétostrophie va donc être repoussée aux petites échelles (grands ℓ , comme c'est le cas sur les exemples de la Fig. 17), et se traduire par une pression magnétique sans influence dynamique puis-

qu'elle sera constamment équilibrée par la pression hydrodynamique. Aux grandes échelles (petits ℓ), il est logique que la force d'Archimède constitue la principale déviation à l'équilibre géostrophique puisque c'est de cette force que la dynamo tire son énergie.

3.6 Dynamique rapide et origine des secousses géomagnétiques

L'analyse des simulations montre que le long du chemin, la dynamique lente (aux échelles de temps séculaires du retournement convectif τ_U et plus longues) reste invariante (tout comme la structure spatiale à grande échelle), mais la simulation s'enrichit graduellement de phénomènes ondulatoires rapides à une échelle de temps de l'ordre de l'année (Aubert, 2018; Aubert & Gillet, 2021). Du fait de la diminution des temps 'rapides' τ_A et τ_Ω le long du chemin (les temps 'lents' τ_U et τ_η restant constants et réalistes), les simulations avancées sont donc naturellement orientées vers l'étude de la dynamique rapide du noyau et de ses causes. Ceci est d'autant plus vrai qu'il devient coûteux d'intégrer ces simulations sur de grands intervalles de temps physiques alors que l'on s'approche des conditions du noyau.

La dichotomie entre phénomènes lents et rapides est naturellement associée à la hiérarchie d'amplitudes dans l'équilibre des forces présenté dans la Fig. 17. En effet, la convection lente (séculaire, sur le temps τ_U) est principalement dénuée d'inertie et sous-tendue par l'équilibre QG-MAC dominant et invariant. Par contre, les déviations à l'équilibre QG-MAC sont nécessairement compensées par l'inertie, et donnent lieu à des mouvements principalement ondulatoires. L'échelle de temps fondamentale est ici le temps d'Alfvén τ_A qui caractérise l'équilibre (dit magnéto-inertiel) entre l'inertie et la force de Laplace. Les ondes d'Alfvén 'de torsion' sont les phénomènes magnéto-inertiels les plus invoqués pour le noyau, car ce sont ceux dont la géométrie est la plus simple. Il s'agit en effet d'ondes transverses portées par des cylindres fluides co-axiaux, se propageant dans la direction du rayon cylindrique. Cette géométrie particulière est liée à la géostrophie parfaite de ces ondes. Leur identification récente dans les variations géomagnétiques et les séries de longueur du jour (Gillet et al., 2010, 2015) est à l'origine de notre estimation actuelle $\tau_A \approx 2$ ans pour le temps d'Alfvén dans le noyau, et $B \approx 4$ mT pour l'intensité du champ magnétique qui y règne (Tables 1,3a). Cette méthode de détermination théorique avait auparavant été introduite par Zatman & Bloxham (1997), qui cependant étaient parvenus à une estimation de τ_A dix fois plus longue et de B dix fois plus faible, car ils avaient calibré leur analyse sur les mouvements convectifs lents, la résolution des observations ne leur permettant alors pas d'accéder aux mouvements ondulatoires rapides. La présence des ondes de torsion a été confirmée dans les simulations numériques (Wicht & Christensen, 2010; Teed et al., 2014; Schaeffer et al., 2017; Aubert, 2018) à mesure que celles-ci parvenaient à mieux séparer les deux échelles de temps τ_A et τ_U .

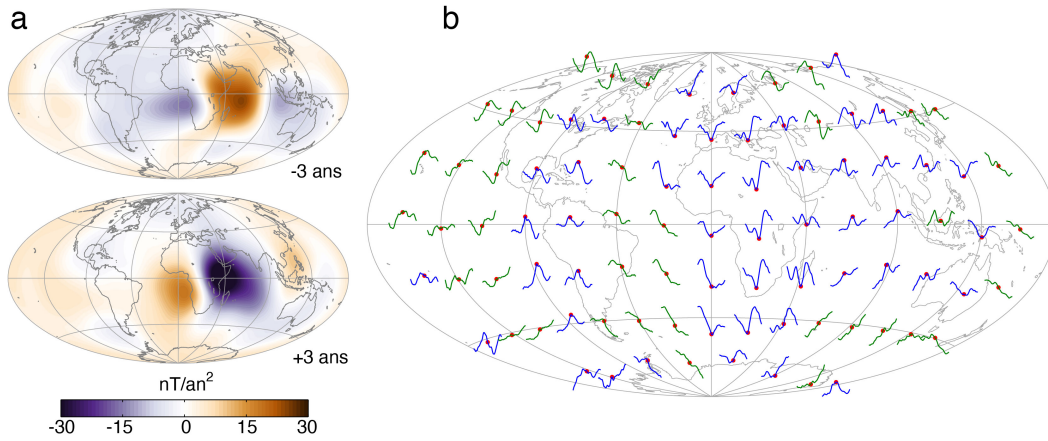


FIGURE 18. a : Impulsion alternative d'accélération magnétique radiale $\mathbf{\ddot{B}} \cdot \mathbf{e}_r$ à la surface de la Terre observée dans une secousse de la simulation de Aubert & Finlay (2019), à 50% du chemin. b : Séries temporelles présentant 40 ans d'évolution de la composante Est de la variation séculaire $-\mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_\varphi$ en différents points de la surface de la Terre, pour ce même évènement. Les points rouges localisent l'origine des temps et la survenue de la secousse. Les séries sont colorées en bleu si la secousse présente un motif en 'V' ou 'V inversé' clair sur la base de critères quantitatifs, et en vert si ce n'est pas le cas.

Les phénomènes hydromagnétiques ondulatoires rapides obtenus dans les simulations numériques avancées fournissent finalement une reproduction numérique et une explication aux secousses géomagnétiques. À partir d'un modèle calculé à 50% du chemin, Aubert & Finlay (2019) ont montré que l'arrivée et la focalisation des ondes magnéto-inertielles d'Alfvén à la surface du noyau était responsable de la survenue d'impulsions d'accélération magnétique (Fig. 18a), correspondant à de brusques changements de pente dans les séries temporelles des variations magnétiques (Fig. 18b) en tout point similaires à ceux observés dans le champ géomagnétique (Fig. 7).

Pour résumer, si les premières simulations de la géodynamo se sont montrées capables de reproduire la variation séculaire du champ géomagnétique, ce sont les simulations avancées récentes, combinées à la théorie du chemin, qui sont maintenant en mesure de restituer de plus l'ensemble de ses variations rapides interannuelles. Les variations lentes s'expliquent par l'équilibre de forces QG-MAC dominant, et les variations rapides constituent la réponse inertielle du noyau fluide à des déviations intermittentes par rapport à cet équilibre.

3.7 Variations de basse fréquence, inversions de polarité, modèles évolutifs

Historiquement, la simulation numérique a permis d'explorer en détail les variations magnétiques de basse fréquence, aux échelles de temps plus longues que le temps de retournement convectif τ_U , avant de parvenir à reproduire les échelles de temps plus courtes que τ_U . En effet, l'hypothèse a été faite très tôt que les variations

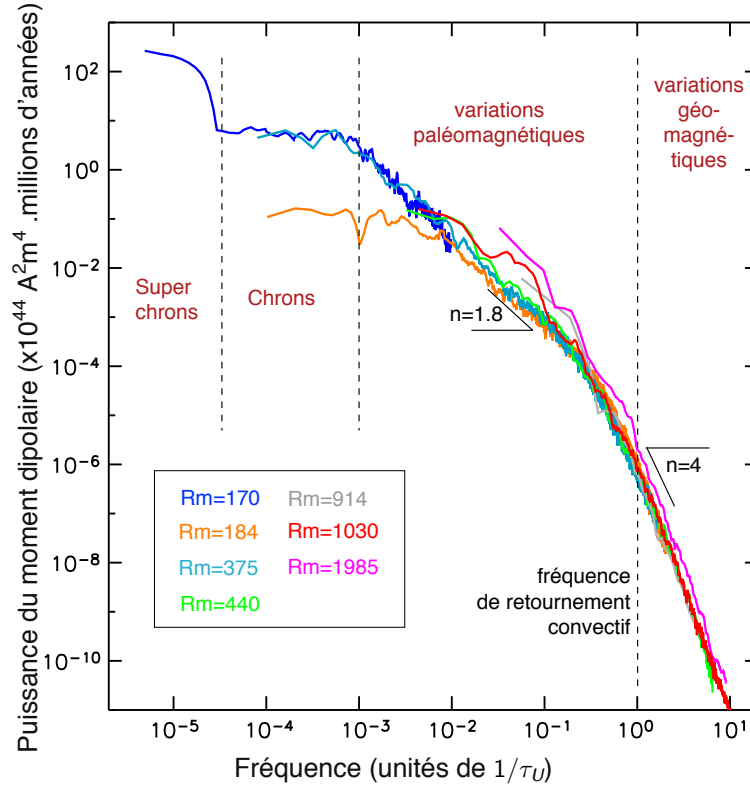


FIGURE 19. Spectres fréquentiels de la puissance du moment dipolaire magnétique obtenus dans une série de dynamos numériques, reproduisant les caractéristiques des observations identifiées dans la Fig. 5. Le temps adimensionné des simulations et redimensionné en temps physique en ajustant τ_U à la valeur terrestre. Les modèles capables d'échantillonner les variations de plus basse fréquence ont les valeurs de Rm les plus faibles, et opèrent à un nombre d'Ekman magnétique $E_\eta = 10^{-3} - 10^{-4}$. Des modèles plus avancés opérant à des valeurs $Rm \approx 1000$ plus élevées et des valeurs $E_\eta < 10^{-4}$ (Fig. 13) sont aussi représentés ici, et rendent compte de variations de plus haute fréquence. Les pentes indiquées en noir indiquent les valeurs de l'index spectral n correspondant à une loi de puissance en f^{-n} .

les plus lentes ne sont pas fortement sensibles aux échelles de temps 'rapides' τ_Ω et τ_A qui gouvernent la dynamique rapide du noyau. L'idée directrice a donc été de se placer à des valeurs de $E_\eta = \tau_\Omega/\tau_\eta$ assez hautes (de l'ordre de $E_\eta = 10^{-3} - 10^{-4}$, tout en maintenant $Rm = \tau_\eta/\tau_U$ suffisamment bas ($Rm \leq 1000$ en général) pour garantir la dominance de la rotation sur la convection ($Ro = \tau_\Omega/\tau_U \ll 1$). Bien que les solutions obtenues ne produisent alors généralement pas toute la complexité spatiale observée dans la Fig. 13, celles-ci sont numériquement peu coûteuses, ce qui permet de les intégrer sur un grand nombre de temps de diffusion magnétique τ_η . L'exploration systématique de cette portion de l'espace des paramètres (par exemple Driscoll & Olson, 2009; Olson et al., 2012, Fig. 19) a montré qu'en superposant plusieurs modèles, il est possible de reproduire de manière composite le spectre observé des variations du dipôle magnétique (Fig. 5) si on calibre le temps adimensionné des simulations en ajustant leur temps de retournement convectif τ_U à la valeur terrestre (Fig. 14). En particulier, il est possible d'assurer une continuité entre ces dynamos

de faible complexité, qui décrivent les variations de basse fréquence, et les dynamos plus avancées présentées à la section précédente, qui décrivent les plus hautes fréquences. Partant de ce succès, les modèles de faible complexité ont aussi été utilisés afin de calibrer des modèles stochastiques d'évolution géomagnétique à basse fréquence (voir par exemple Buffett & Matsui, 2015; Meduri & Wicht, 2016).

Depuis l'étude pionnière de Glatzmaier & Roberts (1995), les dynamos numériques ont été utilisées de manière intensive afin de tenter de reproduire et d'expliquer les inversions de polarité du champ géomagnétique. Lorsque l'on augmente le forçage Ra_F d'une dynamo numérique, celle-ci franchit une frontière au-delà de laquelle un dipôle stable et dominant est perdu (Kutzner & Christensen, 2002; Olson, 2007; Driscoll & Olson, 2009), et des inversions de polarité se produisent. S'il a été proposé que cette transition est liée à l'amplitude relative de l'inertie par rapport à la force de Coriolis (Christensen & Aubert, 2006), ou par rapport à la force magnétique (Tassin et al., 2021), ou encore à la géométrie de l'écoulement fluide (Garcia et al., 2017), aucun de ces mécanismes ne parvient cependant à une extrapolation satisfaisante aux conditions terrestres. Contrairement à la géodynamo, les modèles utilisés pour étudier les inversions de polarité opèrent en effet sous une contrainte de rotation faible, puisque l'essentiel des études systématiques a été mené à des valeurs élevées de E_η pour les raisons mentionnées ci-dessus. Une augmentation du forçage les amène donc naturellement dans un régime qui n'est plus vraiment dominé par la rotation. La reproduction des inversions de polarité reste donc un problème pour lequel la modélisation numérique n'a pas encore fourni une stratégie satisfaisante permettant de traiter la séparation d'échelles temporelles. La théorie des systèmes dynamiques a en revanche apporté un éclairage intéressant à ce problème. Il a en effet été montré (Petrelis et al., 2009) que les caractéristiques essentielles des inversions de polarité du champ géomagnétique peuvent être reproduites dans un système dynamique chaotique de très faible dimensionnalité. Ceci suggère que l'instabilité créant les inversions de polarité est intrinsèque à l'équation d'induction (4), où le contrôle principal est le couplage, prescrit par l'écoulement fluide, entre un faible nombre de modes magnétiques, et où un contrôle secondaire pourrait venir du forçage au travers du rapport Rm entre l'induction et la diffusion magnétique. Ces pistes demandent néanmoins une confirmation numérique dans des simulations opérant sous la contrainte forte de la rotation, qui tend à rigidifier la géométrie de l'écoulement.

Sur des échelles de temps plus longues que la centaine de millions d'années, la géodynamo est influencée par les conditions géologiques changeantes de la Terre : variations spatiales et temporelles du flux de chaleur Q_{CMB} imposé par le manteau, croissance de la graine, ralentissement du taux de rotation de la planète. Les activités de simulation numérique liées à l'étude de ces paramètres externes se sont donc développées très tôt dans l'histoire de la discipline (voir par exemple les revues de Christensen, 2011; Biggin et al., 2012). Parmi celles-ci, l'approche évolutive consiste à calculer une série de cas numériques dont les paramètres ont été ajustés pour respecter une histoire de l'évolution de la planète. En utilisant cette approche,

Landeau et al. (2017) suggèrent que la nucléation de la graine n'a pas été un événement catastrophique pour la géodynamo, du point de vue de l'amplitude ou de la morphologie du champ magnétique. Il existe cependant un débat entre ce scénario 'uniformitaire' et un autre scénario catastrophique proposé par Driscoll (2016), dans lequel cette nucléation aurait pu faire passer la géodynamo d'un état de champ faible très différent de l'actuel à l'état que nous connaissons aujourd'hui. La modélisation évolutive est donc ici encore un outil important pour tester nos théories sur l'histoire thermique de la Terre.

4 Bilan, débats et perspectives

Au cours de ce panorama, nous avons vu comment la théorie de la géodynamo, et les simulations numériques qui en découlent ont contribué à comprendre et expliquer l'observation géomagnétique, et par là fournir des informations géophysiques sur la structure, l'histoire et la dynamique interne de la Terre. Le problème principal auquel ont dû faire face les simulations numériques est la grande disparité d'échelles spatiales et temporelles présente dans le système physique, qui écarte d'emblée la possibilité d'un modèle numérique unique capable de reproduire l'ensemble du spectre de ces variations. Nous avons vu en revanche qu'une approche composite était possible, dans laquelle on ajuste la complexité du modèle en fonction de la gamme temporelle que l'on cherche à reproduire. On aboutit ainsi à une famille de modèles, dont l'interconnexion est assurée par une théorie de chemin permettant de progresser rationnellement vers les conditions du noyau Terrestre. Cette approche composite est maintenant capable de reproduire une grande partie du spectre temporel des variations géomagnétiques, de l'année jusqu'à la centaine de millions d'années. Il en va de même pour la gamme d'échelles d'espace des variables qui gouvernent le problème, dont l'étude est facilitée, selon les besoins, par le recours à des simulations pleinement résolues ou bien approximées à grande échelle. C'est ainsi qu'une vision théorique unifiée du système géodynamo est maintenant à notre portée.

Les progrès récents des simulations numériques ont résolu la question centrale de l'adéquation des modèles pour décrire le champ géomagnétique. La théorie du chemin, associée à des modèles numériques s'approchant des conditions de la Terre, ont levé le verrou de l'éloignement des modèles par rapport à l'objet naturel dans l'espace des paramètres. Ces outils permettent aussi maintenant d'affirmer que les simulations historiques ont obtenu la plupart du temps des bonnes réponses pour de bonnes raisons physiques. Parmi celles-ci, l'équilibre principal des forces (QG-MAC) pertinent pour la Terre est obtenu dans une très large gamme de paramètres de simulation, ce qui assure une bonne reproduction des variations géomagnétiques convectives sur les échelles de temps séculaires et plus longues. La pertinence de cet équilibre est aussi sous-tendue par des lois d'échelle qui parviennent à expliquer l'amplitude naturelle des différents champs du problème à partir de la seule don-

née du flux d'énergie traversant le système. Les déviations par rapport à l'équilibre QG-MAC sont compensées par une réponse inertielle du système, donnant lieu à la génération d'ondes hydromagnétiques rapides (échelle de temps de l'ordre de l'année) et à une explication des secousses géomagnétiques. Un autre débat, concernant l'amplitude de la force de Laplace dans le système, a aussi été grandement apaisé par les progrès récents. Il a été reconnu que dans un contexte auto-entretenu, celles-ci ne peuvent pas piloter les variations géomagnétiques du fait de la loi de Lenz. Le système se comporte en ce sens de manière différente à celle qui avait pu être auparavant envisagée sur la base d'expériences numériques où on imposait un champ magnétique.

Plusieurs questions restées ouvertes forment la base de travail de la communauté scientifique pour l'avenir. La première d'entre elles concerne notre capacité à simuler le système exactement dans les conditions de la Terre (à 100% du chemin théorique). Si cet objectif pouvait sembler hors d'atteinte il y a seulement une décennie, les progrès des calculateurs, des codes de calcul, et de notre compréhension du système en font un horizon qui semble maintenant bien plus proche. Il va de soit qu'un tel modèle se focalisera bien sûr sur la dynamique rapide du système, avec en particulier un rapport entre les constantes de temps de rotation, de vitesse des ondes hydromagnétique et de retournement convectif qui seraient enfin dans les proportions exactes du noyau. Un tel modèle sera nécessairement un modèle de grande échelle (LES), ce qui motivera une réévaluation de la pertinence des approximations utilisées pour traiter l'intense turbulence hydrodynamique présente à petite échelle d'espace. Une question cruciale concerne bien sûr la capacité d'un tel modèle à rendre compte des variations géomagnétique de basse fréquence (séculaires et plus longues) conjointement à ces variations rapides. Les résultats présentés dans cet article montrent qu'une cohérence existe au sein de la famille de modèles censée traiter ce problème, mais nous avons vu qu'il existe des phénomènes tels que les inversions de polarité pour lesquels des réponses manquent encore concernant notre capacité à établir une continuité descriptive entre modèles.

L'histoire géologique lointaine de la géodynamo reste aussi incertaine, en particulier du fait de propriétés encore mal connues de la Terre profonde telles que la conductivité thermique du noyau. L'histoire du refroidissement de notre planète et son état thermique actuel présentent donc encore des zones d'ombres, tels que la question de la présence d'une stratification de densité stable au sommet du noyau. Il ne fait aucun doute que la modélisation numérique de la dynamique actuelle du noyau et de sa signature géomagnétique permet de contraindre ces propriétés, et donc de contraindre le passé.

La théorie et la modélisation numérique de la géodynamo sont arrivés à un degré d'accord avec les observations qui établit fermement le paradigme de la géodynamo convective, et permet d'intégrer des données géomagnétiques dans les modèles afin de diagnostiquer l'état du noyau et de réaliser des prédictions d'évolution future du champ géomagnétique. Cette branche d'activités est en développement

rapide, comme en témoigne l’augmentation régulière de l’influence des modèles dynamiques dans l’initiative internationale de référence pour la modélisation du champ magnétique (IGRF, voir par exemple Alken et al., 2021). Il ne fait aucun doute que cette entrée de la discipline dans une phase opérationnelle constitue l’une des prochaines étapes importantes sur le chemin vers une compréhension complète du magnétisme de notre planète.

Références

- Ahrens, T. J., 1995. *Global Earth Physics : A Handbook of Physical Constants*, vol. 1, AGU, Washington, DC.
- Alken, P., Thébaud, E., Beggan, C. D., Amit, H., Aubert, J., Baerenzung, J., Bondar, T. N., Brown, W. J., Califf, S., Chambodut, A., Chulliat, A., Cox, G. A., Finlay, C. C., Fournier, A., Gillet, N., Grayver, A., Hammer, M. D., Holschneider, M., Huder, L., Hulot, G., Jager, T., Kloss, C., Korte, M., Kuang, W., Kuvshinov, A., Langlais, B., Léger, J. M., Lesur, V., Livermore, P. W., Lowes, F. J., Macmillan, S., Magnes, W., Manda, M., Marsal, S., Matzka, J., Metman, M. C., Minami, T., Morschhauser, A., Mound, J. E., Nair, M., Nakano, S., Olsen, N., Pavón-Carrasco, F. J., Petrov, V. G., Ropp, G., Rother, M., Sabaka, T. J., Sanchez, S., Saturnino, D., Schnepf, N. R., Shen, X., Stolle, C., Tangborn, A., Tøffner-Clausen, L., Toh, H., Torta, J. M., Varner, J., Vervelidou, F., Vigneron, P., Wardinski, I., Wicht, J., Woods, A., Yang, Y., Zeren, Z., & Zhou, B., 2021. International geomagnetic reference field : the thirteenth generation, *Earth Planets Space*, **73**(1), 49.
- Aubert, J., 2018. Geomagnetic acceleration and rapid hydromagnetic wave dynamics in advanced numerical simulations of the geodynamo, *Geophys. J. Int.*, **214**(1), 531–547.
- Aubert, J., 2019. Approaching Earth’s core conditions in high-resolution geodynamo simulations, *Geophys. J. Int.*, **219**(S1), S137–S151.
- Aubert, J., 2020. Recent geomagnetic variations and the force balance in Earth’s core, *Geophys. J. Int.*, **221**(1), 378–393.
- Aubert, J. & Finlay, C. C., 2019. Geomagnetic jerks and rapid hydromagnetic waves focusing at Earth’s core surface, *Nature Geosci.*, **12**(5), 393–398.
- Aubert, J. & Gillet, N., 2021. The interplay of fast waves and slow convection in geodynamo simulations nearing Earth’s core conditions, *Geophys. J. Int.*, **225**, 1854–1873.
- Aubert, J., Brito, D., Nataf, H.-C., Cardin, P., & Masson, J. P., 2001. A systematic experimental study of spherical shell convection in water and liquid gallium, *Phys. Earth Planet. Int.*, **128**, 51–74.
- Aubert, J., Finlay, C. C., & Fournier, A., 2013. Bottom-up control of geomagnetic secular variation by the Earth’s inner core, *Nature*, **502**, 219–223.
- Aubert, J., Gastine, T., & Fournier, A., 2017. Spherical convective dynamos in the rapidly rotating asymptotic regime, *J. Fluid. Mech.*, **813**, 558–593.

- Aubert, J., Labrosse, S., & Poitou, C., 2009. Modelling the palaeo-evolution of the geodynamo, *Geophys. J. Int.*, **179**(3), 1414–1428.
- Biggin, A. J., Steinberger, B., Aubert, J., Suttie, N., Holme, R., Torsvik, T. H., van der Meer, D. G., & van Hinsbergen, D. J. J., 2012. Possible links between long-term geomagnetic variations and whole-mantle convection processes (vol 5, pg 526, 2012), *Nature Geosci.*, **5**(9), 674.
- Bouligand, C., Gillet, N., Jault, D., Schaeffer, N., Fournier, A., & Aubert, J., 2016. Frequency spectrum of the geomagnetic field harmonic coefficients from dynamo simulations, *Geophys. J. Int.*, **207**(2), 1142–1157.
- Buffett, B., 1996a. Gravitational oscillations in the length of day, *Geophys. Res. Lett.*, **23**(17), 2279–2282.
- Buffett, B. & Matsui, H., 2015. A power spectrum for the geomagnetic dipole moment, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **411**, 20 – 26.
- Buffett, B. A., 1996b. A mechanism for decade fluctuations in the length of day, *Geophys. Res. Lett.*, **23**(25), 3803–3806.
- Bullard, E. C., 1949. The magnetic field within the Earth, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, **197**, 433–453.
- Busse, F. H., 1970. Thermal instabilities in rapidly rotating systems, *J. Fluid. Mech.*, **44**(3), 441–460.
- Cébron, D. & Hollerbach, R., 2014. Tidally driven dynamos in a rotating sphere, *The Astrophysical Journal Letters*, **789**(1), L25.
- Christensen, U. & Wicht, J., 2015. Numerical Dynamo Simulations, in *Treatise on Geophysics (Second Edition)*, pp. 245 – 277, ed. Schubert, G., Elsevier, Oxford, 2nd edn.
- Christensen, U., Olson, P., & Glatzmaier, G. A., 1999. Numerical modelling of the geodynamo : a systematic parameter study, *Geophys. J. Int.*, **138**(2), 393–409.
- Christensen, U. R., 2011. Geodynamo models : Tools for understanding properties of Earth’s magnetic field, *Phys. Earth Planet. Int.*, **187**, 157–169, doi :10.1016/j.pepi.2011.03.012.
- Christensen, U. R. & Aubert, J., 2006. Scaling properties of convection-driven dynamos in rotating spherical shells and application to planetary magnetic fields, *Geophys. J. Int.*, **166**, 97–114.
- Christensen, U. R., Aubert, J., Busse, F. H., Cardin, P., Dormy, E., Gibbons, S., Glatzmaier, G. A., Honkura, Y., Jones, C. A., Kono, M., Matsushima, M., Sakuraba, A., Takahashi, F., Tilgner, A., Wicht, J., & Zhang, K., 2001. A numerical dynamo benchmark, *Phys. Earth Planet. Int.*, **128**, 25–34.
- Christensen, U. R., Aubert, J., & Hulot, G., 2010. Conditions for Earth-like geodynamo models, *Earth. Plan. Sci. Lett.*, **296**(3-4), 487–496.
- Christensen, U. R., Wardinski, I., & Lesur, V., 2012. Timescales of geomagnetic secular acceleration in satellite field models and geodynamo models, *Geophys. J. Int.*, **190**(1), 243–254.
- Chulliat, A., Thebault, E., & Hulot, G., 2010. Core field acceleration pulse as a common cause of the 2003 and 2007 geomagnetic jerks, *Geophys. Res. Lett.*, **37**.
- Chulliat, A., Alken, P., & Maus, S., 2015. Fast equatorial waves propagating at the top of the Earth’s core, *Geophys. Res. Lett.*, **42**(9), 3321–3329.

- Constable, C. & Johnson, C., 2005. A paleomagnetic power spectrum, *Phys. Earth Planet. Int.*, **153**(1), 61 – 73, Studies of the Earth's Deep Interior.
- Courillot, V., Ducruix, J., & Le Mouél, J.-L., 1978. Sur une accélération récente de la variation séculaire du champ magnétique terrestre, *C.R. Acad. Sci. Paris. D*, **287**(12), 1095–1098.
- Cowling, T. G., 1934. The magnetic field of sunspots, *Month. Not. Roy. Astr. Soc.*, **94**, 39–48.
- Davidson, P. A., 2013. Scaling laws for planetary dynamos, *Geophys. J. Int.*, **195**(1), 67–74.
- Davies, C., Pozzo, M., Gubbins, D., & Alfè, D., 2015. Constraints from material properties on the dynamics and evolution of earth's core, *Nature Geosci.*, **8**(9), 678–685.
- Davies, C. J., Stegman, D. R., & Dumberry, M., 2014. The strength of gravitational core-mantle coupling, *Geophys. Res. Lett.*, **41**(11), 3786–3792.
- de Wijs, G., Kresse, G., Vocadlo, L., Dobson, D., Alfe, D., Gillan, M., & Price, G., 1998. The viscosity of liquid iron at the physical conditions of the Earth's core, *Nature*, **392**(6678), 805–807.
- Driscoll, P. & Olson, P., 2009. Effects of buoyancy and rotation on the polarity reversal frequency of gravitationally driven numerical dynamos, *Geophys. J. Int.*, **178**(3), 1337–1350.
- Driscoll, P. E., 2016. Simulating 2 ga of geodynamo history, *Geophys. Res. Lett.*, **43**(11), 5680–5687.
- Dziewonski, A. & Anderson, D., 1981. Preliminary reference Earth model PREM, *Phys. Earth Planet. Int.*, **25**, 297–356.
- Elsasser, W. M., 1946. Induction effects in terrestrial magnetism part i. theory, *Phys. Rev.*, **69**, 106–116.
- Finlay, C. C. & Jackson, A., 2003. Equatorially dominated magnetic field change at the surface of Earth's core., *Science*, **300**, 2084–2086.
- Finlay, C. C., Kloss, C., Olsen, N., Hammer, M. D., Tøffner-Clausen, L., Grayver, A., & Kuvshinov, A., 2020. The chaos-7 geomagnetic field model and observed changes in the south atlantic anomaly, *Earth Planets Space*, **72**(1), 156.
- Gailitis, A., Lielausis, O., Dement'ev, S., Platacis, E., Cifersons, A., Gerbeth, G., Gundrum, T., Stefani, F., Christen, M., Hänel, H., & Will, G., 2000. Detection of a flow induced magnetic field eigenmode in the riga dynamo facility, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4365–4368.
- Garcia, F., Oruba, L., & Dormy, E., 2017. Equatorial symmetry breaking and the loss of dipolarity in rapidly rotating dynamos, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **111**(5), 380–393.
- Gastine, T., Wicht, J., & Aubert, J., 2016. Scaling regimes in spherical shell rotating convection, *J. Fluid. Mech.*, **808**, 690–732.
- Gastine, T., Aubert, J., & Fournier, A., 2020. Dynamo-based limit to the extent of a stable layer atop Earth's core, *Geophys. J. Int.*, **222**(2), 1433–1448.
- Gillet, N., Jault, D., & Finlay, C. C., 2015. Planetary gyre, time-dependent eddies, torsional waves and equatorial jets at the Earth's core surface, *J. Geophys. Res.*, **120**, 3991–4013.

- Gillet, N., Jault, D., Canet, E., & Fournier, A., 2010. Fast torsional waves and strong magnetic field within the Earth's core, *Nature*, **465**(7294), 74–77.
- Gillet, N., Jault, D., Finlay, C. C., & Olsen, N., 2013. Stochastic modeling of the Earth's magnetic field : Inversion for covariances over the observatory era, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, **14**(4), 766–786.
- Glatzmaier, G. & Roberts, P., 1995. A 3-dimensional self-consistent computer-simulation of a geomagnetic-field reversal, *Nature*, **377**(6546), 203–209.
- Gleason, A. E. & Mao, W. L., 2013. Strength of iron at core pressures and evidence for a weak Earth's inner core, *Nature Geosci.*, **6**(7), 571–574.
- Gubbins, D., 1983. Geomagnetic field analysis - i. stochastic inversion, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **73**, 641–652.
- Gubbins, D. & Roberts, P. H., 1987. Magnetohydrodynamics of the Earth's core, in *Geomagnetism*, vol. 2, ed. Jacobs, J. A., Academic Press.
- Guervilly, C., Cardin, P., & Schaeffer, N., 2019. Turbulent convective length scale in planetary cores, *Nature*, **570**(7761), 368–371.
- Hollerbach, R., 1996. On the theory of the geodynamo, *Phys. Earth Planet. Int.*, **98**(3–4), 163 – 185.
- Holme, R., Olsen, N., & Bairstow, F. L., 2011. Mapping geomagnetic secular variation at the core-mantle boundary, *Geophys. J. Int.*, **186**(2), 521–528.
- Huder, L., Gillet, N., Finlay, C. C., Hammer, M. D., & Tchoungui, H., 2020. COV-OBS.x2 : 180 years of geomagnetic field evolution from ground-based and satellite observations, *Earth Planets Space*, **72**(1), 160.
- Hulot, G., Sabaka, T. J., Olsen, N., & Fournier, A., 2015. The present and future geomagnetic field, in *Treatise on Geophysics (Second Edition)*, vol. 5 - Geomagnetism, pp. 33–78, Elsevier, 2nd edn.
- Jackson, A. & Finlay, C., 2015. Geomagnetic secular variation and its applications to the core, in *Treatise on Geophysics (Second Edition)*, pp. 137–184, ed. Schubert, G., Elsevier, Oxford, 2nd edn.
- Jackson, A., Jonkers, A. R. T., & Walker, M. R., 2000. Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records, *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, **358**, 957–990.
- Jeffreys, H., 1926. The Rigidity of the Earth's Central Core, *Month. Not. Roy. Astr. Soc. Geophys. supp.*, **1**(7), 371–383.
- Jones, C., 2015. Thermal and compositional convection in the outer core, in *Treatise on Geophysics (Second Edition)*, pp. 115 – 159, ed. Schubert, G., Elsevier, Oxford, 2nd edn.
- Kageyama, A. & Sato, T., 1995. Computer simulation of a magnetohydrodynamic dynamo. ii, *Phys. Plasmas*, **2**(5), 1421–1431.
- Konôpková, Z., McWilliams, R. S., Gómez-Pérez, N., & Goncharov, A. F., 2016. Direct measurement of thermal conductivity in solid iron at planetary core conditions, *Nature*, **534**(7605), 99–101.
- Kuang, W. & Bloxham, J., 1997. An Earth-like numerical dynamo model, *Nature*, **389**(6649), 371–374.
- Kutzner, C. & Christensen, U., 2002. From stable dipolar to reversing numerical dynamos, *Phys. Earth Planet. Int.*, **131**, 29–45.

- Labrosse, S., 2015. Thermal evolution of the core with a high thermal conductivity, *Phys. Earth Planet. Int.*, **247**, 36–55.
- Landeau, M., Aubert, J., & Olson, P., 2017. The signature of inner-core nucleation on the geodynamo, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **465**, 193 – 204.
- Larmor, J., 1919. How could a rotating body such as the Sun become a magnet?, *Rep. Br. Assoc. Adv. Sci. A.*, pp. 159–160.
- Le Bars, M., Wiczeorek, M. A., Karatekin, Ö., Cébron, D., & Laneuville, M., 2011. An impact-driven dynamo for the early moon, *Nature*, **479**(7372), 215–218.
- Lhuillier, F., Fournier, A., Hulot, G., & Aubert, J., 2011. The geomagnetic secular-variation timescale in observations and numerical dynamo models, *Geophys. Res. Lett.*, **38**, L09306.
- Lister, J. R., 2003. Expressions for the dissipation driven by convection in the Earth's core, *Phys. Earth Planet. Int.*, **140**(1-3), 145–158.
- Malin, S. R. C. & Barraclough, D. R., 1982. 150th anniversary of Gauss's first absolute magnetic measurement, *Nature*, **297**(5864), 285–285.
- Malin, S. R. C., Hodder, B. M., & Barraclough, D. R., 1983. Geomagnetic secular variation : A jerk in 1970, in *Scientific Contributions in Commemoration of Ebro Observatory's 75th Anniversary*.
- Marti, P., Schaeffer, N., Hollerbach, R., Cébron, D., Nore, C., Luddens, F., Guermont, J.-L., Aubert, J., Takehiro, S., Sasaki, Y., Hayashi, Y.-Y., Simitev, R., Busse, F., Vantieghem, S., & Jackson, A., 2014. Full sphere hydrodynamic and dynamo benchmarks, *Geophys. J. Int.*, **197**(1), 119–134.
- Meduri, D. G. & Wicht, J., 2016. A simple stochastic model for dipole moment fluctuations in numerical dynamo simulations, *Front. Earth. Sci.*, **4**, 38.
- Monchaux, R., Berhanu, M., Bourgoin, M., Moulin, M., Odier, P., Pinton, J.-F., Volk, R., Fauve, S., Mordant, N., Pétrélis, F., Chiffaudel, A., Daviaud, F., Dubrulle, B., Gasquet, C., Marié, L., & Ravelet, F., 2007. Generation of a magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium, *Phys. Rev. Lett.*, **98**, 044502.
- Nilsson, A., Holme, R., Korte, M., Suttie, N., & Hill, M., 2014. Reconstructing Holocene geomagnetic field variation : new methods, models and implications, *Geophys. J. Int.*, **198**(1), 229–248.
- Olsen, N., Glassmeier, K. H., & Jia, X., 2010. Separation of the magnetic field into external and internal parts, *Space. Sci. Rev.*, **152**(1), 135–157.
- Olson, P., 2007. Gravitational dynamos and the low-frequency geomagnetic secular variation, *PNAS*, **104**(51), 20159–20166.
- Olson, P., Christensen, U., & Glatzmaier, G. A., 1999. Numerical modelling of the geodynamo : mechanisms of field generation and equilibration, *J. Geophys. Res.*, **104**(B5), 10383–10404.
- Olson, P., Christensen, U., & Driscoll, P., 2012. From superchrons to secular variation : A broadband dynamo frequency spectrum for the geomagnetic dipole, *Earth. Plan. Sci. Lett.*, **319-320**, 75–82.
- Pétrélis, F., Fauve, S., Dormy, E., & Valet, J.-P., 2009. Simple Mechanism for Reversals of Earth's Magnetic Field, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, **102**(14).
- Pichon, G., Aubert, J., & Fournier, A., 2016. Coupled dynamics of Earth's geoma-

- gnetic westward drift and inner core super-rotation, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **437**, 114–126.
- Pozzo, M., Davies, C. J., Gubbins, D., & Alfè, D., 2012. Thermal and electrical conductivity of iron at Earth’s core conditions, *Nature*, **485**(7398), 355–358.
- Ropp, G., Lesur, V., Baerenzung, J., & Holschneider, M., 2020. Sequential modelling of the earth’s core magnetic field, *Earth Planets Space*, **72**(1), 153.
- Schaeffer, N., 2013. Efficient spherical harmonic transforms aimed at pseudospectral numerical simulations, *Geophys. Geochem. Geosystems.*, **14**(3), 751–758.
- Schaeffer, N., Jault, D., Nataf, H.-C., & Fournier, A., 2017. Turbulent geodynamo simulations : a leap towards Earth’s core, *Geophys. J. Int.*, **211**(1), 1–29.
- Schwaiger, T., 2020. *Geodynamo simulations in the earth’s core dynamical regime : a systematic study*, Thèse de doctorat, Université de Paris.
- Schwaiger, T., Gastine, T., & Aubert, J., 2019. Force balance in numerical geodynamo simulations : a systematic study, *Geophys. J. Int.*, **219**(S1), S101–S114.
- Secco, R. A. & Shloessin, H. H., 1989. The electrical resistivity of solid and liquid Fe at pressures up to 7 GPa, *J. Geophys. Res.*, **94**, 5887–5894.
- Stieglitz, R. & Müller, U., 2001. Experimental demonstration of a homogeneous two-scale dynamo, *Physics of Fluids*, **13**(3), 561–564.
- Tassin, T., Gastine, A., & Fournier, A., 2021. Geomagnetic semblance and dipolar-multipolar transition in top-heavy double-diffusive geodynamo models, *Geophys. J. Int.*.
- Teed, R. J., Jones, C. A., & Tobias, S. M., 2014. The dynamics and excitation of torsional waves in geodynamo simulations, *Geophys. J. Int.*, **196**(2), 724–735.
- Tilgner, A., 2015. Rotational dynamics of the core, in *Treatise on Geophysics (Second Edition)*, pp. 183–212, ed. Schubert, G., Elsevier, Oxford, 2nd edn.
- Valet, J.-P., Meynadier, L., & Guyodo, Y., 2005. Geomagnetic dipole strength and reversal rate over the past two million years, *Nature*, **435**(7043), 802–805.
- Wicht, J. & Christensen, U. R., 2010. Torsional oscillations in dynamo simulations, *Geophys. J. Int.*, **181**(3), 1367–1380.
- Wicht, J. & Sanchez, S., 2019. Advances in geodynamo modelling, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **113**(1-2), 2–50.
- Zatman, S. & Bloxham, J., 1997. Torsional oscillations and the magnetic field within the Earth’s core, *Nature*, **388**, 760–763.
- Ziegler, L. B., Constable, C. G., Johnson, C. L., & Tauxe, L., 2011. Padm2m : a penalized maximum likelihood model of the 0–2 ma palaeomagnetic axial dipole moment, *Geophys. J. Int.*, **184**(3), 1069–1089.