



Thèse préparée  
à l'UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT  
École doctorale STEP'UP – ED N°560  
CEA-AIM

# Caractérisation et modélisation de la rugosité multi-échelle des surfaces naturelles par télé-détection dans le domaine solaire

par  
Sébastien Labarre

présentée et soutenue publiquement  
le 8 novembre 2017

Thèse de doctorat en Physique de l'Univers  
dirigée par Cécile Ferrari & Stéphane Jacquemoud

devant un jury composé de :

<b>Allemand Pascal</b> Professeur (Université Claude Bernard Lyon 1)	Rapporteur
<b>Douté Sylvain</b> Directeur de recherche (CNRS)	Rapporteur
<b>Bréon François-Marie</b> Directeur de recherche (CEA)	Membre
<b>Charnoz Sébastien</b> Professeur (Université Paris Diderot)	Président du jury
<b>Le Gall Alice</b> Maître de conférences (Université Versailles Saint Quentin)	Membre
<b>Jacquemoud Stéphane</b> Professeur (Université Paris Diderot)	Co-directeur
<b>Ferrari Cécile</b> Professeur (Université Paris Diderot)	Directrice



## Résumé

La rugosité est une propriété clé des sols qui contrôle de nombreux processus de surface et influence la fonction de diffusion du rayonnement incident, alias sa BRDF (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*). Bien qu'elle dépende fortement de l'échelle spatiale, la rugosité est souvent considérée comme stationnaire dans les modèles photométriques de réflectance de surfaces. En particulier, celui de Hapke l'inclut sous la forme d'un angle de pente moyen, intégré sur toutes les échelles variant de la taille d'un grain du régolithe à celle de la topographie locale. Le sens physique de ce paramètre de rugosité moyenne est largement débattu car l'échelle n'est pas clairement définie. Cette thèse a pour objectifs de comprendre comment la rugosité moyenne peut décrire un phénomène multi-échelle et d'investiguer l'influence des échelles spatiales de rugosité sur la BRDF d'une surface. On teste notamment la capacité du modèle de Hapke à restituer par inversion de la BRDF une rugosité moyenne compatible avec la réalité terrain. La topographie de terrains volcaniques et sédimentaires du Piton de la Fournaise (île de La Réunion) et du rift d'Asal-Ghoubbet (République de Djibouti) a été mesurée par photogrammétrie haute résolution sur une large gamme de résolutions à partir de données multi-instrumentales : images satellite, drone et acquises manuellement. Leur BRDF a été mesurée en parallèle par Pléiades et par un spectro-goniomètre (appelé Chamelon), et simulée numériquement par tracé de rayon sur les MNT réalisés. Une analyse multi-échelle par transformée en ondelettes révèle le comportement multi-modal de la rugosité des surfaces étudiées et permet de montrer que les structures sub-centimétriques dominent à la fois le paramètre de rugosité intégré et la forme de la BRDF. La rugosité estimée par inversion sur les données simulées avec une version simplifiée du modèle de Hapke coïncide avec celle déterminée sur les modèles de surface lorsque les hypothèses du modèle sont respectées et l'albédo connu a priori. L'adéquation n'est pas systématique mais reste bonne dans le cas de terrains à rugosité modérée avec une version complète du modèle de Hapke.

## Abstract

Surface roughness is a key property of soils that controls many surface processes and influences the scattering function, or BRDF (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*), of incident radiation. While it is strongly scale-dependent, it is often considered as a stationary parameter in photometric models. In particular, it is included in the Hapke model as a mean slope angle, integrated over all scales from the grain size to the local topography. Yet its physical meaning is still a question at issue, as the scale at which it occurs is undefined. This thesis aims at understanding how this mean parameter can describe a multiscale phenomenon and to investigate the role of spatial scale on surface BRDF. Finally, we investigate the ability of the Hapke model to retrieve a roughness parameter which is consistent with the ground truth. The topography of volcanic and sedimentary terrains in the Piton de la Fournaise (Réunion Island) and the Asal-Ghoubbet rift (Republic of Djibouti) has been measured using high resolution photogrammetry at a wide range of resolutions thanks to multi-instrumental data : satellite, drone and handheld images. Simultaneously, the BRDF has been numerically simulated, and measured by satellite and a spectrogoniometer (named Chamelon). A multiscale analysis by the means of the wavelet transform reveals the multi-modal behavior of roughness and shows that sub-centimeter surface features dominate both the integrated parameter and the shape of the BRDF. The roughness estimated by inversion of a simplified version of the Hapke model matches the roughness determined over surfaces when the assumptions of the model are verified, with a priori knowledge on surface albedo. The match is not systematic, but remains good for moderately rough terrains using the full Hapke model.



## Remerciements

Cette thèse s'est déroulée dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire Astrophysique interactions multi-échelles (AIM) du Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives (CEA) et le laboratoire de Planétologie et sciences spatiales de l'Institut de physique du globe de Paris (IPGP). Elle a fait l'objet d'un cofinancement entre le CEA et la Direction générale de l'armement (DGA). Mes premiers remerciements s'adressent à Carole Nahum (DGA) pour l'intérêt qu'elle a porté à ce projet de recherche et la confiance qu'elle nous a accordée. Je remercie également le programme TOSCA du Centre national d'études spatiales (CNES) qui a financé l'achat de matériel, des missions et la participation à des colloques via le projet de recherche CAROLInA (*Characterization of multi-scale Roughness using Optical Imagery*). Je remercie enfin Sophie Lachéradé (CNES) et Claire Tinel (CNES) sans lesquelles nous n'aurions jamais pu bénéficier des images Pléiades 1B acquises pendant la recette en vol du satellite.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers les membres du jury qui ont accepté de relire et de corriger mon manuscrit de thèse pour la qualité et la pertinence de leurs remarques et leurs commentaires toujours positifs. En particulier, je remercie Sébastien Charnoz qui a présidé ce jury, Pascal Allemand et Sylvain Douté qui ont accepté d'être rapporteurs, Alice Le Gall et François-Marie Bréon qui m'ont honoré de leur présence comme examinateurs.

Mes remerciements s'adressent tout particulièrement à mes deux encadrants, qui m'ont fait confiance pour mener à bien le projet à la fois stimulant, ambitieux et complexe que représente une thèse. Leur bienveillance et leurs conseils avisés tout au long de ces trois années m'ont poussé à ne jamais me décourager. Je remercie en premier lieu Cécile Ferrari d'avoir dirigé cette thèse avec bonne humeur et enthousiasme, pour ses idées et conseils toujours fructueux, et pour son soutien permanent. Je lui suis reconnaissant pour sa disponibilité et sa gentillesse qui ont fortement contribué à la bonne ambiance durant cette thèse. Je remercie dans un second temps Stéphane Jacquemoud, que je connais depuis mon entrée à l'université, et qui a co-encadré cette thèse avec une forte implication et toujours beaucoup d'intérêt. J'ai beaucoup apprécié sa présence et sa disponibilité qui m'ont permis de ne jamais me sentir seul dans mes travaux. Je le remercie pour ses qualités aussi bien scientifiques que pédagogiques et humaines, mais aussi, pour m'avoir aidé à améliorer le traitement et l'analyse de données, la rédaction du manuscrit, ou la soutenance orale. Je lui suis particulièrement reconnaissant, ainsi qu'à Hélène Robic, pour avoir organisé la mission de terrain dans le rift d'Asal-Ghoubbet (République de Djibouti) qui a demandé un travail considérable de préparation et qui nous a permis de découvrir une région magnifique, que je n'aurais jamais explorée si je n'avais pas travaillé sur ce projet de recherche.

Je remercie tous les membres du projet de recherche CAROLInA qui ont participé de près ou de loin à la réussite de ces travaux. Je pense en particulier à nos collègues djiboutiens Mohamed Jalludin (directeur du CERD), Ibrahim Saad et Mohamed Hamadou dont l'aide logistique lors des campagnes de mesure de 2015 et 2016 fut précieuse. Je n'oublie pas d'adresser un grand merci à tous les participants des deux missions de terrain : Jean-Bernard de Chabalier, Raphaël Grandin, Arthur Delorme et Allan Derrien (IPGP) ; Ewelina Rupnik et Marc Pierrot-Deseilligny (IGN), Bernard Tanguy et François Lemaître (ONERA), avec lesquels l'ambiance a toujours été conviviale et plaisante, tant sur le terrain qu'au campement (en mangeant de la chèvre ou en se baignant dans des eaux turquoises du Ghoubbet al-Kharab après une dure journée de travail.

Je remercie tout particulièrement Arthur Delorme et Ewelina Rupnik pour l'aide précieuse qu'ils m'ont apportée et le temps qu'ils ont consacré dans le traitement des données de photogrammétrie, notamment en m'apprenant à appréhender ce puissant mais complexe logiciel qu'est MicMac. J'en profite pour remercier aussi Antoine Lucas qui a porté un intérêt à ces travaux et a su répondre à mes nombreuses questions pour m'aiguiller sur divers aspects aussi bien scientifiques que techniques.

Mes remerciements vont également à tous les membres du laboratoire AIM et de l'équipe de Planétologie et sciences spatiales pour leur accueil chaleureux et pour la bonne ambiance qui règne dans les bureaux. Je remercie tous mes collègues (et maintenant amis) récents ou futurs docteurs avec lesquels nous avons pu partager les moments de doute, de galère mais aussi de joie et de rire aux pauses cafés ou aux soirées plus ou moins arrosées...

Je remercie bien sûr tous mes amis qui se reconnaîtront, que ce soit du rugby, de la fac, de ma ville natale ou de l'IPGP, pour tous les bons moments que nous avons partagés pendant ces trois ans mais aussi avant et, j'espère, encore plus après. Mention spéciale à la bande de thésards triathlètes de l'IPGP qui m'ont donné le goût de ce sport au début de ma thèse et avec qui on peut se demander si on galère plus la semaine au travail où le weekend pendant les compétitions !

Je finirai par exprimer toute mon affection à ma famille pour leur soutien infaillible pendant ces longues années d'études, aussi bien d'un point de vue moral que logistique. Je remercie également la femme qui partage ma vie, avec qui le timing de réussite de la thèse a été parfait, pour son soutien et son affection à la fois dans les moments difficiles et heureux.

Pour conclure, j'adresse une petite pensée à ma flotte de vélos qui ont tenu bon face à tous ces allers-retours quotidiens au labo par tous les temps et à mon bon vieil ordinateur qui en a vu de toutes les couleurs pendant trois ans.

# Table des matières

<b>Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 La rugosité de surface.....</b>	<b>5</b>
1.1 Concept.....	6
1.1.1 Une variable multi-échelle.....	6
1.1.2 Implications en géosciences.....	7
1.2 Quantification de la rugosité.....	8
1.2.1 Indices stationnaires.....	8
1.2.2 Indices multi-échelles.....	9
1.2.3 Effet de la longueur du profil sur les indices de rugosité.....	12
1.2.4 Anisotropie.....	13
1.3 Techniques de mesure.....	14
1.3.1 Profilométrie.....	14
1.3.2 LiDAR.....	15
1.3.3 Radar.....	15
1.3.4 Photogrammétrie.....	16
1.3.5 Photométrie.....	16
1.4 Synthèse et problématiques spécifiques.....	20
<b>Chapitre 2 Outils et modèles pour l'analyse de la topographie et de la photométrie des surfaces.....</b>	<b>23</b>
2.1 Caractérisation directe de la rugosité.....	24
2.1.1 Reconstruction de la topographie par photogrammétrie.....	24
2.1.2 Outils mathématiques d'analyse multi-échelle.....	30
2.2 Modélisation du comportement photométrique.....	38
2.2.1 Grandeurs radiométriques.....	38
2.2.2 Le modèle photométrique de Hapke.....	40
2.2.3 Analyse de sensibilité du modèle de Hapke à ses paramètres d'entrée.....	52
2.2.4 Modèle de Hapke réduit.....	64
2.2.5 Simulation de données optiques : algorithme de lancer de rayons.....	64
2.3 Inversion de modèle.....	71
2.3.1 Méthode de minimisation classique.....	71
2.3.2 Méthode bayésienne.....	72
<b>Chapitre 3 Topographie multi-résolution de surfaces naturelles.....</b>	<b>77</b>
3.1 Les sites d'étude.....	78
3.1.1 Le Piton de la Fournaise, île de La Réunion.....	78
3.1.2 Le rift d'Asal-Ghoubbet, République de Djibouti.....	79
3.2 Modèles numériques de terrain (MNT) multi-résolutions dans le rift d'Asal-Ghoubbet.....	85
3.2.1 MNT produits par drone (échelles mésoscopiques et macroscopiques).....	88
3.2.2 MNT acquis manuellement (échelle microscopique).....	97
3.2.3 MNT Pléiades (échelle topographique).....	99

<b>Chapitre 4</b>	<b>Photométrie des surfaces du rift d'Asal-Ghoubbet .....</b>	<b>103</b>
4.1	Extraction de BRDF à partir des mesures orbitales Pléiades .....	104
4.1.1	Corrections atmosphériques.....	104
4.1.2	Calibration radiométrique des images Pléiades.....	111
4.1.3	Correction géométrique .....	124
4.1.4	BRDF multispectrale mesurée par Pléiades .....	127
4.2	Extraction de BRDF à partir de mesures <i>in situ</i> (Chamelon).....	130
4.2.1	Mesures directionnelles.....	130
4.2.2	Mesures radiométriques .....	132
4.2.3	BRDF multispectrale mesurée par le Chamelon .....	136
4.3	Analyse comparative des BRDF Pléiades et Chamelon .....	137
4.4	Une base de données topographiques et photométriques.....	140
<b>Chapitre 5</b>	<b>Caractérisation de la rugosité : de la réalité terrain à la mesure</b>	
<b>photométrique .....</b>	<b>.....</b>	<b>141</b>
5.1	Mesure terrain de la rugosité .....	142
5.1.1	Rugosité moyenne.....	142
5.1.2	Rugosité multi-échelle et dimension fractale.....	145
5.1.3	Rugosité multi-échelle : une approche multi-instrumentale .....	155
5.1.4	Synthèse et discussion.....	158
5.2	Sensibilité de la BRDF à la rugosité multi-échelle.....	158
5.2.1	Simulation de la BRDF sur les surfaces de la Réunion .....	159
5.2.2	Synthèse et discussion.....	161
5.3	Estimation de la rugosité photométrique .....	162
5.3.1	Estimation sur des données simulées : surfaces du Piton de la Fournaise.....	162
5.3.2	Estimation sur des données réelles : surfaces du rift d'Asal-Ghoubbet .....	166
5.3.3	Synthèse et discussion.....	180
<b>Conclusion et perspectives.....</b>	<b>.....</b>	<b>183</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>.....</b>	<b>187</b>
Annexe A	Description mathématique du modèle photométrique de Hapke.....	201
Annexe B	Sites d'étude dans le rift d'Asal-Ghoubbet.....	217
Annexe C	Calcul de la fonction de transmission atmosphérique.....	225





# Introduction

Les surfaces terrestres et planétaires ne sont ni lisses, ni régulières. Tout comme leur composition chimique, leur porosité ou leur structure, leur rugosité est affectée par le climat et elle contrôle la formation et l'évolution des sols par érosion et altération des roches, ou par les dépôts, transport et de sédiments ou autre cristallisation de laves... Elle constitue de ce fait un élément clé pour la compréhension des effets de nombreux phénomènes météorologiques, volcanologiques, hydrologiques ou encore géomorphologiques sur ces surfaces.

La caractérisation de la rugosité requiert des mesures de terrain, avec ou sans contact, qui sont généralement compliquées à mettre en œuvre et coûteuses. L'avènement de nouvelles technologies a ouvert la voie à des méthodes de mesure *in situ* plus précises et moins onéreuses, en particulier la photogrammétrie qui se base sur la corrélation d'images pour reconstruire la topographie de surface à très haute résolution. Il est parfois nécessaire de mesurer la rugosité sur des zones très étendues ou inaccessibles, notamment en planétologie, de sorte que sa mesure par télédétection a donné lieu à de nombreux travaux de recherche tant théoriques qu'expérimentaux, essentiellement dans le domaine des micro-ondes où il existe une relation directe entre le coefficient de rétrodiffusion radar et la rugosité. Les domaines visible et infrarouge ont également été investigués : la redistribution de la lumière par une surface dépend à la fois de ses caractéristiques physiques (rugosité, porosité, taille des grains, ...) et chimiques (composition minéralogique, ...). La photométrie caractérise l'intensité lumineuse réfléchie par une surface en fonction des géométries d'éclairement et d'observation à travers une fonction que l'on note BRDF (ou *Bidirectional Reflectance Distribution Function*). Le développement de modèles photométriques ou radiométriques se basant sur la théorie du transfert radiatif a abouti à une description mathématique de la BRDF permettant de prédire le comportement de diffusion d'une surface en fonction de divers paramètres (modèle direct) où d'estimer ces paramètres à partir d'observations photométriques (modèle inverse).

L'effet de la rugosité se manifeste à toute échelle, généralement en deçà de la résolution spatiale des instruments de mesure et toutes les échelles contribuent à moduler l'intensité de la lumière diffusée ou de l'émission thermique vers l'observateur : du mm au cm pour les particules ou la structure granulaire du régolithe ; du cm au m pour les mottes de terre, les blocs rocheux ou glacés, les micro-fractures ou les petites coulées ; du m au km à l'échelle topographique des collines, des cratères ou des montagnes. Notre connaissance de la contribution relative de chacune des échelles spatiales caractéristiques à la fonction de diffusion du rayonnement visible ou infrarouge est très imparfaite. Pour déterminer dans quelle mesure la fonction de diffusion mesurée à grande échelle peut nous renseigner sur les petites échelles et quelle échelle contribue le plus et à quel angle de diffusion, les systèmes imageurs optiques en orbite terrestre ou planétaire sont des outils privilégiés. Grâce à la grande variété de géométries d'observation et d'illumination, ils sont capables de mesurer la BRDF des surfaces avec des résolutions spatiales et spectrales très variées en lumière visible, proche-infrarouge et thermique.

La plupart des modèles photométriques permettant d'interpréter ces données incluent la rugosité sous la forme d'un paramètre stationnaire, en particulier le modèle de Hapke qui, à ce jour, est le plus répandu dans la communauté des planétologues et le plus utilisé pour la caractérisation des propriétés physiques des surfaces naturelles. Cependant, une caractérisation rigoureuse et complète de la rugosité nécessiterait la prise en compte de l'aspect multi-échelle des surfaces.

On s'interroge sur la capacité de la BRDF à nous renseigner sur la rugosité multi-échelle. En particulier, on cherche à comprendre comment un paramètre de rugosité stationnaire se rapporte à une description multi-échelle de la topographie de surface et comment l'échelle spatiale affecte la fonction de diffusion des surfaces naturelles. Par ailleurs, on investigate la capacité d'un paramètre estimé par inversion d'un modèle photométrique sur des BRDF de surfaces naturelles à apporter une description de la rugosité compatible avec la réalité terrain. L'objectif a terme est de vérifier s'il est possible de déterminer la rugosité par imagerie optique et, si oui, quelle(s) échelle(s) est-on capable de contraindre.

La démarche proposée est la suivante : dans un premier temps, on caractérise la rugosité stationnaire et multi-échelle de surfaces naturelles à partir de données topographiques et on étudie leur relation. Puis, la sensibilité de la BRDF à l'échelle spatiale est investiguée. Enfin, l'inversion du modèle de Hapke est menée sur les BRDF des mêmes surfaces naturelles et la cohérence de la rugosité photométrique estimée avec les mesures de terrain est discutée.

Pour cela nous avons acquis plusieurs jeux de données de télédétection et de rugosités de terrain à différentes résolutions spatiales sur des sites ou objets étudiés depuis de nombreuses années par l'Institut de physique du globe de Paris (IPGP), le laboratoire Astrophysique, interactions, multi-échelles (AIM), le Département optique théorique et appliquée (ONERA-DOTA) et l'Institut national de l'information géographique et forestière (IGN). En particulier, lors de la recette en vol du satellite Pléiades 1B, le CNES a programmé une acquisition en mode vidéo sur le Rift d'Asal-Ghoubbet (République de Djibouti), région caractérisée par une grande variété de rugosités et de reliefs. Une mission de terrain organisée en février 2016 a permis de compléter ces observations orbitales par des mesures *in situ* de rugosité et de BRDF. En parallèle, nous disposons de données de topographie à très haute résolution sur des terrains volcaniques du Piton de la Fournaise (île de La Réunion).

Le chapitre 1 introduit le concept de rugosité et illustre son importance pour la description de divers processus géophysiques. Différents indices à la fois stationnaires et multi-échelles aboutissant à une quantification de la rugosité sont présentés. Finalement, les méthodes de mesure orbitales et *in situ* de ces indices sont décrites, avec un accent particulier sur les mesures photométriques.

Dans le chapitre 2, les méthodes et techniques de traitement et d'analyse à la fois des données topographiques et photométriques sont présentées. Il apporte notamment une description quantitative des concepts de base pour la reconstruction tridimensionnelle par photogrammétrie, puis du fondement mathématique de deux méthodes d'analyse multi-échelle. Ce chapitre illustre ensuite deux méthodes d'analyse de la fonction de diffusion d'une surface : premièrement, les bases physiques et mathématiques du développement du modèle photométrique de Hapke se basant sur la théorie du transfert radiatif sont exposées. Notamment, on s'intéressera à la sensibilité du modèle à ses paramètres d'entrée, en particulier la rugosité, par le biais d'analyses de sensibilité locales et globales ; puis, une méthode de simulation numérique par algorithme de lancer de rayons est décrite pour modéliser la BRDF dans des conditions parfaitement contrôlées sur des maquettes numériques multi-échelles de surfaces volcaniques. Finalement, deux techniques d'inversion

permettant de faire le lien entre données photométriques observées ou simulées et paramètres photométriques des surfaces sont présentées en fin de chapitre.

Le troisième chapitre est une description des jeux de données utilisés pour la reconstruction de la topographie de surfaces naturelles à trois résolutions différentes et des traitements que nous avons appliqué pour aboutir à une base de données complète et exploitable. Il présente en particulier les deux régions d'étude que sont le volcan du Piton de la Fournaise et le rift d'Asal-Ghoubbet, offrant une très grande diversité de rugosités sur des surfaces nues sédimentaires et volcaniques. Par la suite, les protocoles d'acquisition et de traitement de données photogrammétriques multi-instrumentales (satellite et *in situ*) au moyen du logiciel libre MicMac développé par l'IGN sont exposés.

Le chapitre 4 décrit la mesure de la BRDF des surfaces à partir de données orbitales et *in situ*. Son extraction à partir des images Pléiades requiert l'application de corrections atmosphériques précises dont les concepts physiques sont introduits. La chaîne de traitement des images par la suite logicielle OTB développée par le CNES est ensuite exposée en détails. En parallèle, on présente le protocole d'acquisition et de traitement de données issues d'un spectro-goniomètre de terrain développé par l'ONERA-DOTA. Après une analyse qualitative des BRDF obtenues à ces deux échelles, ce chapitre en présente une étude comparative afin d'investiguer la cohérence entre mesures *in situ* et orbitales. Pour finir, la base de données topographiques et photométriques complète sur laquelle se base les travaux présentés dans cette thèse est résumée.

Le dernier chapitre présente les résultats de l'application des méthodes du chapitre 2 à la base de données construite dans les chapitres 3 et 4 dans le but d'établir le lien entre rugosité multi-échelle et BRDF des surfaces. L'objectif est d'évaluer la validité de la modélisation photométrique pour la description précise de la rugosité réelle des surfaces naturelles. Pour commencer, ce chapitre figure la capacité du paramètre défini par Hapke à caractériser la rugosité multi-échelle des surfaces, en construisant notamment des courbes d'évolution spatiale à partir d'outils d'analyse multi-échelle sur des données multi-instrumentales. Puis, l'influence de l'échelle de la rugosité sur la BRDF est étudiée à partir de données issues de simulations numériques par lancer de rayons. Pour finir, on mène une analyse comparative entre rugosité mesurée *in situ* sur les mesures topographiques et estimée à partir de l'inversion du modèle de Hapke sur des mesures photométriques simulées, orbitales et *in situ*.



# Chapitre 1

## La rugosité de surface

## 1.1 Concept

La notion de rugosité de surface est intuitive : on peut la relier à une notion sensorielle décrivant les propriétés d'adhérence et de frottement d'une surface. La distinction entre une surface lisse et une surface rugueuse tient à la présence plus ou moins importante d'aspérités ou de cavités. Bien que très largement utilisée en géosciences (section 1.1.2), sa définition précise reste vague. A première vue, la rugosité peut être définie comme une mesure du relief généré par des irrégularités de surface. Si la topographie caractérise l'élévation altimétrique, la rugosité quantifie sa variabilité. De par son lien intrinsèque avec l'élévation, la rugosité contient une ambiguïté liée à l'échelle de mesure (section 1.1.1).

### 1.1.1 Une variable multi-échelle

La distinction entre une surface lisse et une surface rugueuse est flagrante, mais l'introduction d'une topographie plus marquée peut compliquer la structure de la surface et son interprétation (Figure 1). Cette observation illustre la forte dépendance de la rugosité à l'échelle spatiale de mesure, déjà relatée par de nombreux auteurs (Manninen et al., 1998 ; Shepard et al., 2001 ; Grohmann et al., 2011).

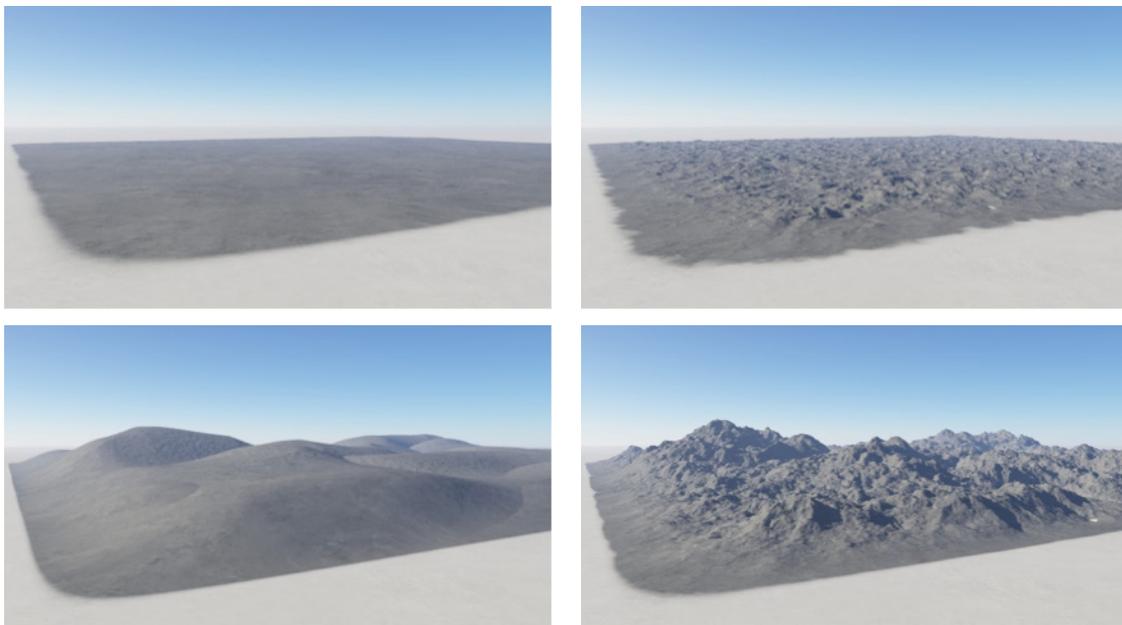


Figure 1 - Illustration de la rugosité multi-échelle sur des scènes virtuelles générées par le logiciel Terragen (<http://planetside.co.uk/>).

La discrimination des caractéristiques des surfaces naturelles mène à une classification de la rugosité en différentes échelles :

- échelle microscopique : de 10  $\mu\text{m}$  à 1 mm, caractérisant la texture ainsi que la forme des grains et des particules ;
- échelle mésoscopique : de 1 mm à 1 cm, témoin de l'organisation spatiale des particules, des petits cailloux, des pores et microfractures;
- échelle macroscopique : de 1 cm à 1 m, figurant des mottes de terre, des agrégats de roches ou de glace, des fissures et monticules;

- échelle topographique : de 1 m à 1 km, représentant les failles, les collines, les cratères ou encore les montagnes.

L'utilisation de la rugosité comme critère de caractérisation d'un phénomène géophysique doit donc se faire avec précaution si la connaissance de la contribution relative de chacune des échelles spatiales n'est pas parfaitement connue.

### 1.1.2 Implications en géosciences

La rugosité est un paramètre clé de la compréhension des propriétés physiques des surfaces naturelles et de leur évolution. Elle joue un rôle crucial dans de nombreux domaines tels que la pédologie, l'hydrogéologie, la climatologie ou la planétologie.

A très petite échelle (microscopique à mésoscopique), la rugosité des sols influence la distribution du rayonnement solaire incident et par conséquent leur température et leur humidité (Vidal Vázquez et al., 2005 ; Verhoest et al., 2008).

Aux échelles mésoscopique à macroscopique, la rugosité gouverne les processus de dynamique des fluides sur les surfaces. Par exemple, elle affecte de nombreux phénomènes hydrologiques (Rodríguez-Caballero et al., 2012) : les sols rugueux ont un taux d'infiltration plus important (Thompson et al., 2010) et une capacité de stockage plus élevée (Kamphorst et al., 2000) que les sols lisses. Elle régit directement les phénomènes de ruissellement (Darboux et al., 2001) et d'érosion hydrique (Eitel et al., 2011). La prise en compte de la rugosité dans les modèles hydrodynamiques d'écoulement de fluides constitue donc un point critique (Morvan et al., 2010). Par ailleurs, la rugosité mésoscopique à macroscopique affecte l'écoulement de l'air au dessus des surfaces en réduisant la vitesse du vent, ce qui limite l'érosion éolienne et influence les processus d'émission, de transport et de dépôt des poussières terrigènes ou des particules de neige (Owen, 1964). Dans le domaine de la tectonique, la rugosité à petite échelle constitue un paramètre de friction et est étudiée en tant que facteur d'impact sur la mécanique des failles (Candela et al., 2012) aussi bien que comme marqueur de l'amplitude de glissement le long d'une faille (Sagy et al., 2007). Enfin, la rugosité macroscopique joue un rôle important dans la mobilité et la traficabilité des véhicules militaires (Tolk, 2012) et humanitaires ou des rovers d'exploration planétaire (Deans et al., 2012 ; Figure 2). Sa connaissance précise permet d'optimiser les trajectoires de déplacement pour rendre des équipes d'intervention plus opérationnelles ou pour maximiser le nombre de sites d'études lors de campagnes de mesures scientifiques.

A plus large échelle, la rugosité peut être assimilée à la topographie qui mesure le relief. La connaissance de la topographie sur Terre et sur les autres planètes ou corps du système solaire (lunes, astéroïdes, comètes) permet de comprendre les processus géologiques qui ont façonné leur surface (Grohmann et al., 2011). La rugosité à l'échelle topographique a alors été utilisée pour l'identification de structures géologiques, notamment en géomorphologie pour la détection automatique de glissements de terrain (Van Den Eeckhaut et al., 2012), la datation relative de structures d'éboulement (McKean & Roering, 2004) et la caractérisation de l'évolution de champs de dunes (Jerolmack et al., 2012), ainsi qu'en sciences planétaires pour étudier les processus de cratérisation et de resurfaçage lunaires (Kreslavsky et al., 2013) et comparer les surfaces de la Lune, de Mercure et de Mars (Pommerol et al., 2012). D'un point de vue atmosphérique, la rugosité à grande échelle intervient dans les bilans de masse (aérosols et polluants) et d'énergie (flux de chaleur sensible et latente) en modifiant les caractéristiques aérodynamiques de la surface, sachant

que l'écoulement du vent est fortement perturbé au voisinage des obstacles qu'il rencontre (Marticorena et al., 2004 ; Chappell et al., 2010).

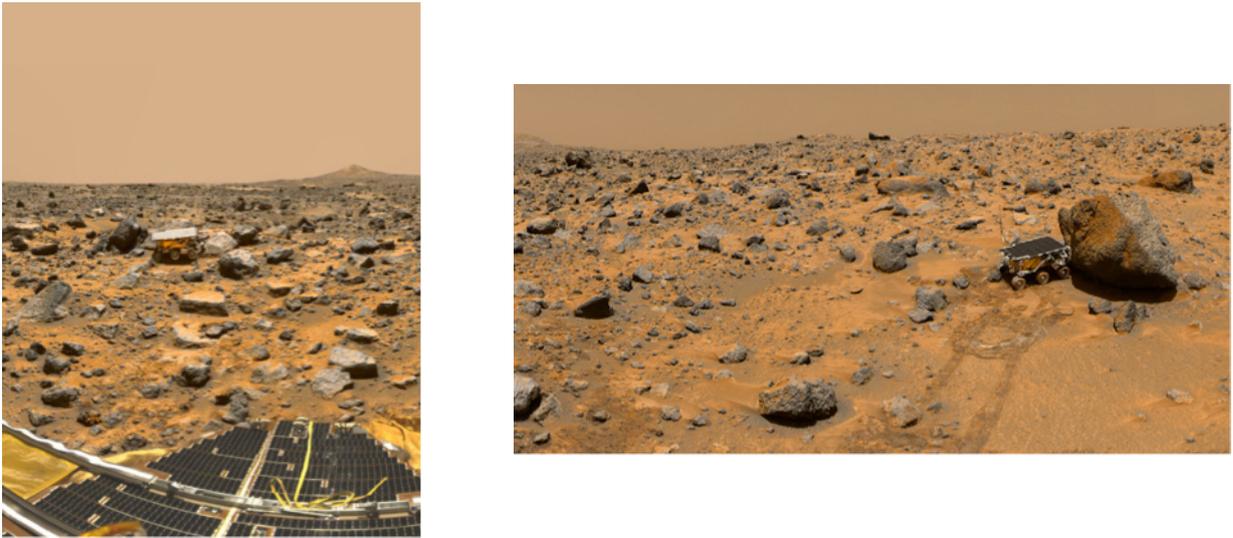


Figure 2 – Photos de la surface martienne prises par le rover *Pathfinder* (1997), témoignant de la complexité structurelle induite par la rugosité.

## 1.2 Quantification de la rugosité

En raison de la complexité inhérente à la rugosité de surface et de son application à des domaines très variés, il existe de nombreux indices permettant de la définir. Nous n'en ferons pas ici une liste exhaustive mais recenserons les plus utilisés dans les études de sols terrestres ou planétaires. Parmi ceux-ci, deux types se distinguent : les indices stationnaires (section 1.2.1) qui sont calculés à une échelle spatiale donnée, et les indices multi-échelles (section 1.2.2) qui incluent une dépendance spatiale. Ils peuvent être calculés à partir de données d'élévation en une dimension (profils) ou en deux dimensions (surfaces).

### 1.2.1 Indices stationnaires

La rugosité peut se scinder en deux composantes : une composante verticale représentant l'élévation des caractéristiques de la surface au dessus et en dessous de son niveau moyen, et une composante horizontale explicitant l'espacement latéral entre ces caractéristiques. De manière générale, la première composante correspond à l'amplitude et s'exprime sous la forme d'un écart quadratique moyen des hauteurs (RMS pour *Root Mean Square*, noté  $\xi$ ) ; la seconde composante représente la variabilité horizontale et est associée à une longueur de corrélation (notée  $L_C$ ). La caractérisation d'une surface uniquement par l'un ou l'autre paramètre aboutit à une description incomplète de la rugosité. Plus  $\xi$  est grand et plus les variations verticales de la surface sont importantes. Le calcul de  $L_C$  suppose de déterminer la fonction d'autocorrélation notée  $\rho_N(\delta)$  qui exprime la corrélation entre paires de points de mesure séparés d'une distance  $\delta$ . Elle varie entre  $-1$  et  $1$  et, par définition, atteint son maximum pour une distance  $\delta = 0$ . Elle a tendance à décroître lorsque  $\delta$  augmente. La longueur de corrélation est alors donnée par la valeur de  $\delta$  pour laquelle  $\rho_N(\delta)$  chute à  $e^{-1}$  (environ 37%) fois sa valeur maximale. Plus  $L_C$  est grand, moins la surface témoigne de variations horizontales.

Zribi & Dechambre (2002) ont remarqué que la plupart des études portant sur la rétrodiffusion du signal radar négligeaient la longueur de corrélation, entraînant des erreurs importantes d'estimation de la rugosité. Afin de combiner les effets de ces deux paramètres, ils ont introduit un nouvel indice, noté  $Z_S = \xi^2/L_C$ . Le rapport  $\xi/L_C$  est la pente effective introduite par Shepard et al. (2001). Une surface rugueuse est ainsi associée à une forte valeur de  $Z_S$ .

La tortuosité notée  $\tau$  (Bertuzzi et al., 1990), définie comme le rapport entre la longueur réelle d'un profil (ou l'aire d'une surface) et sa projection horizontale, tient compte à la fois des directions horizontale et verticale du relief. Son principal avantage est qu'il ne repose sur aucune hypothèse théorique rendant son calcul très facile. Gilliot et al. (2017) soulignent la capacité de ce paramètre à distinguer des sols agricoles avec différents degrés de labour.

La dernière approche se base sur la détermination des pentes locales (gradient) d'un profil d'élévation 1D ou d'une surface 2D. La pente locale en un point de la surface est contrôlée à la fois par les composantes horizontale et verticale de la rugosité et apporte une bonne description de la structure spatiale. Grohmann et al. (2011) utilisent l'écart-type des pentes pour la discrimination des caractéristiques morphométriques de surfaces, tandis que Shepard et al. (2001) utilisent la pente RMS, définie comme le rapport de la déviation RMS entre deux points et de la distance les séparant. Kreslavsky & Head (1999) utilisent quant à eux la médiane des valeurs absolues des pentes comme mesure de la rugosité sur Mars. De son côté, Hapke (1984) exprime l'indice de rugosité d'une surface comme un angle de pente moyen calculé à partir de l'intégration sur toutes les échelles spatiales des angles de pente locaux pour chacune des facettes la constituant.

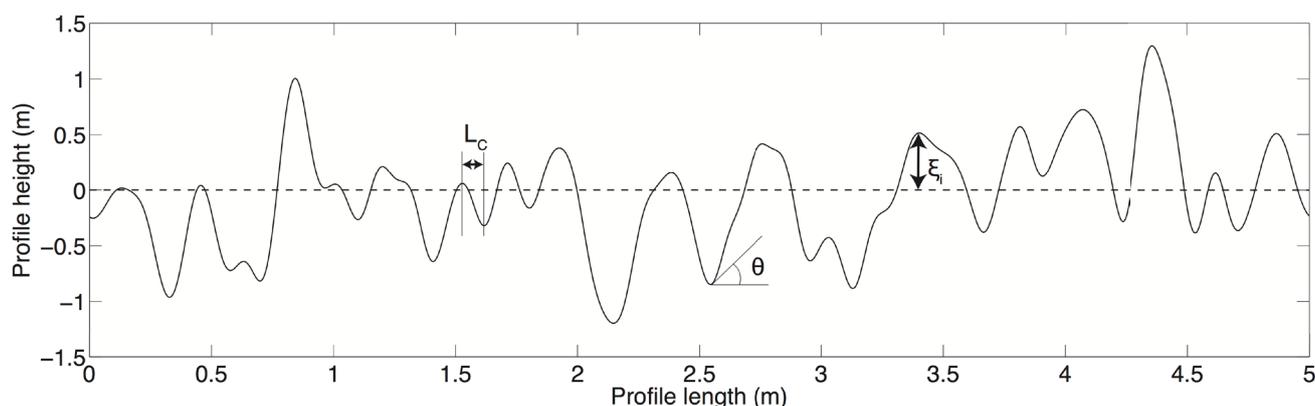


Figure 3 – Représentation d'un profil rugueux synthétique. Le paramètre  $L_C$  quantifie la variabilité horizontale des structures spatiales (longueur d'onde spatiale). Le paramètre  $\xi$  représente la variabilité verticale (écart quadratique moyen des hauteurs) et est calculé à partir de la moyenne de tous les  $\xi_i$  en chaque point  $i$  du profil.  $\theta$  caractérise l'angle de pente local. La tortuosité  $\tau$  représente le rapport entre la longueur cumulée du profil et la longueur de la ligne en pointillés représentant le niveau d'élévation moyen.

## 1.2.2 Indices multi-échelles

Une caractérisation plus approfondie de la rugosité nécessite la prise en compte de sa nature multi-échelle. Cependant, les indices multi-échelles sont moins intuitifs et moins triviaux à calculer que les indices stationnaires.

De nombreux travaux ont montré que la plupart des surfaces naturelles peuvent être décrites par une statistique auto-affine (ou fractale) selon la théorie du mouvement brownien fractionnaire (Mandelbrot & Van Ness, 1968) sur une large gamme d'échelles variant du micromètre au kilomètre (e.g., Mandelbrot, 1982; Mark & Aronson, 1984; Turcotte, 1997; Shepard et al., 2001; Vidal Vázquez et al., 2005). Dans le cas d'une surface auto-affine, une augmentation de l'échelle d'un facteur  $f$  dans la direction horizontale résulte en un changement d'échelle  $f^H$  dans la direction verticale afin de conserver les statistiques de la surface.  $H$  est appelé coefficient de Hurst et quantifie le taux de variation de la rugosité avec l'échelle. On parle de surface auto-similaire lorsque  $H = 1$ . Les surfaces dont la valeur de  $H$  est élevée témoignent de variations horizontales à grande échelle dominantes, et inversement. La dimension fractale  $D$  est directement reliée au coefficient de Hurst par la relation  $D = 2 - H$  en une dimension et par la relation  $D = 3 - H$  en deux dimensions. Pour lever toute ambiguïté, on utilisera seulement  $H$ . Ce coefficient peut être déterminé par différentes méthodes, dont les plus courantes sont la méthode du spectre de puissance et la méthode du semi-variogramme (Gallant et al., 1994). La première se base sur une décomposition en séries de Fourier du profil d'élévation pour tracer la puissance (donnée par le carré de l'amplitude) en fonction de la fréquence. La pente  $\beta$  du spectre ainsi obtenu est directement liée à  $H$  par  $\beta = 2H + d$  avec  $d$  l'ordonnée à l'origine. La deuxième méthode consiste à tracer la déviation RMS en fonction de la distance horizontale.  $H$  est donné directement par la pente du semi-variogramme ainsi obtenu. Shepard et al. (1995) ont montré que la méthode du semi-variogramme conduisait à de meilleurs résultats tant sur des profils synthétiques que réels en raison d'une moins grande variabilité de la courbe servant à estimer la pente. A partir du semi-variogramme, qui quantifie la variabilité verticale de la rugosité en fonction de l'échelle spatiale, il est possible de déterminer un paramètre d'amplitude, la pente RMS, qui n'est autre que la division du semi-variogramme par le pas représentant l'échelle spatiale.

La plupart des surfaces terrestres (Mark & Aronson, 1984 ; Campbell & Shepard, 1996) et planétaires (Rosenburg et al., 2011 ; Fa et al., 2016) n'ont pas un comportement parfaitement fractal sur toutes les gammes d'échelles horizontales, ce qui résulte en des changements de pente parfois significatifs dans les semi-variogrammes. L'ajustement d'une loi de puissance pour le calcul de  $H$  se fait alors sur deux ou plusieurs gammes d'échelles différentes, dont la séparation correspond à une transition dans les processus ayant formé la surface (Shepard et al., 2001).

Un vecteur ou une matrice d'élévation représentent un signal comportant des composantes fréquentielles. L'analyse multi-échelle de la rugosité peut alors se baser sur des méthodes de filtrage pour isoler certaines composantes spatiales, pour chacune desquelles un indice de rugosité stationnaire peut être calculé. Les premières études ont été menées dans le domaine de la métrologie à des échelles microscopiques. Elles se basent sur une décomposition en trois gammes d'échelles spatiales (Ettl et al., 1998 ; Josso et al., 2002 ; Raja et al., 2002) : les plus basses fréquences (grandes échelles) sont regroupées dans une composante appelée *form*, tandis que les hautes fréquences (petites échelles) se voient associées à la composante appelée *roughness*. L'échelle incluant les fréquences intermédiaires est appelée *waviness* (Figure 4). Différentes méthodes de filtrage peuvent être appliquées, les plus courantes étant l'application d'un filtre gaussien sur les composantes résultant d'une transformée de Fourier et la transformation en ondelettes (Raja et al., 2002). En comparaison de la transformée de Fourier qui est contrainte par une décomposition sinusoïdale, la transformée en ondelettes repose sur des fonctions de forme irrégulière pouvant être compressées, translatées ou dilatées pour filtrer un signal en différentes composantes de résolution

variable, et ne nécessite aucune hypothèse de stationnarité ou de périodicité. Lee et al. (1998) et Raja et al. (2002) soulignent la supériorité de cette dernière en raison d'une meilleure description de la localisation spatiale des composantes fréquentielles du signal et des faibles capacités de transmission du filtre gaussien (fréquences de coupure et forte atténuation). Une analyse comparative des deux méthodes a été récemment menée par Le Goïc et al. (2016) sur des surfaces artificielles, confirmant la pertinence de la transformée en ondelettes pour la détection de structures locales et sa capacité à différencier des signatures fréquentielles complexes. De manière générale, cette technique est considérée comme une des plus efficaces pour caractériser la rugosité à l'échelle microscopique (Lee et al., 1998 ; Chen et al., 1999 ; Frantziskonis et al., 2000 ; Josso et al., 2001 ; Grzesik & Brol, 2009).

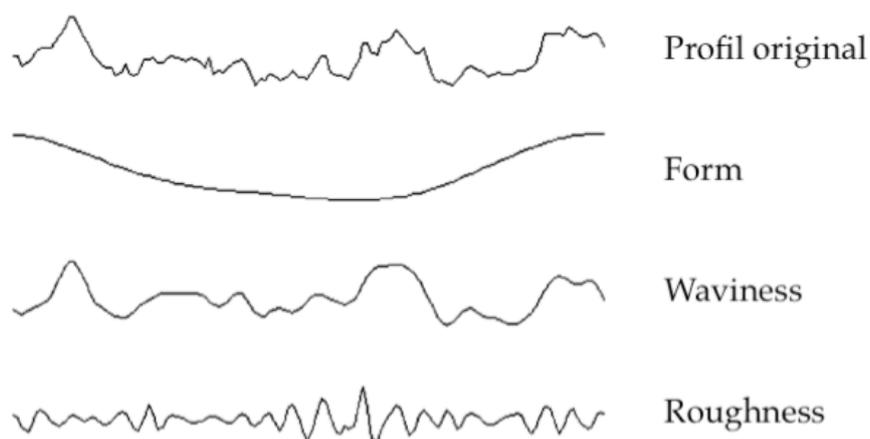


Figure 4 – Illustration d'un profil d'élévation et de ses composantes filtrées *form*, *waviness* et *roughness* (d'après Josso et al., 2002).

Malgré leur potentiel, les ondelettes ont été beaucoup moins utilisées dans le domaine des géosciences, en particulier aux échelles microscopiques à macroscopiques. Nyander et al. (2003) caractérisent la rugosité de lits de rivières gravillonnaires à travers une distribution "forme/taille", calculée à partir du pourcentage d'énergie associé à chaque échelle d'ondelette, sur une gamme d'échelles mésoscopique à macroscopique. Ils montrent que la transformée en ondelettes constitue un outil efficace pour identifier des structures cohérentes (amas de grains) de différentes tailles. Cataño-Lopera et al. (2009) ont étudié la morphologie de lits de rivière à une résolution centimétrique sous différentes conditions d'écoulement et montré la capacité de la transformée en ondelettes à discriminer des structures coexistantes pour en analyser la taille, la forme et la variabilité spatiale. A l'échelle topographique, Kalbermatten et al. (2012) ont identifié des structures d'écoulement gravitaire en filtrant un modèle numérique de terrain dont la résolution est de l'ordre de 4 m, et ont montré que cette technique permettait de simplifier la hiérarchie topographique complexe des structures d'éboulement. Malamud & Turcotte (2001) analysent la composition fréquentielle de profils d'élévation des glaces composant les pôles martiens à travers la variance de chaque bande résultant d'une décomposition en ondelettes à des échelles supérieures au kilomètre, et observent une transition entre le comportement lisse à petite échelle et plus rugueux à grande échelle.

D'autres méthodes, basées sur un pré-traitement des données, ont été investiguées en géosciences. Par exemple, Grohmann et al. (2011) utilisent des modèles numériques de terrain échantillonnés à différentes résolutions (entre 10 et 100 mètres) et calculent des paramètres de

rugosité stationnaires (écart-type des pentes, déviation RMS des hauteurs) sur des fenêtres glissantes de taille variable (de 3×3 à 51×51 pixels) pour figurer de la dépendance spatiale. Cette méthode est couramment utilisée pour représenter des données d'élévation à différentes échelles (Li, 2008 ; Drăguț & Eisank, 2011). Leurs résultats suggèrent que la capacité à détecter certaines caractéristiques est grandement contrainte par l'échelle d'analyse définie par la résolution spatiale et la taille des fenêtres. Ils montrent par ailleurs que le paramètre stationnaire calculé à partir des pentes locales reste le plus pertinent en raison de sa simplicité de calcul, de sa capacité à détecter les variations fines du relief local et de sa bonne performance sur une large gamme d'échelles.

### 1.2.3 Effet de la longueur du profil sur les indices de rugosité

Différents auteurs ont mis en évidence une dépendance des indices de rugosité à la longueur du profil. Oh & Kay (1998) ont généré aléatoirement des surfaces rugueuses par simulations Monte-Carlo et ont montré que l'estimation de la déviation RMS des hauteurs  $\xi$  et de la longueur de corrélation  $L_C$  avec une précision de 10% nécessitait une longueur de profil au moins égale respectivement à  $40 L_C$  et  $200 L_C$ . Les instruments de mesure conventionnels réalisant des acquisitions de profils longs de quelques mètres maximum sont donc peu adaptés à l'étude expérimentale de ces paramètres.

Quelques profils de 25 m de long ont été acquis grâce à un rugosimètre laser sur des sols agricoles (Davidson et al., 2000) et des terrains volcaniques (Baghdadi et al., 2000). Ces auteurs ont constaté que  $\xi$  et  $L_C$  suivaient une évolution exponentielle avec la longueur du profil, jusqu'à une stabilisation à une longueur de 5 et 10 mètres respectivement. Bretar et al. (2013) ont quant à eux étudié cette dépendance pour cinq indices de rugosité sur des terrains volcaniques du Piton de la Fournaise.  $\xi$  et  $L_C$  augmentent linéairement avec la longueur du profil quand l'indice  $Z_S$ , la tortuosité  $\tau$  et la dimension fractale  $D$  ne varient pas de manière significative (Figure 5).

Ces observations suggèrent que des profils d'une longueur minimale de 10 mètres sont nécessaires pour quantifier les indices de variabilité verticale (déviation RMS des hauteurs) et horizontale (longueur de corrélation) de la rugosité. Les autres indices incluant les effets conjoints de la rugosité dans les deux directions spatiales semblent être moins sensibles à la longueur du profil. Aucune étude de ce genre n'a été menée pour les indices se basant sur la pente locale, mais par analogie avec les résultats de Bretar et al. (2013), on peut supposer que leur évolution est nulle avec la longueur du profil.

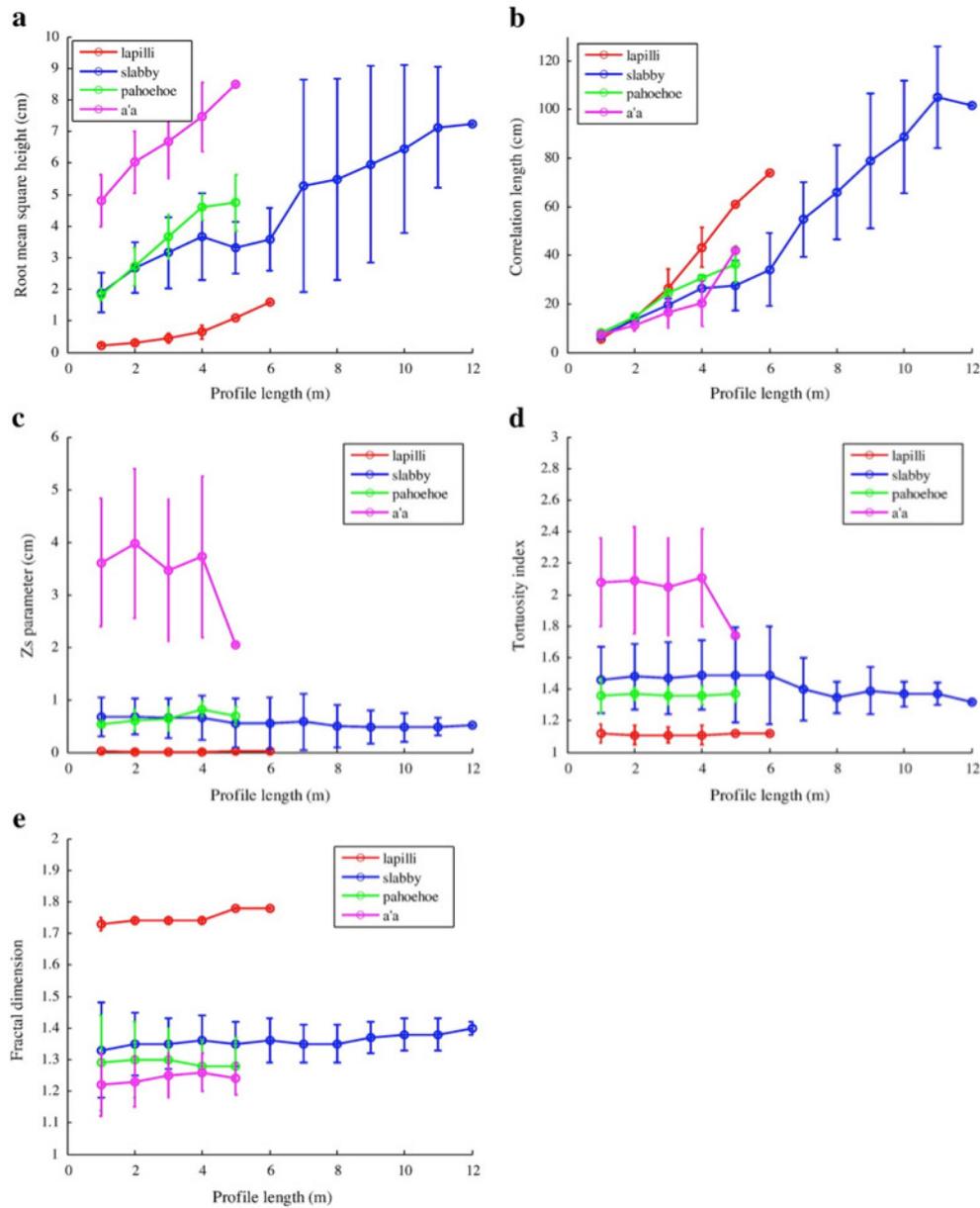


Figure 5 – Evolution en fonction de la longueur du profil de (a) la déviation RMS des hauteurs  $\xi$ , (b) la longueur de corrélation  $L_C$ , (c) le paramètre  $Z_s$ , (d) l'indice de tortuosité  $\tau$  et (e) la dimension fractale  $D$  pour quatre types de terrains volcaniques (d'après Bretar et al., 2013).

### 1.2.4 Anisotropie

La formation des surfaces résulte de processus physiques et chimiques complexes, soumis à des contraintes endogènes ou exogènes (sens d'écoulement d'une coulée de lave ou d'un cours d'eau, direction du vent, ...). Les structures qu'elles présentent sont donc susceptibles de témoigner d'une anisotropie plus ou moins marquée. Quelques études relatent l'influence de cette anisotropie sur la rugosité de géomatériaux comme des roches ou du bitume (Baker et al., 2008 ; Tatone & Grasselli, 2009) ou de surfaces naturelles comme des sols agricoles ou des terrains volcaniques (Vidal Vázquez et al., 2005 et Bretar et al., 2013). Les résultats des deux dernières études montrent que la dimension fractale est un indice approprié pour la description directionnelle de la rugosité. L'étude menée par Butler et al. (2001) dans le but de comparer l'anisotropie mesurée par la

dimension fractale sur des profils 1D et des surfaces 2D de lits de rivière composés de graviers va également en ce sens.

En général, l'anisotropie n'est marquée que sur des surfaces ayant subi des processus directionnels particuliers, dont il faut tenir compte pour interpréter la rugosité. L'hypothèse d'une rugosité isotrope reste raisonnable pour la plupart des surfaces naturelles. Par la suite, l'isotropie constituera un postulat de base pour la caractérisation de la rugosité à partir de profils 1D ou par filtrage de surfaces 2D.

### 1.3 Techniques de mesure

Quel que soit l'indice étudié, la rugosité de surface se calcule à partir de mesures d'élévation. De telles données topographiques sont utilisées en géosciences, en tant que critère de caractérisation de paysages, de support de simulations numériques ou encore de suivi temporel de déformations. L'avènement des nouvelles technologies offre de nombreuses opportunités de par leur capacité d'acquisition rapide, mais constitue un défi en soi pour le traitement de jeux de données massifs. Des méthodes variées basées sur un contact direct avec la surface ou sur des mesures de télédétection *in situ* et orbitales permettent une caractérisation précise de la rugosité.

#### 1.3.1 Profilométrie

Le profilomètre à aiguilles, constitué d'une série d'aiguilles verticales épousant le relief d'une surface, est la technique de contact la plus répandue (Figure 6). L'utilisation d'un tel instrument est difficile à mettre en place et la résolution est limitée à la fois dans les directions horizontale et verticale (García Moreno et al., 2008 ; Verhoest et al., 2008). De plus, le dispositif est susceptible d'altérer la microtopographie de surface lors de sa mise en oeuvre.

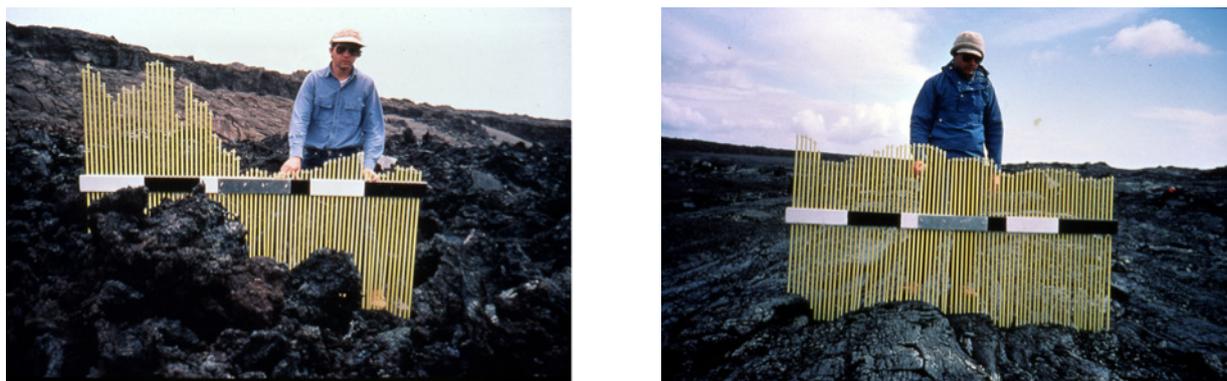


Figure 6 – Acquisition de profils de hauteurs sur des laves basaltiques a'a (à gauche) et pahoehoe (à droite) hawaïennes grâce à un profilomètre à aiguilles.

<http://www.lpi.usra.edu/publications/slidesets/hawaiivolcanoes/>

Une autre technique, plus moderne, se base sur la technologie laser (Davidson et al., 2000 ; Vidal Vázquez et al., 2005 ; Blaes & Defourny, 2008). L'élévation est dérivée du temps de retour d'un signal laser mesuré par un dispositif coulissant le long d'un rail. Malgré une grande précision de mesure, cet instrument est limité par sa taille, sa consommation d'énergie et son coût élevé.

Les deux techniques profilométriques produisent des profils linéaires inadaptés à la caractérisation de la structure tridimensionnelle des surfaces naturelles. La répétition des mesures dans les directions parallèle et orthogonale à un profil pourrait permettre la reconstruction d'une

grille bidimensionnelle, mais la mise en place effective d'une telle expérience sur le terrain est laborieuse.

### 1.3.2 LiDAR

Les LiDAR (pour *Light Detection And Ranging*) utilisent la même méthode que la profilométrie laser pour mesurer l'élévation d'une surface. Les scanners laser 3D au sol présentent l'avantage d'être facilement transportables sur le terrain et de pouvoir couvrir des zones de l'ordre de 100 m<sup>2</sup>. Leur capacité à mesurer avec précision le microrelief a été mise en évidence par [Haubrock et al. \(2009\)](#) et [Eitel et al. \(2011\)](#). [Milenković et al. \(2015\)](#) indiquent que la résolution horizontale des nuages de points obtenus peut varier de quelques millimètres à quelques centimètres en fonction de la distance entre la surface et l'instrument. Ces auteurs montrent par ailleurs que la caractérisation de la rugosité à pleine résolution nécessite un traitement spécial pour atténuer les effets de l'empreinte au sol du laser. La mise en place et la calibration de ces instruments restent complexes et d'un coût élevé.

Pour l'étude du relief à plus grande échelle, le LiDAR embarqué sur drone, avion ou satellite permettant de mesurer l'altitude du sol de manière ponctuelle avec une précision décimétrique s'est imposé en quelques années comme un puissant outil de cartographie des propriétés physiques des surfaces terrestres ([Wehr & Lohr, 1999](#) ; [Mallet & Bretar, 2009](#)) et planétaires ([Kreslavsky & Head, 2000](#) ; [Fa et al., 2016](#)). Cette technique a notamment permis d'établir des cartes de rugosité de la totalité de la surface lunaire à des échelles décamétriques ([Rosenburg et al., 2011](#)) à kilométriques ([Kreslavsky et al., 2013](#)) afin d'apporter une caractérisation rigoureuse de la géomorphologie liée au phénomène de cratérisation et une différenciation des plaines volcaniques.

### 1.3.3 Radar

La rugosité de surfaces naturelles, la constante diélectrique des matériaux, la topographie et les caractéristiques du capteur radar (fréquence, polarisation, angle d'incidence) constituent les paramètres d'entrée de la plupart des modèles de rétrodiffusion radar adaptés à la gamme de rugosité microscopique à macroscopique : *Geometrical Optics Model* (GOM ; [Fung & Eom, 1981](#)), *Physical Optics Model* (POM ; [Ulaby et al., 1982](#)), *Integral Equation Model* (IEM ; [Fung et al., 1992](#)), et *Small Perturbation Model* (SPM ; [Ulaby et al., 1982](#)).

[Rahman et al. \(2008\)](#) ont par exemple utilisé le modèle IEM pour cartographier la rugosité représentant la déviation RMS des hauteurs  $\xi$  et la longueur de corrélation  $L_C$  à partir de quadruplets d'images du radar imageur ASAR (*Advanced Synthetic Aperture Radar*) embarqué sur Envisat. Ces cartes ont servi de contrainte au modèle IEM pour la mesure de l'humidité des sols. Sur Vénus, la technologie radar a été utilisée pour mettre en évidence l'anisotropie de la rugosité entre les directions Nord et Sud ([Bondarenko et al., 2006](#)).

Les premiers travaux combinant une description fractale des surfaces à des modèles empiriques de rétrodiffusion radar ont été réalisés par [Shepard et al. \(1995\)](#) et [Campbell, \(2002\)](#). Une première tentative d'intégration de paramètres de dimension fractale dans le modèle SPM a été proposée par [Franceschetti et al. \(1999\)](#). Plus récemment, un travail considérable a été publié par [Franceschetti & Riccio, \(2006\)](#) qui intègrent la description fractale de surfaces à des modèles électromagnétiques type SPM et POM. Cette approche théorique n'a cependant pas encore été validée par des mesures de terrain.

### 1.3.4 Photogrammétrie

La photogrammétrie est une méthode permettant de reconstruire la structure tridimensionnelle d'objets à partir d'images acquises selon des points de vue différents. La stéréophotogrammétrie rapprochée a prouvé sa capacité à calculer des modèles numériques de terrain avec une précision sub-millimétrique (Chandler et al., 2005 ; Blaes & Defourny, 2008). Cependant, sa mise en place requiert l'utilisation d'appareils de prise de vue spécifiques, ainsi qu'un positionnement et une orientation précis. Le dispositif est généralement volumineux (Zribi et al., 2000) et nécessite une calibration verticale pour minimiser les effets de distorsion liés à la distance focale de l'appareil. De plus, des techniques de post-traitement particulières doivent être appliquées ce qui implique une expertise photogrammétrique approfondie de l'opérateur.

Les avancées récentes en photogrammétrie digitale et vision par ordinateur, ainsi que la commercialisation d'appareils photo d'excellente qualité à un prix abordable, offrent de nouvelles opportunités. La génération de nuages de points 3D à partir d'images en deux dimensions pour la modélisation du relief a aussi fait des progrès fulgurants. Enfin de nouveaux protocoles d'acquisition et de traitement sont rendus possibles, notamment les techniques dites *Structure from motion* ou SfM (Favalli et al., 2012), basées sur une modélisation 3D multivue à partir d'images ayant un recouvrement conséquent et pouvant être acquises sur différents vecteurs pour atteindre des résolutions horizontales millimétriques à métriques : à la main (Bretar et al., 2013), par drone (Cunliffe et al., 2016) ou encore par satellite (Rosu et al., 2014).

Bretar et al. (2013) furent les premiers à générer des modèles numériques de terrain millimétriques construits par SfM pour analyser la rugosité. Les résultats obtenus sur des terrains volcaniques de l'île de la Réunion mettent en évidence la capacité exceptionnelle de cette méthode pour la modélisation fine des surfaces naturelles. Plus récemment les travaux de Gilliot et al. (2017) sur des sols agricoles de la région parisienne ont confirmé une production rapide, peu onéreuse, et très opérationnelle de nuages de points de résolution millimétrique par cette méthode. Ces deux études révèlent la capacité de tels jeux de données pour la caractérisation de différents indices de rugosité à l'échelle mésoscopique.

De par sa facilité de mise en oeuvre et son coût réduit, la photogrammétrie est devenue une méthode de reconstruction topographique compétitive sur les terrains nus en comparaison de la technique LiDAR. Parmi ses avantages, on peut citer la possibilité d'utiliser différents capteurs, un coût d'opération très bas pour une résolution horizontale équivalente et un calcul de grilles régulières d'élévation. En contrepartie, la précision altimétrique est moins bonne que pour le LiDAR. Quelques études comparatives ont révélé que les techniques de stéréophotogrammétrie et de profilométrie laser résultaient en des profils altimétriques très similaires (Blaes & Defourny, 2008 ; Aguilar et al., 2009).

### 1.3.5 Photométrie

La photométrie analyse un objet ou une surface à partir de son comportement de diffusion de la lumière, décrit par une fonction donnant la réponse angulaire de la lumière réfléchiée et appelée fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle (ou BRDF pour *Bidirectional Reflectance Distribution Function*). Cette fonction est intrinsèquement liée à d'autres grandeurs photométriques que l'on mesure généralement à partir de capteurs optiques, comme le facteur de réflectance ou le facteur de radiance (voir section 2.2.1). La diffusion du rayonnement par la surface dépend de différents paramètres physiques tant à l'échelle du grain (taille, forme, structure interne, etc.) qu'à l'échelle de la surface (rugosité, porosité, etc.). La modélisation des phénomènes physiques

intervenant dans le comportement de diffusion de la lumière permet alors, par inversion, d'accéder à une estimation de la rugosité de surface.

Il existe différents moyens de réaliser des mesures photométriques en laboratoire et sur le terrain (spectrogoniomètres) ou à partir d'instruments aéroportés (satellites, avions, drones,...). Grâce à la grande variété de géométries d'observation et d'illumination, les derniers systèmes imageurs optiques (POLDER, MISR, Proba-1, Pléiades) en orbite terrestre sont capables de mesurer la BRDF des surfaces avec des résolutions spatiales de plus en plus fines et dans un nombre croissant de longueurs d'onde (Schaaf et al., 2002 ; Marticorena et al., 2004 ; Wu et al., 2009). Les missions d'exploration du système solaire, comme la mission CASSINI et la mission NEAR, fournissent également des détails inégalés sur l'anisotropie de diffusion des surfaces en lumière visible, proche-infrarouge et thermique. Des instruments comme CRISM/MRO (Ceamanos et al., 2013 ; Fernando et al., 2013 ; Vincendon, 2013) sur Mars et LROC (Hapke et al., 2012 ; Sato et al., 2014) sur la Lune ont montré un fort potentiel pour caractériser la photométrie de surface des corps telluriques du système solaire.

Un nombre limité d'études mettent en relation des mesures de BRDF avec des mesures *in situ* de rugosité de surface, car bien qu'intuitivement évident, il n'est pas trivial d'établir un lien mathématique entre ces deux grandeurs physiques. Le lien entre rugosité et BRDF a été établi selon trois approches.

Relations empiriques : Croft et al. (2009, 2012) et Anderson et al. (2012) ont utilisé un profilomètre laser pour générer des modèles numériques d'élévation de huit sols argileux présentant diverses rugosités. Ils ont appliqué des méthodes géostatistiques pour déterminer un proxy de la rugosité, le paramètre  $c_T$  et collecté les BRDF correspondantes. Pour différentes longueurs d'onde, une relation statistique a pu être établie entre le facteur de réflectance et le paramètre  $c_T$ .

Modèles d'ombrage : La rugosité peut être vue comme une source d'ombre sur la surface entraînant une atténuation de l'intensité lumineuse diffusée (Mushkin & Gillespie, 2006 ; García Moreno et al., 2008 ; Wang et al., 2012 ; Cuzzi et al., 2016).

Afin de caractériser l'influence de la rugosité sur la réflectance d'un sol dans les domaines visible et proche infrarouge, Cierniewski, (1987) a conçu un modèle géométrique représentant une surface naturelle comme un ensemble de sphéroïdes reposant sur un plan. Il a ensuite calculé un coefficient d'ombrage en se basant sur un facteur de rugosité déterminé en utilisant des photographies et simulé avec succès la réflectance de sols sableux. Ce modèle a donné lieu à une série d'articles (Cierniewski & Verbrugghe, 1997 ; Cierniewski & Marlewski, 1998).

L'approche de Irons et al. (1992) est similaire : ils ont appliqué différents degrés de labour à des sols alluviaux et déterminé un indice de surface sphérique grâce à un profilomètre à aiguilles. Ils ont montré qu'une augmentation de la rugosité n'altérerait pas de manière significative l'anisotropie directionnelle du facteur de réflectance pour toutes les longueurs d'onde. Bien que l'ajustement de leur modèle aux données expérimentales soit relativement bon, ils n'ont pas pu établir de relation claire entre la rugosité réelle des surfaces et le paramètre de rugosité estimé par inversion de leur modèle.

Despan et al. (1999) ont appliqué des profils de rugosité gaussiens à cinq sols lisses grâce à un moule en Teflon. La rugosité a été caractérisée par le paramètre de hauteur RMS et la longueur de corrélation. En supposant que les surfaces étaient formées par des processus gaussiens, ils ont

calculé un facteur d'ombrage et trouvé une bonne correspondance entre les réflectances mesurées et simulées pour trois sols sur les cinq.

*Modèles de transfert radiatif*: la plupart des modèles de transfert radiatif conçus pour décrire le comportement photométrique d'une surface (e.g., Lumme & Bowell, 1981 ; Hapke, 1984; Shkuratov et al., 1999 ; Shkuratov & Helfenstein, 2001) intègrent explicitement la rugosité à travers des fonctions mathématiques de complexité variable (Figure 7). Lumme & Bowell, (1981) la définit comme un rapport profondeur sur rayon de dépressions dans un milieu particulière. Hapke, (1981, 1984) la définit comme l'angle de pente moyen de toutes les facettes constituant la surface, intégré sur toutes les échelles variant du sub-millimètre au kilomètre. Ce paramètre contrôle une fonction d'ombrage qui intervient comme facteur multiplicatif de la BRDF. Le modèle de Shkuratov & Helfenstein, (2001) basé sur la théorie développée dans Shkuratov et al. (1999) traite le régolithe comme une structure composées d'aggrégats de grains dont la rugosité varie avec l'échelle selon une statistique fractale. Ils suggèrent cependant que leur modèle peut être amélioré en utilisant la correction proposée par Hapke, (1984) en ajoutant un paramètre supplémentaire, sans dégrader la statistique auto-affine de la surface (Shepard & Campbell, 1998).

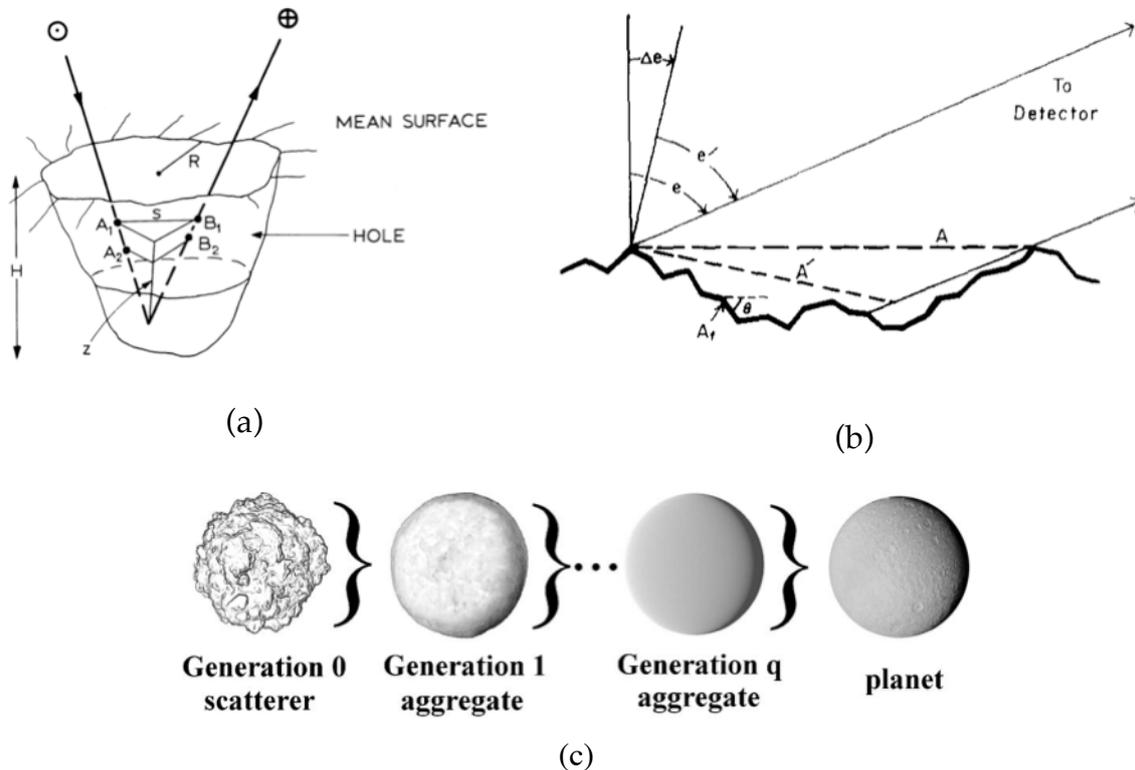


Figure 7 - Paramètres de rugosité des modèles de (a) Lumme & Bowell, (1981), défini comme le rapport base sur hauteur  $R/H$ ; (b) Hapke, (1984), défini comme l'angle de pente moyen des facettes constituant la surface et (c) Shkuratov & Helfenstein, (2001), défini comme un exposant caractérisant la statistique fractale d'aggrégats de grains.

Bien que la formulation du modèle de Hapke ainsi que la signification de ses paramètres physiques soient encore largement débattus (Mishchenko, 1994 ; Hapke et al., 1996 ; Shepard & Helfenstein, 2007 ; Shkuratov et al., 2012 ; Hapke, 2013 ; Shkuratov et al., 2013), de nombreux travaux ont montré son potentiel en géosciences et en sciences planétaires pour caractériser les propriétés photométriques de surfaces à partir de données de laboratoire (Jacquemoud et al., 1992 ;

Cord et al., 2003 ; Chappell et al., 2006 ; Souchon et al., 2011 ; Beck et al., 2012 ; Pommerol et al., 2013 ; Johnson et al., 2013), *in situ* (Pinty et al., 1989 ; Johnson et al., 2006a ; Johnson et al., 2006b) et satellite (Wu et al., 2009 ; Ceamanos et al., 2013 ; Fernando et al., 2013 ; Vincendon, 2013 ; Sato et al., 2014 ; Fernando et al., 2015).

Malgré la mise en évidence de biais dans la reproductibilité de courbes photométriques (Cheng & Domingue, 2000 ; Poulet, 2002 ; Shkuratov et al., 2012 ; Domingue et al., 2016), le modèle de Hapke reste le plus couramment utilisé pour l'étude photométrique de surfaces planétaires car il présente plusieurs avantages : il apporte une bonne approximation de la réponse photométrique de surface dans le cas de mesures dont la gamme de géométries est limitée ; il lie les paramètres photométriques à des propriétés physiques de surface (taille et forme des particules, rugosité, porosité) ; il est défini par une équation analytique relativement simple permettant des calculs rapides dans le cas d'analyses exhaustives ou d'inversions.

En tant qu'estimateur moyen de la rugosité, le paramètre défini dans le modèle de Hapke porte une ambiguïté inhérente à son intégration sur toutes les échelles spatiales. Très tôt, Hapke (1984) a eu l'intuition que les plus petites échelles dominaient la forme de la BRDF car elles présentent les pentes les plus raides en comparaison de toutes les échelles supérieures, et ce en raison de la structure auto-affine de la plupart des surfaces naturelles. Cette intuition a été confirmée par Shepard & Campbell (1998) qui ont utilisé des simulations numériques pour déterminer le comportement d'ombrage d'une large gamme de surface fractales avec une rugosité macroscopique. Ils ont montré que l'échelle dominant la photométrie de la surface était la plus petite capable de générer des ombres, i.e. la plus petite échelle pour laquelle la surface peut être modélisée par des facettes. Shepard & Helfenstein, (2011) ont montré que la courbe de phase de l'astéroïde Shoemaker mesurée par la caméra de la sonde NEAR était très similaire à celle d'un échantillon d'hématite (composant majoritaire) mesurée en laboratoire, révélant que les structures à plus petite échelle semblent dominer le comportement photométrique (Figure 8).

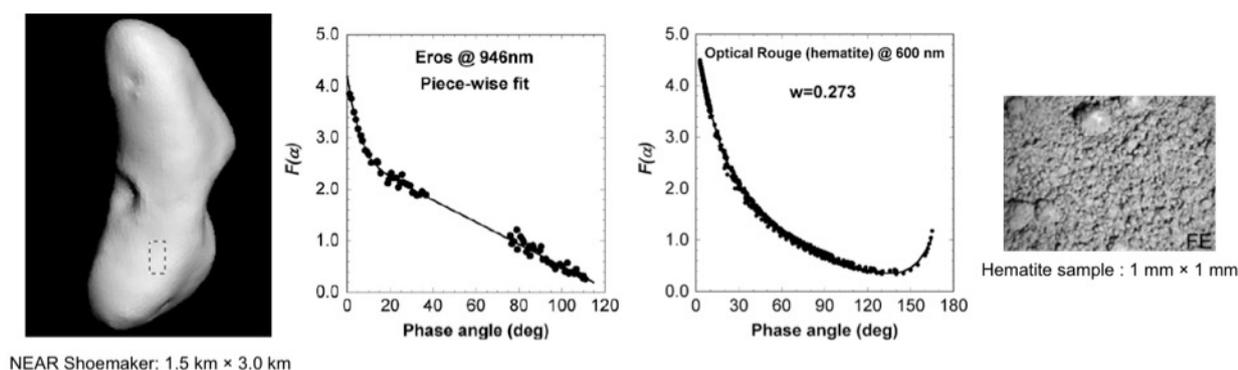


Figure 8 - Courbes de phase mesurées sur l'astéroïde Shoemaker (gauche) et sur un échantillon d'hématite (droite) par Shepard & Helfenstein, (2011).

Différents travaux ont investigué la signification physique et la pertinence du paramètre de rugosité photométrique de Hapke pour contraindre une rugosité sub-pixellaire (Helfenstein, 1988). Il est vraisemblable que le modèle est le plus souvent utilisé en dehors de son domaine de validité, car il ne peut pas être exclu que les surfaces naturelles ne respectent pas les hypothèses de base (voir section 2.2.2), à savoir un milieu composé de particules, de rugosité modérée, et dont la distribution de pentes est gaussienne. Ceci a été étudié par Helfenstein & Shepard, (1999) par

construction de modèles numériques de terrain à très haute résolution spatiale (micro et meso-échelles, de 100  $\mu\text{m}$  à 1 cm) de la surface lunaire à partir de couples stéréoscopiques acquis par l'instrument ALSCC (*Apollo Lunar Surface Closeup Camera*) dans le cadre des missions Apollo 11, 12 et 14. Ils ont montré que le régolithe suivait un comportement auto-affine et que la distribution de pentes de la plupart des terrains ne montrait pas de comportement gaussien à ces échelles très fines. La rugosité a été déterminée au moyen de trois méthodes : histogrammes d'élévation, analyse fractale et paramètre de Hapke, révélant la difficulté de déterminer la rugosité photométrique par inversion du modèle de Hapke. Cette dernière correspondait alors aux échelles de 0.2-0.3 mm. Quelques années plus tard, ils ont dérivé les mêmes paramètres en utilisant une version plus récente du modèle de Hapke incluant l'effet de la porosité (Hapke, 2008) et ont trouvé que des estimations réalistes de la rugosité pouvaient être obtenues pour des surfaces ayant un albédo faible à modéré (Helfenstein & Shepard, 2011).

L'échelle macroscopique a été étudiée par Johnson et al. (2006a,b) qui ont estimé les paramètres photométriques du modèle de Hapke sur une grande variété de surfaces martiennes imagées par les rovers Spirit et Opportunity. Ils ont trouvé une bonne correspondance entre le paramètre de rugosité estimé et l'observation visuelle des surfaces, bien que cette comparaison reste qualitative. Fernando et al. (2013, 2015) ont récemment inversé le modèle de Hapke sur des données CRISM/MRO et ont trouvé une bonne correspondance entre les valeurs de rugosité estimées et celles trouvées par Johnson et ses collègues quelques années auparavant. Cependant, ceci ne constitue pas une validation *stricto sensu* du fait de l'absence de mesures *in situ*. Par ailleurs, Fernando et al. (2015) ont comparé le paramètre de rugosité estimé à l'angle de pente moyen mesuré localement à une échelle métrique à partir d'un modèle numérique de terrain HiRISE : ils n'ont trouvé aucune corrélation, suggérant que la rugosité photométrique est représentative de structures sub-métriques.

Le modèle de Hapke n'a été que très rarement utilisé pour déterminer la rugosité des surfaces terrestres (Privette et al., 1995 ; Pinty et al., 1989 ; Chappell et al., 2006). Une des études les plus remarquables a été menée par Wu et al. (2009) avec des données MISR (*Multi-angle Imaging SpectroRadiometer*) acquises sur des surfaces désertiques en Chine. Ils ont étudié quatre sites représentant trois champs de dunes de différentes amplitudes (entre 10 et 50 mètres de hauteur) et une plaine sableuse. Le paramètre de rugosité photométrique est capable de différencier les terrains plats des champs de dunes, mais il ne permet pas de discriminer leurs caractéristiques physiques (hauteur, largeur, pente, orientation, espacement), suggérant une nouvelle fois une dépendance de la rugosité photométrique aux plus petites échelles.

## 1.4 Synthèse et problématiques spécifiques

La caractérisation de la rugosité constitue un point clé dans la compréhension des phénomènes naturels régissant la formation et l'évolution des surfaces. Plusieurs méthodes *in situ* permettent de la mesurer avec précision à différentes échelles spatiales. En revanche, son étude sur des zones très vastes et/ou inaccessibles, notamment dans le domaine de la planétologie, a conduit les chercheurs à définir de nouvelles méthodes de détermination se basant sur des techniques de télédétection. Les premiers travaux utilisant des données radar se sont révélés très prometteurs. Malheureusement, ce type de données est relativement peu répandu sur les corps planétaires et leur traitement reste relativement complexe. La technique du LiDAR a fait ses preuves pour la caractérisation de la rugosité des surfaces Lunaires et Martiennes, mais se limite à l'échelle topographique (> 10 m).

Le développement remarquable de modèles photométriques dans les années 1980 a ouvert de nouvelles perspectives : ils se basent sur la physique de l'interaction du rayonnement lumineux avec les particules constituant une surface, et permettent donc de sonder ses caractéristiques à l'échelle microscopique. Le modèle le plus utilisé de nos jours de par sa simplicité mathématique et sa bonne adéquation aux courbes photométriques d'objets extraterrestres est celui développé par Hapke, (1984). Plusieurs études, à la fois sur des données orbitales (Fernando et al., 2015), *in situ* (Helfenstein & Shepard, 1999), expérimentales (Cord et al., 2003) ou encore numériques (Shepard & Campbell, 1998) ont montré que la rugosité photométrique estimée, bien qu'intégrée sur toutes les échelles entre la taille des particules et la résolution spatiale du capteur, semblait apporter une description des plus petites échelles spatiales. Cependant, cette observation n'a jamais été vraiment validée.

Malgré de nombreuses révisions visant à combler certaines carences et à améliorer son réalisme physique, le modèle de Hapke reste à être validé en tant qu'outil pour une estimation précise des propriétés physiques des surfaces naturelles. Différentes études sur des échantillons parfaitement caractérisés en laboratoire ont permis d'investiguer la signification physique des paramètres du modèle et de mettre en évidence certaines subtilités liées à des interactions. Cependant, aucune tentative de validation dans un contexte naturel n'a été réalisée à ce jour, mettant en doute la validité des nombreuses études aboutissant à une caractérisation de la rugosité photométrique.

L'objectif principal de cette thèse est d'investiguer l'adéquation de la démarche de caractérisation de la rugosité implémentée dans le modèle de Hapke avec la réalité terrain, par comparaison de mesures de rugosité *in situ* avec des données photométriques orbitales, *in situ*, ou simulées par méthodes numériques. Notamment, il s'agit de lever l'ambiguïté sur la dépendance spatiale d'une rugosité estimée par un paramètre stationnaire et de quantifier l'influence de l'échelle sur la réponse photométrique des surfaces.



## Chapitre 2

# Outils et modèles pour l'analyse de la topographie et de la photométrie des surfaces

L'objectif de ce chapitre est d'apporter une description quantitative et qualitative des méthodes utilisées à la fois pour la caractérisation *in situ* de la rugosité (section 2.1.1) et l'analyse multi-échelle des résultats obtenus (section 2.1.2). La section 2.2 expose différents moyens de modéliser la réponse photométrique d'une surface, notamment par modélisation physique et par simulation numérique. En particulier, le modèle photométrique de Hapke y est décrit (section 2.2.2) et analysé (section 2.2.3) et un simulateur de luminance par lancer de rayons est présenté (2.2.5). Finalement, deux techniques d'inversion permettant de retrouver la rugosité à partir de mesures photométriques sont décrites en section 2.3.

## 2.1 Caractérisation directe de la rugosité

### 2.1.1 Reconstruction de la topographie par photogrammétrie

La photogrammétrie est une technique de reconstruction 3D ancienne, qui suscite un regain d'intérêt depuis quelques années de par ses avantages en termes de coût et de facilité de mise en oeuvre. Cette section vise à en exposer les principes mathématiques de base et à comprendre les étapes nécessaires au traitement de données en photogrammétrie numérique.

#### Principes de base de la photogrammétrie

Une image contient une information bidimensionnelle sur des objets dont la forme réelle s'exprime dans un espace en trois dimensions. A cause de cette représentation planaire, les objets étudiés peuvent être déformés et l'information sur la profondeur disparaît. En utilisant plusieurs images représentant le même objet, acquises dans des directions de prise de vue variées, il est possible de reconstruire cette notion de profondeur. La photogrammétrie se base sur l'intersection de rayons entre le centre optique de paires d'images et de la position d'un point au sol pour aboutir à une carte de profondeur de l'objet photographié. Cette méthode requiert une connaissance parfaite des conditions de prise de vue et des paramètres géométriques de l'appareil photographique utilisé.

#### Le principe de colinéarité

Considérons une image définie par un centre optique  $O$  de coordonnées  $(X_0, Y_0, Z_0)$  dans le repère terrain. Cette image vise un point objet  $P$  de la surface de coordonnées  $(X, Y, Z)$  dans le repère terrain. Le point image  $p$  de coordonnées  $(x, y, z)$  dans le repère de la caméra correspond à l'intersection entre le plan image et la droite reliant le centre optique et le point objet (Figure 9).

En utilisant la notation en coordonnées homogènes (coordonnées cartésiennes plus un facteur d'échelle) afin de se placer dans l'espace projectif et de représenter les transformations géométriques sous forme d'une seule matrice, la position du point  $P$  s'exprime dans le système de coordonnées de l'appareil

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

avec  $f$  la distance focale,  $r_{ij}$  les coefficients de la matrice de rotation de l'appareil définie par les angles de rotation  $\omega$ ,  $\varphi$  et  $\kappa$ , respectivement autour des axes  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  et  $\vec{Z}$ .  $t_x$ ,  $t_y$  et  $t_z$  sont les

composantes du vecteur de translation caractérisant le passage du repère terrain  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  au repère lié à la caméra  $(X_0, Y_0, Z_0)$ . L'équation (2.1) est valable si l'appareil photographique utilisé est dépourvu de distorsions. Dans le cas contraire, il est possible de les modéliser en introduisant une matrice correspondant aux paramètres intrinsèques de la caméra de sorte que (2.1) devienne

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_u f & c & u_0 \\ 0 & k_v f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

avec  $k_u$  et  $k_v$  les facteurs d'agrandissement des pixels dans les deux directions de l'image,  $u_0$  et  $v_0$  les coordonnées du centre optique dans le plan image,  $c$  un coefficient quantifiant la non-orthogonalité des axes de l'image.

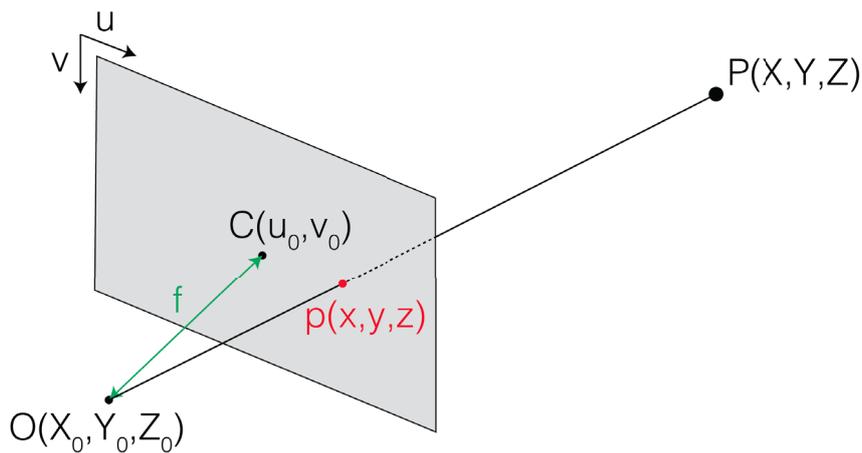


Figure 9 - Modèle de représentation d'une image. Le point  $O$  représente le centre optique, éloigné du point central  $C$  par la distance focale  $f$ . Le point image  $p$  est la projection du point objet  $P$  dans le plan de l'image selon le rayon le reliant au centre optique.

Soit  $M$  la matrice de projection de l'image.

$$M = \begin{bmatrix} k_u f & c & u_0 \\ 0 & k_v f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

L'équation (2.2) porte le nom d'équations de colinéarité du fait qu'elle illustre l'alignement du centre optique de l'image, du point image et du point objet sur une même droite. Il est possible de définir un faisceau émergent de chaque point de l'image passant par son centre optique. En utilisant plusieurs images visant le même point objet, on peut déterminer l'intersection des faisceaux pour aboutir aux coordonnées du point objet.

#### Le principe de coplanarité (géométrie épipolaire)

Le changement de conditions de prise de vue dans une série d'images se traduit par le déplacement relatif des objets dans celles-ci, d'autant plus fort que leur altitude est élevée. Ce déplacement, appelé parallaxe stéréoscopique n'intervient que dans une direction, appelée direction épipolaire (Figure 10).

Considérons une paire d'images de centres optiques respectifs  $O_1$  et  $O_2$  observant un même point objet  $P$  sur la surface. Les projections du point objet sur chacune des images, appelées points images, sont respectivement notées  $P_1$  et  $P_2$ . Dans le cas de la première image, d'après le principe de colinéarité, le point objet  $P$  ne peut se trouver que sur le rayon reliant le centre optique  $O_1$  et le point image  $P_1$ , en position  $P', P'', P'''$  ou  $P$  (Figure 10). Ce rayon se projette dans la deuxième image sur une ligne épipolaire notée  $l_2$  bornant la recherche du point  $P_2$ , point homologue de  $P_1$ . De la même manière, la ligne épipolaire  $l_2$  se projette dans la première image selon  $l_1$ . La détermination des lignes épipolaires requiert une connaissance parfaite de la configuration géométrique du système optique de l'appareil photographique ainsi que de l'orientation relative des images.

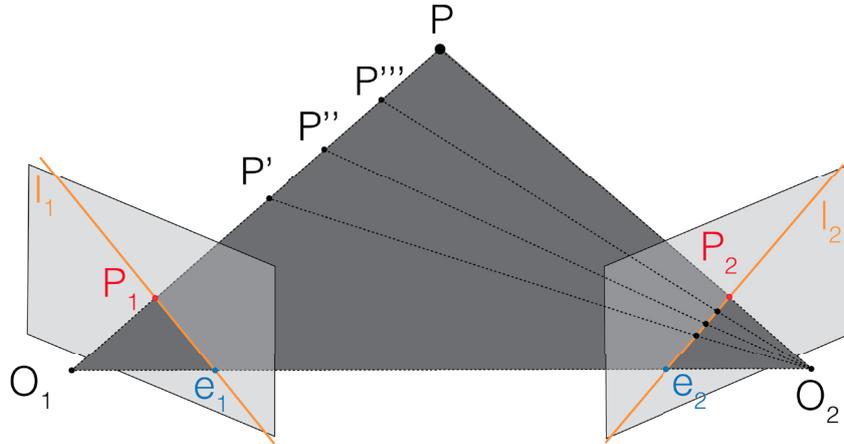


Figure 10 - Illustration de la géométrie épipolaire. Les points  $O_1$  et  $O_2$  représentent respectivement les centres optiques des images 1 et 2. Les droites épipolaires  $l_1$  et  $l_2$  bornent la position des points images  $P_1$  et  $P_2$  du point objet  $P$ . Le plan constitué par  $l_1$  et  $l_2$  et incluant les épipôles  $e_1$  et  $e_2$  est appelé plan épipolaire.

Les deux droites  $l_1$  et  $l_2$  forment un plan appelé plan épipolaire du point  $P$ , passant également par les épipôles  $e_1$  et  $e_2$ , définis respectivement comme la projection du centre optique de l'image 2 dans l'image 1 et inversement. Cette condition définit l'équation de coplanarité

$$\overrightarrow{O_1O_2} (\overrightarrow{O_1P_1} \times \overrightarrow{O_2P_2}) = 0 \quad (2.4)$$

La géométrie épipolaire permet donc de trouver une relation simple qui limite l'espace de recherche des points homologues entre paires d'images aux lignes épipolaires. Cette réduction permet à la fois une économie en temps de calcul et la diminution du nombre de fausses correspondances.

En écrivant  $P_1 = M_1P$  et  $P_2 = M_2P$  où  $M_1$  et  $M_2$  sont les matrices de projection respectives des images 1 et 2 (équation (2.3)), l'équation de coplanarité définie par la relation (2.4) se récrit

$$P_2^T F P_1 = 0 \quad (2.5)$$

où  $F$  est appelée matrice fondamentale. Elle est définie telle que

$$\begin{aligned} l_2 &= F P_1 \\ l_1 &= F^T P_2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Lorsque la calibration interne des caméras est connue, on utilise les matrices  $K_1$  et  $K_2$  correspondant aux paramètres intrinsèques respectifs des images 1 et 2 pour exprimer les points  $P_1$  et  $P_2$  dans un repère image normalisé

$$\begin{aligned}x_1 &= K_1^{-1}P_1 \\x_2 &= K_2^{-1}P_2\end{aligned}\tag{2.7}$$

L'équation (2.5) se réécrit alors

$$x_2^T K_2^T F K_1 x_1 = 0\tag{2.8}$$

et la matrice essentielle est définie comme

$$E = K_2^T F K_1\tag{2.9}$$

Alors que la matrice fondamentale caractérise la géométrie épipolaire dans le repère image en coordonnées pixel, la matrice essentielle la décrit en coordonnées images normalisées, c'est-à-dire que l'origine est le centre optique de l'image et les coordonnées sont normées par les coefficients  $k_u$  et  $k_v$ . Les matrices fondamentale et essentielle décrivent strictement la même relation géométrique. Cependant, la matrice essentielle caractérise la relation épipolaire entre images calibrées avec cinq degrés de liberté (trois pour la rotation et deux pour la translation) alors que la matrice fondamentale a sept degrés de liberté.

### Contraintes d'acquisition

Toute paire d'images n'est pas optimale pour le calcul de l'élévation de la surface. La capacité stéréoscopique d'un couple d'images peut être évaluée en calculant le rapport base sur hauteur (noté  $B/H$ ). La base correspond à la distance entre deux positions successives de l'appareil de prise de vue, tandis que la hauteur correspond à l'altitude d'acquisition, supposée être constante. Ce rapport quantifie la différence angulaire entre les deux images, et se calcule selon (Figure 11)

$$\frac{B}{H} = \tan i_1 + \tan i_2\tag{2.10}$$

En règle générale, le rapport  $B/H$  optimal est compris entre 0.25 et 0.40.

- s'il est trop faible, l'intersection entre les faisceaux sera moins franche et la précision altimétrique du modèle sera diminuée ;
- s'il est trop élevé, la parallaxe stéréoscopique entre les images sera très forte (en particulier sur les objets élevés), ce qui compliquera l'identification des points homologues. Dans les zones à fort relief (montagnes, villes), une acquisition multi-stéréo peut alors se révéler utile.

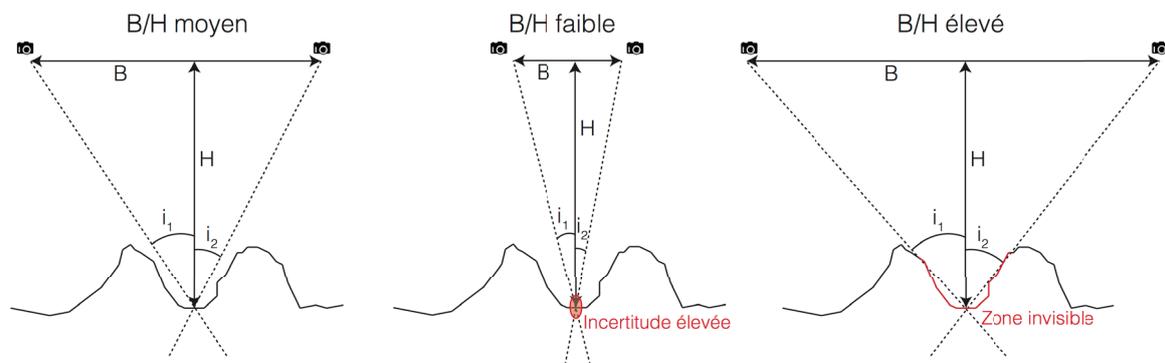


Figure 11 - Illustration du rapport base sur hauteur ( $B/H$ ) couramment utilisé en photogrammétrie. Une valeur moyenne ( $0.25 < B/H < 0.4$ ) représente la configuration optimale. Une valeur faible ( $B/H < 0.25$ ) génère une incertitude élevée au croisement des rayons, et donc sur l'estimation de l'élévation de la surface. Une forte valeur ( $B/H > 0.4$ ) réduit significativement cette erreur mais peut résulter en une occultation de la surface dans les zones escarpées.

## Chaîne de traitement en photogrammétrie numérique

### Calibration interne

La calibration interne est l'étape qui permet de déterminer les paramètres géométriques de la caméra : distance focale, point principal, centre de distorsion, fonction de distorsion radiale, paramètres de décentrement (axes optiques des lentilles non alignés), etc. En pratique elle consiste à déterminer la première matrice de l'équation (2.3) où le modèle de caméra utilisé et présenté en Figure 9 correspond au modèle très simple appelé sténopé linéaire. Bien qu'adapté à la plupart des appareils, il ne prend pas en compte les distorsions liées à la lentille. On utilise alors des modèles plus complexes se basant sur ce modèle sténopé en considérant à la fois des distorsions radiales et tangentielles, modélisées par des fonctions polynômiales dépendant uniquement de la distance  $r$  au centre optique (Brown, 1971 ; Fraser, 1997 ; Remondino & Fraser, 2006).

Le calcul de la matrice de calibration utilise la méthode d'ajustement des faisceaux implémentée pour l'orientation relative permettant de calculer de manière simultanée les paramètres d'orientation interne et externe. Dans notre cas, les paramètres de calibration interne sont déterminés sur un jeu de données secondaire, puis utilisés pour le calcul de l'orientation relative sur le jeu de données principal.

### Orientation

Le processus d'orientation des images s'exécute en deux étapes :

- **Orientation relative** : l'orientation relative des images consiste à calculer leur position dans un référentiel terrain quelconque  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ . Chaque image est caractérisée par six paramètres : les coordonnées  $(x, y, z)$  correspondant à la position du centre optique dans le référentiel précédemment défini, et les trois angles  $\omega$ ,  $\varphi$  et  $\kappa$  représentant la rotation autour des axes  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  et  $\vec{Z}$ . Le référentiel est donc défini selon les paramètres connus de l'image de base s'écrivant

$$\begin{aligned}(x_0, y_0, z_0) &= (0,0,0) \\ (\omega_0, \varphi_0, \kappa_0) &= (0,0,0)\end{aligned}\tag{2.11}$$

Pour la deuxième image, on définit arbitrairement la coordonnée  $x_2$  (le facteur d'échelle importe peu pour l'instant). Le calcul de l'orientation relative est donc constitué de cinq inconnues : les coordonnées  $(y_2, z_2)$  du centre optique  $O_2$  et les trois paramètres de rotation de l'image à orienter  $(\omega_2, \varphi_2, \kappa_2)$ . En supposant que les images sont parfaitement calibrées, ces inconnues peuvent être calculées à partir de l'équation (2.8) caractérisant le principe de coplanarité avec le formalisme de la matrice essentielle. Leur estimation nécessite la présence d'au moins cinq points homologues entre l'image de base et l'image à orienter. Ceci est valable si l'estimation de la position des points images homologues dans les référentiels image est parfaite. En pratique, elle est sujette à une erreur (en général sub-pixellaire). Le problème consiste alors à trouver les paramètres minimisant le terme  $x_2^T E x_1$ . L'inconvénient est que ce problème de minimisation est fortement non-linéaire et sur-contraint - on dispose de bien plus que 5 points homologues - et nécessite une linéarisation avant résolution.

La résolution pour un couple d'images peut être généralisée à un bloc d'images. Si chaque point homologue est visible dans  $n$  images, on peut écrire un système de  $n$  équations pour chacun d'entre eux à partir de l'équation de colinéarité (2.2), que l'on résoud par la méthode des moindres carrés. Cette méthode est appelée méthode d'ajustement des faisceaux (*bundle adjustment* en anglais).

En général, on calcule une solution initiale de l'orientation en choisissant une image parent de manière aléatoire et en orientant chaque nouvelle image par rapport à la précédente. L'ordre de priorité donné aux couples d'images est défini par le nombre de points homologues que l'on y trouve. Une fois qu'une orientation initiale a été calculée pour chaque image, on applique la méthode des faisceaux en croisant les blocs d'images constitués de toutes celles pour lesquelles un même point homologue est visible (Pierrot-Deseilligny & Clery, 2011).

- **Orientation absolue :** l'étape d'orientation absolue consiste à transformer le système de coordonnées établi dans le repère quelconque  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  de l'orientation relative dans le système de l'espace réel. Ce changement de coordonnées s'applique selon un facteur d'échelle  $\lambda$ , une rotation définie par une matrice  $R$  et une translation définie par un vecteur  $T$ . Notons  $\Gamma$  le référentiel réel et  $\Gamma'$  le référentiel relatif quelconque. L'orientation absolue consiste alors à trouver  $R$ ,  $T$  et  $\lambda$  de sorte que

$$\Gamma = \lambda R \Gamma' + T\tag{2.12}$$

L'équation (2.12) est constituée de sept inconnues : les trois coordonnées de translation, les trois angles de rotation et le facteur d'échelle. Ainsi, avec au moins trois points de contrôle, dont on connaît les coordonnées à la fois dans le référentiel relatif et le référentiel réel, on aboutit à un jeu de neuf équations pour sept inconnues, que l'on est capable de résoudre analytiquement.

### Mise en correspondance (corrélation dense)

L'étape de mise en correspondance consiste à chercher des pixels homologues entre chaque paire d'images afin de mesurer la parallaxe, qui permet de déduire directement l'élévation du point

sur la surface. Pour simplifier le problème, les images orientées sont reprojétées en géométrie épipolaire. Elles subissent pour cela une série de rotations afin que chaque plan image soit parallèle à la ligne de base reliant les deux centres optiques, ce qui implique que les droites épipolaires correspondant à chaque point objet soient toutes parallèles entre elles.

On utilise une image parent, pour laquelle on définit une vignette de taille  $n \times n$ , centrée sur le pixel dont on cherche l'homologue. Dans chaque image fille, on définit une vignette glissante de même taille que l'on déplace dans l'espace de recherche défini par la droite épipolaire avec un certain pas. Pour chaque position, on estime la similarité entre les deux vignettes, à partir du coefficient de corrélation croisée normalisé (équation (2.13)).

$$C(I_1, I_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n^2} (I_1^i - \bar{I}_1) (I_2^i - \bar{I}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n^2} (I_1^i - \bar{I}_1)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{n^2} (I_2^i - \bar{I}_2)^2}} \quad (2.13)$$

$I_1^i$  et  $I_2^i$  représentent la valeur radiométrique du  $i^e$  pixel de la vignette de taille  $n^2$  respectivement dans l'image parent  $I_1$  et fille  $I_2$ , tandis que  $\bar{I}_1$  et  $\bar{I}_2$  sont les moyennes respectives de ces valeurs radiométriques dans l'intégralité de la vignette. On obtient alors un score de corrélation pour chaque position de la vignette dans l'espace de recherche. La position pour laquelle le score est maximal correspond à la position du pixel homologue. Ce principe est généralisable au cas où un même point de la surface est visible dans  $N$  images

$$C(I_1, \dots, I_N) = \frac{2 \times \sum_{1 \leq k < l \leq N} C(I_l, I_k)}{N(N-1)} \quad (2.14)$$

Afin de limiter des sauts d'altitude trop importants, conséquences d'artefacts de calcul, et de contrôler les irrégularités de la surface (selon la connaissance *a priori* que l'on en a), certains algorithmes se basent sur une approche de minimisation d'énergie. Pour cela, on cherche à minimiser une fonction globale définie dans le repère de l'objet (Pierrot-Deseilligny & Paparoditis, 2006)

$$E(Z) = \sum A(x, y, Z) + \alpha F(\vec{G}(Z)) \quad (2.15)$$

où  $Z$  est l'altitude que l'on cherche à estimer,  $A(x, y, Z) = 1 - C$  est la fonction caractérisant la similarité entre pixels correspondants au point objet de coordonnées  $(x, y, Z)$  visible dans  $N$  images, avec  $C$  le score de corrélation défini par (2.14). La somme fait référence à tous les pixels de l'espace de recherche défini. La fonction  $F(\vec{G}(Z)) = |Z(x+1, y) - Z(x, y)| + |Z(x, y+1) - Z(x, y)|$  quantifie la régularisation de la surface et le terme  $\alpha$  permet de moduler l'influence de cette fonction.

### 2.1.2 Outils mathématiques d'analyse multi-échelle

La rugosité photométrique du modèle de Hapke fait référence à la rugosité intégrée sur toutes les échelles. Le problème de ce formalisme est qu'il suppose qu'elle est stationnaire à toutes les échelles. Deux outils mathématiques d'analyse multi-échelle sont capables de caractériser la rugosité à différentes fréquences spatiales : l'analyse fractale et la transformée en ondelettes.

## Le concept d'échelle spatiale

De nombreux phénomènes physiques se produisent à des échelles spatiales variables, qu'il est essentiel de quantifier pour parvenir à une description complète et rigoureuse du problème. La représentation multi-résolution constitue un outil d'analyse mathématique puissant pour étudier ces échelles.

Le concept d'échelle est intrinsèquement relié au contenu fréquentiel d'un signal : les petites échelles correspondent aux caractéristiques à haute fréquence et inversement. En filtrant les différents composantes fréquentielles d'un signal (transformée en ondelettes) ou en l'échantillonnant à une fréquence donnée (analyse fractale), on fixe une échelle de représentation du signal : les détails se situant en dehors de cette échelle sont perdus.

## Décomposition en ondelettes

### Contexte et cadre mathématique

L'outil mathématique le plus couramment utilisé pour analyser les caractéristiques d'un signal est la transformée de Fourier (Fourier, 1822), consistant à traduire un signal temporel ou spatial dans le domaine fréquentiel. Cette transformation repose sur l'hypothèse que toute fonction  $f(u)$  peut s'exprimer comme une somme pondérée infinie de fonctions sinus et cosinus de fréquence  $s$ . Elle s'écrit

$$\tilde{f}(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)e^{-2\pi i s u} du \quad (2.16)$$

Le principal défaut de la transformée de Fourier est qu'elle ne permet pas d'avoir une description sur la localisation temporelle ou spatiale des caractéristiques fréquentielles (principe d'incertitude) : une estimation précise de la fréquence nécessite une fenêtre temporelle ou spatiale relativement large. Plus la fenêtre est réduite et plus l'incertitude sur la fréquence est forte. Un autre inconvénient est qu'elle fait apparaître un artefact au voisinage des discontinuités d'une fonction, connu sous le nom de phénomène de Gibbs (Gibbs, 1899).

Afin d'esquiver le problème de localisation de la transformée de Fourier, Gabor, (1946) a proposé de la rendre locale par convolution du signal avec une fenêtre glissante. En déplaçant la fenêtre d'analyse et en calculant la transformée de Fourier pour chacune de ses positions, on obtient une analyse fréquentielle locale. La transformée de Gabor (ou transformée de Fourier à fenêtre glissante) est notée

$$\tilde{f}(\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u - t)f(u)e^{-2\pi i \omega u} du \quad (2.17)$$

où  $t$  caractérise la position de la fenêtre  $g$ . Elle permet d'introduire le concept d'échelle dans la représentation fréquentielle (la largeur de la fenêtre) et d'analyser le signal à cette échelle particulière. En ce sens, la transformée de Gabor préfigure la transformée en ondelettes. Cependant, on est confronté aux mêmes limitations que la transformée de Fourier classique si le signal contient des composantes fréquentielles importantes en dehors de l'échelle d'analyse : si les détails du signal sont beaucoup plus petits que la largeur de la fenêtre, ils seront détectés mais ne pourront pas être localisés ; si les détails sont beaucoup plus grands que la largeur de la fenêtre, ils ne pourront pas être détectés.

Ce problème de localisation peut être résolu en définissant une transformation indépendante de l'échelle, qui est susceptible de varier au cours de l'analyse. Cette échelle est définie par une fonction de modulation (rôle similaire à la fonction fenêtre dans (2.17)) qui doit alors avoir une largeur variable et une localisation précise. La transformée en ondelettes est basée sur ce concept afin d'apporter une description temps/fréquence ou espace/échelle du signal. Le signal est analysé par une famille de fonctions résultant de translations, compressions et dilatations d'une même fonction, appelée ondelette mère. Elles sont de forme constante et ne diffèrent que par leur taille. L'atout principal de la transformée en ondelettes réside dans ces opérations de dilatation/compression, puisque les fonctions ondelettes s'adaptent à la taille des structures recherchées. La dilatation est forte pour analyser les structures à grande échelle (basse fréquence) et la compression est forte pour étudier les structures à petite échelle (hautes fréquences). Le Tableau 1 résume les avantages de la transformée en ondelettes comparée à la méthode classique de transformée de Fourier.

TRANSFORMÉE DE FOURIER	TRANSFORMÉE EN ONDELETTES
Adaptée aux signaux stationnaires	Adaptée aux signaux stationnaires et non-stationnaires
Information bidimensionnelle : fréquence/amplitude	Information tridimensionnelle : fréquence/amplitude à une localisation donnée
Faible résolution spatiale et résolution fréquentielle élevée	Haute résolution spatiale et résolution fréquentielle moyenne
Décomposition sinusoïdale : pas adaptée à la description locale d'un signal (artefacts aux alentours de discontinuités)	Décomposition en fonctions ondelettes très irrégulières et non prédictibles : bonne prédiction du comportement local (discontinuités, pics, ...)

Tableau 1 - Comparaison entre transformée de Fourier et transformée en ondelettes.

### La transformée en ondelettes continue

La transformée en ondelettes  $W_f$  continue d'un signal  $f$  à une dimension s'écrit

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left( \frac{x-b}{a} \right) dx \quad (2.18)$$

où  $a > 0$  est le paramètre de dilatation quantifiant l'échelle de l'ondelette et  $b$  est le paramètre de translation donnant l'information sur la localisation. Les ondelettes résultant de la dilatation et translation d'une ondelette mère  $\psi$  s'écrivent sous la forme

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left( \frac{x-b}{a} \right) \quad (2.19)$$

La Figure 12 illustre l'exemple de l'effet de la dilatation sur une ondelette b-spline (couramment appelée chapeau mexicain). La transformée en ondelettes est caractérisée par trois propriétés :

- linéarité :  $W_{f_1+f_2} = W_{f_1} + W_{f_2}$  et  $W_{\lambda f} = \lambda W_f$  ;
- invariance par translation :  $W_{f(x-x_0)}(a, b) = W_{f(x)}(a, b - x_0)$  ;
- invariance par dilatation :  $W_{f(sx)}(a, b) = s^{-1} W_{f(x)}(sa, sb)$ .

La transformée en ondelettes inverse est obtenue par :

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a^2 \sqrt{a}} W_f(a, b) \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) da db \quad (2.20)$$

avec

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(2\pi k)|^2}{|2\pi k|} dk \quad (2.21)$$

La reconstruction donnée par l'équation (2.20) se fait sans perte d'information si la fonction d'ondelette mère vérifie la condition d'admissibilité (Sheng, 1996) :

$$0 < C_\psi < +\infty \quad (2.22)$$

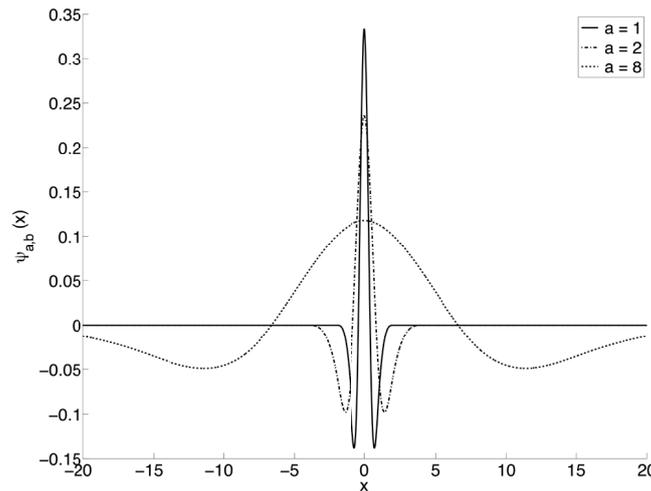


Figure 12 - Fonction d'ondelette b-spline (chapeau mexicain) pour différentes valeurs du coefficient de dilatation  $a$ .

Par définition (équation (2.18)), la transformée en ondelettes consiste en une série de produits de convolution d'un signal avec l'ensemble des fonctions d'ondelettes, constituant un filtre passe bande linéaire invariant.

#### La transformée en ondelettes discrète (algorithme « à trous »)

La plupart du temps, les signaux que l'on cherche à analyser correspondent à des mesures discrètes. L'implémentation de la transformation en ondelettes continue n'est alors pas possible et nécessite une discretisation préalable, résultant en des algorithmes très lents et gourmands en mémoire. Différents algorithmes basés sur le concept de filtres digitaux ont été développés, notamment la transformation en ondelettes bi-orthogonale (Mallat, 2008) et l'algorithme "à trous" (Holschneider et al., 1989 ; Shensa, 1992).

La discrétisation consiste à sélectionner un ensemble discret de  $J$  échelles  $\{a_j\}_{j=1\dots J}$  à chacune desquelles on associe un paramètre de translation  $\{b_j^n\}_{n=1\dots N}$  avec  $N$  la longueur du signal. Cet ensemble est choisi de sorte que  $a_j = a_0^j$  avec  $a_0 > 1$ . Ainsi, la gamme de fréquences du signal est investiguée beaucoup plus rapidement, tout en gardant une excellente précision sur les hautes

fréquences (petites échelles). Généralement, on utilise  $a_0 = 2$  pour faciliter l'implémentation informatique (Mallat, 2008), ce qui résulte en une transformée en ondelettes dyadique.

On présente ici l'algorithme IUWT (*Isotropic Undecimated Wavelet Transform*; Starck & Murtagh, 2002) utilisé en astrophysique pour la détection de structures isotropes. On suppose que le jeu de données initial, noté  $c_0(k)$  avec  $k$  la position d'une donnée, s'exprime comme le produit scalaire d'un signal  $f(x)$  avec une fonction d'échelle  $\phi(x - k)$ , correspondant à un filtre passe-bas centré en  $k$ .

$$c_0(k) = \langle f(x), \phi(x - k) \rangle \quad (2.23)$$

Cette dernière respecte l'équation de dilatation (Strang, 1989)

$$\frac{1}{2} \phi\left(\frac{x}{2}\right) = \sum_n h(n) \phi(x - n) \quad (2.24)$$

où  $h$  est un filtre passe-bas. La fonction ondelette associée s'écrit

$$\frac{1}{2} \psi\left(\frac{x}{2}\right) = \phi(x) - \frac{1}{2} \phi\left(\frac{x}{2}\right) \quad (2.25)$$

A chaque changement d'échelle, l'échantillonnage augmente d'un facteur  $a_0 = 2$  (échelle dyadique), de sorte que l'image filtrée à l'échelle  $j + 1$  est donnée par

$$c_{j+1}(k) = \langle f(x), \frac{1}{2^{j+1}} \phi\left(\frac{x - k}{2^{j+1}}\right) \rangle \quad (2.26)$$

L'équation de dilatation (2.24) permet d'écrire

$$\frac{1}{2^{j+1}} \phi\left(\frac{x - k}{2^{j+1}}\right) = \sum_n \frac{1}{2^j} h(n) \phi\left(\frac{x - k}{2^j} - n\right) \quad (2.27)$$

D'où

$$c_{j+1}(k) = \sum_n h(n) c_j(k + 2^j n) \quad (2.28)$$

Les valeurs du filtre  $h$  permettant de calculer les  $c_j$  sont dérivées de la fonction d'échelle en utilisant (2.24). La convolution discrète décrite par (2.28) se réécrit

$$c_{j+1}(k) = (\bar{h}_j * c_j)(k) \quad (2.29)$$

avec  $h_j$  le filtre obtenu en intercalant  $2^j - 1$  zéros entre chaque coefficient de  $h$ , d'où le nom "à trous" donné à l'algorithme, et  $\bar{h}_j(k) = h_j(-k)$ . À chaque étape, les coefficients d'ondelettes sont donnés par

$$w_{j+1}(k) = c_j(k) - c_{j+1}(k) \quad (2.30)$$

Finalement, l'ensemble  $\mathcal{W} = \{w_1, \dots, w_J, c_J\}$  représente la transformée en ondelettes discrète en  $J$  échelles du signal  $c_0$ . De part la nature de l'estimation des coefficients en ondelettes (caractérisée par une simple différence), la reconstruction de ce signal est immédiate et s'écrit comme la somme

$$c_0 = c_J + \sum_{j=1}^J w_j \quad (2.31)$$

où  $c_j$  représente une version lissée du signal (filtre passe-bas) et  $w_j$  les détails du signal à l'échelle  $j$ . Les  $j$  échelles suivent un comportement dyadique, c'est à dire que si  $r_0$  est la résolution du signal  $c_0$ , alors  $r_j = 2^j r_0$ .

L'algorithme « à trous » est extensible au cas d'un signal en deux dimensions, en utilisant une fonction d'échelle à variables séparées notée

$$\phi(x, y) = \phi(x)\phi(y) \quad (2.32)$$

à laquelle on associe la fonction ondelette

$$\frac{1}{4}\psi\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) = \phi(x, y) - \frac{1}{4}\phi\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad (2.33)$$

La séparabilité de la fonction d'échelle (et par extension de la fonction d'ondelette) permet le calcul de la transformée en ondelettes discrète selon une convolution ligne par ligne suivie d'une convolution colonne par colonne. Dans le cas d'une fonction d'ondelette en b-spline, la fonction d'échelle s'écrit

$$\phi(x) = \frac{1}{12} (|x - 2|^3 - 4|x - 1|^3 + 6|x|^3 - 4|x + 1|^3 + |x + 2|^3) \quad (2.34)$$

et le filtre  $h$  associé est

$$h = \left( \frac{1}{16} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{16} \right) \quad (2.35)$$

à une dimension et

$$h = \left( \frac{1}{16} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{16} \right) \begin{pmatrix} 1/16 \\ 1/4 \\ 3/8 \\ 1/4 \\ 1/16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{256} & \frac{1}{64} & \frac{3}{128} & \frac{1}{64} & \frac{1}{256} \\ \frac{1}{64} & \frac{1}{16} & \frac{3}{32} & \frac{1}{16} & \frac{1}{64} \\ \frac{3}{128} & \frac{3}{32} & \frac{9}{64} & \frac{3}{32} & \frac{3}{128} \\ \frac{1}{64} & \frac{1}{16} & \frac{3}{32} & \frac{1}{16} & \frac{1}{64} \\ \frac{1}{256} & \frac{1}{64} & \frac{3}{128} & \frac{1}{64} & \frac{1}{256} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

à deux dimensions. Cette méthode de décomposition est adaptée à l'étude de signaux isotropes. Son utilisation présente différents avantages, parmi lesquels un temps de calcul raisonnable, une implémentation relativement simple, une restauration du signal initial triviale (somme des coefficients à chaque échelle) et une transformation connue en tout point du signal. Cela permet d'assurer une détection au pixel près et de suivre l'évolution de la transformée d'une échelle à l'autre.

La transformée en ondelettes d'une image au moyen de l'algorithme "à trous" la divise en un nombre prédéterminé  $J$  de gammes de fréquence spatiales. Chaque échelle  $w_j$  avec  $j \in J$  contient les coefficients en ondelettes pour la reconstruction de l'image initiale et correspond à un filtre passe-bande centré en  $2^j \Delta x$  avec  $\Delta x$  la résolution initiale de l'image. La réponse spectrale de ces filtres pour  $\Delta x = 1.5$  mm et  $J = 8$  est donnée en Figure 13. Il apparaît alors que la plus petite échelle  $j = 1$  constitue un filtre passe-haut qui laisse passer toutes les fréquences sub-centimétriques. Les filtres des échelles  $j = 2$  à  $j = 5$  ont une forme identique mais sont juste décalés en phase tandis que les échelles  $j = 6$  et  $j = 7$  sont des filtres passe-bandes plus élargis. Finalement, l'échelle  $j = 8$

(correspondant à  $c_j(x, y)$ ) constitue bien un filtre passe-bas qui isole toutes les fréquences supérieures au décimètre.

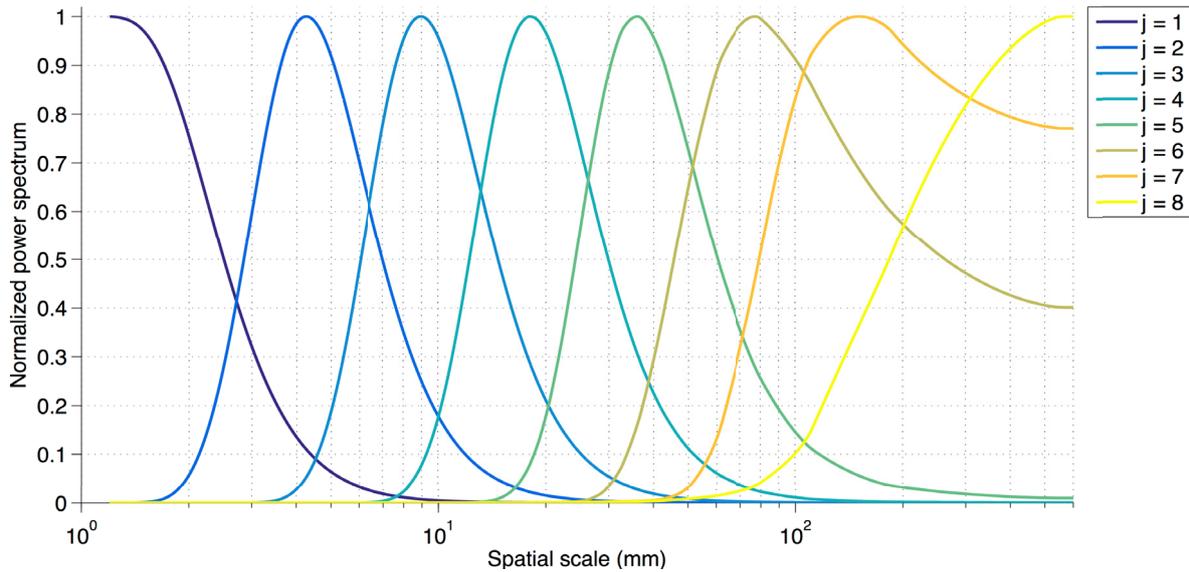


Figure 13 – Réponse fréquentielle des filtres d'ondelettes pour  $\Delta x_0 = 1.5$  mm et une décomposition en  $J = 8$  échelles.

Le choix du nombre d'échelles spatiales optimal pour une caractérisation complète et précise de la rugosité de surface n'est pas direct mais purement empirique. Le fonctionnement intrinsèque de l'algorithme "à trous" implique que pour une même image, quel que soit le nombre d'échelles  $J$  résultant de la décomposition, l'échelle  $w_j$  pour un  $j \in J$  donné est toujours strictement identique. Lorsque  $J$  diminue, le filtre passe-bas  $c_j(x, y)$  compense la différence par rapport à un  $J$  élevé en isolant des fréquences spatiales de plus en plus grandes. Ainsi, choisir un  $J$  trop faible limitera l'étude à des fréquences spatiales élevées. Au contraire, si  $J$  est trop grand, les échelles correspondant aux basses fréquences spatiales contiendront une information redondante.

### Analyse fractale

Pour une surface auto-affine (ou fractale), une augmentation de l'échelle d'un facteur  $f$  dans la direction horizontale résulte en un changement d'échelle  $f^H$  dans la direction verticale.  $H$  est appelé coefficient de Hurst et quantifie le taux de variation de rugosité avec l'échelle. Le comportement auto-affine de la surface est décrit par la dépendance de la déviation RMS  $v$  (aussi appelée variance d'Allan) avec l'échelle horizontale  $\Delta x$  selon

$$v(\Delta x) = \sqrt{E\{[Z(x + \Delta x) - Z(x)]^2\}} \quad (2.37)$$

où  $Z(x)$  est la variable aléatoire correspondant à l'altitude pour la coordonnée horizontale  $x$  et  $E\{Z\}$  son espérance mathématique.  $H = 1$  pour une surface auto-similaire et  $H < 1$  pour des surfaces naturelles. Shepard et al. (2001) suggèrent de limiter l'échelle spatiale  $\Delta x$  à 10% de la longueur du profil. Dans le cas contraire, le semi-variogramme peut s'écarter de la statistique auto-affine en raison d'un manque de données pour décrire proprement le comportement de la surface à grande échelle (Mark & Aronson, 1984 ; Gallant et al., 1994).

La pente RMS dérivée du semi-variogramme est un autre estimateur de la dépendance de la rugosité à l'échelle spatiale (Shepard & Campbell, 1998 ; Shepard et al., 2001 ; Bandfield & Edwards, 2008). Elle est définie comme

$$s(\Delta x) = \frac{v(\Delta x)}{\Delta x} \quad (2.38)$$

$s$  peut s'exprimer en degrés via la relation  $\theta_{RMS} = \tan^{-1} s$ . La Figure 14 illustre un profil synthétique généré à partir d'un mouvement brownien fractionnaire de sorte que  $H = 0.7$ , ainsi que le semi-variogramme et la pente RMS associés. Ces deux derniers suivent une tendance parfaitement linéaire car le profil suit une loi strictement auto-affine. Le coefficient de Hurst définit à la fois la pente du semi-variogramme de manière directe et de la pente RMS via la relation (2.38).

Une autre méthode, appelée méthode *roughness-length* et introduite par Malinverno, (1990) est également couramment utilisée (Moreira et al., 1994 ; Vidal Vázquez et al., 2007 ; Bretar et al., 2013). Elle consiste à calculer des valeurs moyennes de hauteur RMS pour différentes gammes d'échelle  $\Delta$

$$V(\Delta) = \frac{1}{n_\Delta} \sum_{i=1}^{n_\Delta} \sqrt{\frac{1}{m_i - 2} \sum_{j \in \Delta_i} (z(x_j) - \bar{z}_j)^2} \quad (2.39)$$

avec  $n_\Delta$  le nombre total de fenêtres de longueur  $\Delta$ ,  $m_i$  le nombre de points à l'intérieur de la  $i^e$  fenêtre  $\Delta_i$ ,  $z(x_j)$  les résidus par rapport à la tendance générale du profil et  $\bar{z}_j$  le résidu moyen. On estime la tendance linéaire dans chaque fenêtre par régression linéaire de sorte que le résidu moyen soit nul. Ceci explique les  $m_i - 2$  degrés de liberté pour le calcul de la déviation RMS. A l'inverse de la méthode du semi-variogramme, la méthode *roughness-length* est moins sensible aux variations subtiles des structures spatiales de la surface car elle se base sur la tendance d'élévation du profil sur des fenêtres données. Elle est de plus très restrictive sur la gamme de largeurs de fenêtre car cette dernière doit être limitée à 20% de la longueur du profil, et la déviation RMS ne peut être calculée que si la fenêtre contient au moins 10 points de mesure.

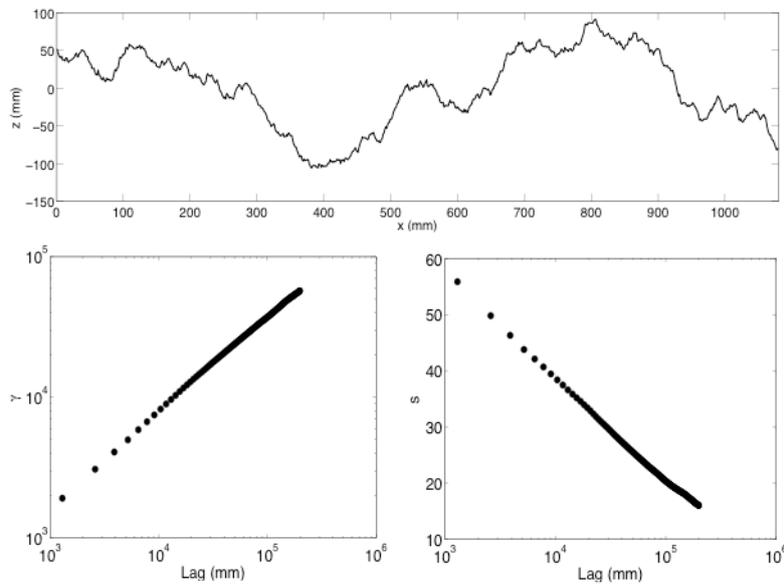


Figure 14 - Profil fractal synthétique (haut) ; semi-variogramme associé (bas gauche) et pente RMS (bas droite).

## 2.2 Modélisation du comportement photométrique

La télédétection dans le domaine solaire consiste à relier des paramètres photométriques mesurés par des capteurs optiques à des grandeurs physiques caractérisant les objets observés. Définissons un système géométrique caractérisé par différents angles (Figure 15) : la position de la source lumineuse est définie par la direction  $\omega_i$  (angle zénithal d'incidence  $i$  et angle azimutal d'incidence  $\phi_i$ ). De même, la position du capteur est définie par la direction  $\omega_e$  (angle zénithal de visée  $e$ , également appelé angle d'émission en astrophysique, et angle azimutal de visée  $\phi_e$ ). On définit l'angle azimutal  $\phi$  comme étant la différence entre les azimuts de visée et d'incidence

$$\phi = \phi_e - \phi_i \quad (2.40)$$

L'angle entre les directions d'incidence  $\omega_i$  et de visée  $\omega_e$  est appelé angle de phase (noté  $g$ ) et est donné par

$$\cos g = \cos i \cos e + \sin i \sin e \cos \phi \quad (2.41)$$

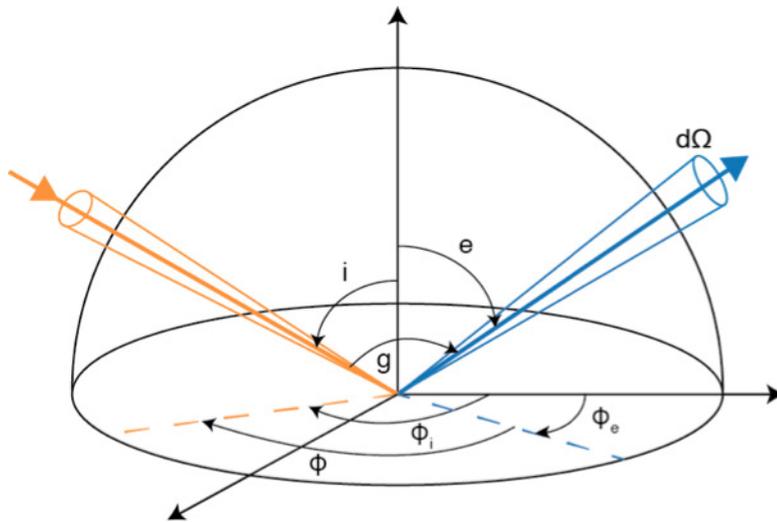


Figure 15 - Illustration des angles et des grandeurs photométriques. La flèche orange représente l'éclairement incident sur la surface par un faisceau lumineux collimaté d'angle zénithal  $i$  et azimutal  $\phi_i$  et la flèche bleue représente la luminance réfléchie par la surface dans un angle solide  $d\Omega$  d'angle zénithal  $e$  et azimutal  $\phi_e$ .

On parle de plan principal lorsque les directions d'incidence et de visée sont situées dans le même plan ( $\phi = 0^\circ$  ou  $\phi = 180^\circ$ ).

### 2.2.1 Grandeurs radiométriques

Flux énergétique : le flux énergétique est défini comme la puissance du rayonnement reçu ou émis par une surface dans toutes les directions de l'espace. Il s'exprime en Watts [ $W$ ].

Luminance : la luminance  $I$  [ $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$ ] est une mesure du flux énergétique  $F_e$  émis par une surface par unité d'angle solide  $d\Omega$  et par unité de surface  $dS$ , dans une direction définie par un angle zénithal  $e$  :

$$I = \frac{d^2 F_e}{dS d\Omega \cos e} \quad (2.42)$$

Luminance énergétique spectrale : elle correspond à la luminance  $I$  mesurée à une longueur d'onde donnée et s'exprime en  $[W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1} \cdot m^{-1}]$ .

Eclairement : l'éclairement  $J$   $[W \cdot m^{-2}]$  quantifie la puissance  $F_i$  reçue par un objet depuis toute direction de l'espace par unité de surface  $dS$ . Il représente la densité surfacique du flux énergétique et s'exprime

$$J = \frac{dF_i}{dS} \quad (2.43)$$

Réflectance bidirectionnelle : la réflectance bidirectionnelle  $r(i, e, g)$   $[sr^{-1}]$  s'exprime comme le rapport entre la luminance  $I$   $[W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}]$  réfléchi par une surface dans la direction de visée  $\omega_e = [e, \phi_e]$  et l'éclairement incident  $J$   $[W \cdot m^{-2}]$  d'un faisceau collimaté (rayons quasi parallèles) par unité de surface perpendiculaire à la direction d'incidence  $\omega_i = [i, \phi_i]$ .

$$r(i, e, g) = \frac{I}{J} \quad (2.44)$$

Elle est caractérisée par deux propriétés :

- le principe de réciprocité de Helmholtz : pour toutes directions d'incidence  $\omega_i$  et de visée  $\omega_e$ , on a  $r(i, e, g) \cos e = r(e, i, g) \cos i$
- le principe de conservation de l'énergie : le flux énergétique réfléchi dans l'intégralité de l'hémisphère supérieur est inférieur ou égal au flux énergétique incident sur la surface

Fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle (BRDF) : la grandeur photométrique mesurée en radiométrie optique est la fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle ou BRDF (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*). Cette fonction introduite par [Nicodemus, \(1965\)](#) est le rapport entre la luminance réfléchi par une surface dans la direction de visée  $\omega_e$  et l'éclairement incident d'un faisceau collimaté par unité de surface. Pour une source lumineuse avec un angle zénithal d'incidence  $i$ , l'éclairement incident par unité de surface est  $J \cos i$ , d'où

$$BRDF(i, e, g) = \frac{I}{J \cos i} = \frac{r(i, e, g)}{\cos i} \quad (2.45)$$

La BRDF s'exprime donc en  $[sr^{-1}]$ .

Facteur de réflectance (BRF) : la BRDF est la variable de sortie des modèles de transfert radiatif. Elle fait intervenir des flux infinitésimaux, aussi est-il très difficile, voire impossible, de la mesurer *stricto sensu*. On définit alors une nouvelle grandeur, appelée facteur de réflectance (notée *BRF* pour *Bidirectional Reflectance Factor*), s'exprimant comme le rapport entre la luminance  $I$  réfléchi par la surface et la luminance  $I_{ap}$  d'une surface de référence supposée être un diffuseur parfait, c'est-à-dire se rapprochant idéalement d'une surface lambertienne réfléchissant la lumière de façon isotrope dans toutes les directions d'un hémisphère, et placée dans les mêmes conditions d'illumination et d'observation.

$$BRF(i, e, g) = \frac{I}{I_{ap}} \quad (2.46)$$

Par définition, la BRDF d'un diffuseur parfait est égale à  $1/\pi$ . D'après (2.45), la luminance d'un diffuseur parfait illuminé depuis la direction d'incidence  $\omega_i$  s'écrit directement en fonction de l'éclairement  $J$

$$I_{dp} = \frac{J \cos i}{\pi} \quad (2.47)$$

D'où

$$BRF = \frac{\pi r(i, e, g)}{\cos i} = \pi BRDF(i, e, g) \quad (2.48)$$

Facteur de radiance (RADF): la notion de facteur de radiance (noté *RADF* pour *RADiance Factor*) découle du facteur de réflectance. La seule différence réside dans le fait qu'il s'exprime comme le rapport de la luminance de la surface et de celle d'un diffuseur parfait illuminé au nadir ( $i = 0$ ). On a alors

$$RADF = \pi r(i, e, g) = I/F \quad (2.49)$$

La notation  $I/F$  a été introduite par Chandrasekhar, (1960) en écrivant  $F = J/\pi$ . Cette grandeur est très utilisée en astrophysique.

### 2.2.2 Le modèle photométrique de Hapke

L'astronome américain Bruce Hapke, a construit un modèle physique décrivant l'interaction de la lumière avec un milieu particulaire et aboutissant à une expression analytique approchée de la réflectance bidirectionnelle. L'évolution du modèle est détaillée dans une série d'articles (Hapke, 1981 ; Hapke, 1984 ; Hapke, 1986 ; Hapke, 2002 ; Hapke, 2008) et d'ouvrages (Hapke, 1993 ; Hapke 2012b). Le développement mathématique du modèle se base sur la théorie du transfert radiatif décrite par Chandrasekhar, (1960) et est décrit en détail en Annexe A. Différents phénomènes et paramètres physiques ont été introduits :

- l'effet d'opposition (ou *hot spot* en anglais), qui consiste en une augmentation brusque de l'intensité de la lumière diffusée par une surface à proximité de l'angle de phase nul. Cet effet, observé sur la plupart des corps du système solaire (Hapke, 1986), est dépendant du rapprochement des particules du milieu observé et est donc intrinsèquement lié à la porosité du milieu. Deux effets doivent être pris en compte : l'ombrage mutuel entre particules (SHOE pour *Shadow Hiding Opposition Effect*) et l'interférence cohérente des ondes incidentes et rétrodiffusées lorsque les particules sont en contact (CBOE pour *Coherent Backscattering Opposition Effect*)
- la porosité, qui outre son influence sur l'effet d'opposition, a un effet sur la brillance globale du milieu
- le comportement de diffusion à l'échelle de la particule, décrit par une fonction de phase paramétrisant la largeur et l'amplitude du lobe de diffusion
- la diffusion multiple, caractérisant la composante de la réflectance bidirectionnelle résultant d'interactions successives du rayonnement incident avec le milieu
- la rugosité, ayant une influence à la fois sur les angles effectifs d'observation et d'illumination et sur la brillance du milieu. La réflectance bidirectionnelle d'une surface rugueuse s'exprime comme le produit de la réflectance bidirectionnelle d'une surface lisse par une fonction d'ombrage et d'occultation.

## Versions du modèle de Hapke et hypothèses

Il existe plusieurs versions du modèle de Hapke plus ou moins complètes selon les approximations qui sont faites. Il a été démontré sur des données lunaires que le pic d'opposition ne permettait pas de discerner l'influence de l'effet d'ombrage de celle de l'interférence cohérente, et que pour des angles de phase supérieurs à  $3^\circ$ , le SHOE dominait le CBOE (Helfenstein et al., 1997 ; Hapke et al., 2009). De plus, l'effet d'opposition par interférences cohérentes n'est pas toujours observé sur des mesures expérimentales (Hapke, 2012b). En conséquence, ce dernier est par la suite négligé, à la fois pour diminuer le nombre de paramètres d'entrée du modèle, et parce qu'il n'est en général pas possible de contraindre son effet (peu de systèmes sont capables de réaliser des mesures avec un angle de phase  $g < 3^\circ$ ).

Modèle IMSA (version 1993) : dans la toute première version de son modèle notée IMSA (*Isotropic Multiple Scattering Approximation*), Hapke, (1981) calcule exactement le terme de diffusion simple, alors que le terme de diffusion multiple est approximé en utilisant la méthode des deux flux pour des diffuseurs isotropes. En prenant en compte l'effet d'opposition (Hapke, 1986) et l'effet de la rugosité (Hapke, 1984), Hapke, (1993) exprime la réflectance bidirectionnelle d'un milieu particulaire semi-infini comme

$$r(i, e, g) = \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_{0e}}{\mu_{0e} + \mu_e} [p(g)B_{SHOE}(g) + H(\mu_{0e})H(\mu_e) - 1] \times S(i, e, g, \overline{\theta_H}) \quad (2.50)$$

avec

- $w$  l'albédo de simple diffusion
- $\overline{\theta_H}$  la rugosité photométrique
- $\mu_{0e}$  et  $\mu_e$  les cosinus respectifs de l'angle d'incidence effectif et de l'angle de visée effectif (dépendants de  $i, e, g, w$  et  $\overline{\theta_H}$ )
- $H(x) = \left[ 1 - x \left( r_0 + \frac{1-2r_0x}{2} \ln \left( \frac{1+x}{x} \right) \right) \right]^{-1}$
- $p(g)$  la fonction de phase
- $B_{SHOE}$  la fonction décrivant l'effet d'opposition par effet d'ombrage.
- $S(i, e, g, \overline{\theta_H})$  la fonction d'ombrage liée à la rugosité

Chandrasekhar, (1960) a montré que plus une surface était brillante ( $w$  grand), plus les photons l'éclairant étaient diffusés. Ce phénomène a tendance à moyenniser les effets directionnels de la diffusion multiple qui devient isotrope. Hapke, (1981) a quant à lui montré que la contribution de la diffusion multiple était maximale lorsqu'une surface de fort albédo était éclairée et observée avec des angles zénithaux  $i$  et  $e$  nuls. Ainsi, pour une surface sombre ( $w$  faible), la diffusion multiple n'a que peu d'impact et le cas d'anisotropie dans la diffusion se rapproche du cas isotrope. En première approximation, il est raisonnable de considérer une diffusion multiple isotrope mais il est possible d'améliorer le modèle en considérant un cas anisotrope.

Modèle AMSA (version 2002) : afin d'améliorer la précision de son modèle, Hapke, (2002) a levé l'hypothèse d'une diffusion multiple par les particules isotrope, ayant pour conséquence de surestimer l'amplitude de la réflectance due à la diffusion multiple lorsque les particules diffusent vers l'avant et de la sous-estimer lorsqu'elles diffusent vers l'arrière. Le modèle décrit par l'équation (2.50) devient :

$$r(i, e, g) = \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_{0e}}{\mu_{0e} + \mu_e} [p(g)B_{SHOE}(g) + M(\mu_{0e}, \mu_e)] \times S(i, e, g, \overline{\theta_H}) \quad (2.51)$$

avec  $M(\mu_{0e}, \mu_e)$  la fonction de diffusion multiple anisotrope dépendant de la fonction  $H(x)$  du modèle IMSA.

*Modèle complet (version 2008)* : le modèle de Hapke complet est une version améliorée du modèle AMSA tenant compte de la porosité (Hapke, 2008). Soit  $K$  un coefficient dépendant de la porosité (équation (2.60)). La réflectance bidirectionnelle s'écrit

$$r(i, e, g) = K \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_{0e}}{\mu_{0e} + \mu_e} \left[ p(g)B_{SHOE}(g) + M\left(\frac{\mu_{0e}}{K}, \frac{\mu_e}{K}\right) \right] \times S(i, e, g, \overline{\theta_H}) \quad (2.52)$$

De nombreux auteurs ont montré la pertinence du modèle de Hapke dans sa version de 1993 pour analyser des données photométriques acquises en laboratoire ou par satellite (Cord et al., 2003 ; Johnson et al., 2006a,b ; Jehl, 2008 ; Wu et al., 2009 ; Souchon et al., 2011 ; Pommerol et al., 2013 ; Sato et al., 2014). Si la toute dernière version de 2008 apporte une approximation analytique plus rigoureuse de la diffusion multiple, le traitement de l'effet d'opposition par rétrodiffusion cohérente et la dépendance à la porosité n'ont pas encore été validés. La plupart des auteurs préfèrent utiliser la version de 1993 afin de pouvoir comparer leurs résultats à ceux des études précédentes. La seule étude utilisant la correction de porosité implémentée dans Hapke, (2008) est celle de Helfenstein & Shepard, (2011). Ils ont proposé une expression analytique du paramètre de largeur du pic d'opposition dépendant de la porosité afin de ramener le nombre de paramètres d'entrée du modèle à six après l'ajout de  $K$ . Leurs résultats obtenus sur les données de Shepard & Helfenstein, (2007) montrent que la version de 2008 apporte une meilleure explication des paramètres estimés pour des surfaces d'albédo faible à modéré. La correction de porosité n'apporte aucune amélioration notable sur les surfaces très brillantes.

La version la plus simple du modèle (IMSA) faisant l'hypothèse d'une diffusion multiple isotrope a été améliorée par Hapke, (2002) : elle permet de calculer le terme de diffusion multiple pour des diffuseurs anisotropes comme les surfaces glacées. Hapke a également modifié l'expression analytique de la fonction de Chandrasekhar, ce qui a amélioré la précision du modèle et diminué les temps de calcul. Pommerol et al. (2013) ont montré que les différentes formulations de la diffusion multiple n'avaient que très peu d'effet sur l'ajustement du modèle à des données expérimentales. Pour un jeu de paramètres donné, l'écart entre les valeurs données par les approximations IMSA et AMSA n'est pas significatif, de sorte que la deuxième n'est pas supposée apporter de changements significatifs dans la forme de la réflectance bidirectionnelle. Nous choisissons toutefois d'utiliser l'approximation la plus aboutie apportée par le modèle AMSA dans la version 2008 du modèle.

### Paramètres du modèle et signification physique

Dans la formulation la plus récente de son modèle, Hapke, (2012a) donne l'expression de la réflectance bidirectionnelle d'un milieu particulière en fonction de six paramètres d'entrée (Tableau 2).

Paramètre	Symbole	Interprétation physique	Gamme de variation
Albédo de simple diffusion	$w$	Fraction de lumière diffusée sur l'extinction totale à l'échelle de la particule à une longueur d'onde donnée	[0 ; 1]
Rugosité photométrique	$\overline{\theta_H}$	Angle de pente moyen des facettes constituant la surface intégré sur toutes les échelles spatiales. Caractérise la rugosité	[0 ; 90]°
Amplitude de l'effet d'opposition	$B_0$	Amplitude du pic d'opposition. Quantifie l'opacité des particules du milieu	[0 ; 1]
Paramètre d'anisotropie	$b$	Paramètre d'asymétrie de la fonction de phase. Si $b = 0$ la diffusion est isotrope, si $b = 1$ la diffusion a lieu dans une direction privilégiée	[0 ; 1]
Coefficient de rétrodiffusion	$c$	Fraction de rétrodiffusion de la fonction de phase. Si $c > 0$ diffusion principalement l'arrière, si $c < 0$ , diffusion vers l'avant	$[-\infty ; +\infty]$
Porosité	$P$	Porosité	[0.248 ; 0.99]

Tableau 2 - Paramètres d'entrée du modèle de Hapke.

Albédo de simple diffusion  $w$  : l'albédo de simple diffusion, noté  $w$ , décrit la brillance d'une particule. C'est la fraction de lumière diffusée par rapport à la lumière ayant subi une extinction totale à l'échelle de la particule, pour une longueur d'onde donnée. Il est égal à

$$w = \frac{K_S}{E} = \frac{K_S}{K_S + K_A} \quad (2.53)$$

avec  $E = K_S + K_A$  le coefficient d'extinction de la particule,  $K_S$  et  $K_A$  étant les coefficients de diffusion et d'absorption. Ce paramètre varie entre 0 et 1 : si  $w = 0$ ,  $K_S = 0$  ce qui signifie que le rayonnement incident est totalement absorbé par la particule ; si  $w = 1$ ,  $K_A = 0$  et le rayonnement incident est entièrement diffusé. D'un point de vue physique,  $w$  dépend de la composition minéralogique des particules (indice de réfraction complexe), de leur taille (liée au diamètre moyen  $\langle D \rangle$ ) et de leur structure interne (liée à la densité de diffuseurs internes  $sD$ , où  $s$  est l'efficacité de diffusion interne exprimée en  $m^{-1}$ ). Le formalisme utilisé par [van de Hulst, \(1957\)](#) et [Bohren & Huffman, \(1998\)](#) permet de relier  $w$  à ces quantités microscopiques (voir [Hapke, 2012a](#) pour plus de détails).

Paramètres de la fonction de phase  $b$  et  $c$  : la fonction de phase d'une particule est la probabilité qu'un photon incident dans une direction donnée soit diffusé par cette particule dans une autre direction, formant un angle de phase  $g$  avec la direction d'incidence ([Sharma, 2015](#)). Elle caractérise l'organisation spatiale de la diffusion et est normalisée de sorte que

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(g) d\Omega = 1 \quad (2.54)$$

Pour décrire le comportement de diffusion d'une particule, [Henyey & Greenstein, \(1941\)](#) ont introduit une fonction de phase à un paramètre  $-1 < \xi < 1$ . Si  $\xi = -1$  la diffusion se fait vers l'arrière alors que si  $\xi = 1$  la diffusion se fait vers l'avant. Cette fonction a été largement utilisée pour décrire le pic de diffraction dans des travaux de photométrie sur les corps planétaires, notamment par [Lumme & Bowell, \(1981\)](#), [Buratti & Veverka, \(1985\)](#) et [Helfenstein et al. \(1988\)](#), mais elle ne permet pas de décrire complètement la diffusion d'une particule car elle ne contient qu'un seul lobe, alors que la plupart des particules génèrent au moins deux lobes. De nombreux auteurs ([Cord et al., 2003](#) ; [Cord et al., 2005](#) ; [Johnson et al., 2006a,b](#) ; [Hapke, 2008](#) ; [Souchon et al., 2011](#) ; [Sato et al., 2014](#) ; [Fernando et al., 2015](#)) utilisent alors une nouvelle formulation de la fonction de Henyey-Greenstein, qui peut s'exprimer en fonction de deux paramètres :

$$HG2(g) = \frac{1+c}{2} \frac{1-b^2}{(1+2b \cos(g) + b^2)^{3/2}} + \frac{1-c}{2} \frac{1-b^2}{(1-2b \cos(g) + b^2)^{3/2}} \quad (2.55)$$

- Le paramètre  $0 < b < 1$  représente la largeur du lobe de diffusion (large pour  $b < 0.5$  et étroit pour  $b > 0.5$ ). Il caractérise ainsi l'anisotropie de la diffusion ( $b = 0$  correspondant au cas isotrope et  $b = 1$  correspondant au cas où une particule diffuse la lumière dans une direction préférentielle).
- Le paramètre  $c$  représente l'amplitude de la diffusion dans une direction préférentielle (si  $c < 0$ , on a une diffusion avant préférentielle, si  $c > 0$ , on a une diffusion arrière préférentielle et dans ce cas, on parle de rétrodiffusion).

Le comportement de ces deux paramètres est illustré dans la Figure 16. Si la surface est rugueuse, l'énergie du rayonnement incident est principalement renvoyée vers la source, et la fonction de phase a des valeurs élevées pour des angles de phase faibles. A l'inverse, si la surface est lisse, une grande partie de l'énergie est renvoyée dans la direction spéculaire et la fonction de phase est maximale pour les grands angles de phase.



Figure 16 - Effet des paramètres de la fonction de phase  $b$  et  $c$  sur la forme du lobe de diffusion (d'après [Souchon, 2012](#)).

La seule contrainte sur la valeur de  $c$  est que la fonction de phase doit être positive sur sa gamme de variation ( $g \in [0 ; 180]^\circ$ ). La fonction  $HG2$  dépend de  $\cos(g)$ , dont les extrêmes se situent en  $g = 0$  et  $g = 180$ . Ainsi, il découle de l'équation (2.55) que

$$HG2(180) > 0 \Leftrightarrow c < \frac{1+3b^2}{b(b^2+3)} \quad (2.56)$$

$$HG2(0) > 0 \Leftrightarrow -c < \frac{1 + 3b^2}{b(b^2 + 3)} \quad (2.57)$$

Il vient :

$$|c| < \frac{1 + 3b^2}{b(b^2 + 3)} \quad (2.58)$$

Lorsque  $b \rightarrow 0$ , on a  $c \rightarrow \pm\infty$  et lorsque  $b \rightarrow 1$ ,  $c \rightarrow \pm 1$ . Par souci de simplification et pour conserver des valeurs de  $c$  cohérentes dans le modèle, on limitera sa gamme de variation à  $-1 < c < 1$ . La fonction HG2 est illustrée dans la Figure 17 pour différentes valeurs des paramètres  $b$  et  $c$ .

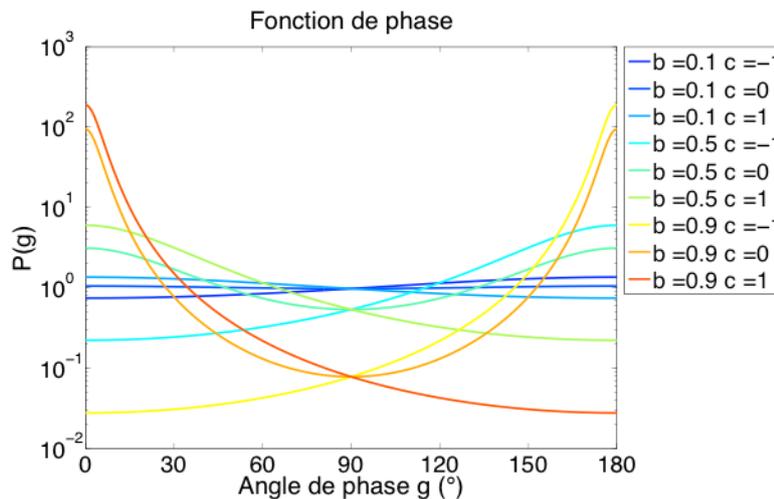


Figure 17 - Influence des paramètres  $b$  et  $c$  sur la fonction de phase des particules pour une fonction de type Henyey-Greenstein double.

Grâce à une série d'expériences effectuées en laboratoire sur des particules artificielles de taille centimétrique, [McGuire & Hapke, \(1995\)](#) ont montré que la fonction de Henyey-Greenstein à deux paramètres était bien adaptée à l'étude des milieux granulaires de type régolithe. Cette étude a permis d'associer les valeurs de ses paramètres à des caractéristiques morphologiques des particules : les particules sphériques lisses sans impureté ont un lobe de diffusion étroit et majoritairement dirigé vers l'avant ( $c$  faible et  $b$  fort) alors que les particules présentant une rugosité de surface ou des diffuseurs internes ont un lobe de diffusion large principalement dirigé vers l'arrière ( $c$  fort et  $b$  faible). Ces résultats ont été confirmés par [Hartman & Domingue, \(1998\)](#) sur des particules de plus petite taille et par [Souchon et al. \(2011\)](#) et [Johnson et al. \(2006a,b\)](#) sur des échantillons de sol naturels. [McGuire & Hapke, \(1995\)](#) ont aussi montré que les paramètres  $b$  et  $c$  de la fonction de phase HG2 étaient liés, résultat confirmé par [Johnson et al. \(2006a,b\)](#) sur des données martiennes. [Hapke, \(2012b\)](#) a proposé la relation empirique suivante (Figure 18) :

$$c = 3.29 \times \exp(-17.4b^2) - 0.908 \quad (2.59)$$

La détermination précise du paramètre  $c$  nécessite de pouvoir observer la surface sous une large gamme d'angles de phase (en particulier entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$ ) afin de pouvoir détecter la diffusion avant ( $c < 0$ ). Ceci est rarement réalisé en télédétection et il est préférable d'utiliser l'équation (2.59) afin de s'affranchir d'un paramètre dans le modèle de Hapke. La pertinence de

cette démarche dans l'inversion du modèle sur du régolithe lunaire a été exposée par [Sato et al. \(2014\)](#). Cependant la relation (2.59) n'a pas encore été reprise dans d'autres articles. Un des problèmes soulevés par [Hapke, \(2012b\)](#) est de savoir si la dispersion importante des points autour de la courbe est réelle ou bien constituée par du bruit. De plus, la relation étant exponentielle, un milieu avec une faible valeur de  $b$  nécessite d'avoir une très bonne précision sur sa mesure pour déterminer  $c$  avec une erreur correcte. Enfin, la relation empirique (2.59) a été calée sur des milieux granulaires de type régolithe et non sur des sols compacts. Afin de garder une applicabilité la plus large possible, nous avons choisi d'ignorer la relation définie par [Hapke, \(2012b\)](#) et d'utiliser une fonction de phase à deux paramètres. D'autres auteurs ([Cord et al., 2003](#) ; [Johnson et al., 2006b](#) ; [Souchon et al., 2011](#)) ont montré que cette fonction de phase donnait de bons résultats en inversion.

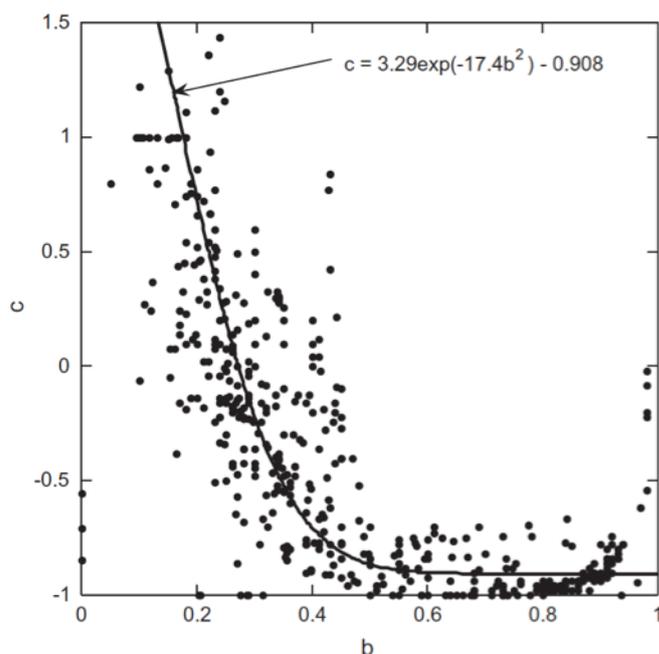


Figure 18 - Relation entre les paramètres  $b$  et  $c$  de la fonction de Henyey-Greenstein double. La courbe noire représente l'équation (2.59) et les points des mesures obtenus à partir d'échantillons en laboratoire (d'après [Hapke, 2012a](#)).

Porosité  $P$  : plusieurs auteurs ([Capaccioni et al., 1990](#) ; [Kaasalainen, 2003](#) ; [Shepard & Helfenstein, 2007](#)) ont montré que la luminosité d'un milieu granulaire dépendait de sa porosité, les milieux compacts paraissant plus brillants que les milieux poreux. [Hapke, \(2008\)](#) a ainsi introduit un coefficient de porosité  $K \geq 1$  qui intervient comme un facteur multiplicateur de la réflectance bidirectionnelle. Il est défini par

$$K = -\frac{\ln(1 - 1.209F^{2/3})}{1.209F^{2/3}} \quad (2.60)$$

avec  $P$  la porosité et  $F = 1 - P$  le facteur de remplissage du milieu (Figure 19). Lorsque ce dernier augmente, la lumière pénètre plus difficilement entre les particules. En conséquence, la réflectance est dominée par l'interaction de la lumière avec les particules proches de la surface ; la lumière peut s'échapper plus facilement, ce qui a pour effet d'augmenter sa valeur. Le milieu devient opaque (pas de transmission) lorsque  $F = 1.209^{-3/2} = 0.752$ . Ainsi, un milieu pour lequel  $F \geq 0.752$  sera considéré comme opaque et sa réflectance bidirectionnelle ne pourra pas être calculée par le modèle

de Hapke. En d'autres termes, le modèle n'est pas adapté, en théorie, à des milieux très denses comme les roches ou des poudres compactes. Quand  $F \rightarrow 0$ ,  $K \rightarrow 1$ , donc les modèles IMSA et AMSA sont des cas particuliers du modèle de Hapke lorsque le milieu est très dispersé.

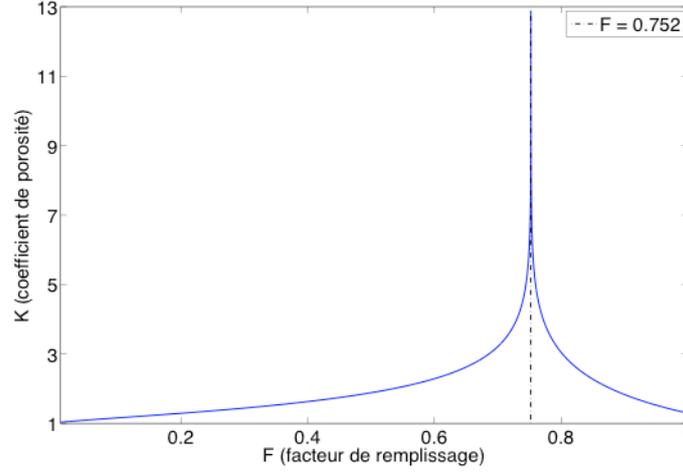


Figure 19 - Evolution du coefficient de porosité  $K$  en fonction du facteur de remplissage  $F$ . La ligne en pointillés représente le cas limite où  $F = 0.752$ .

La porosité intervient également dans le modèle à travers un paramètre caractérisant la largeur angulaire du pic d'opposition noté  $h_s$ . En théorie, la largeur angulaire du pic d'opposition associé au SHOE dépend à la fois de la porosité et de la distribution en taille des grains, de sorte que

$$h_s = -\frac{\langle a \rangle E \ln(1 - F)}{2F} \quad (2.61)$$

$\langle a \rangle$  est la taille moyenne des particules,  $E$  le coefficient d'extinction du milieu et  $F$  le facteur de remplissage. Dans le cas de particules sphériques très fines (milieu compact), dont le rayon  $a$  est grand devant la longueur d'onde, on a  $F = 1$  donc on a  $E = n\langle \sigma \rangle$  avec  $\langle \sigma \rangle = \pi a^2$ . Le nombre de particules par unité de volume vaut  $n = \frac{F}{V}$  avec  $V = \frac{4}{3}\pi a^3$  le volume d'une particule. On a ainsi

$$h_s = -\frac{n\langle \sigma \rangle \langle a \rangle \ln(1 - F)}{2F} \quad (2.62)$$

soit

$$h_s = -\frac{F}{\frac{4}{3}\pi a^3} \pi a^3 \frac{\ln(1 - F)}{2F} \quad (2.63)$$

et

$$h_s = -\frac{3}{8} \ln(1 - F) = \frac{3}{8} KF \quad (2.64)$$

avec  $K = -\ln(1 - F)/F$ . Hapke, (2008) a montré que la valeur de  $h$  donnée par l'expression (2.64) était partiellement correcte, notamment parce que la correction liée à la porosité n'est pas prise en compte. En introduisant l'expression de  $K$  donnée par (2.60), Helfenstein & Shepard, (2011) ont proposé une solution améliorée pour  $h_s$  :

$$h_s = -\frac{3 \ln(1 - 1.209F^{2/3})}{8 \cdot 1.209F^{2/3}} F = -0.3102 \times \ln(1 - 1.209F^{2/3}) F^{1/3} \quad (2.65)$$

Il apparaît dans l'équation (2.64) que  $h_s$  dépend directement de la porosité du milieu via le paramètre  $K$ . L'équation (2.65) montre que la largeur angulaire du pic d'opposition décroît avec l'augmentation de la porosité, et que  $h_s \rightarrow +\infty$  quand  $P \rightarrow 0$  ( $F \rightarrow 1$ ). Ceci signifie qu'un milieu compact ne devrait pas présenter d'effet d'opposition puisque les particules sont très proches les unes des autres et que la lumière ne peut pas pénétrer entre elles. Une forte porosité sera alors synonyme d'un pic d'opposition étroit. Ceci s'explique par le fait que dans un milieu granulaire, où les constituants sont grands par rapport à la longueur d'onde, les grains proches de la surface projettent une ombre sur ceux qui sont enfouis. Ces ombres visibles sous de grands angles de phase sont masquées quand l'angle de phase tend vers zéro. C'est ce qui engendre l'effet d'opposition. Lorsque la porosité augmente, l'ombrage mutuel entre les grains augmente pour des angles de phase proches de zéro, de sorte que le pic d'opposition ne s'étend plus qu'à des angles de phase très faibles. Afin de rendre le modèle plus intuitif, nous avons choisi d'utiliser la porosité comme paramètre, notée  $P$ , reliée directement aux paramètres  $h_s$  et  $K$ .

Amplitude de l'effet d'opposition  $B_0$  : lorsqu'il interagit avec le milieu, le rayonnement peut soit être diffusé à la surface des particules, soit pénétrer et être diffusé entre ces particules. Le coefficient  $B_0$  est défini comme le rapport entre la fraction de lumière diffusée à la surface d'une particule ( $S(0)$ ) sur la totalité de la lumière diffusée par cette particule, pour un angle de phase nulle ( $wp(0)$ )

$$B_0 = \frac{S(0)}{wp(0)} \quad (2.66)$$

$B_0$  est relié à l'opacité des particules (Shepard & Helfenstein, 2007). Lorsque  $B_0 = 0$ , les particules sont transparentes et la rétrodiffusion liée à l'effet d'opposition est nulle ; lorsque  $B_0 = 1$ , les particules sont opaques et le rayonnement est diffusé en surface. Le pic de rétrodiffusion est alors maximal ; enfin lorsque  $B_0$  est non nul et inférieur à 1, le rayonnement pénètre à l'intérieur des particules avant d'être diffusé.

Rugosité photométrique  $\overline{\theta_H}$  : une surface rugueuse peut être modélisée comme un réseau de facettes orientées de manière aléatoire, sur laquelle deux phénomènes d'ombrage apparaissent (Figure 20) :

- l'ombre de pente : certaines facettes ne contribuent pas à la luminosité de la surface car l'angle entre leur normale et la direction de l'éclairement incident est supérieur à  $90^\circ$  ;
- l'ombre projetée : certaines facettes ne contribuent pas à la luminosité de la surface car d'autres facettes peuvent les cacher et ainsi bloquer le rayonnement incident.

Lorsque des ombres sont dans le champ du détecteur, la réflectance mesurée est plus faible que si toute la scène est éclairée. Les facettes observées sont celles plutôt orientées vers le détecteur et celles qui reçoivent le plus d'intensité lumineuse sont celles plutôt orientées vers la source. Ainsi, les facettes qui contribuent le plus au signal mesuré par le détecteur sont celles à la fois visibles par le détecteur et éclairées par la source. Ces différences entre facettes entraînent une modification des angles zénithaux effectifs qui ne sont plus les angles définis par rapport au niveau moyen de la surface. Ceci est illustré par la Figure 21 pour un angle zénithal d'illumination de  $50^\circ$ . Seules les

facettes orientées vers la source sont éclairées et l'angle effectif correspond alors à l'angle zénithal par rapport à la normale de ces facettes. Pour une pente de  $60^\circ$ , l'angle zénithal d'incidence effectif est alors de  $10^\circ$  seulement. A l'inverse, l'angle zénithal de visée qui est plutôt faible par rapport à l'ensemble de la surface est finalement rasant pour les facettes à prendre en compte.

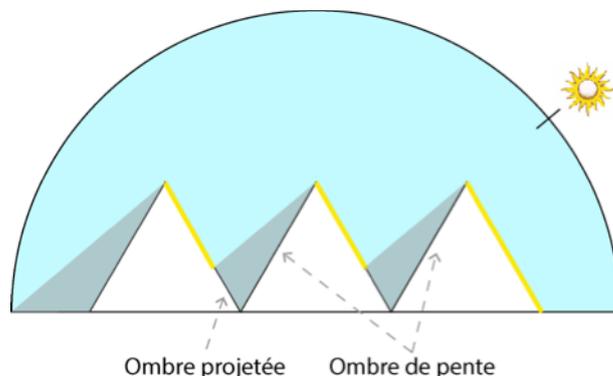


Figure 20 - Illustration des deux types d'ombres dans le cas des ombres d'illumination. Le soleil représente la direction de la source et donc celle des rayons lumineux. Les lignes jaunes sur la surface représentent les zones éclairées et les zones grisées, les ombres (d'après [Champion, 2013](#)).

Ainsi, la réflectance doit être corrigée du phénomène d'ombrage, mais aussi du fait que les facettes qui sont à la fois éclairées et visibles sont celles orientées préférentiellement vers la source ou le détecteur. Mathématiquement, ceci se traduit par une transformation des angles d'incidence  $i$  et de visée  $e$  en angles effectifs  $i_e$  et  $e_e$  prenant en compte un paramètre de rugosité.

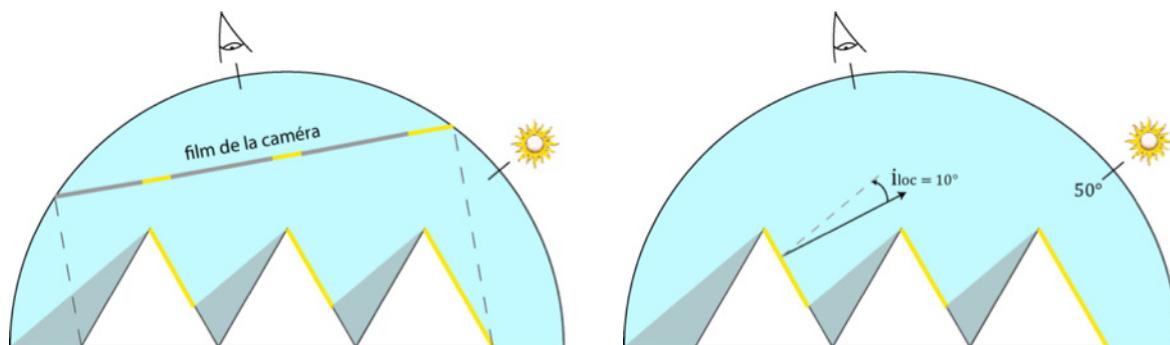


Figure 21 - Impact des ombres sur la mesure de luminance/reflectance par rapport à une surface lisse. On suppose que la caméra voit exactement les trois pics dans son champ de vision et qu'elle est orientée de sorte que l'ensemble des facettes soient visibles (d'après [Champion, 2013](#)).

Au premier ordre, ceci revient à évaluer l'ombre induite par la topographie à différentes échelles et comment elle est occultée par la topographie selon la ligne de visée. L'effet d'ombrage lié à la rugosité et à la direction de visée est illustré par la Figure 22 pour des observations de la surface martienne avec un angle d'incidence moyen et un angle d'incidence rasant.

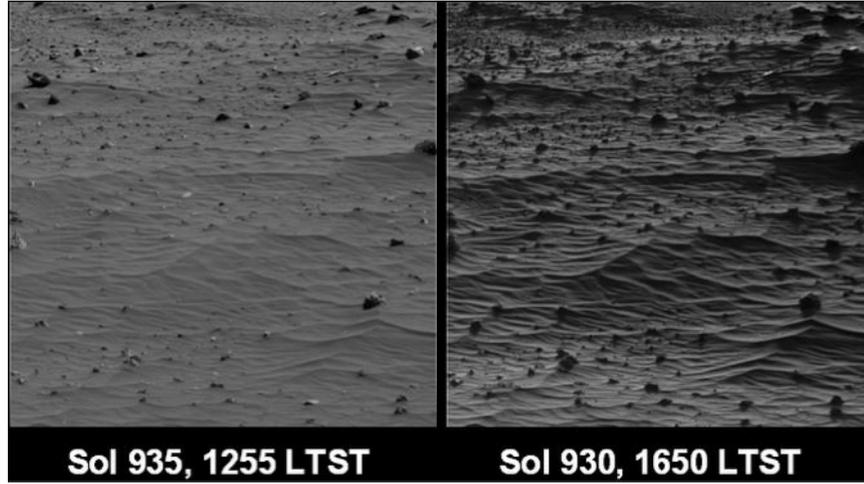


Figure 22 - Dunes de sable martiennes éclairées selon deux configurations différentes. A gauche, image MER Sol 935, 1255 LTST ( $i = 40^\circ, e = 70^\circ, g = 100^\circ$ ). A droite, image MER Sol 930, 1650 LTST ( $i = 80^\circ, e = 70^\circ, g = 150^\circ$ ) en incidence rasante (d'après [Souchon, 2012](#)).

Les hypothèses intrinsèques du modèle de Hapke choisies pour définir les termes  $\overline{\theta_H}$ ,  $i_e$ ,  $e_e$  et  $S(i, e, g, \overline{\theta_H})$  stipulent que :

- les lois de l'optique géométrique s'appliquent, c'est-à-dire que la taille des facettes ou des objets contrôlant la diffusion est grande devant la longueur d'onde du rayonnement incident.
- l'orientation des facettes est décrite par une distribution de pente bidimensionnelle  $a(\theta, \epsilon)$  où  $\theta$  est l'angle entre la normale à la facette et la verticale, appelé angle de pente, et  $\epsilon$  est l'angle azimutal de la normale à la facette ;
- la fonction de distribution des pentes des facettes, notée  $a(\theta)$ , est isotrope. Elle est supposée gaussienne et normalisée de sorte que  $\int_0^{\pi/2} a(\theta) d\theta = 1$ .
- la rugosité est caractérisée par l'angle de pente moyen des facettes, noté  $\overline{\theta_H}$ , et supposé être faible de sorte que le phénomène de diffusion multiple entre les facettes soit négligeable.

[Hapke, \(1984\)](#) propose de modéliser  $a(\theta)$  par une distribution gaussienne

$$a_G(\theta) = \frac{2}{\pi \tan^2 \overline{\theta_H}} \exp\left(-\frac{\tan^2 \theta}{\pi \tan^2 \overline{\theta_H}}\right) \sec^2 \theta \sin \theta \quad (2.67)$$

La rugosité photométrique est alors définie comme

$$\tan \overline{\theta_H} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} a_G(\theta) \tan \theta d\theta \quad (2.68)$$

Il a été démontré sur des terrains recouverts de régolithe ([Helfenstein & Shepard, 1999](#)) et fortement cratérisés ([Helfenstein, 1988](#)) que la distribution de pente ne suit pas forcément une loi gaussienne. Ainsi, la rugosité photométrique ne représente pas toujours l'angle de pente réel des surfaces. Ce dernier peut être déterminé de deux manières : (1) la rugosité moyenne notée  $\overline{\theta}$  est directement calculée à partir de mesures expérimentales sur la surface par intégration numérique de la distribution de pente selon

$$\tan \bar{\theta} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} a(\theta) \tan \theta d\theta \quad (2.69)$$

où  $a(\theta)$  est normalisée à 1. (2) On réalise un ajustement par la méthode des moindres carrés de l'équation (2.67) sur la distribution de pente normalisée et on calcule une rugosité moyenne notée  $\bar{\theta}_G$  à partir de l'équation (2.68). Notons que si la distribution de pente est parfaitement gaussienne, alors  $\bar{\theta} = \bar{\theta}_G = \bar{\theta}_H$ . Les rugosités  $\bar{\theta}$  et  $\bar{\theta}_G$  sont toutes deux des valeurs intégrées et en tant que tel, des descripteurs de la rugosité au premier ordre. Le Tableau 3 résume les différents paramètres de rugosités utilisés par la suite.

Paramètre	Nom	Signification
$\bar{\theta}_H$	Rugosité photométrique	Angle de pente moyen des facettes intégré sur toutes les échelles et incluant toutes les hypothèses du modèle de Hapke. Il ne peut pas être mesuré directement sur le terrain mais seulement estimé par inversion du modèle
$\bar{\theta}$	Rugosité moyenne	Angle de pente moyen des facettes calculé à partir de la distribution de pente réelle mesurée à une résolution spatiale donnée.
$\bar{\theta}_G$	Rugosité moyenne ajustée	Angle de pente moyen des facettes calculé par ajustement d'une distribution de pente gaussienne sur la distribution de pente réelle mesurée à une résolution spatiale donnée.
$\bar{\theta}_j$	Rugosité moyenne à l'échelle $j$	Angle de pente moyen des facettes calculé à partir de la distribution de pente réelle mesurée à une échelle spatiale $j$ donnée résultant d'un filtrage de la surface originale
$\bar{\theta}_F, \bar{\theta}_W, \bar{\theta}_R$	Rugosité moyenne multi-échelle	Angle de pente moyen des facettes calculé à partir de la distribution de pente réelle mesurée respectivement sur les gammes d'échelles <i>Form</i> , <i>Waviness</i> et <i>Roughness</i> (Figure 4) résultant d'un filtrage de la surface originale
$H$	Coefficient de Hurst	Taux de variation de la rugosité avec l'échelle spatiale
$\theta_{RMS}$	Pente RMS	Angle de pente à une échelle spatiale donnée estimée à partir du semi-variogramme d'un profil d'élévation (équation (2.38))

Tableau 3 - Résumé des différentes rugosités définies dans cette étude.

Mathématiquement, la rugosité photométrique fait référence à la rugosité intégrée sur toutes les échelles spatiales comprises entre la taille des particules et celle d'un pixel. Le problème de ce formalisme est que l'échelle spatiale décrite par  $\bar{\theta}_H$  n'est pas clairement définie. Des études expérimentales ont montré que l'échelle prédominante était de l'ordre du millimètre (Shepard & Campbell, 1998 ; Shepard & Helfenstein, 2007). Pour le régolithe lunaire, Helfenstein & Shepard, (1999) ont montré une très faible contribution du relief (échelles supérieures à 8 cm) par rapport aux

échelles submillimétriques. Le paramètre  $\overline{\theta}_H$  a donc tendance à caractériser l'ombrage dû aux facettes des grains. Ceci est confirmé par Cord et al. (2003) qui ont préparé des échantillons granulaires de sorte que l'échelle dominée par la forme et la disposition des particules puisse être investiguée. L'inversion du modèle de Hapke sur les échantillons extrêmement lisses d'un point de vue macroscopique aboutit toujours à une valeur de  $\overline{\theta}_H$  non nulle, correspondant à la rugosité des gammes sub-millimétriques à centimétriques.

En conclusion, la version du modèle de Hapke utilisée dans cette étude est donnée par

$$\begin{aligned}
 r(i, e, g, w, \overline{\theta}_H, B_0, P, b, c) &= K(P) \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_{0e}(i, e, \overline{\theta}_H)}{\mu_{0e}(i, e, \overline{\theta}_H) + \mu_e(i, e, \overline{\theta}_H)} [p(g, b, c) B_{SHOE}(g, B_0, P) \\
 &+ M(\mu_{0e}, \mu_e, P, w)] \times S(i, e, g, \overline{\theta}_H)
 \end{aligned} \tag{2.70}$$

### 2.2.3 Analyse de sensibilité du modèle de Hapke à ses paramètres d'entrée

L'analyse de sensibilité d'un modèle consiste à étudier de manière quantitative et qualitative l'influence de ses paramètres d'entrée sur la réponse qu'il fournit. On distingue trois grandes types de méthodes (Saltelli et al., 2000) :

- les méthodes de criblage (*screening design* en anglais) : le but est d'isoler les paramètres les plus influents du modèle par une série d'expériences numériques. Elles permettent en général de faire une analyse qualitative du modèle ;
- les méthodes locales : l'objectif est d'estimer l'impact local d'un paramètre sur le modèle, en faisant légèrement varier chaque paramètre autour d'une valeur donnée ;
- les méthodes globales : on détermine la part de variance de la réponse due à un paramètre en particulier ou à un groupe de paramètres. Si l'analyse de sensibilité locale s'intéresse plus à la valeur de la réponse du modèle, l'analyse de sensibilité globale s'intéresse à sa variabilité.

Nous nous concentrerons ici sur les deux dernières méthodes. L'analyse locale est réalisée grâce à une méthode séquentielle et l'analyse globale grâce à deux méthodes, les plans d'expérience numérique et l'analyse de Sobol. Toutes les simulations présentées dans cette section ont été réalisées avec une direction d'incidence définie par  $i = 30^\circ$  et  $\phi_i = 0^\circ$ .

#### Analyse de sensibilité locale : méthode OFAT (*One-Factor-At-a-Time*)

Afin de comprendre comment chacun des six paramètres d'entrée du modèle de Hapke (Tableau 2) affecte la BRDF du sol, on réalise une analyse de sensibilité séquentielle en leur attribuant une valeur moyenne et en faisant varier chacun d'entre eux séquentiellement dans leur gamme de variation.

*Plan principal* : l'analyse de sensibilité est d'abord réalisée dans le plan principal de diffusion, où les paramètres du modèle influencent le plus la BRDF (Schmidt & Fernando, 2015). On définit un milieu particulière caractérisé par le jeu de paramètres moyen [ $w = 0.5$  ;  $\overline{\theta}_H = 25^\circ$  ;  $B_0 = 0.5$  ;  $P = 0.6$  ;  $b = 0$  ;  $c = 0$ ]. La BRDF obtenue pour ce jeu moyen de paramètres est donnée en Figure 23. La

structure la plus caractéristique est le pic de réflectance centré sur  $e = 30^\circ$  ( $g = 0^\circ$ ) et qui s'étale sur plus ou moins  $15^\circ$  autour de cette direction. Ce pic correspondant à l'effet d'opposition est lié aux paramètres  $B_0$  et  $P$ . La pente de la courbe est contrôlée par le paramètre de rugosité. En effet, lorsqu'on considère une surface parfaitement plane, la BRDF est décrite par la loi de Lommel-Seeliger (définie par Chandrasekhar, 1960) en  $\mu_0/(\mu_0 + \mu)$  et a une forme parabolique. Lorsqu'on introduit la rugosité, la BRDF est décrite par les cosinus des angles effectifs  $\mu_{0e}/(\mu_{0e} + \mu_e)$  et la forme dépend alors de  $\overline{\theta}_H$ .

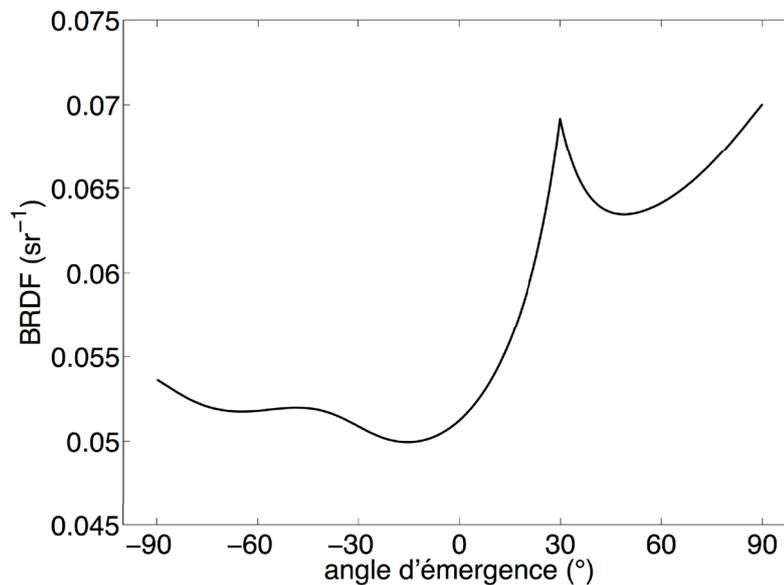


Figure 23 - Forme de la BRDF pour le jeu de paramètres moyen [ $w = 0.5$  ;  $\overline{\theta}_H = 25^\circ$  ;  $B_0 = 0.5$  ;  $P = 0.6$  ;  $b = 0$  ;  $c = 0$ ].

Chaque paramètre du modèle prend 11 valeurs dans son intervalle de variation respectif. Les valeurs minimales et maximales sont respectivement augmentées et diminuées de 5% des valeurs extrêmes que peut prendre le paramètre. En effet, celles-ci ne sont pas représentatives de la réalité physique et les utiliser reviendrait à surévaluer leur poids dans le modèle. Ceci est d'autant plus critique lorsqu'on réalise des analyses de sensibilité globales. L'effet des variations des différents paramètres sur la BRDF est présenté en Figure 24.

L'albédo de simple diffusion  $w$  et la porosité  $P$  agissent sur l'amplitude de la BRDF avec des effets opposés (Figure 24a,d).

Le paramètre de rugosité  $\overline{\theta}_H$  joue sur la forme de la BRDF, et ce, en dehors du pic de *hot spot* (Figure 24b). Pour  $\overline{\theta}_H = 45^\circ$ , on observe une pente constante, avec une symétrie autour de la direction d'opposition. Pour des valeurs plus faibles, la BRDF se rapproche de la loi de Lommel-Seeliger alors que pour des valeurs plus élevées, la symétrie est moins marquée. L'influence de  $\overline{\theta}_H$  est importante aux grands angles de phase car la fraction d'ombres s'accroît. Ceci est d'autant plus vrai dans la direction avant.

L'effet du paramètre de *hot spot*  $B_0$  est restreint aux faibles angles de phase et sa variation modifie principalement la hauteur du pic. Sa largeur est contrôlée par la porosité  $P$  : plus  $P$  est grand et plus le pic est étroit. A l'inverse, le pic s'élargit lorsque  $P$  diminue selon le comportement prédit par l'équation (2.65), puisqu'un milieu très compact laisse difficilement pénétrer la lumière

entre les particules, ce qui inhibe l'effet d'opposition lié à l'occultation des ombres entre les grains. Ce comportement lié à la porosité a été illustré par [Ciarniello et al. \(2014\)](#) avec des simulations de lancers de rayons de type Monte-Carlo.

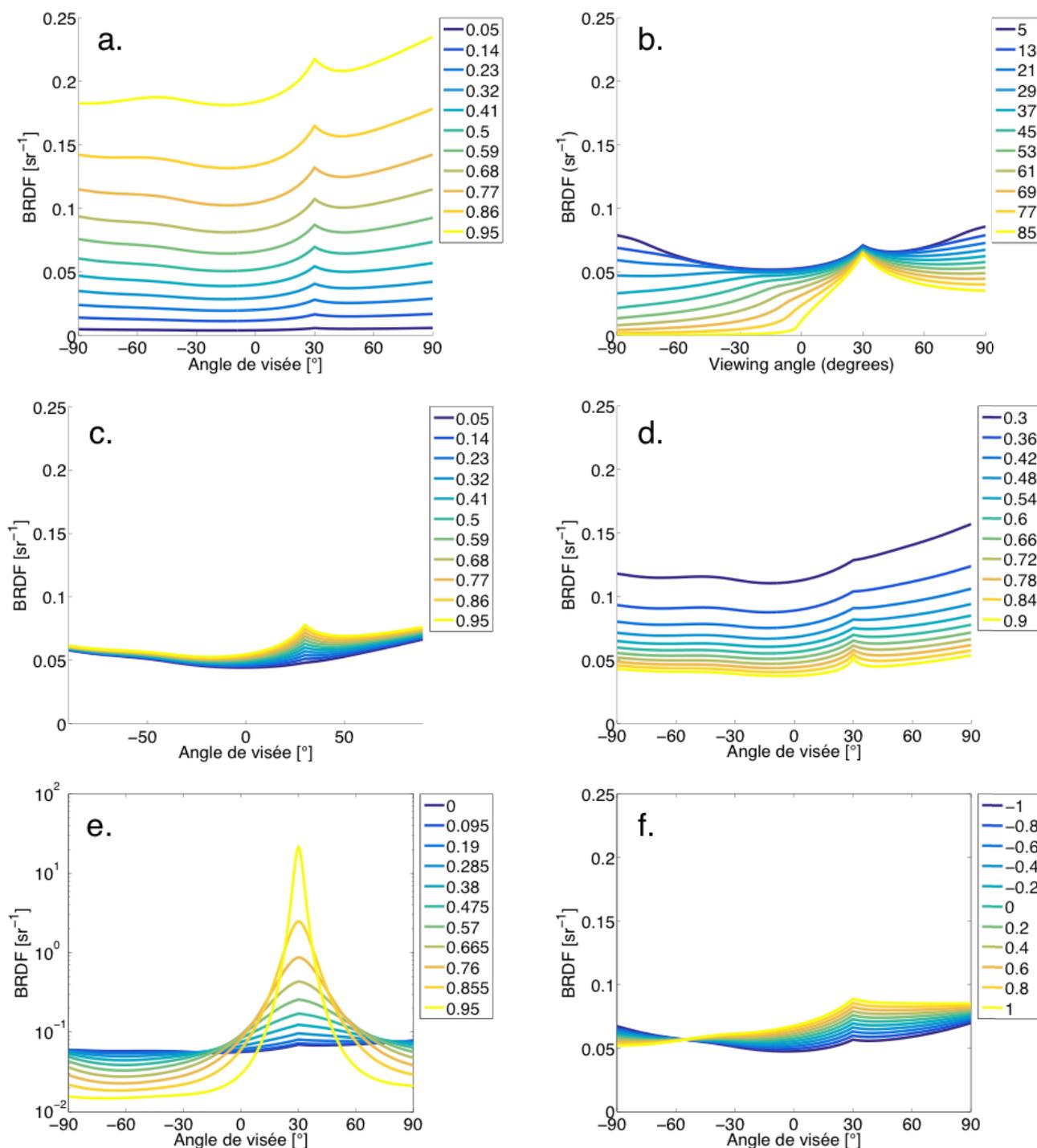


Figure 24 - Influence des paramètres d'entrée du modèle de Hapke sur la BRDF dans le plan principal de diffusion : (a) albédo de simple diffusion  $w$  ; (b) rugosité photométrique  $\overline{\theta_H}$  ; (c) amplitude du pic d'opposition  $B_0$  ; (d) porosité  $P$  ; (e) paramètre d'anisotropie de la fonction de phase  $b$  ; (f) coefficient de rétrodiffusion de la fonction de phase .

L'influence du paramètre d'anisotropie  $b$  est marquée dans la direction du *hot spot* ( $i = e$ ) où la rétrodiffusion induite par la fonction de phase est maximale. Plus  $b$  est grand, plus l'amplitude du pic de diffusion est grande. Ce phénomène est clairement illustré par la Figure 24e. Quand  $b$  est proche de zéro, son influence sur la BRDF est minime puisque la diffusion est quasi-isotrope. A l'inverse, quand  $b$  est proche de 1, la diffusion se fait principalement dans la direction du *hot spot*. Ainsi, l'influence de  $b$  n'est pas négligeable lorsque sa valeur est élevée, et ce pour des angles de phase proches de 0. Lorsque le coefficient de rétrodiffusion  $c$  est positif, le phénomène majoritaire est la rétrodiffusion. Cela signifie que la fonction de phase est maximale pour les petits angles de phase. Dès que  $c$  devient négatif, la diffusion se fait vers l'avant et la fonction de phase atteint son minimum pour des angles de phase élevés. Dans la Figure 24f, la valeur de  $b$  a été fixée à 0.1 pour que l'influence de  $c$  soit visible (elle est nulle si  $b = 0$ ). La forme de la BRDF dictée par la variation de  $c$  s'explique par le fait que pour des angles de phase  $> 90^\circ$  (ici des angles de visée  $< -60^\circ$ ), la fonction de phase passe sous la valeur de 1 pour des valeurs de  $c$  positives, et inversement pour des valeurs de  $c$  négatives. Comme la fonction de phase intervient comme facteur multiplicateur dans l'expression de la BRDF, cette dernière est minimale lorsque  $c < 0$  pour des angles de phase  $< 90^\circ$  et maximale lorsque  $c < 0$  pour des angles de phase  $> 90^\circ$ .

La Figure 24e montre que lorsque  $b$  tend vers 1, le pic d'opposition devient très large et très haut, de sorte que la BRDF prend des valeurs très élevées. Hapke, (2012b) interprète ce phénomène comme un artefact. Une particule isolée dont le diamètre moyen est grand devant la longueur d'onde engendre une forte diffusion vers l'avant, de sorte que  $c$  et  $b$  sont proches de 1 (la particule diffuse dans une direction particulière vers l'avant). Cependant, lorsqu'une telle particule est compactée avec d'autres particules similaires dans un régolithe, l'amplitude du pic de diffusion vers l'avant est réduite (Hapke, 1999) et la valeur de  $b$  diminue. McGuire & Hapke, (1995) ont par ailleurs expérimentalement montré que  $b < \sim 0.6$  pour la plupart des particules. La valeur maximale estimée par inversion de modèle sur des données réelles martiennes est d'environ 0.7 (Johnson et al., 2006b). La plupart des auteurs (Johnson et al., 2006a,b ; Ceamanos et al., 2013 ; Fernando et al., 2013 ; Sato et al., 2014) trouvent des valeurs inférieures à 0.5. Afin de rester le plus général possible et ne pas introduire de biais dû à un poids trop important donné au paramètre  $b$ , nous avons choisi de limiter sa gamme de variation à  $0 < b < 0.8$ .

Espace des azimuts : il est possible de réaliser l'étude de sensibilité OFAT dans l'espace des azimuts, en regardant les résultats pour deux valeurs extrêmes des paramètres (Figure 25). Les paramètres qui influent le plus la distribution azimutale de la BRDF sont logiquement le paramètre de rugosité  $\overline{\theta}_H$  et les deux paramètres de la fonction de phase  $b$  et  $c$ . Les autres paramètres n'affectent la distribution azimutale de la BRDF que pour des angles de visée supérieurs à l'angle d'incidence et dans une direction azimutale proche de  $\phi_i$ . Les paramètres  $w$  et  $P$  modulent l'intensité de la BRDF (voir Figure 26). La porosité a un effet plus marqué autour de la direction de rétrodiffusion puisqu'elle intervient dans le paramètre de largeur angulaire lié à l'effet d'opposition.  $w$  et  $\overline{\theta}_H$  sont donc les deux paramètres les plus influents du modèle de Hapke.

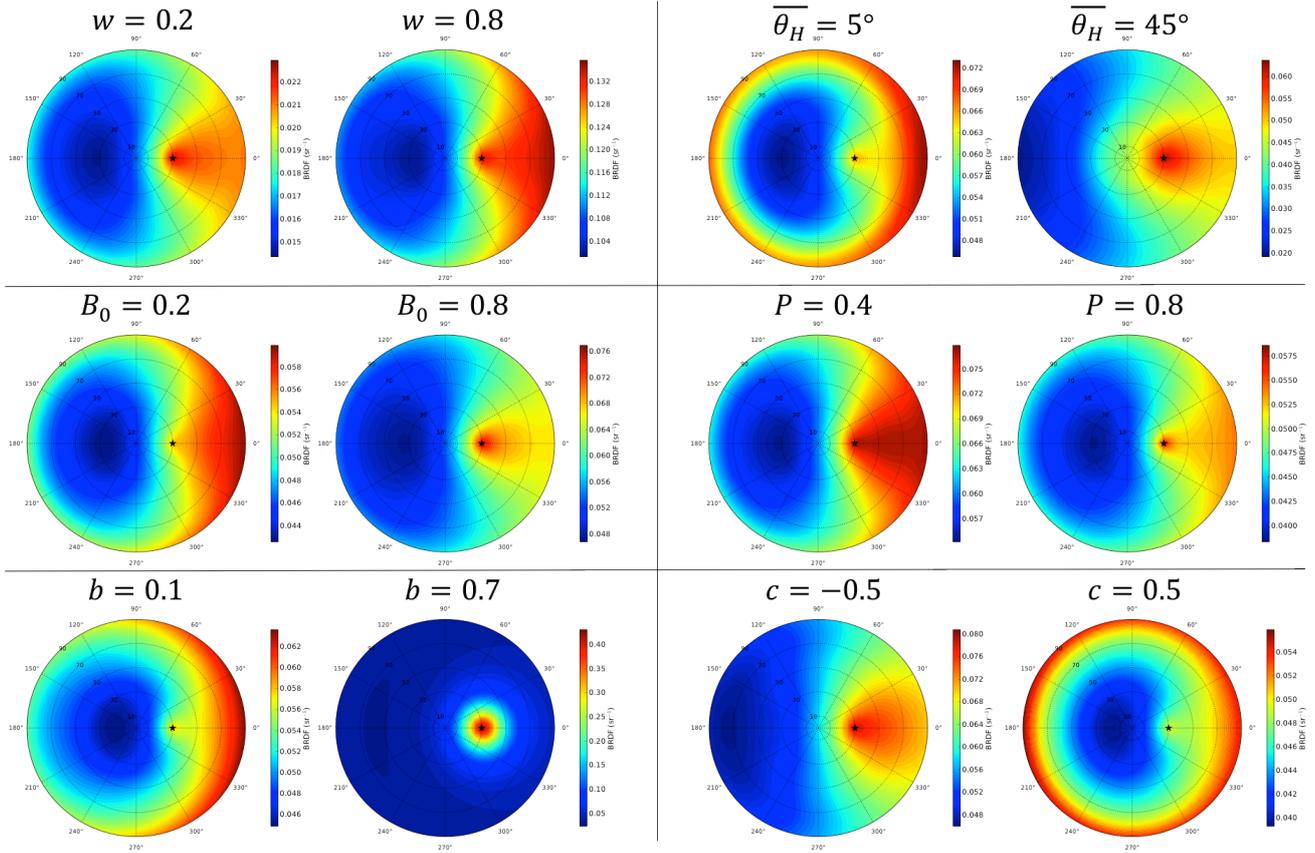


Figure 25 - Influence des paramètres du modèle de Hapke sur la BRDF à deux dimensions. Le jeu de paramètres initial est  $[w = 0.5 ; \overline{\theta}_H = 20^\circ ; B_0 = 0.5 ; P = 0.6 ; b = 0.2 ; c = 0]$ . La valeur qui varie par rapport à ce set de paramètres est donnée au dessus de chaque graphe.

### Analyse de sensibilité globale : méthode des plans d'expérience numérique

Les plans d'expériences numériques (ou DOE pour *Design Of Experiment*) évaluent l'effet des paramètres d'entrée d'un modèle sur les variables de sortie (Hamby, 1994 ; Benoist et al., 1994). Nous avons défini un plan factoriel complet qui considère toutes les combinaisons possibles des paramètres d'entrée, mais il est possible d'utiliser des plans factoriels fractionnaires dans le but de minimiser les temps de calcul. La contribution d'un paramètre sur la valeur finale de la BRDF est déterminée en calculant le rapport entre la variance de la BRDF calculée en ne faisant varier qu'un seul paramètre et la variance de la BRDF calculée pour toutes les combinaisons de paramètres. Plus intuitivement, on définit l'effet d'un paramètre pour une valeur donnée comme la différence entre la réponse moyenne pour cette valeur  $\overline{r_{v,i}}$  et la moyenne générale  $\overline{r}$ , de telle sorte que

$$E_{v,i} = \overline{r_{v,i}} - \overline{r} \quad (2.71)$$

La contribution correspond alors au rapport entre la somme de carrés des effets de la variable, notée  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E_{v,i})^2$ , et la variance de la BRDF :

$$C_v = \frac{N \sum_{i=1}^n (E_{v,i})^2}{n \sum_{j=1}^N (r_j - \overline{r})^2} \quad (2.72)$$

avec  $N$  le nombre de combinaisons de paramètres pour lesquelles le calcul est réalisé et  $n$  le niveau (nombre de valeurs prises par chaque paramètre).  $r_j$  correspond à la valeur de la BRDF pour la combinaison  $j$  de paramètres. Dans un modèle, il est possible que les paramètres d'entrée interagissent, de sorte que la contribution individuelle de chaque paramètre (définie par (2.72)) est sous-estimée. Il convient alors de quantifier ces interactions en calculant les contributions entre chaque paire de paramètres (contribution au second ordre). On écrit  $\overline{r_{A_i, B_j}}$  la moyenne des réponses lorsque le paramètre  $A$  est au niveau  $i$  et le paramètre  $B$  est au niveau  $j$ . L'interaction entre deux paramètres s'écrit

$$I_{A_i, B_j} = \overline{r_{A_i, B_j}} - \bar{r} - E_{A,i} - E_{B,j} \quad (2.73)$$

et la contribution de chacune des interactions est

$$C_I = \frac{N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (I_{A_i, B_j})^2}{n^2 \sum_{k=1}^N (r_k - \bar{r})^2} \quad (2.74)$$

Pour avoir une caractérisation complète du problème, il faudrait calculer les contributions des interactions d'ordre supérieur à deux ce qui nécessiterait des temps de calcul importants.

Plan principal : comme précédemment on se place dans le plan principal de diffusion. Les formes des contributions des six paramètres (Figure 26) sont en accord avec les résultats de l'analyse de sensibilité OAT (Figure 24).

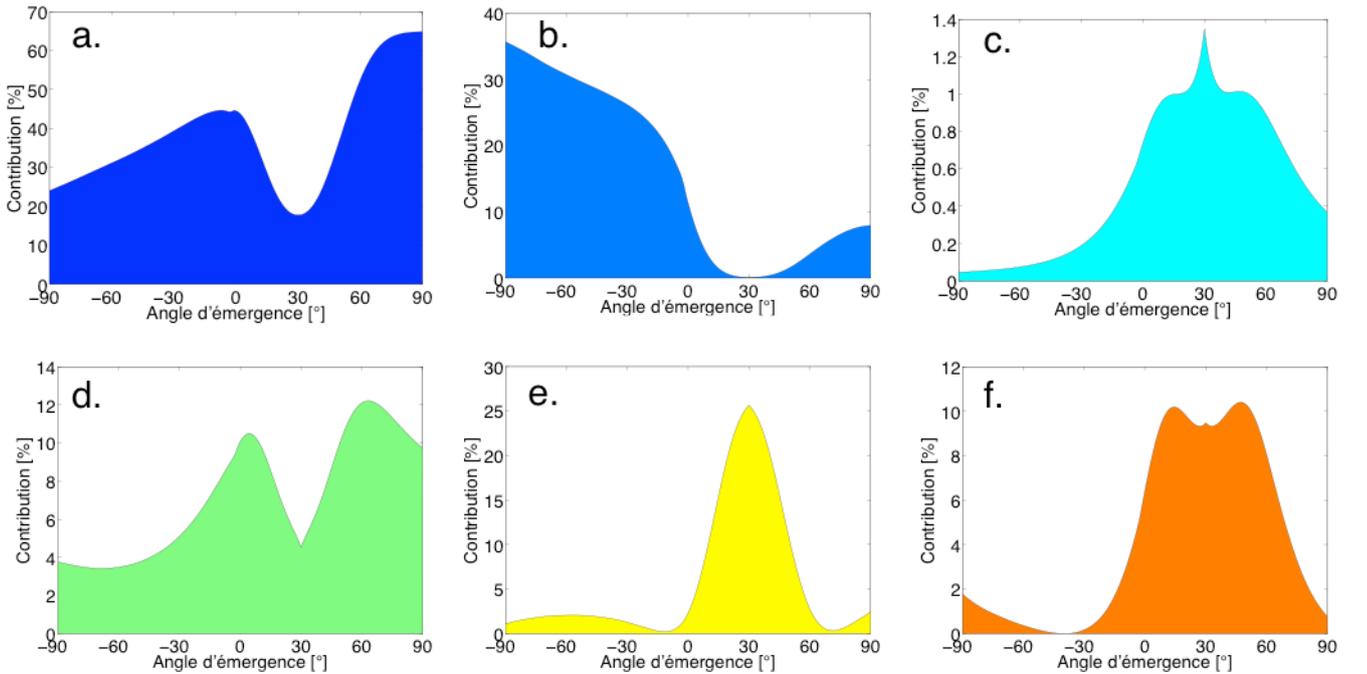


Figure 26 - Contribution des six paramètres du modèle de Hapke dans le plan principal de diffusion. (a) albédo de simple diffusion  $w$  ; (b) rugosité photométrique  $\overline{\theta_H}$  ; (c) amplitude du pic d'opposition  $B_0$  ; (d) porosité  $P$  ; (e) paramètre d'anisotropie  $b$  ; (f) coefficient de rétrodiffusion  $c$ .

La contribution de l'albédo de simple diffusion augmente avec l'angle de visée, avec un maximum proche de la direction de rétrodiffusion. Lorsque l'angle de visée dépasse l'angle d'incidence, elle diminue légèrement en raison d'une influence plus marquée de la rugosité. La contribution de cette dernière est minimale dans la direction de rétrodiffusion et augmente avec l'angle de phase jusqu'à être maximale pour des angles de phase rasants. En ce qui concerne l'effet d'opposition, la contribution de l'amplitude  $B_0$  est maximale dans la direction de rétrodiffusion puis elle diminue rapidement et est négligeable à  $\pm 15^\circ$  de la direction d'incidence. La contribution de la porosité  $P$  révèle un double pic centré sur le *hot spot*, la contribution dans cette direction particulière étant faible. Ceci s'explique par le lien avec le phénomène d'opposition : l'expression de la fonction d'opposition dépend de la tangente de l'angle de phase, ce qui occulte l'influence de la porosité lorsque celui-ci tend vers zéro. Les deux paramètres de la fonction de phase  $b$  et  $c$  ont une influence très limitée aux angles de visée supérieurs à  $\pm 30^\circ$ . En revanche, une forte domination du paramètre  $b$  est mise en avant dans cette gamme d'angles, où  $w$  n'est plus prédominant.

Afin de quantifier la contribution relative de chaque paramètre dans le modèle, on peut tracer la somme des contributions des paramètres d'entrée du modèle (Figure 27).

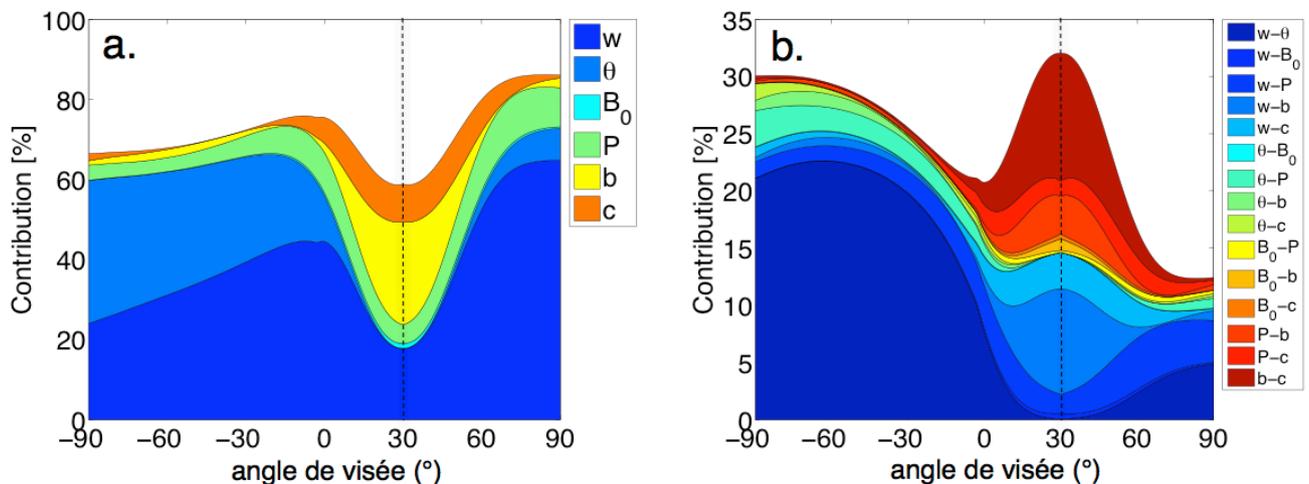


Figure 27 - Contribution des paramètres du modèle de Hapke dans le plan principal de diffusion. (a) contributions du premier ordre cumulées ; (b) contributions des interactions cumulées.

L'albédo de simple diffusion  $w$  est celui qui influence le plus la BRDF de la surface. La contribution de la rugosité photométrique  $\overline{\theta}_H$  augmente avec l'angle de phase pour devenir aussi importante, voire plus que celle de  $w$  aux angles rasants. Le calcul des contributions des interactions révèle une interaction particulièrement forte entre les deux paramètres qui ont des effets antagonistes : une forte valeur de  $w$  témoigne d'un grain brillant sur lequel peu d'ombres sont projetées, donc typique d'une surface de faible rugosité photométrique. En revanche, si  $\overline{\theta}_H$  est important, il y a beaucoup d'ombrage sur la surface, ce qui peut être assimilé à une diminution de  $w$ . Ainsi ces deux paramètres qui ne sont pas directement liés physiquement ont un effet similaire sur la BRDF de la surface, d'où leur forte interaction dans le modèle. Ce phénomène a été observé par [Shepard & Helfenstein, \(2007\)](#) sur des mesures de laboratoire. Par ailleurs, l'influence importante de  $b$  sur la BRDF induite par la modification de la distribution spatiale du rayonnement émergent se confirme puisque la contribution des interactions de  $b$  avec les autres paramètres est relativement importante. Notons que les interactions du second ordre ne suffisent pas à expliquer

toutes les contributions et que les interactions du troisième ordre ne sont pas négligeables (la somme des contributions individuelles et du second ordre n'atteint que 87% par endroits).

Espace des azimuts : il est possible de calculer la contribution de chacun des paramètres dans tout l'espace angulaire défini par l'azimut et le zénith (Figure 28).

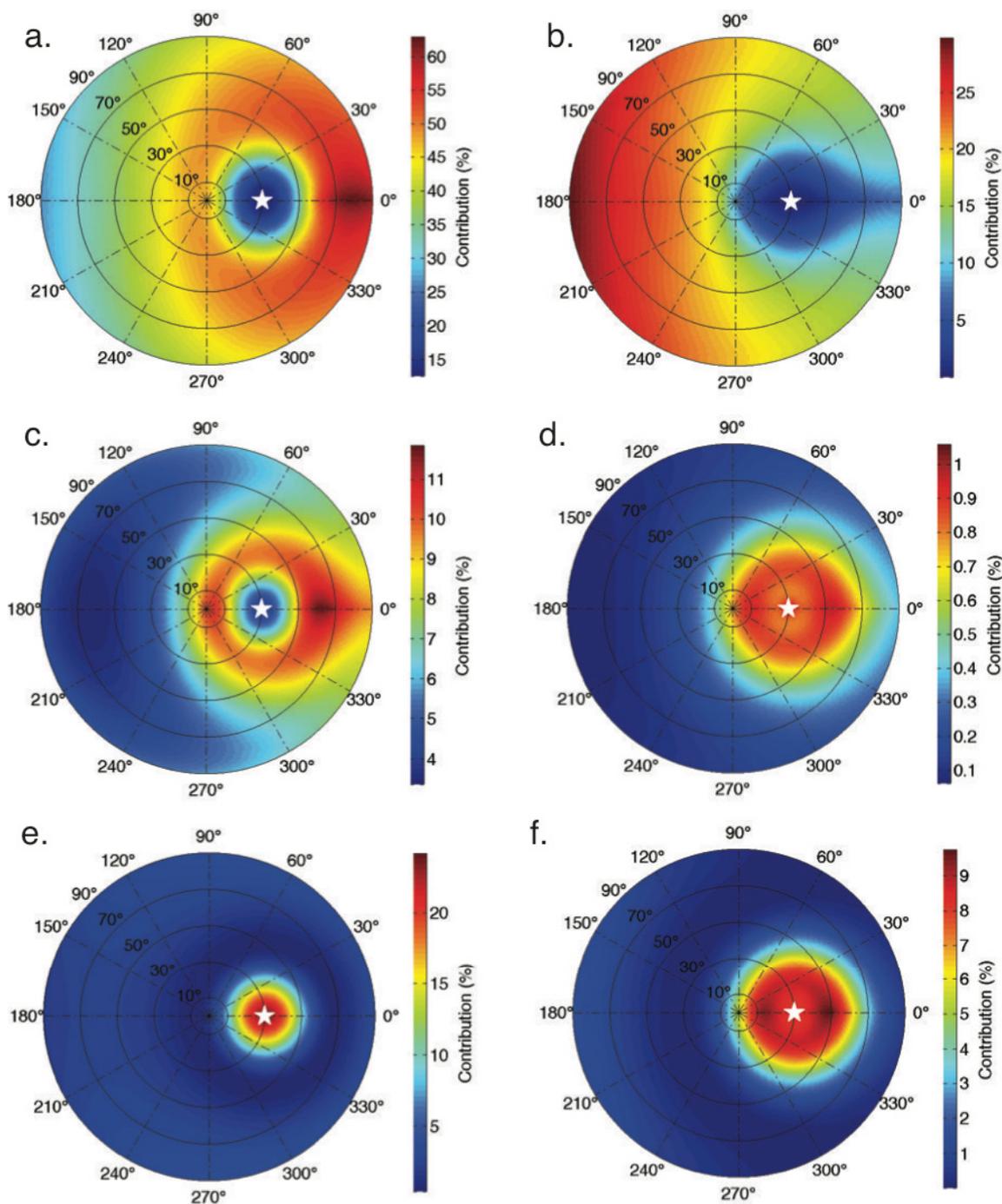


Figure 28 - Contribution des paramètres du modèle de Hapke dans l'espace des azimuts. Les segments représentent la direction azimutale et les cercles concentriques l'angle de visée. L'étoile blanche caractérise la direction d'incidence. (a) albédo de simple diffusion  $w$  ; (b) rugosité photométrique  $\overline{\theta_H}$  ; (c) porosité du milieu  $P$  ; (d) amplitude du pic d'opposition  $B_0$  ; (e) paramètre d'anisotropie  $b$  ; (f) paramètre de rétrodiffusion  $c$ .

Les contributions de  $w$ ,  $\overline{\theta_H}$  et  $P$  sont faibles dans la direction d'opposition car la contribution des interactions avec  $b$  est importante. La Figure 28b révèle que la contribution du paramètre de rugosité est maximale pour des angles de phase élevés. Il se confirme que la contribution des paramètres de la fonction de phase, tout comme celle de l'amplitude de l'effet d'opposition, restent limitées aux faibles angles de phase ( $\pm 30^\circ$ ). Par ailleurs, l'influence de la porosité  $P$  diminue fortement jusqu'à être quasi-nulle à proximité de la direction d'opposition, comme observé précédemment.

### Analyse de sensibilité globale : méthode de Sobol

L'analyse de sensibilité par l'algorithme de Sobol (Sobol, 1993 ; Sobol & Kucherenko, 2001) consiste à calculer le pourcentage de variance de la sortie d'un modèle dû à la variance de l'un des paramètres ou des interactions entre plusieurs paramètres. Considérons le modèle :

$$Y = f(X_1, \dots, X_k) \quad (2.75)$$

La fonction  $f$  se décompose en opérands de dimension croissante

$$f(X_1, \dots, X_k) = f_0 + \sum_{i=1}^k f_i(X_i) + \sum_{1 \leq i < j \leq k} f_{ij}(X_i, X_j) + \dots + f_{1\dots k}(X_1, \dots, X_k) \quad (2.76)$$

Supposons que  $f$  soit de carré intégrable. La variance totale de  $Y$  s'écrit

$$V(Y) = \int f^2(X) dX - f_0^2 \quad (2.77)$$

Les variances partielles associées à chaque paramètre se calculent à partir de chaque terme de l'équation (2.76)

$$V_{i\dots j} = \int f_{i\dots j}^2 dX_i \dots dX_j \quad (2.78)$$

La variance totale  $V$  s'exprime comme la somme des variances partielles  $V_i = V[E(Y|X_i)]$  de ses  $k$  paramètres et des interactions  $V_{1,\dots,k}$  d'ordre 1 à  $k$  entre chaque paramètre :

$$V = \sum_{i=1}^k V_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} V_{ij} + \dots + V_{1\dots k} \quad (2.79)$$

Les indices de sensibilité, également appelés indices de Sobol, s'expriment comme le rapport de la variance pour un paramètre sur la variance totale. Au premier ordre, ils s'écrivent

$$S_i = \frac{V_i}{V} \quad (2.80)$$

et mesurent l'effet principal de la variable  $X_i$  sur le modèle. Les indices du second ordre sont

$$S_{ij} = \frac{V_{ij}}{V} \quad (2.81)$$

et rendent compte de l'effet de l'interaction entre les variables  $X_i$  et  $X_j$  sur le modèle. Enfin, on peut calculer l'indice de Sobol total d'un paramètre comprenant l'effet principal de la variable  $X_i$  et toutes ses interactions avec les autres paramètres

$$T_i = S_i + \sum_{j \neq i} S_{ij} \quad (2.82)$$

Le calcul de  $T_i$  est donné par

$$T_i = 1 - \frac{V_{\sim i}}{V} \quad (2.83)$$

avec  $V_{\sim i}$  la variance résultant de la variation de tous les paramètres sauf  $X_i$ . Le calcul de  $T_i$  ne permet pas d'obtenir une caractérisation complète du problème, puisqu'il est trop long et inutile de calculer les  $2^k - 1$  indices. Cependant, le résultat est plus fiable qu'avec les indices de sensibilité du premier ordre puisqu'on peut estimer l'effet global d'une variable sur le modèle. Pour un paramètre donné :

- si l'indice de Sobol du premier ordre  $S_i$  est grand, le paramètre  $X_i$  à une forte influence sur la sortie du modèle
- si les indices  $S_i$  et  $T_i$  du paramètre  $X_i$  sont égaux, alors les interactions entre  $X_i$  et les autres paramètres n'influencent pas la sortie du modèle.

[Saltelli, \(2002\)](#) a proposé de calculer les indices de sobol en appliquant au modèle un certain nombre de jeux de paramètres générés par un algorithme de Monte-Carlo. On utilise deux matrices indépendantes  $M_1$  et  $M_2$  de taille  $n \times k$  avec  $k$  le nombre de paramètres du modèle et  $n$  la taille de l'échantillon. La variance totale du modèle s'écrit alors

$$V(Y) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{m=1}^{2n} f^2(X_m^M) - f_0^2 \quad (2.84)$$

où  $M$  est la matrice  $2n \times k$  obtenue en combinant  $M_1$  et  $M_2$ , et  $X_m^M$  un échantillon de cette matrice. [Homma & Saltelli, \(1996\)](#) proposent de calculer les indices du premier ordre selon

$$f_0^2 = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n f(X_m^{M_1}) f(X_m^{M_2}) \quad (2.85)$$

avec  $X_m^{M_1}$  et  $X_m^{M_2}$  le  $m^{i\text{ème}}$  échantillon respectivement de  $M_1$  et  $M_2$ . La variance partielle  $V_i$  associée au paramètre  $X_i$  s'obtient alors avec

$$V_i = \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^n f(X_{\sim i m}^{M_1}, X_{im}^{M_1}) f(X_{\sim i m}^{M_2}, X_{im}^{M_1}) - f_0^2 \quad (2.86)$$

où  $X_{\sim i m}^{M_1}$  et  $X_{\sim i m}^{M_2}$  représentent l'échantillonnage complet respectivement de  $M_1$  et  $M_2$  pour tous les paramètres sauf  $X_i$ .  $X_{im}^{M_1}$  correspond à la  $i^e$  colonne de la matrice  $M_1$ . Ainsi,  $(X_{\sim i m}^{M_1}, X_{im}^{M_1}) = M_1$  et  $(X_{\sim i m}^{M_2}, X_{im}^{M_1})$  représente  $M_2$  dont la  $i^e$  colonne est remplacée par celle de  $M_1$ . Les variances partielles correspondant aux indices du second ordre sont alors calculées comme

$$V_{ij} = \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^n f(X_{\sim i m}^{M_2}, X_{im}^{M_1}) f(X_{\sim j m}^{M_1}, X_{jm}^{M_2}) - f_0^2 - V_i - V_j \quad (2.87)$$

et l'indice total est calculé à partir de

$$V_{\sim i} = \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^n f(X_{\sim i m}^{M_2}, X_{im}^{M_2}) f(X_{\sim i m}^{M_1}, X_{im}^{M_1}) - f_0^2 \quad (2.88)$$

Les deux méthodes d'analyse globale investiguées ici se basent sur des calculs de variance. Par rapport aux plans d'expérience, la méthode de Sobol présente l'avantage d'estimer l'incertitude sur les contributions, de caractériser l'effet des interactions entre paramètres à des ordres supérieurs à deux et d'être significativement moins gourmande en temps de calcul. Ici, 8000 évaluations de la BRDF ont été réalisées pour chaque valeur de l'angle de visée  $e$ . L'influence des conditions d'illumination sur la contribution des paramètres a été estimée en réalisant l'analyse de Sobol en deux dimensions pour différents angles d'incidence (Figure 29).

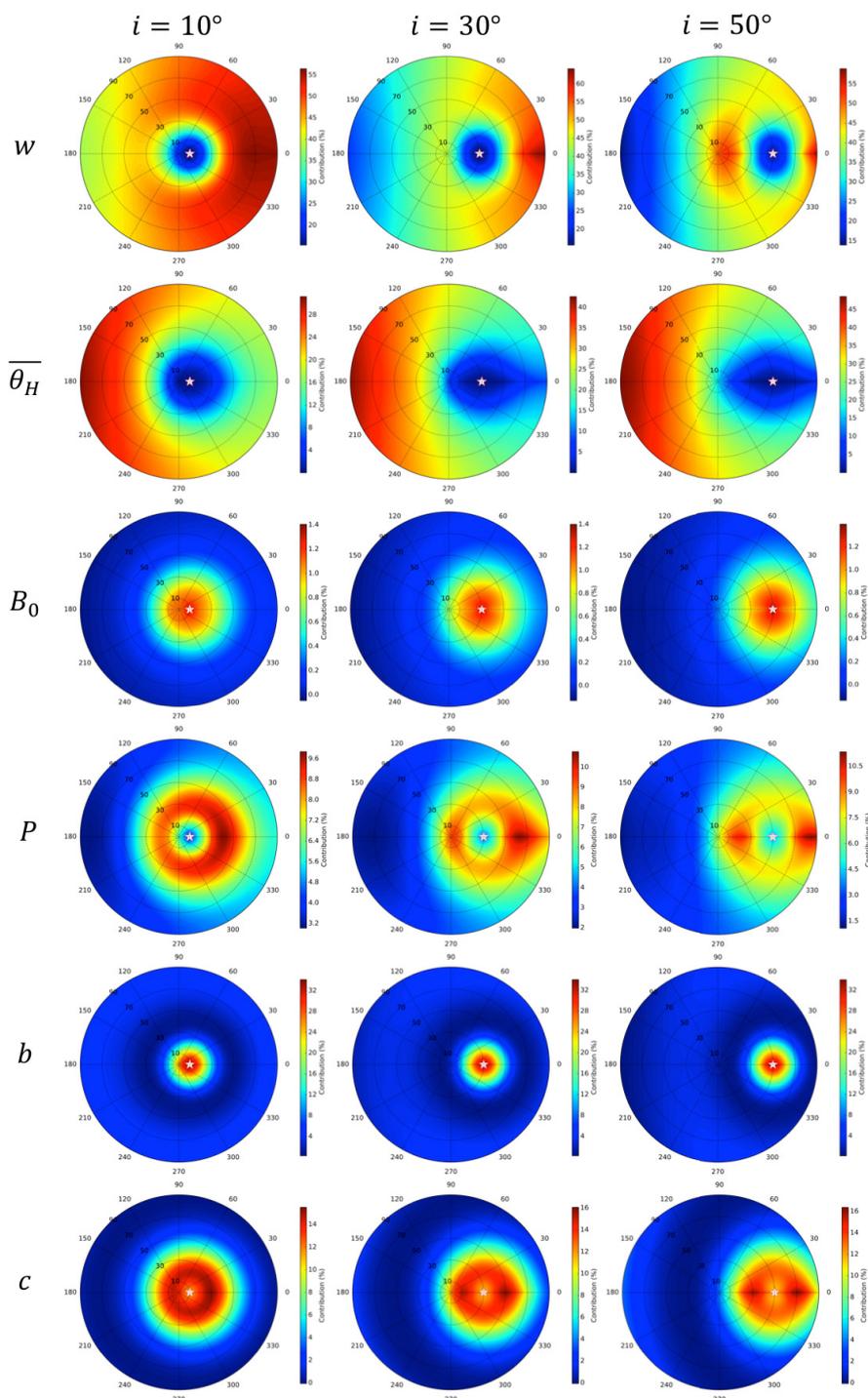


Figure 29 – Résultats de l'analyse de sobol à trois angles d'incidence :  $i = 10^\circ$ ,  $i = 30^\circ$  et  $i = 50^\circ$ .

On observe que les contributions des paramètres  $B_0$ ,  $P$ ,  $b$  et  $c$  restent identiques à la fois en termes de forme et d'amplitude. Seul un décalage intervient en direction de la source lumineuse. La contribution générale de  $\overline{\theta_H}$  augmente avec l'incidence, et la forme de l'anomalie dans la direction de rétrodiffusion a tendance à s'étirer.  $w$  a toujours la plus forte contribution, quelles que soient l'incidence et la direction de diffusion (avant ou arrière).

Une comparaison entre les deux méthodes globales dans le plan principal pour les trois paramètres les plus influents du modèle ( $w$ ,  $\overline{\theta_H}$  et  $b$ ) est donnée dans la Figure 30. En plus d'apporter une information supplémentaire sur l'erreur d'estimation de la contribution des paramètres (qui est ici assez faible), l'analyse de Sobol consolide les résultats observés par les plans d'expériences numériques. Elle permet notamment de confirmer la forte interaction entre  $b$  et les autres paramètres dans la direction d'opposition, son indice total y étant très important.

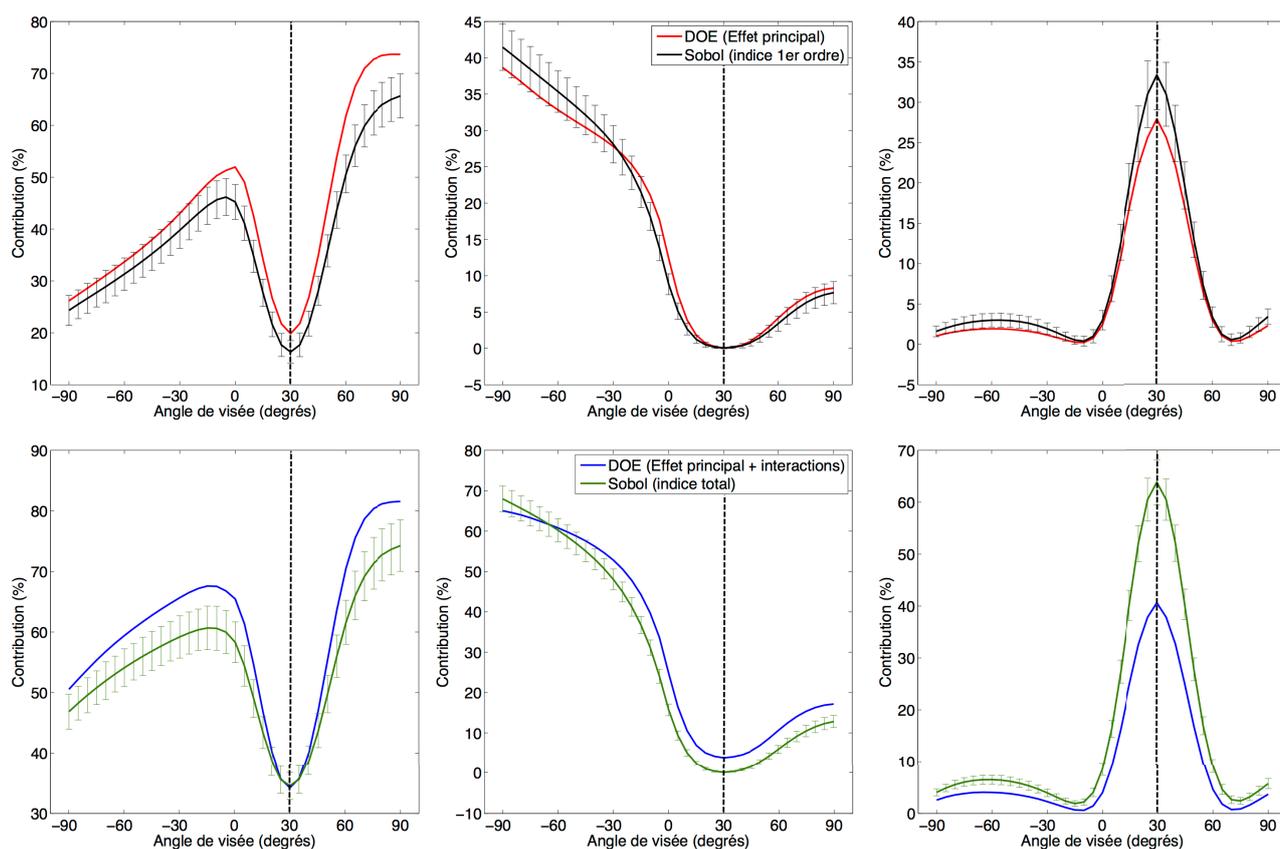


Figure 30 - Comparaison entre les résultats de l'analyse par plans d'expérience numérique (DOE) et de l'analyse de Sobol pour les paramètres  $w$  (gauche),  $\overline{\theta_H}$  (milieu) et  $b$  (droite) dans le plan principal.

Il paraît évident que le paramètre de rugosité qui introduit un ombrage important modifie sensiblement la valeur de la BRDF. Cette forte influence est confirmée par les méthodes de sensibilité globales (Figure 30) qui montrent qu'il existe une interaction forte entre les paramètres (effet cumulé de toutes les interactions sur le modèle de l'ordre de 30% au maximum). Malgré des interactions non négligeables entre paramètres, l'influence du paramètre de rugosité sur la BRDF est conséquente, en particulier aux forts angles de phase. Son estimation par inversion du modèle de Hapke semble donc pertinente dans cette configuration, mais l'albédo de simple diffusion doit être connu en raison de la forte corrélation entre ces deux paramètres. En résumé, l'analyse de

sensibilité globale a révélé que l'albédo de simple diffusion et que la rugosité photométrique étaient les deux paramètres les plus influents du modèle de Hapke pour une large gamme d'angles de phase. La contribution des autres paramètres est limitée à 10% ou à de faibles angles de phase, autour de la direction d'opposition ( $\pm 30^\circ$ ).

#### 2.2.4 Modèle de Hapke réduit

L'utilisation d'un modèle photométrique à six paramètres introduit de la complexité, notamment lors du processus d'inversion. Nous avons décidé de réduire le modèle de Hapke à une dépendance à ses deux paramètres les plus influents, à savoir  $w$  et  $\overline{\theta_H}$ . L'avantage de cette démarche est de pouvoir étudier l'influence de la rugosité photométrique seule sur la BRDF en se focalisant sur le traitement analytique de ce paramètre (voir section 5.3.1 pour plus de détails).

L'analyse de sensibilité séquentielle (Figure 24d) montre que la porosité  $P$  a une influence double sur la BRDF : elle contrôle l'amplitude et la largeur du pic d'opposition. Or, l'amplitude de la BRDF est dominée par  $w$ , bien plus influent que la porosité dans le modèle, et le pic d'opposition montre une plus forte dépendance au paramètre  $B_0$  (Figure 24c). De plus, l'influence de  $P$  est limitée à des valeurs inférieures à 10% sur toute la gamme d'angles de phase. Il peut donc être négligé.

Comme son nom l'indique, l'amplitude du pic d'opposition a une influence aux angles de phase très petits. Il sera donc ignoré dans la version simplifiée du modèle. Enfin, les paramètres de la fonction de phase  $b$  et  $c$  ont également une influence limitée aux faibles angles de phase et seront négligés en définissant une diffusion isotrope par la surface (surface lambertienne). Par conséquent, la brillance de la surface n'est plus décrite par l'albédo de simple diffusion  $w$  mais par la réflectance lambertienne  $R$ . La réflectance bidirectionnelle  $r_r(i, e, g)$  d'une surface rugueuse est le produit de la réflectance d'une surface lisse  $r(i_e, e_e, g)$  et d'une fonction d'ombrage  $S(i, e, g)$ . D'après (2.45),

$$r(i_e, e_e, g) = r_R(i_e, e_e, g) \cos i_e \quad (2.89)$$

avec  $r_R(i_e, e_e, g)$  la BRDF de la surface. L'hypothèse d'une surface lambertienne donne

$$r_R(i_e, e_e, g) = \frac{R}{\pi} \quad (2.90)$$

puis

$$r_r(i, e, g) = \frac{R}{\pi} \cos i_e S(i, e, g, \overline{\theta_H}) \quad (2.91)$$

#### 2.2.5 Simulation de données optiques : algorithme de lancer de rayons

Outre la modélisation physique, la BRDF des surfaces peut être calculée à partir de simulations numériques basées sur la physique de l'interaction du rayonnement avec un milieu. L'intérêt d'utiliser des algorithmes de lancer de rayons sur des maquettes informatiques est évident : les scènes peuvent être créées et modifiées à l'infini, ce qui permet de réaliser des environnements plus ou moins complexes selon les applications ; les informations fournies et les paramètres décrivant la scène (caméra, source de lumière, objets et environnement) étant explicitement contrôlés, les algorithmes de lancer de rayons sont considérés comme de véritables laboratoires virtuels. Ils fournissent des informations précieuses sur le transfert radiatif, comme la quantité d'énergie quittant la scène dans une certaine direction ou la température des objets qui s'y trouvent. Si le lancer de rayons est utilisé avec succès sur la végétation depuis plusieurs années

(e.g., Govaerts & Verstraete, 1998 ; Disney et al., 2000), il n'a été que très peu utilisé sur des sols nus malgré son potentiel (Stankevich & Shkuratov, 2004 ; Kimmel & Baranoski, 2007 ; Ciarniello et al., 2014). Cette section décrit le processus de simulation de la luminance directionnelle d'un sol rugueux. Notre choix s'est porté sur le logiciel LuxRender qui émane du projet PBRT (*physically-based ray tracer*, Pharr & Humphreys, 2010) et qui repose sur un algorithme de lancer de rayons inverse de type Monte-Carlo. Il présente l'avantage d'être un moteur de rendu scientifique non biaisé, c'est-à-dire ne contenant aucun artifice de calcul pour imiter le monde réel mais utilisant des modèles mathématiques pour décrire la physique des phénomènes. Les simulations sont donc relativement gourmandes en temps de calcul mais les résultats sont physiquement exploitables.

### Fonctionnement de l'algorithme

Les algorithmes de lancer de rayons sont en règle générale développés selon différentes approches : les rayons peuvent être lancés depuis une source lumineuse (*forward ray tracing*) ou issus de la caméra (*backward ray tracing*). Dans les deux cas, le trajet d'un photon est suivi à mesure qu'il se propage dans la scène étudiée, et l'intensité est calculée à chaque étape selon qu'il est réfléchi, transmis ou absorbé. La méthode du *backward ray tracing* est la plus utilisée : chaque rayon provenant de la caméra fournit une information sur la quantité d'énergie qu'elle reçoit de la scène tandis que dans le cas inverse, la plupart des rayons lancés depuis la source n'atteignent jamais la caméra. Différents objets et paramètres doivent être définis :

- **la caméra**, constituant le point de départ du rayon. S'il est lancé aléatoirement, sa position d'origine et sa direction de propagation sont contraintes par les propriétés de la caméra utilisée. Trois grandes familles de caméras sont implémentées dans LuxRender : les caméras à perspective qui se rapprochent des caméras réelles, les caméras orthographiques (sans perspective) et les caméras « environnement » qui permettent de simuler une image panoramique à 360°. Afin de conserver les propriétés directionnelles du modèle de Hapke, nous avons utilisé une caméra orthographique permettant de générer des rayons dont l'origine est un point aléatoire du film et dont la direction est, par définition, celle de la direction de visée. De plus, ce type de caméra dont le champ de vision ne diverge pas est uniquement défini par la position de son centre  $(x, y, z)$ , par son orientation  $(\vec{t}, \vec{u}, \vec{v})$  et par la taille du film  $(dt, du)$ , ce qui facilite le calcul de sa projection au sol (Figure 31).

Notons que  $(\vec{t}, \vec{u}, \vec{v})$  est un repère local orthonormé ou  $\vec{u}$  est le vecteur du plan de la caméra dont la composante verticale est dirigée vers le haut. Il est important de connaître l'aire de projection car la même zone doit être observée, quelle que soit la direction de visée. Dans le plan de visée contenant les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  (Figure 32), il apparaît que le facteur entre la longueur de la dimension de la caméra, colinéaire au vecteur  $\vec{u}$ , et la longueur correspondante projetée au sol dépend du cosinus de l'angle zénithal de visée. Ainsi, si la dimension de la caméra est constante, la longueur projetée au sol  $L_p$  sera variable et la zone observée dépendra de l'angle  $e$ . Pour éviter cela, la longueur projetée a été fixée et la dimension de la caméra varie de sorte que  $L = L_p \cos(e)$ .

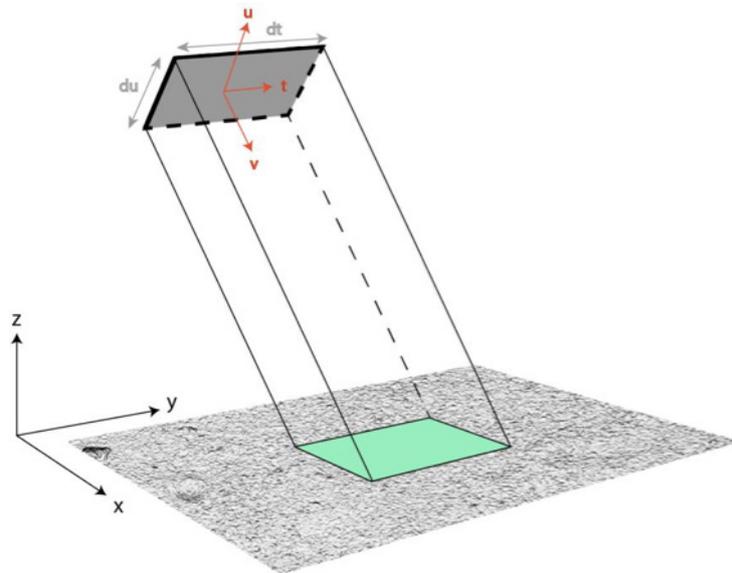


Figure 31 - Schéma présentant le positionnement de la caméra orthographique  $(x, y, z)$ , son orientation  $(\vec{t}, \vec{u}, \vec{v})$  et sa projection sur le sol représentant la zone visible (d'après [Champion, 2013](#)).

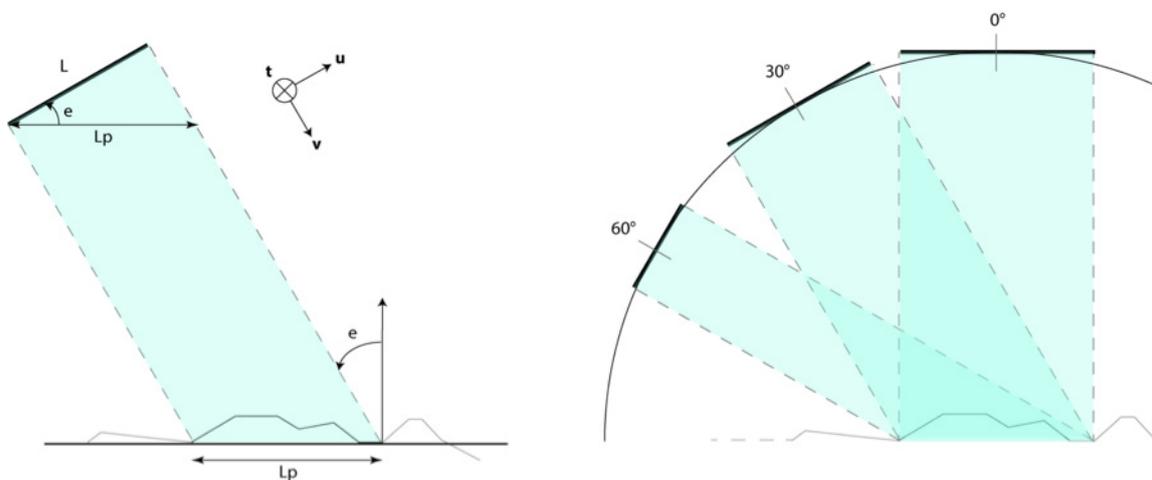


Figure 32 - A gauche, illustration du lien entre la dimension  $L$  du film de la caméra, et la longueur projetée au sol  $L_p$ . A droite, illustration de la diminution de  $L$  au fur et à mesure que l'angle zénithal de visée augmente, pour une projection au sol  $L_p$  constante (d'après [Champion, 2013](#)).

- **le milieu de propagation des rayons** : afin de se rapprocher au maximum des hypothèses de Hapke, on supposera ici qu'il n'y a pas d'atmosphère et que les rayons se propagent dans le vide, de telle sorte qu'il n'y a ni gain ni perte d'énergie lors de la propagation entre la source lumineuse, le sol et la caméra. LuxRender offre la possibilité de simuler un tel milieu si cela s'avère nécessaire.
- **le point d'intersection rayon/surface** : le rayon étant issu de la caméra, la position de son intersection avec la surface n'est pas connue. Il est nécessaire de regarder si une intersection est possible entre le rayon et chaque facette décrivant la surface. Le véritable point d'intersection est alors celui qui se trouve en premier sur le trajet du rayon.

- **la source lumineuse** : elle est simulée comme une source ponctuelle située à une distance infinie de la surface, de sorte que la scène soit illuminée depuis une seule direction. La source est calibrée et elle fournit un éclairage constant fixé à  $\Phi = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ . Un paramètre important de la simulation est la visibilité de la source lumineuse. Notons  $p$  le point d'intersection entre un rayon et la surface. Pour vérifier si  $p$  est éclairé, un rayon d'ombrage est lancé à partir du point dans la direction de la source notée  $\omega_i$  afin de voir s'il y a des obstacles entre les deux. Si le trajet est libre, on peut calculer l'éclairage local noté  $E(p, \omega_i)$ , défini comme la densité de flux reçu sur la facette sur laquelle se trouve le point  $p$ , dépendant uniquement de la densité de flux énergétique  $\Phi$  et de l'angle d'incidence local  $\theta_i$ , selon

$$E(p, \omega_i) = \Phi \cos(\theta_i) \quad (2.92)$$

$\theta_i$  est défini comme l'angle entre la normale à la facette et la direction de la source  $\omega_i$ .

- **les propriétés de diffusion de la surface** : par définition, la BRDF d'une facette est le rapport entre la luminance émise et l'éclairage incident au point  $p$  sur cette facette. Notons  $\omega_0$  la direction entre le point  $p$  et la caméra,  $r(p, \omega_0, \omega_i)$  la BRDF au point  $p$  et  $L_0(p, \omega_0)$  la luminance reçue par la caméra. On a

$$L_0(p, \omega_0) = r(p, \omega_0, \omega_i)E(p, \omega_i) = r(p, \omega_0, \omega_i)\Phi \cos(\theta_i) \quad (2.93)$$

Les paramètres  $\Phi$  et  $\theta_i$  étant connus, il faut connaître la BRDF locale d'une facette. La diffusion de la lumière par une surface dépend du matériau qui la compose, information fournie à LuxRender. Ici, nous avons considéré des facettes lambertiennes de réflectance  $R$ , dont la BRDF est constante et vaut  $R/\pi$ . On a alors

$$L_0(p, \omega_0) = \frac{R}{\pi} \Phi \cos(\theta_i) \quad (2.94)$$

La simulation consiste à propager un rayon lumineux depuis la caméra vers la surface, où il peut être absorbé ou diffusé. Si la surface est visible à la fois par la source lumineuse et par la caméra, alors la BRDF correspondant à la diffusion simple est calculée en ce point. La BRDF correspondant à la diffusion multiple peut être calculée grâce à la nature récursive du lancer de rayons (Whitted, 1980) en utilisant la méthode du *path-tracing* (Kajiya, 1986).

Le calcul de la luminance décrit par l'équation (2.94) est associé à la diffusion simple uniquement, car il ne prend en compte que le rayon qui s'est propagé entre la source et la caméra. En réalité, la quantité de lumière qui atteint la caméra depuis un point  $p$  de la surface est la somme de la lumière émise par ce point et de la lumière réfléchiée ou diffusée autour de ce point. Cette idée se formalise à travers l'équation de rendu stipulant que la luminance  $L_0(p, \omega_0)$  quittant le point  $p$  dans la direction  $\omega_0$  est la luminance émise  $L_e(p, \omega_0)$  en ce point et dans cette direction à laquelle s'additionne la luminance incidente depuis toutes les directions sur la sphère  $S^2$  centrée en  $p$  et normalisée par la BSDF (*Bidirectional Scattering Distribution Function*, notée  $f$ ), fonction similaire à la BRDF décrivant la diffusion par phénomène de réflexion ou de transmission. Elle s'exprime :

$$L_0(p, \omega_0) = L_e(p, \omega_0) + \int_{S^2} f(p, \omega_0, \omega_j) L_j(p, \omega_j) |\cos(\theta_j)| d\omega_j \quad (2.95)$$

Comme les facettes n'émettent pas de rayonnement dans le domaine solaire,  $L_e(p, \omega_0) = 0$ . De plus, elles sont considérées comme opaques et ne transmettent pas le rayonnement incident. La BSDF est alors égale à la BRDF et l'équation de rendu (2.95) devient

$$L_0(p, \omega_0) = \frac{R}{\pi} \int_{S^2} L_j(p, \omega_j) \cos(\theta_j) d\omega_j \quad (2.96)$$

Il est à noter que dans la direction de la source, on a  $L_j(p, \omega_j) d\omega_j = \Phi$  et on retrouve bien l'équation (2.94). Avec l'équation (2.96), la luminance provenant d'une direction quelconque, notée  $L_j(p, \omega_j)$ , s'exprime également à partir d'une équation de rendu et donc de l'intégrale des directions sur toute la sphère. [Kajiya, \(1986\)](#) a proposé le premier algorithme de type Monte-Carlo de transport de photons (*path tracing*) consistant à suivre la trajectoire des rayons lumineux de la caméra jusqu'à la source. On considère toujours le point  $p$ , témoin de l'intersection entre le rayon partant de la caméra et la surface. Ce point est supposé visible par la source, et sa luminance de diffusion simple s'écrit  $L_0(p, \omega_0) = \frac{R}{\pi} \Phi \cos(\theta_i)$ . La récursivité du lancer de rayon consiste à continuer la trajectoire du rayon afin de mesurer la luminance provenant de la diffusion multiple. Une direction  $\omega_1$  est choisie aléatoirement pour faire repartir le rayon depuis  $p$ . L'algorithme recalcule alors l'intersection du rayon avec la surface, la visibilité de la source et l'éclairement incident. Notons  $p_1$  le point d'intersection entre le rayon émanant du point  $p$  avec un angle  $\theta_1$  et une autre facette de la surface. La luminance  $L_1(p_1, \omega_1)$  quittant le point  $p_1$  pour se diriger vers le point  $p$  s'exprime  $L_1(p_1, \omega_1) = \frac{R}{\pi} \Phi \cos(\theta_i(p_1))$ . Ici, l'angle d'incidence lumineuse sur la facette est différent de celui de l'équation (2.94) car il dépend de la direction de la normale de la facette. On le note  $\theta_i(p_1)$ .

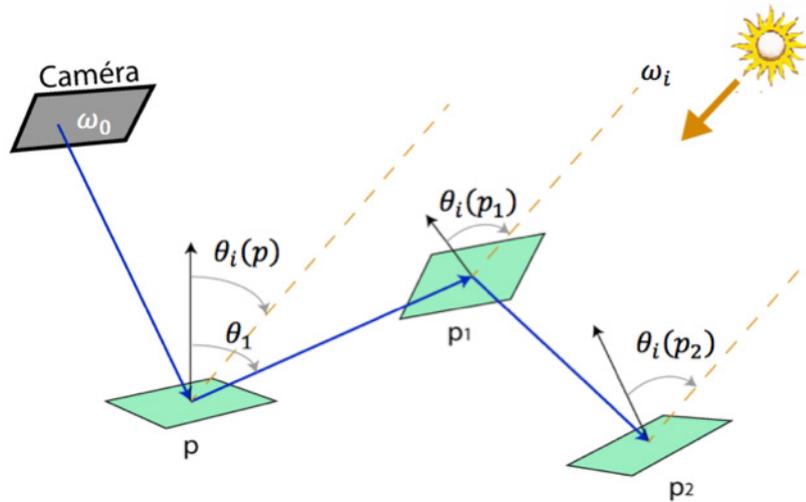


Figure 33 – Illustration du trajet d'un rayon (en bleu) et échantillonnage de la luminance à chaque interception avec une facette. Les lignes en pointillés jaunes représentent la direction d'incidence lumineuse et les vecteurs noirs les normales aux facettes (d'après [Champion, 2013](#)).

Finalement, la luminance totale provenant du point  $p$  à la caméra est la somme de la luminance de diffusion simple et de la luminance provenant du point  $p_1$ , pondérée par la BRDF de la facette contenant le point  $p$  et par le cosinus de l'angle d'incidence du rayon entre  $p_1$  et  $p$  (noté  $\theta_1$ ). On a

$$L_0(p, \omega_0) = \frac{R}{\pi} \Phi \cos(\theta_i(p)) + \frac{R}{\pi} L_1(p_1, \omega_1) \cos(\theta_1) \quad (2.97)$$

$$L_0(p, \omega_0) = \frac{R}{\pi} \Phi \cos(\theta_i(p)) + \frac{R}{\pi} \Phi \cos(\theta_i(p_1)) \frac{R}{\pi} \cos(\theta_1) \quad (2.98)$$

Le terme  $\frac{R}{\pi} \cos(\theta_1)$  décrit le passage de la luminance arrivant depuis le point  $p_1$  sur le point  $p$  avec un angle d'incidence  $\theta_1$ , à la luminance se dirigeant vers la caméra. On l'appelle facteur de rebond. Si on applique ce raisonnement à  $N$  diffusions multiples, il vient

$$L_0(p, \omega_0) = \frac{R}{\pi} \Phi \cos(\theta_i(p)) + \sum_{j=1}^N \frac{R}{\pi} \Phi \cos(\theta_i(p_j)) \left[ \left( \frac{R}{\pi} \right)^j \prod_{k=1}^j \cos(\theta_k) \right] \quad (2.99)$$

Le premier terme du membre de droite représente la diffusion simple et le deuxième la somme des termes de diffusion multiple. Le terme de diffusion multiple de degré  $j$  n'est rien d'autre que la diffusion simple, au point d'intersection  $p_j$  correspondant, pondérée par les facteurs de rebonds permettant de calculer la luminance atteignant la caméra. Pour chaque rayon lancé depuis la caméra, la récursivité continue jusqu'à ce que la trajectoire sorte de la scène ou que le nombre maximal  $N$  de diffusions multiples soit atteint. En règle générale, le nombre de rebonds  $N$  est limité à 10 car la luminance de diffusion multiple est nulle au delà. Chaque contribution de diffusion simple ou multiple est enregistrée séparément. Puisqu'il s'agit d'une méthode par échantillonnage, l'algorithme de lancer de rayons peut continuer indéfiniment. Dans notre cas, nous fixons un temps d'arrêt suffisamment long pour que la convergence soit assurée. Les contributions sont ensuite moyennées pour chaque degré de diffusion, la diffusion simple et les  $N$  diffusions multiples. La luminance totale reçue est la somme de toutes les contributions moyennes.

### Validation du simulateur de luminance

Avant d'appliquer le simulateur de luminance implémenté dans LuxRender sur des surfaces complexes, il est important de vérifier qu'il produit des résultats corrects et cohérents. Dans un premier temps, on vérifie que la luminance d'un plan lambertien pour un angle d'incidence fixe est constante, puis on s'assure de la décroissance de la luminance de diffusion simple liée au cosinus lorsque l'incidence augmente. Le simulateur de luminance a ensuite été testé sur une surface rugueuse simple, de profil cyclique avec comme motif élémentaire un triangle isocèle, composée de  $n$  pics formés par des facettes ayant toutes la même pente (Figure 34). La dimension de la zone visible au sol est  $L_p = 2nl \cos(\theta)$  avec  $l$  la longueur d'une facette et  $\theta$  l'angle de pente de chaque facette. On considère que le capteur voit exactement la dimension  $L_p$ .

Un traitement géométrique rigoureux permet le calcul analytique de la fonction d'ombrage et des angles effectifs par analyse de deux cas de figure :

- présence d'ombres projetées ( $i \geq \pi/2 - \theta$ ) : il s'agit des cas 1,2,3 et 4 sur la Figure 35. Elle rend complexe l'expression de la fonction d'ombrage car il faut discriminer les zones illuminées de la surface. A l'inverse, ce cas simplifie grandement le calcul des angles effectifs qui correspondent aux angles d'incidence et de visée par rapport aux facettes orientées vers la source.
- l'éclairage total de la surface ( $i < \pi/2 - \theta$ ) : il s'agit des cas 5,6,7 et 8 sur la Figure 35. Toutes les facettes sont éclairées et il n'y a pas d'ombre projetée, de sorte que la fonction d'ombrage est égale à 1 quel que soit l'angle de visée. Cependant, lorsque  $e < \pi/2 - \theta$ , toutes les facettes sont

visibles et le calcul de la moyenne des cosinus des angles doit tenir compte de la projection de ces facettes sur le film du capteur.

La Figure 36 compare le calcul analytique de la luminance de cette surface par le modèle de Hapke simplifié (équation (2.91)) et la simulation numérique grâce à LuxRender. La très bonne correspondance entre les données simulées et calculées valide le modèle de lancer de rayon et la démarche de Hapke pour prendre en compte la rugosité à travers une fonction d'ombrage.

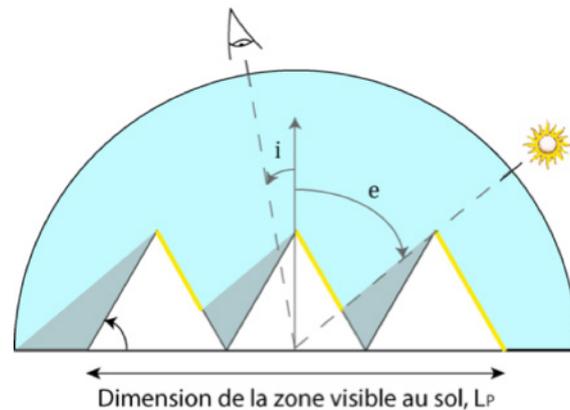


Figure 34 – Configuration de la surface rugueuse simplifiée vue dans le plan principal (d'après [Champion, 2013](#)).

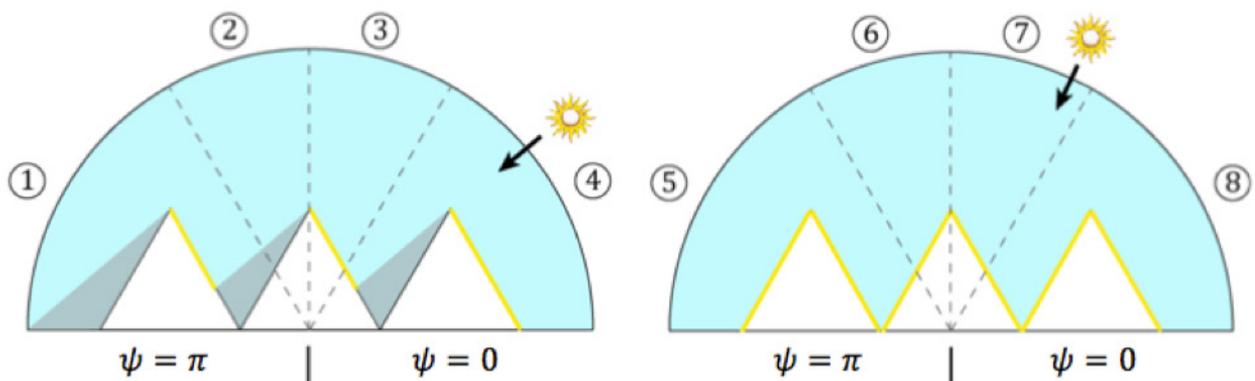


Figure 35 – Géométries d'illumination et de visée possibles. Les lignes en pointillés séparent les différentes formes des fonctions selon la valeur de l'angle zénithal de visée  $e$ . La ligne centrale correspond à  $i = 0^\circ$  et les lignes obliques à  $i = \pi/2 - \theta$ . A gauche :  $i \geq \pi/2 - \theta$  et de l'ombre d'illumination existe. A droite :  $i < \pi/2 - \theta$  et toute la surface est éclairée (d'après [Champion, 2013](#)).

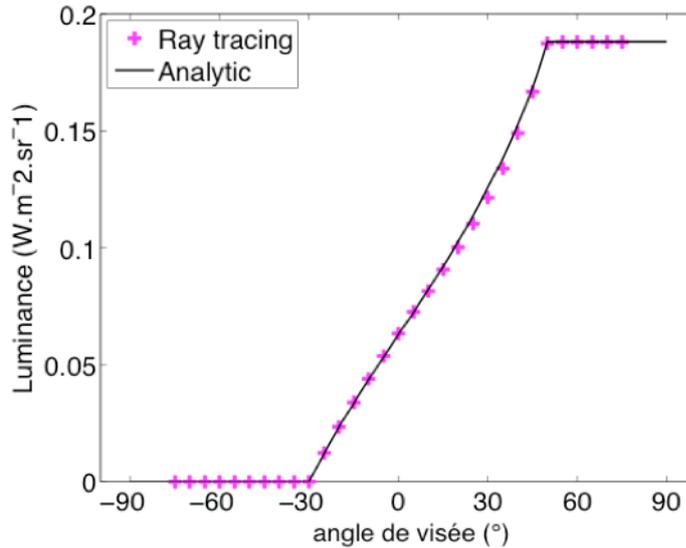


Figure 36 – Correspondance entre le calcul analytique et les données simulées. L’incidence de la source lumineuse est de 30°.

## 2.3 Inversion de modèle

L’inversion d’un modèle (problème inverse) consiste à estimer un jeu de paramètres physiques apportant la meilleure explication de la donnée observée. La résolution du problème inverse n’est cependant pas triviale, en particulier pour les modèles non-linéaires, pour lesquels la solution est non-unique. Ceci signifie que différents jeux de paramètres peuvent correspondre à des observations identiques. Le choix de la méthode de résolution d’un problème inverse se base sur la nature du problème direct ainsi que sur l’incertitude sur les observations. [Tarantola & Valette, \(1982\)](#) ont montré que pour un problème direct linéaire, le problème inverse peut être résolu par une méthode de minimisation classique basée sur la théorie des moindres carrés (section 2.3.1). En revanche, pour un problème direct non-linéaire, dont le bruit suit une distribution quelconque, le problème inverse se base sur le concept d’état d’information caractérisé par une densité de probabilité (section 2.3.2).

### 2.3.1 Méthode de minimisation classique

En suivant une approche classique, la résolution du problème inverse consiste à déterminer le jeu de paramètres qui minimise une fonction de coût quantifiant l’erreur entre la donnée observée  $d$  et la donnée modélisée  $m$

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^N (d_k - m_k)^2 \quad (2.100)$$

Plusieurs algorithmes peuvent être utilisés pour la minimisation de  $\chi^2$ , notamment l’algorithme de Nelder-Mead, reposant sur la méthode du simplex, l’algorithme de quasi-Newton ou celui de Marquardt. Ce type d’inversion est relativement rapide et simple à implémenter, mais en contrepartie, le résultat final est très dépendant de la phase d’initialisation. De plus, il n’est pas possible de s’assurer de l’unicité de la solution, ou que celle-ci ne correspond pas à un minimum local.

### 2.3.2 Méthode bayésienne

Les méthodes d'inversion classiques reposent sur une approche déterministe, stipulant que la sortie d'un modèle est intégralement contrôlée par un jeu de paramètres en entrée (le même jeu de paramètres aboutit toujours à la même solution). L'inversion bayésienne est basée sur une approche stochastique. La présence d'erreurs lors de la mesure fait qu'une même valeur des paramètres peut aboutir à un ensemble d'observations. Pour un jeu de paramètres donné, on ne peut alors plus prédire une valeur exacte des observations mais plutôt une probabilité sur une certaine gamme de valeurs. Les observations et les paramètres correspondants sont ainsi considérés comme des variables aléatoires.

#### Principes

Soit  $m$  une variable aléatoire réelle continue. La probabilité que  $m$  prenne une valeur  $x$  dans l'intervalle  $a \leq m \leq b$  est

$$P(a \leq m \leq b) = \int_a^b P(m = x) dx \quad (2.101)$$

$P(m = x)$  est la densité de probabilité (notée PDF pour *probability density function*) de la variable aléatoire  $m$ . L'inversion bayésienne consiste à passer d'une information sur les paramètres d'un modèle direct donnée sous la forme d'une PDF *a priori*, représentant l'état de connaissance initial sur les paramètres, à une PDF *a posteriori*, donnant l'état de connaissance final sur les paramètres avec la prise en compte des observations.

On note  $p = [p_1, p_2, \dots, p_n]$  les  $n$  paramètres du modèle direct et  $d = [d_1, d_2, \dots, d_N]$  les  $N$  observations. Le modèle direct noté  $F$  permet de calculer les observations à partir des paramètres du modèle selon la relation

$$d = F(p) \quad (2.102)$$

Les observations  $d$  diffèrent des prédictions  $F(p)$  à cause des erreurs de mesure et de modélisation. À partir de la PDF sur les erreurs de mesure, on peut calculer la probabilité que les observations  $d$  soient situées sur une certaine gamme de valeurs, connaissant la valeur des paramètres  $p$ , que l'on note  $P(d|p)$ . L'information contenue dans cette PDF est généralement exploitée sous la forme de la fonction de vraisemblance (*likelihood* en anglais) notée  $L(p|d) = P(d|p)$ . Le problème inverse consiste à calculer la probabilité  $P(p|d)$  que les paramètres soient dans une configuration  $p$  sachant que les données sont dans une configuration  $d$  (PDF *a posteriori*). L'inversion des conditionnements dans les probabilités est formalisée par le théorème de Bayes reliant la PDF *a priori*  $P(p)$  à la PDF *a posteriori*  $P(p|d)$  selon

$$P(p|d) = \frac{L(p|d)P(p)}{\int_M L(x|d)P(x)dx} \quad (2.103)$$

où  $M$  est l'ensemble des configurations de l'espace des paramètres. Notons  $\sigma_M(p) = P(p|d)$  et  $L(p) = L(p|d)$ . Alors

$$\sigma_M(p) = kL(p)P(p) \quad (2.104)$$

avec  $k = \left(\int_{\mathcal{M}} L(x)P(x)dx\right)^{-1}$  un facteur de normalisation (Mosegaard & Tarantola, 1995). La fonction de vraisemblance  $L(p)$  quantifie l'ajustement entre la donnée observée  $d$  et la donnée modélisée  $F(p)$ .

L'information *a priori*  $P(p)$  sur les paramètres du modèle est caractérisée par une densité de probabilité, définie sur la gamme de valeurs physiques de chaque paramètre. Elle est indépendante des observations. En règle générale, sans information initiale sur un paramètre, on choisit une distribution uniforme. Dans un tel cas, la PDF *a posteriori* est équivalente à la fonction de vraisemblance.

L'information *a priori* sur les données est caractérisée par une PDF, généralement supposée suivre une loi normale de moyenne  $d_i$  et d'écart-type  $\sigma_i$ , correspondant respectivement à la  $i^e$  mesure et à son erreur. Tarantola & Valette, (1982) et Mosegaard & Tarantola, (1995) montrent que pour une telle PDF *a priori*, la fonction de vraisemblance  $L(p)$  s'écrit

$$L(p) = \exp\left(-\frac{1}{2}(F(p) - d)^T C^{-1}(F(p) - d)\right) \quad (2.105)$$

où  $C$  est la matrice de covariance représentant les incertitudes *a priori* sur les observations, le symbole  $^T$  représente la matrice transposée et  $F(p) - d$  quantifie l'écart entre les données calculées  $F(p)$  et observées  $d$ .

### Méthode de résolution par chaînes de Markov Monte-Carlo (MCMC)

Dans le cas de modèles non-linéaires, il n'est pas possible de décrire la PDF *a posteriori* de manière analytique. Elle est donc échantillonnée en utilisant un processus itératif générant de façon aléatoire un grand nombre de jeux de paramètres grâce à une méthode Monte-Carlo. L'algorithme le plus utilisé est celui de Metropolis-Hastings (Metropolis et al., 1953 ; Hastings, 1970) qui comprend deux étapes :

- une phase d'initiation consistant à sélectionner de manière aléatoire un jeu de paramètre initial  $p_0$  à partir de la PDF *a priori*  $P(p)$ . Notons que comme la PDF *a priori*  $P(p)$  est uniforme, alors  $P(p_0) = P(p_i) = 1$  ;
- une phase itérative (échantillonnage) : pour chaque itération  $i$ , on calcule une PDF arbitraire  $q(p_{i+1}|p_i)$ , appelée densité proposée, donnant la valeur du prochain échantillon  $p_{i+1}$  étant donné la valeur actuelle  $p_i$ . Généralement  $q(p_{i+1}|p_i)$  est définie comme gaussienne centrée en  $p_i$ , de sorte que les points les plus proches de  $p_i$  soient utilisés pour les échantillons suivants  $p_{i+1}$ .

On calcule alors le rapport de probabilités *a posteriori* donné par

$$r(p_{i+1}, p_i) = \frac{\sigma_M(p_{i+1})q(p_i|p_{i+1})}{\sigma_M(p_i)q(p_{i+1}|p_i)} = \frac{kL(p_{i+1})P(p_{i+1})q(p_i|p_{i+1})}{kL(p_i)P(p_i)q(p_{i+1}|p_i)} = \frac{L(p_{i+1})q(p_i|p_{i+1})}{L(p_i)q(p_{i+1}|p_i)} \quad (2.106)$$

Il est à noter que si la densité proposée est symétrique (ce qui est le cas pour une gaussienne), alors  $q(p_i|p_{i+1}) = q(p_{i+1}|p_i)$  et le rapport  $r$  est strictement égal au rapport des fonctions de vraisemblance. On définit la probabilité d'acceptation comme

$$\alpha(p_{i+1}|p_i) = \min\{1, r(p_{i+1}, p_i)\} \quad (2.107)$$

Deux cas se présentent alors :

- $r(p_{i+1}, p_i) > 1$ . Dans ce cas, le jeu de paramètres  $p_{i+1}$  est plus probable que le jeu de paramètres  $p_i$  et est automatiquement accepté avec une probabilité  $\alpha(p_{i+1}|p_i) = 1$ .
- $r(p_{i+1}, p_i) < 1$ . Le jeu de paramètres  $p_{i+1}$  est moins probable que  $p_i$ , cependant, il n'est pas forcément rejeté, bien qu'il dégrade la qualité de la vraisemblance. On tire un nombre aléatoire  $u$  selon une distribution uniforme entre 0 et 1. Si  $u < \alpha(p_{i+1}|p_i)$ , alors  $p_{i+1}$  est accepté avec la probabilité  $\alpha(p_{i+1}|p_i)$ . Dans le cas contraire, le jeu de paramètres  $p_{i+1}$  est rejeté et on répète le processus en restant à l'itération  $i$  avec un nouveau jeu de paramètres  $p_i$  jusqu'à ce que la condition d'acceptation soit respectée.

Au bout de  $n$  itérations, la suite  $(p_0, \dots, p_i, p_{i+1}, \dots, p_n)$  est une chaîne de Markov (chaque variable aléatoire  $p_i$  dépend uniquement de la variable  $p_{i-1}$ ) constituant un échantillon de la PDF *a posteriori* des paramètres du modèle expliquant les données  $d$ .

L'algorithme de Metropolis-Hastings présente des avantages et des inconvénients. Premièrement, le fait d'accepter un jeu de paramètres avec une probabilité d'acceptation  $\alpha(p_{i+1}|p_i) < 1$  permet d'éviter le blocage de la marche aléatoire dans des minima locaux, ce qui peut arriver dans le cas de modèles non-linéaires. De plus, travailler avec des rapports de probabilité permet de simplifier le problème en s'affranchissant du coefficient de normalisation  $k$  dans l'équation (2.104), qui n'est pas toujours trivial à calculer. En revanche, cet algorithme souffre de deux maux : le premier est que l'échantillonnage dépend fortement du jeu de paramètres  $p_0$ . Il est possible de réduire cette influence en s'affranchissant de la première partie de l'échantillon. Cependant, le nombre d'échantillons à jeter lors de cette étape de rodage (*burn-in-period* en anglais) pour que la chaîne de Markov se stabilise n'est pas strictement défini de manière théorique et peut dépendre du modèle physique direct échantillonné autant que de l'erreur sur les mesures. Il est d'usage de déterminer empiriquement cette valeur. Le deuxième problème rencontré est que par définition de la chaîne de Markov, les échantillons présentent une autocorrélation, car chacun d'entre eux est estimé à partir du précédent. Une autocorrélation trop importante peut résulter en une estimation biaisée de la PDF *a posteriori* donc une description incomplète ou imprécise de la solution du problème inverse. Elle peut être réduite en sélectionnant les échantillons à un intervalle régulier. Cette étape est appelée affinage (*thinning period* en anglais).

Si l'algorithme de Metropolis-Hastings fournit des informations statistiques sur la solution du problème inverse, les temps de calcul peuvent être très longs, et ce pour deux raisons : dans le cas d'une large gamme d'observations, le modèle direct doit être évalué un grand nombre de fois ; dans le cas d'une faible incertitude sur les données, un nombre important de jeux de paramètres non pertinents (compris dans l'espace de variation mais loin de la solution vraie) est estimé. Afin d'accélérer le calcul de la solution, [Haario et al. \(2001\)](#) ont proposé un algorithme de Metropolis adaptatif permettant d'estimer à chaque itération une nouvelle information *a priori* plus pertinente. Cette dernière passe d'une distribution uniforme à une distribution gaussienne dont la moyenne et la matrice de covariance sont données par la PDF de la dernière chaîne de Markov calculée. L'inconvénient de cette méthode est que la PDF *a posteriori* doit être proche d'une gaussienne. Si tel est le cas, la convergence de la méthode vers la bonne solution a été prouvée ([Haario et al., 2001](#)). Bien que la solution ne constitue alors plus une chaîne de Markov, elle conserve les mêmes propriétés d'ergodicité. Cette méthode est très efficace : [Schmidt & Fernando, \(2015\)](#) ont noté une

accélération du temps de calcul d'un facteur 100 sur l'inversion du modèle de Hapke sur des données synthétiques, sans modification de la valeur des paramètres estimés.

L'un des avantages principaux de l'inversion bayésienne en comparaison d'une approche de minimisation plus classiques est qu'elle se base sur des statistiques probabilistes pour estimer une distribution de paramètres en lieu et place d'une valeur unique, de sorte qu'une estimation de l'incertitude sur la valeur inversée est possible. La validation de cette valeur est ainsi rendue possible selon la forme de fonction de densité de probabilité.



## Chapitre 3

# Topographie multi-résolution de surfaces naturelles

La caractérisation précise de la rugosité multi-échelle de surfaces naturelles nécessite une base de données topographiques haute résolution. Les travaux menés dans cette thèse se basent sur deux régions d'étude qui, au-delà de leur intérêt géologique, présentent une grande diversité de rugosités (section 3.1). De par les avantages qu'elle apporte en termes de facilité de mise en place et de coût d'opération, la stéréophotogrammétrie est la méthode utilisée pour la reconstruction tridimensionnelle des surfaces. Les protocoles d'acquisition et de traitement des données sont présentés en section 3.2. L'intérêt de cette technique est qu'elle permet la mesure de la topographie au moyen de différents capteurs et vecteurs. Notamment, nous utilisons la suite logicielle MicMac sur des données acquises par un appareil photographique embarqué sur drone (section 3.2.1) et tenu à la main (section 3.2.2), ainsi que sur des images satellite (section 3.2.3), pour aboutir à une base de données multi-instrumentale et multi-résolution caractérisant les structures spatiales des surfaces aux échelles microscopiques à topographiques.

## 3.1 Les sites d'étude

### 3.1.1 Le Piton de la Fournaise, île de La Réunion

Le Piton de la Fournaise (localisé sur l'île de la Réunion) est un volcan basaltique typique de type "bouclier". Il est considéré comme l'un des plus actifs de la planète, avec des éruptions fréquentes mais courtes. La variabilité temporelle et géographique des coulées de lave, associée à des événements éruptifs successifs ont conduit à une géomorphologie et une texture de surface complexes.

Dans le cadre du projet de recherche DEVOIR (*DEformation of active vegetated VOLcanoes using InSAR and LiDAR* ; Arab-Sedze, 2013) destiné à étudier la synergie entre les données InSAR (*Interferometric Synthetic Aperture Radar*) et LiDAR, une campagne de mesures géophysiques a été effectuée en octobre 2011. Cette expérience a fourni de nombreuses mesures dont des MNT à l'échelle millimétrique qui ont permis d'étudier la rugosité de surface. Quatorze chantiers ont été investigués, correspondant à quatre types de terrains volcaniques : laves a'a, présentant une surface fortement fragmentée avec des vésicules de forme irrégulière ; laves pahoehoe cordées, présentant des structures directionnelles en forme de cordes dans la direction de l'écoulement ; laves pahoehoe bosselées présentant des structures en forme de coussins et ; lapilli, dépôts d'éjecta volcaniques constitués de fragments de lave (Figure 37).

A cette occasion, une nouvelle méthode de corrélation de photographies numériques a été testée avec succès (Bretar et al., 2013). Les images ont été acquises à la main à une hauteur d'environ 1.8 m par un appareil photographique reflex numérique, le long de bandes parallèles de sorte à obtenir un recouvrement latéral et transversal d'au moins 70%. Le logiciel libre MicMac développé par l'IGN (Institut national de l'information géographique et forestière) permet de générer un nuage de points 3D de la surface à partir de ces photographies par photogrammétrie (section 2.1.1). Les modèles numériques de terrain (MNT) ont été produits à très haute résolution horizontale ( $1.21 \text{ mm} < \Delta x = \Delta y < 1.40 \text{ mm}$ ) et verticale ( $0.61 \text{ mm} < \Delta z < 0.70 \text{ mm}$ ).

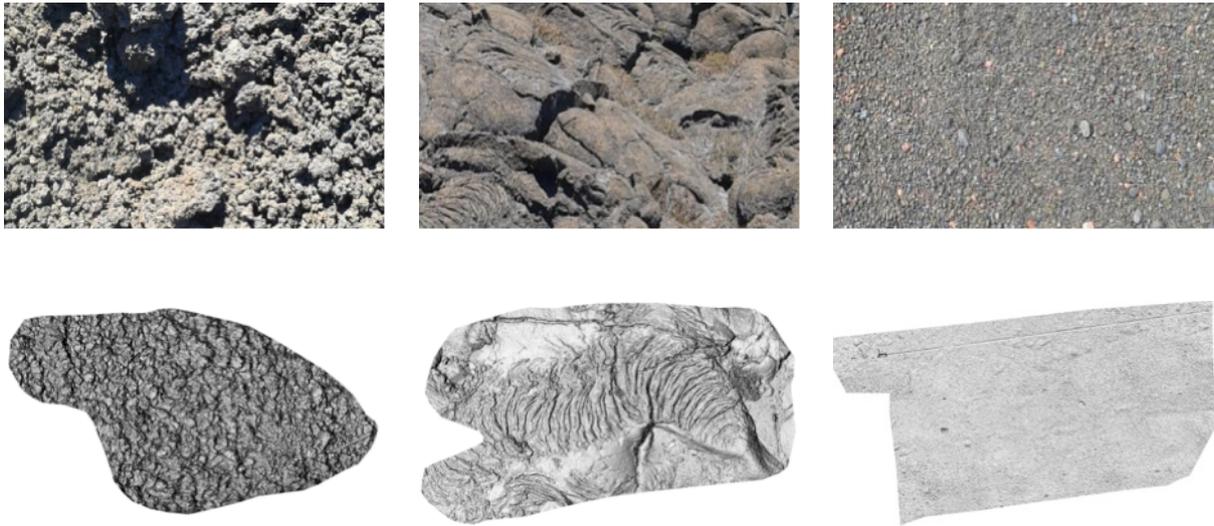


Figure 37 – Terrains volcaniques du piton de la fournaise ; à gauche : lave a'a ; au milieu : lave pahoehoe cordée ; à droite : lapilli.

Bien qu'extrêmement riche en informations et malgré une caractérisation fine des structures de surfaces volcaniques, le jeu de données de La Réunion n'est pas optimal pour notre étude. D'une part, les MNT ont une couverture spatiale réduite, de l'ordre de quelques  $m^2$ , ce qui constitue une limite pour calculer certains indices de rugosité (section 1.2.3). D'autre part, les données se limitent à une seule gamme d'échelles spatiales allant du millimètre au décimètre. Enfin, le point le plus critique est qu'aucune donnée photométrique n'a été acquise en parallèle des mesures de rugosité, ce qui restreint l'étude du lien entre les deux à des simulations numériques (voir section 5.2). La validation rigoureuse du modèle de Hapke nécessite l'analyse de données d'observation pour lesquelles mesures photométriques et topographiques peuvent être mises en parallèle. Dans cette optique, le choix d'une nouvelle région d'intérêt s'est avéré judicieux, et s'est porté sur le rift d'Asal-Ghoubbet (localisé en République de Djibouti).

### 3.1.2 Le rift d'Asal-Ghoubbet, République de Djibouti

L'acquisition de données dans le rift d'Asal-Ghoubbet s'inscrit dans le cadre du projet de recherche CAROLInA (*Characterization of multi-scale Roughness using Optical Imagery*) financé par le CNES. Une première mission exploratoire guidée par Jean-Bernard De Chabalière (IPGP) ayant une grande expérience de la zone a été réalisée en avril 2015 dans le but de se familiariser avec le terrain et de repérer les zones d'intérêt pour notre étude. Nous avons notamment pu réaliser des premiers tests de production de MNT pour lever certains problèmes inhérents aux acquisitions. La campagne de mesures principale s'est déroulée en février 2016 sur une durée de 15 jours et a impliqué 9 personnes : A. Delorme, R. Grandin et S. Jacquemoud (IPGP), A. Derrien (ENS/IPGP), E. Rupnik et M. Pierrot-Deseilligny (IGN), F. Lemaître et B. Tanguy (ONERA), et moi-même. Nous avons bénéficié sur place de l'appui logistique de M. Jalludin, M. Osman et I. Saad (CERD). Au total, environ 500 Go de données ont été acquis pendant la mission.

#### La géologie du rift

Le rift d'Asal-Ghoubbet est jeune et encore actif. Il a commencé à se former il y a 900 000 ans par propagation de la frontière de plaque Somalie-Arabie depuis le domaine océanique à l'est, vers

le point triple Afrique-Arabie-Somalie, actuellement situé à l'intérieur de la dépression de l'Afar (Figure 38). Ce rift a été l'objet de nombreux travaux de recherche depuis le début des années 70 car il permet d'étudier à petite échelle le phénomène d'accrétion océanique. On dispose donc de très nombreuses données de terrain (relevés géodésiques, cartes topographiques et géologiques, images satellite, etc.).

La diversité radiométrique des surfaces rencontrées (du blanc pur des dépôts salins au noir des coulées de lave basaltiques récentes) et la topographie particulièrement variée de la zone (incluant des surfaces rugueuses sur les coulées de lave, des surfaces extrêmement planes dans les bassins sédimentaires, et des faces quasiment verticales au niveau des failles actives), mais aussi la facilité d'accès de la zone, en font un terrain de jeu idéal pour notre étude.

Le rift est matérialisé par un graben linéaire long d'environ 50 km, bordé par de grands escarpements de failles normales de plusieurs centaines de mètres de haut. La partie émergée du rift correspond à un édifice volcanique central, construit par l'apport de magma mantellique. Cet édifice constitue une barrière terrestre de 12 km de long et 10 km de large. Il sépare deux dépressions occupant les extrémités du rift. Au nord-ouest se trouve le lac Asal (souvent orthographié lac Assal) situé à une altitude de 153 mètres sous le niveau de la mer. Ce lac, en constante évaporation, repose sur une épaisse couche de sel de plusieurs dizaines de mètres d'épaisseur. Au sud-est du rift se trouve le Ghoubbet el Kharab, anse connectée au golfe de Tadjourah par une passe au courant violent. Dans le rift d'Asal-Ghoubbet viennent s'accumuler des sédiments quaternaires et s'épancher des laves. Le dernier épisode d'activité volcanique et tectonique date de 1978 avec l'éruption de l'Ardoukôba.



Figure 38 – Localisation du rift d'Asal-Ghoubbet (République de Djibouti) et photo de la zone étudiée montrant la diversité des paysages.

### Stratégie et choix des sites d'étude

Le rift d'Asal-Ghoubbet présente un intérêt multiple pour notre étude. Il s'agit d'une zone aride pour laquelle le signal photométrique ne dépend que des propriétés physiques de la surface, puisqu'il n'est pas ou peu perturbé par l'humidité du sol ou par la végétation. Elle présente la particularité d'exposer une grande variété de sols sur une étendue restreinte d'environ 10 km<sup>2</sup> : dalles argileuses, banquise de sel, coulées de lave très rugueuses,... (Annexe B ; Figure 39). Enfin, les

terrains sont généralement homogènes et peu escarpés, du fait de la présence de terrasses engendrées par la formation du rift.

**Site A** : projections hyaloclastiques remaniées



**Site B** : lave cordée de type pahoehoe



**Site E** : blocs de lave centimétriques (hyaloclastite) sur sédiments lacustres



**Site F** : limons



**Site H** : banquise de sel



**Site I** : scories sur sédiments lacustres



**Site M** : Croute de lave fissurée



**Site Q** : lave basaltique porphyrique sous forme de dalles



**Site R** : scories sur sédiments lacustres



**Site S** : lave aphyrique altérée, relativement lisse



**Site T** : calcaires lacustres pulvérulents, riches en coquilles de mollusque



**Site Y** : projections hyaloclastiques remaniées

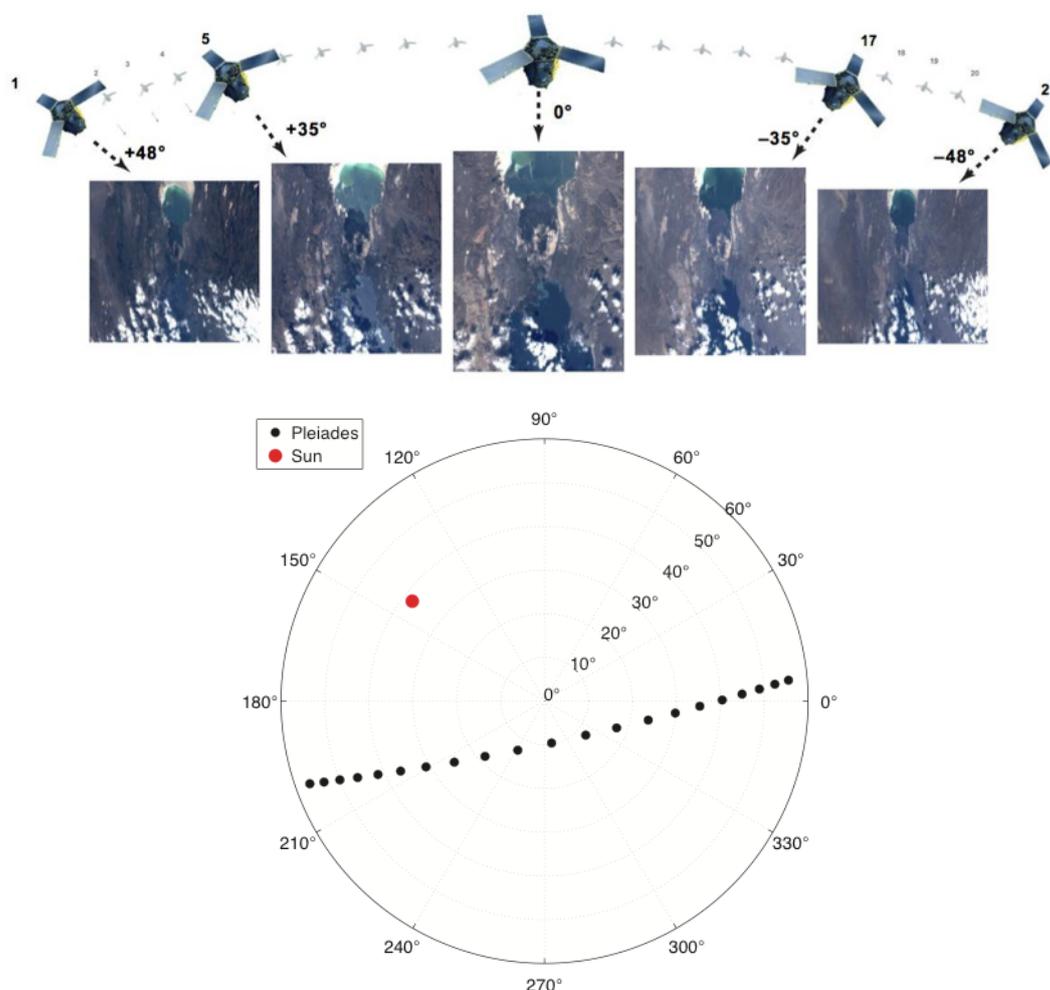


Figure 39 – Exemples de douze sites étudiés lors de la mission à Djibouti de février 2016.

## Le rift observé par Pléiades

Les satellites Pléiades 1A et Pléiades 1B, lancés respectivement en décembre 2011 et décembre 2012, ont pour objectif d'imager la surface terrestre dans le domaine visible-proche infrarouge avec une résolution sub-métrique. Ils opèrent sur une même orbite quasi-circulaire à une altitude de 694 km et sont déphasés de 180°. En plus d'une résolution spatiale élevée, ils disposent d'une agilité remarquable permettant des visées hors-nadir jusqu'à environ 50° (Gleyzes et al., 2012). Il existe plusieurs modes d'acquisition : vidéo, tri-stéréo, mosaïques, suivi côtier, suivi frontalier, etc. La capacité du système Pléiades à fournir des informations essentielles en géophysique a été démontrée par Berthier et al. (2014) et Bagnardi et al. (2016).

Dans le cadre de la recette en vol du satellite Pléiades 1B, une série de vingt et une images a été acquise en "mode vidéo" sur le rift d'Asal-Ghoubbet le 26 janvier 2013 en un seul survol d'une durée de quatre minutes, sous des angles de visée variant de -50° à +50° en passant par une image à visée quasi-nadir (Figure 40, Tableau 4). Ce type de jeu de données est extrêmement rare en raison du coût très élevé des images, mais aussi parce que le mode vidéo sacrifie une orbite entière pour imager une seule zone. La couverture spatiale totale des images est variable : en visée nadir, la largeur au sol imagée est d'environ 20 km ; pour les images à visée rasante, cette largeur augmente en raison d'une angle solide du capteur constant. Cependant, les sites explorés au sol et décrits en Annexe B et Figure 39 sont couverts par la totalité de la série Pléiades.



Le mode d'acquisition vidéo présente un double intérêt pour notre étude :

- il permet de restituer la topographie de façon précise en limitant les problèmes de masques dans les zones à fort relief. Il offre en outre la possibilité d'exploiter une large gamme de rapports base sur hauteur ( $B/H$  ; Figure 11), ce qui introduit une redondance importante dans la mesure des disparités.
- il permet d'accéder à la BRDF (voir Chapitre 4) de surfaces très variées en termes de couleur et de rugosité, avec un échantillonnage angulaire important que très peu de satellites sont capables de fournir à cette résolution spatiale.

Chaque acquisition à une géométrie donnée Pléiades contient quatre images multispectrales à la résolution spatiale de 2 m dans les longueurs d'onde du bleu, du vert, du rouge et du proche infrarouge, et une image panchromatique à la résolution spatiale de 50 cm (Figure 41 ; Tableau 5). La fonction de filtre de chaque bande décrivant la réponse spectrale du capteur pour une gamme de longueurs d'onde donnée est illustrée en Figure 41.

Numéro	Heure	Surface ( $km^2$ )	Angle de visée (°)
1	07:49:18	1912.520	48,20
3	07:49:30	1625.920	45.75
9	07:49:42	1375.360	42.92
5	07:49:54	1161.050	39.65
4	07:50:06	973.124	35.85
10	07:50:19	832.973	31.51
11	07:50:31	723.919	26.76
12	07:50:43	638.782	21.55
2	07:50:56	569.911	15.79
6	07:51:08	540.477	11.00
13	07:51:21	536.745	8.77
14	07:51:34	552.328	11.46
15	07:51:47	577.038	16.60
8	07:52:00	631.065	22.18
16	07:52:13	724.251	27.52
17	07:52:25	836.788	32.33
7	07:52:38	981.010	36.59
18	07:52:50	1135.160	40.36
19	07:53:03	1339.750	43.57
20	07:53:15	1581.050	46.38
21	07:53:27	1859.710	48.79

Tableau 4 - Images Pléiades acquises sur le rift d'Asal-Ghoubbet le 26 janvier 2013. Les angles de visée en bleu indiquent une visée vers l'avant et ceux en rouge une visée vers l'arrière.

Bande spectrale	$\lambda_{min}$ (nm)	$\lambda_0$ (nm)	$\lambda_{max}$ (nm)	Résolution (m)
Panchromatique	480	700.0	820	0.5
B0 (bleu)	450	517.5	530	2
B1 (vert)	510	572.5	590	2
B2 (rouge)	620	677.5	700	2
B3 (proche)	775	800.0	915	2

Tableau 5 - Caractéristiques optiques des bandes spectrales et résolution spatiale du capteur.  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du maximum de sensibilité du filtre optique.

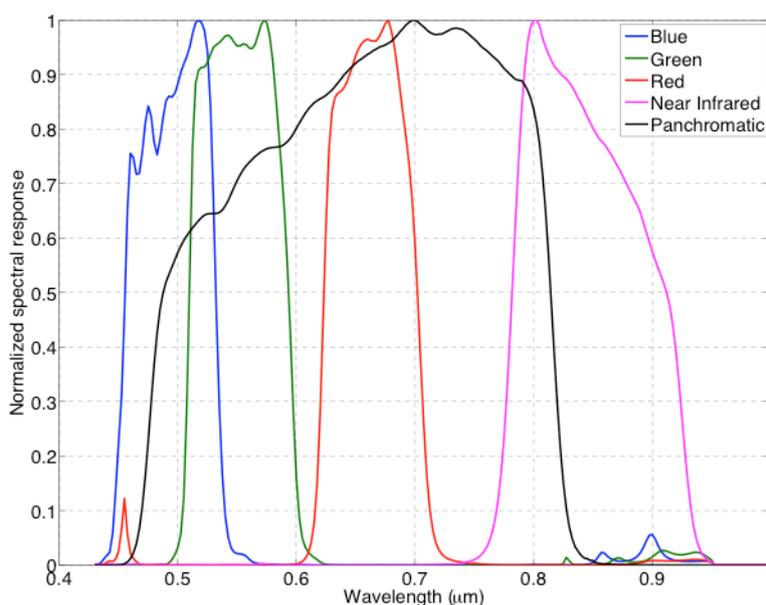


Figure 41 – Réponse spectrale normalisée du capteur Pléiades (d'après Lachérade et al., 2012).

### 3.2 Modèles numériques de terrain (MNT) multi-résolutions dans le rift d'Asal-Ghoubbet

Les progrès récents de la photogrammétrie permettent de restituer la topographie des surfaces à partir d'images optiques acquises à des résolutions spatiales allant du micron au kilomètre. Le choix du capteur dépend des applications : la couverture d'une vaste zone nécessite de faire des concessions sur la résolution du produit final (Figure 42). En effet, la production de données à très haute résolution sur de grandes étendues est difficile à ce jour car elle nécessiterait des capacités informatiques importantes en termes de mémoire et de puissance de calcul.

L'objectif principal de l'étude est de caractériser la rugosité de surface du rift d'Asal-Ghoubbet à différentes échelles variant du sub-millimètre au kilomètre. Le Tableau 6 résume les données altimétriques que nous avons produites. Nous avons porté une attention toute particulière à la rugosité mésoscopique qui sera déterminée sur des zones de quelques dizaines de mètres de large. Ainsi, la mission s'est principalement concentrée sur des prises de vue effectuées grâce à un appareil photo numérique fixé sur un drone (section 3.2.1). Parallèlement à ces données, des photos ont été prises à hauteur d'homme afin d'atteindre une résolution sub-millimétrique. Ces mesures

non prévues avant le début de la mission ont été improvisées sur place. C'est pourquoi elles ne sont disponibles que sur un nombre limité de sites et ne sont pas toujours optimales (section 3.2.2). Enfin, les données Pléiades dont nous disposons sur la zone du rift d'Asal-Ghoubbet permettent de reconstruire la topographie à grande échelle sur toute l'emprise du rift (3.2.3). Nous avons appliqué une méthode basée sur la corrélation de photographies numériques grâce au logiciel MicMac. Le potentiel de cette méthode a été démontré à maintes occasions lors d'expériences précédentes, pour des prises de vue effectuées à bout de bras (Bretar et al., 2013), par drone (Remondino et al., 2011), ou par satellite (Durupt et al., 2006 ; Rosu et al., 2014).

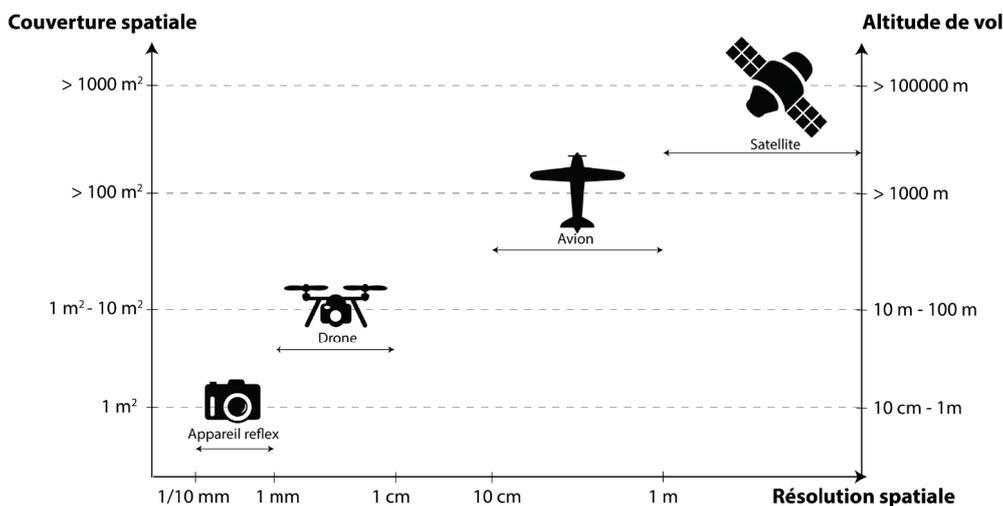


Figure 42 – Représentation schématique du lien entre résolution spatiale, couverture spatiale et altitude de vol pour les instruments couramment utilisés en photogrammétrie.

Zone d'étude	Capteur / vecteur	Superficie	Nombre d'images	Résolution du MNT
Rift d'Asal-Ghoubbet	PAN / Pléiades	20 km × 20 km	2 à 5	2 m
22 sites	Sony Alpha 5100 / drone	30 m × 40 m	300 à 700	3 mm
17 sites	Canon EOS 500d / main	3 m × 20 m	50 à 120	< 1 mm

Tableau 6 - Synthèse des modèles numériques de terrain acquis à différentes échelles.

### La suite logicielle MicMac

La suite logicielle MicMac (<http://logiciels.ign.fr/?micmac>) est capable d'intégrer des images multiples (photographies numériques ou images aériennes) pour reconstituer le relief d'une surface (Rosu et al., 2014 ; Galland et al., 2016). Elle présente l'avantage d'être un outil *open source* très complet offrant un haut degré de paramétrisation lors des calculs numériques. En contrepartie, les outils implémentés dans MicMac sont complexes et parfois difficiles à appréhender. La restitution 3D d'un objet se fait à travers trois outils principaux :

- PASTIS (*Programme Autopano Sift pour les Tie-points dans les ImageS*) recherche des points homologues (*tie points* en anglais) dans les images pour le calcul ultérieur de l'orientation relative. La capacité à identifier automatiquement ces points évite un pointage manuel long,

fastidieux et source d'erreurs. Il existe de nombreuses méthodes de détection de points homologues, dont les plus courantes sont SIFT (Lowe, 2004), SURF (Bay et al., 2008) et MSER (Matas et al., 2004). PASTIS repose sur l'algorithme SIFT implémenté dans la distribution SIFT++ (Vedaldi, 2007) et adapté aux images volumineuses. L'intérêt de cet algorithme réside dans sa capacité à gérer des variations d'échelles, des rotations et du bruit. En revanche, il est sensible aux phénomènes de diachronisme (dates de prises de vues différentes, variation de luminosité, déplacement des ombres) et aux fortes transformations affines (angles de prise de vue très différents) (Le Bris & Paparoditis, 2010).

- APERO (*Aérotriangulation Photogrammétrique Expérimentale Relativement Opérationnelle*) est utilisé aussi bien pour le calcul de l'orientation des images que pour la calibration interne du capteur. Il se décompose en deux blocs : le premier implémente des équations de contraintes géométriques définies par le principe de coplanarité pour le calcul de la solution initiale ; le second est un module d'ajustement des faisceaux (*bundle adjustment* en anglais, Triggs et al., 1999) réalisant le calcul de minimisation par moindres carrés après linéarisation du problème pour aboutir à la solution finale. La solution initiale est calculée de manière directe en figeant une image parent (celle qui présente le plus de recouvrement avec toutes les autres) et en orientant chaque nouvelle image avec la précédente relativement à l'image parent, par calculs de matrices essentielles (équation (2.9)). L'ordre de priorité des images est donné par le nombre de points homologues qu'elles contiennent et par leur distribution. Dans le deuxième module, la position de chaque point homologue est calculée dans le référentiel terrain par intersection des faisceaux de toutes les images dans lequel il est vu, en utilisant les paramètres d'orientation interne et les valeurs actuelles de l'orientation relative (solution initiale au début). Puis, le point terrain est reprojeté dans chaque image, et un terme correspondant à la somme des écarts de reprojection (différence entre la position initiale du point et sa position reprojetée) dans toutes les images est ajouté à l'équation de minimisation (Pierrot-Deseilligny & Clery, 2011). L'orientation est ainsi ajustée de manière itérative jusqu'à ce que toutes les images soient traitées.
- MICMAC (*Multi-Images Correspondances, Methods for Automatic Correlation*) est l'outil permettant la mise en correspondance des images pour le calcul de la corrélation dense et aboutissant à l'information topographique sur chaque point de la surface étudiée. Il repose sur la méthode de corrélation en géométrie épipolaire décrite en section 2.1.1, consistant à minimiser la fonction d'énergie définie par l'équation (2.15). La résolution de ce problème décrite par Roy & Cox, (1998) présente l'inconvénient rédhibitoire d'être très gourmande en temps de calcul et en mémoire. Pierrot-Deseilligny & Paparoditis, (2006) ont proposé une approche multi-résolution de l'algorithme de Roy & Cox en définissant une pyramide d'images de résolution  $2^K$  avec  $K \in [1; N]$ . On choisit en général  $N = 32$ . La solution à résolution  $2^{K+1}$  est utilisée comme prédicteur pour la solution de résolution  $2^K$ . Cette technique limite les solutions possibles à chaque étape, ce qui réduit fortement le temps de calcul.

Le traitement des données permettant la reconstruction d'une carte de profondeur de la scène étudiée est réalisé par une suite d'outils constituant des interfaces simplifiées aux trois modules PASTIS, APERO et MICMAC.

### 3.2.1 MNT produits par drone (échelles mésoscopiques et macroscopiques)

#### Protocole d'acquisition

Un total de 22 sites (Annexe B) de dimension 20 m × 30 m ont été investigués (Figure 43). Afin de couvrir de telles surfaces et d'étudier des terrains pour lesquels les déplacements à pied sont difficiles (coulées de lave à très rugueuses ou en dalles), l'utilisation d'un quadricoptère est une solution idéale. Le dispositif utilisé est constitué d'une plateforme télépilotée sur laquelle un appareil photographique est fixé à l'aide d'élastiques. Un échantillon de mousse Bultex est glissé entre les deux afin de limiter les vibrations causées par les moteurs de la plateforme. Le quadricoptère était maintenu à une altitude de vol comprise entre 8 et 10 m, afin d'assurer une précision théorique au sol comprise entre 1 et 4 mm.

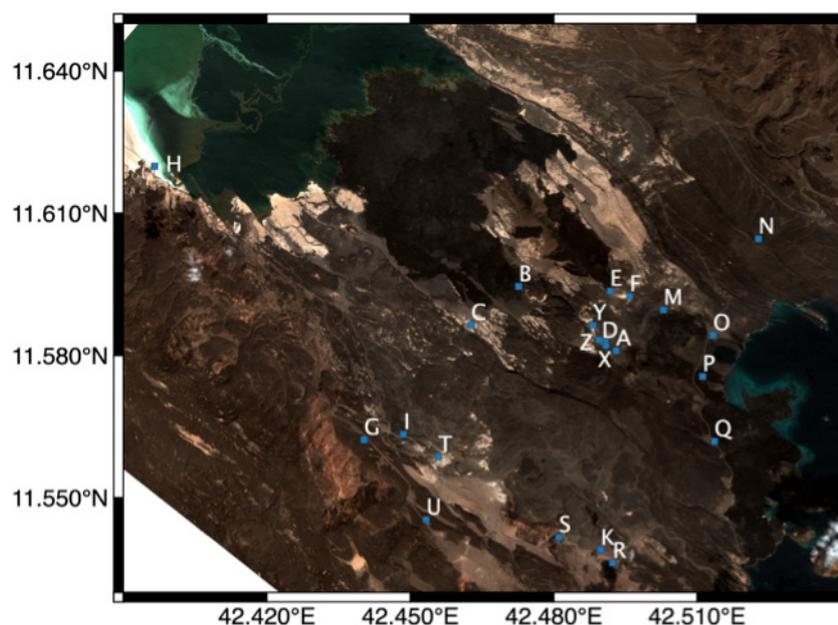


Figure 43 – Localisation des sites d'étude dans le rift d'Asal-Ghoubbet projetée sur l'image Pléiades-1B n°13 (Tableau 4).

Les photographies numériques ont été acquises au format RAW grâce à un appareil photo hybride grand public (Sony Alpha 5100) équipé d'un objectif à focale fixe (SIGMA 30 mm F2.8) : le choix de ce matériel résulte d'un compromis entre sa masse (< 500 g) et son prix (< 1000 €), facteur qui conditionne généralement la qualité des images (Figure 44). La région étant très ventée, un réglage précis de l'appareil s'est imposé avant chaque acquisition (en particulier les intervalles de prises de vue et les paramètres de mise au point) afin de limiter le bruit sur les images. Les paramètres de calibration interne sont généralement fournis par le constructeur mais ils sont susceptibles de varier avec les conditions météorologiques (température, humidité,...). Nous avons donc réalisé un jeu de données secondaires avant chaque série de mesures en photographiant un objet (rocher, bâtiment, etc.) proche de la zone d'étude pour estimer ces paramètres au moment de l'acquisition.

Le plan de vol du quadricoptère définissait des lignes de vol parallèles au dessus de la surface, et l'appareil photographique était positionné de sorte que la largeur de la matrice CCD soit

dans le sens de déplacement afin d'obtenir un recouvrement latéral maximal entre les images. Pour pallier l'autonomie limitée du drone (environ 20 minutes en conditions optimales, 10 à 15 minutes en conditions ventées), nous avons dû utiliser plusieurs jeux de batteries, et parfois effectuer plusieurs vols pour un même site.

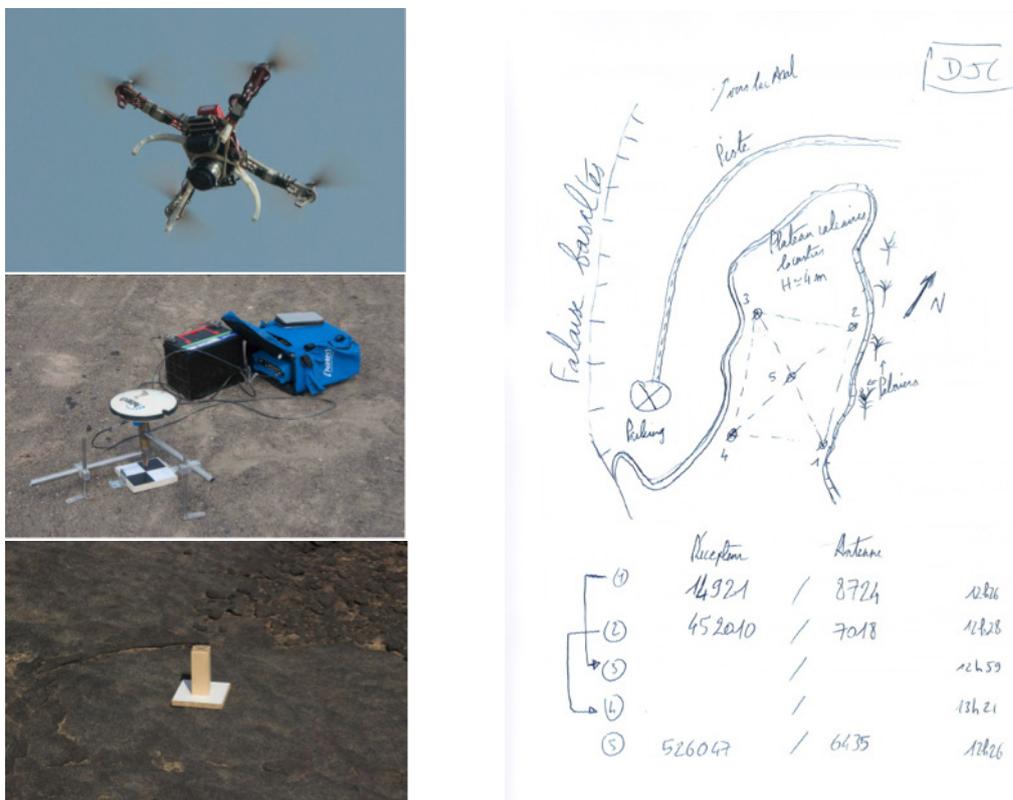


Figure 44 – En haut à gauche : quadricoptère portant l'appareil photo numérique. Au centre à gauche : récepteur et antenne GPS positionnés sur une cible (site O). En bas à gauche : plot en bois (site M). A droite : position des cinq récepteurs GPS (site C).

Afin d'éviter la présence d'artefacts lors de la reconstruction des modèles numériques de terrain (*banana effect*) et de géoréférencer les données produites, nous avons disposé des cibles imprimées sur des feuilles de papier aux quatre coins et au centre de chaque site d'étude. Ces cibles ont préalablement été collées sur des carrés de bois, eux-mêmes maintenus au sol grâce à des piquets de tente ou vissés dans la roche, selon la nature du terrain. Ces cibles, bien visibles sur les photographies, délimitent ainsi un site donné (Figure 44). Leurs coordonnées géographiques ont été mesurées avec précision grâce aux GPS prêtés par le parc mobile GPSMOB de l'INSU (*Institut National des Sciences de l'Univers*). Nous disposions sur le terrain de trois récepteurs GPS bi-fréquence (Ashtech Z-X) fournis avec leurs antennes (Ashtech Geodetic 4) et leurs accessoires. Chaque récepteur est alimenté par une batterie sèche et est relié à une antenne vissée sur un bipode afin de la centrer parfaitement sur les cibles. Les bipodes construits par l'EOST (*École et Observatoire des Sciences de la Terre*) ont été empruntés à l'OGA (*Observatoire Géophysique d'Arta*). Les récepteurs GPS ont été réglés à une fréquence de 1 Hz, soit une mesure par seconde. Le protocole pour mesurer la position des cinq cibles avec trois récepteurs est le suivant : un récepteur est positionné sur la cible centrale, désignée comme référence locale ; il acquiert des mesures pendant toute la durée de l'acquisition sur un site, soit un peu plus d'une heure ; les deux autres récepteurs sont

positionnés sur des cibles voisines ; au bout de 30 minutes environ, ils sont déplacés sur les deux autres cibles pour une deuxième série de mesures de même durée. Un raffinement a été apporté en cours de mission afin d'améliorer la précision des mesures. Plutôt que de mesurer successivement deux paires de cibles, nous avons procédé de la manière suivante : à la fin de la première série de mesures, nous déplaçons un seul des deux récepteurs sur une troisième cible ; au bout de 15 minutes environ, le récepteur en place depuis 45 minutes est à son tour déplacé sur le cinquième point pour 30 minutes de mesures environ ; ainsi le recouvrement temporel entre les points est meilleur. Une fois les mesures GPS terminées, les cibles étaient laissées en place afin d'apparaître sur les photographies prises par drone. Un premier traitement des données GPS a été effectué par Marianne Métois (Université Claude Bernard - Lyon 1) avec le logiciel GAMIT. Tous les points mesurés ont été traités simultanément : cela comprend les 22 sites de mesure (quatre points par site), et 35 points destinés à la validation des produits Pléiades. Ce traitement préliminaire a fourni des localisations avec une précision de l'ordre de quelques centimètres, variable selon les sites.

Nous avons en outre positionné dans la scène des pavés droits en bois dont les dimensions sont connues avec précision (150 mm × 35 mm × 35 mm) afin de valider le modèle numérique de terrain (Figure 44).

### Chaîne de traitement MicMac

On procède en deux étapes : on calcule d'abord la calibration interne de l'appareil en utilisant le jeu de données secondaire ; on utilise ensuite ces paramètres de calibration pour le traitement des données drone (Figure 45).

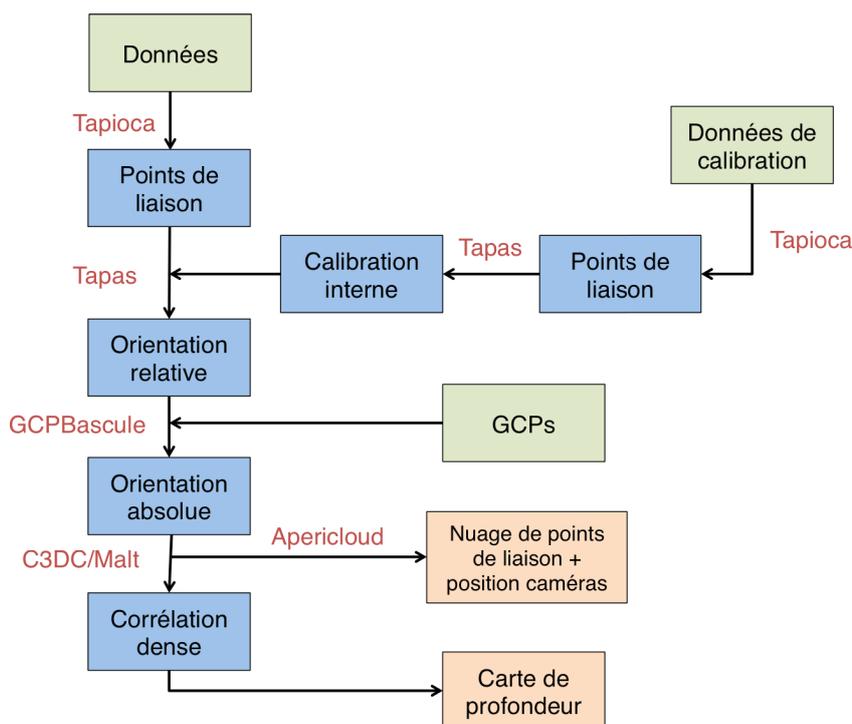


Figure 45 – Schéma illustrant la chaîne de traitement des données drone par la suite logicielle MicMac. Les cadres verts représentent les données en entrée, les cadres bleus les étapes du traitement et les cadres orange les résultats en sortie. Les outils simplifiés utilisés pour chaque étape sont rappelés en rouge.

### Première étape : calibration interne

Le calcul de la calibration interne repose sur le formalisme présenté en section 2.1.1. Il consiste à retrouver l'orientation relative des images dans le jeu de données secondaire en utilisant la méthode d'ajustement des faisceaux afin d'inverser simultanément les paramètres internes et externes des prises de vue.

- **Recherche de points de liaison** : l'outil utilisé est `Tapioca`, interface simplifiée de l'outil `PASTIS`. Il peut fonctionner selon différents modes, en recherchant les points de liaison dans toutes les paires d'images lorsque la taille du jeu de données est raisonnable, ou via une optimisation multi-échelle lorsqu'elle est plus conséquente. Dans le cas de la calibration interne, on dispose de quelques dizaines d'images, donc `Tapioca` est utilisé sur toutes les paires d'images disponibles.
- **Orientation relative** : l'orientation d'un jeu d'images est calculée grâce à l'outil `Tapas`, interface simplifiée d'`APER0`. Elle nécessite de connaître le modèle de calibration du capteur utilisé. Les différents modèles de calibration implémentés dans `MicMac` permettent de modéliser un capteur avec plus ou moins de paramètres, donc de manière plus ou moins complexe. Le modèle adapté à une calibration interne est `RadialExtended`, caractérisant une distorsion radiale à 10 degrés de liberté : un pour la distance focale, deux pour le point principal, deux pour le centre de distorsion, et cinq pour les coefficients de distorsion radiale.

### Deuxième étape : traitement du jeu de données principal

- **Recherche de points de liaison** : l'outil utilisé est le même que pour la calibration interne (`Tapioca`), mais cette fois-ci, comme le jeu de données est composé de plusieurs centaines d'images (300 à 700 selon les sites), il est utilisé en mode d'optimisation multi-échelle, c'est-à-dire qu'un premier calcul est lancé sur des versions très basse résolution des images, puis le calcul à pleine résolution est effectué seulement pour les paires ayant un nombre de points de liaison basse résolution excédant un certain seuil. Le résultat de la recherche entre deux images du site F est illustré dans la Figure 46.

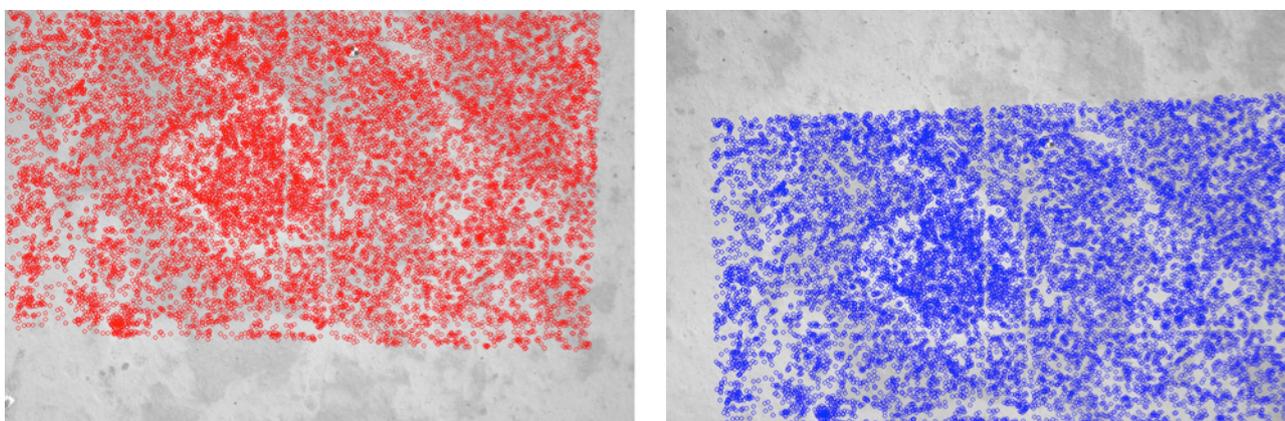


Figure 46 – Illustration des points de liaison entre deux images sur un site argileux (site F).

- **Orientation relative** : on utilise cette fois-ci `Tapas` en mode `Figee`, ce qui permet de ne pas définir de modèle de calibration mais d'utiliser les valeurs de la calibration interne. La spécificité de ce mode est que les coefficients de calibration ne sont pas réajustés pendant le

calcul mais gelés à leur valeur donnée en entrée. Toutefois, si le résultat de l'orientation n'est pas jugé satisfaisant, il est possible de libérer certains paramètres de calibration individuellement pour les réajuster, notamment le point principal ou la distance focale. Pour certains sites, aucune mesure de calibration n'a été faite (site Y) ou alors celle-ci mène à des résultats non satisfaisants (site E). Dans ce cas, on utilise Tapas directement sans passer par l'étape de calibration interne avec un modèle de caméra FraserBasic, modèle radial à 10 degrés de liberté : un pour la distance focale, un pour le point principal, un pour le centre de distorsion, trois pour les coefficients de distorsion radiale, deux pour des paramètres de décentrement et deux paramètres affine. A ce stade, il est possible de procéder à une étape optionnelle, qui est généralement conseillée à des fins de vérification avant de pousser les calculs plus loin : l'utilisation de l'outil Apericloud. Celui-ci conduit à un nuage de points constitué des points de liaison calculés par Tapioca dans l'orientation calculée par Tapas (Figure 47). Il permet de visualiser la position des prises de vue ainsi que la position relative estimée des points de la surface. Il convient de vérifier qu'il n'existe pas d'artefact particulier à ce stade avant d'aller plus loin.

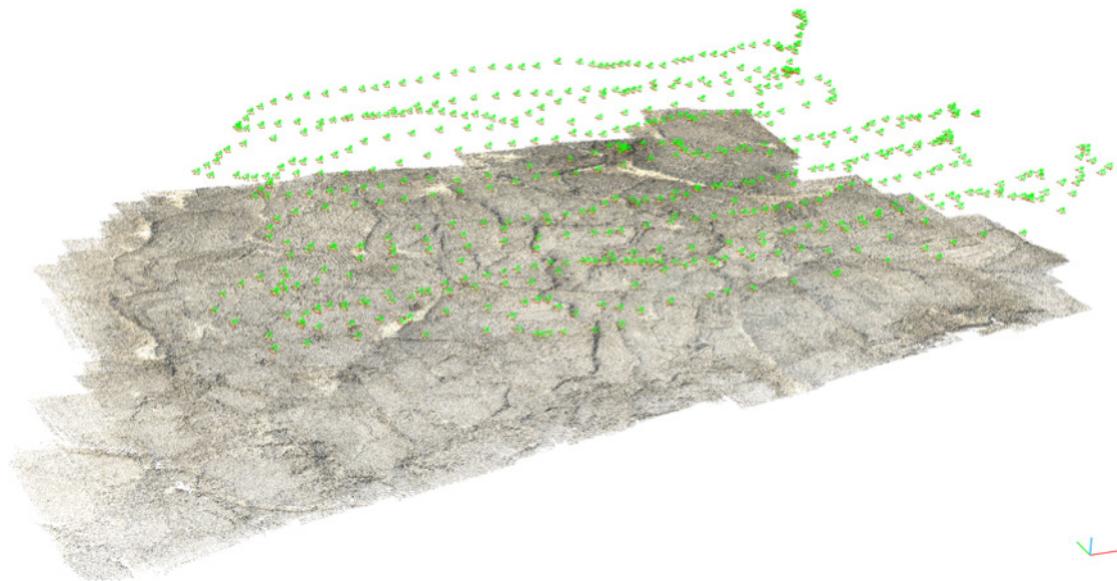


Figure 47 – Nuage de points de liaison généré par l'outil Apericloud après orientation relative sur le site M. Les points verts représentent les positions des prises de vue au dessus de la surface.

- **Orientation absolue** : elle consiste à géoréférencer les données en sortie de l'orientation relative à partir des points de contrôle dont les coordonnées sont connues à la fois dans le système de coordonnées image et le système de coordonnées terrain. Le marquage des points de contrôle dans les images se fait à travers une interface graphique (outil SaisieAppuisInit) où il convient de cliquer sur la position adéquate. Cette étape manuelle est sujette à des erreurs d'interprétation visuelle en raison de la qualité plus ou moins bonne des images (Figure 48).

L'outil utilisé pour le calcul de la transformation est GCPBascule. Il nécessite un minimum de trois points de contrôle dont la projection est connue dans au moins deux images. Pour des questions d'uniformité de coordonnées dans les trois directions de l'espace, l'orientation absolue est calculée dans le système UTM.

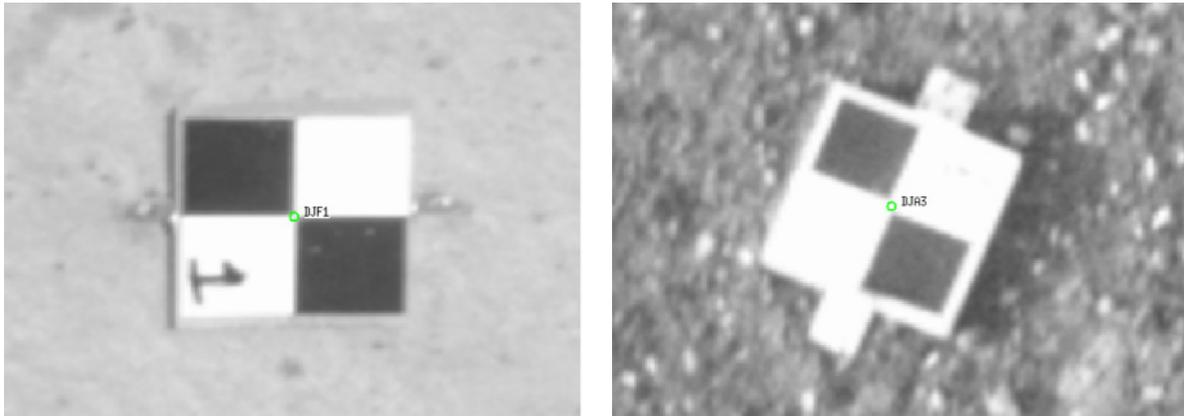


Figure 48 – Pointage des GCPs sur les cibles dans les images drone. A gauche : site F, le pointage est précis car la résolution de l'image est bonne ; à droite : site A, le pointage est plus sujet à erreur en raison de la qualité moyenne de l'image.

- **Mise en correspondance (C3DC/Malt)** : l'outil **Malt** est une interface simplifiée à l'outil de mise en correspondance MicMac qui permet de reconstruire une carte de profondeur selon deux stratégies de corrélation :
  - la géométrie terrain (Paparoditis et al., 2000) ; pour chaque point objet  $(X, Y)$  situé sur le terrain, l'altitude  $Z$  est déterminée par la mise en correspondance simultanée de toutes les images dans lequel il est visible (voir équation (2.15)). Ce mode permet de régler différents paramètres, dont la taille de la fenêtre de corrélation pour le calcul de mise en correspondance et un paramètre de régularisation permettant de gérer les discontinuités réelles des surfaces, et de ce fait le bruit du produit final.
  - la géométrie image (Pénard et al., 2006) ; pour chaque point image  $(u, v)$  localisé dans une image parent, la profondeur  $z$  est calculée par intersection du rayon issu de ce point et du rayon issu du pixel présentant le coefficient de corrélation le plus élevé (équation (2.13)) sur l'image fille. L'espace de recherche est défini le long de la droite épipolaire. Ceci résulte en autant de cartes de profondeur qu'il y a d'images. La fusion et le basculement de celles-ci en géométrie terrain donnent une carte de profondeur correspondant à l'intégralité de l'objet étudié. Ceci est géré par l'outil C3DC, qui fait appel à Malt en géométrie image.

En règle générale, l'utilisation de la géométrie terrain est bien adaptée pour les prises de vues à haute altitude (avion, satellite) car elle produit une seule carte de profondeur couvrant toute la surface imagée. Lorsque le vecteur d'acquisition des images est plus proche, comme c'est le cas des mesures *in situ*, il est plus raisonnable d'utiliser la géométrie image car l'objet modélisé ne peut pas toujours être représenté sous forme de carte de profondeur, mais plutôt comme un nuage de points. L'acquisition par drone constituant un compromis entre la prise de vue aérienne et la mesure *in situ*, nous avons testé les deux approches (Figure 49).

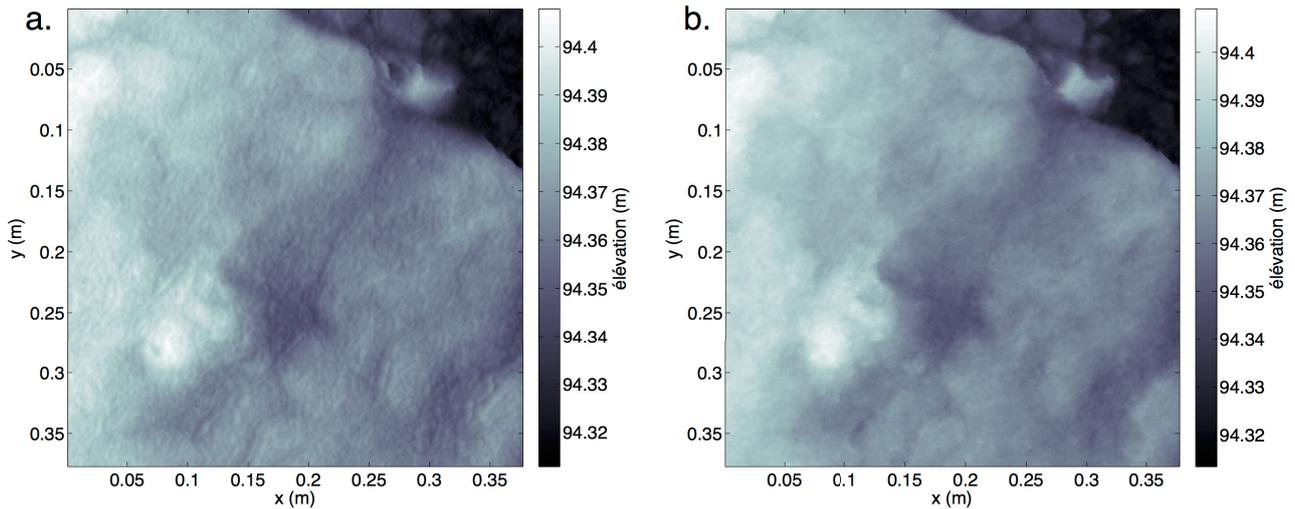


Figure 49 – Résultats de la carte de profondeur du site M en géométrie terrain (a) et en géométrie image (b).

Pour chacun des sites traités, nous avons constaté que les MNT générés en géométrie terrain étaient affectés par un bruit aléatoire matérialisé par des petites vaguelettes. L'amplitude de ce bruit peut être réduite en augmentant la taille de la fenêtre de corrélation et le paramètre de régularisation, mais ceci se fait au détriment d'un lissage important de la surface qui supprime les informations sur la rugosité à petite échelle. Les résultats obtenus en géométrie image semblent de meilleure qualité. En revanche, la version du logiciel utilisée au moment de la génération des surfaces ne permettait pas de régler les paramètres de taille de fenêtre de corrélation et de régularisation. Ils ont donc été laissés à leur valeur par défaut. Un réglage plus fin (rendu possible par une mise à jour de l'outil C3DC) est susceptible d'améliorer le résultat.

## Résultats

En raison de divers problèmes rencontrés (calibrations internes erronées, jeux de données multiples pour un même site, problèmes de recouvrement, images bruitées), mais aussi pour une question de temps, seuls douze sites sur les 22 ont pu être traités à ce jour. Il s'agit des sites A, B, E, F, H, I, M, Q, R, S, T et Y (Figure 39). Le calcul des cartes de profondeur à pleine résolution permet d'atteindre des tailles de pixels variant de 1.4 mm à 2 mm. En revanche, le calcul de mise en correspondance ayant une précision comparable à la taille du pixel, l'information est généralement redondante à ces résolutions et source de bruit sur les données. Par conséquent, le calcul de la carte de profondeur a été limité à l'avant dernière étape de la pyramide multirésolution, et la résolution dégradée d'un facteur 2. Elle varie donc de 2.8 mm à 4 mm. La Figure 50 révèle la qualité des MNT et la finesse des détails de surface que l'on est capable de résoudre.

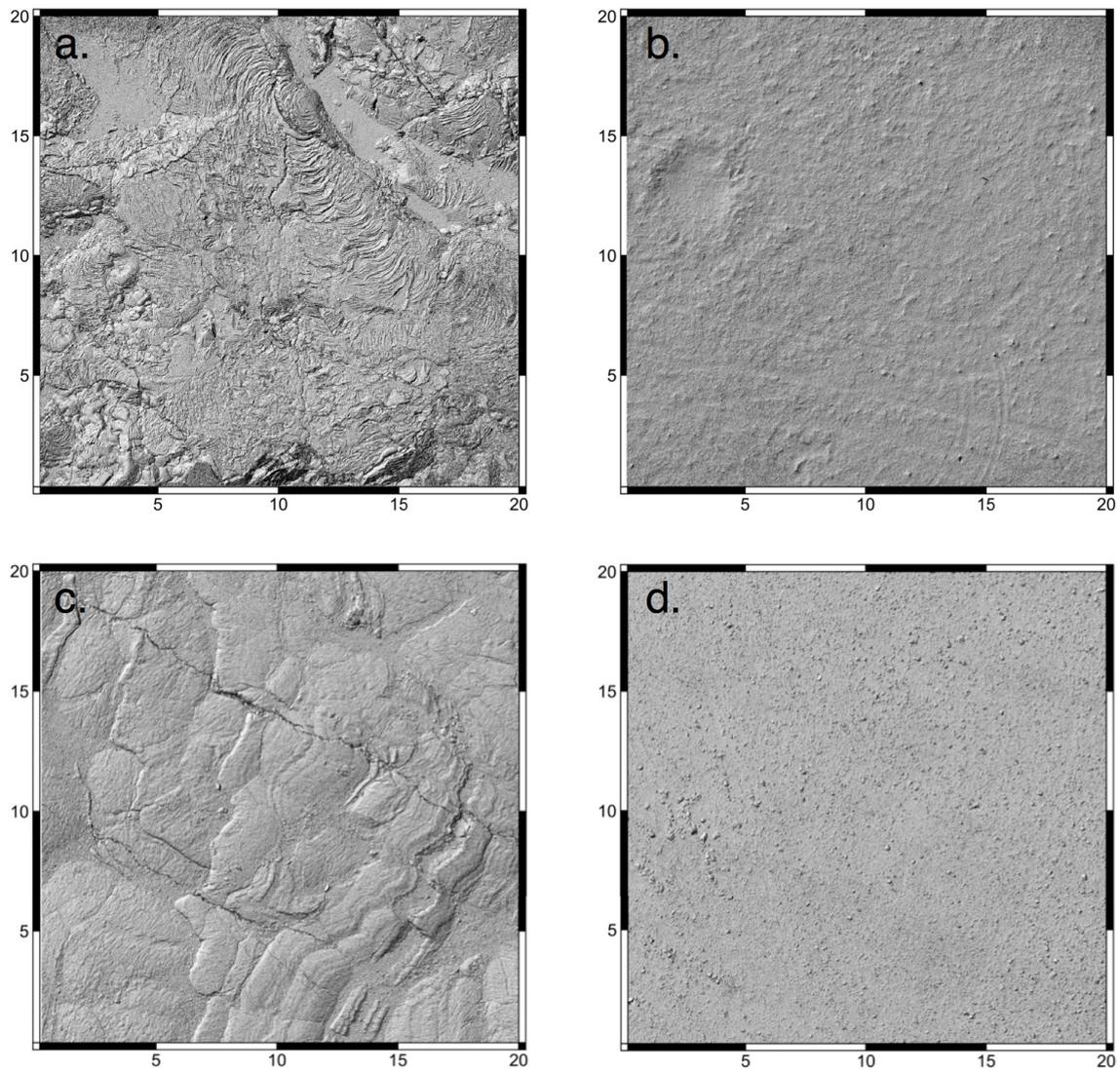


Figure 50 – Zones de 400 m<sup>2</sup> extraites des modèles numériques de terrain (ombrés) de quatre sites remarquables du rift d'Asal : (a) site B ; (b) site F ; (c) site M ; (d) site R. Les chiffres représentent la largeur de la surface (en mètres).

### Estimation de la qualité de l'orientation

La construction des MNT repose sur un calcul de compensation d'orientation et sur des points de contrôle GPS, et il existe toujours des erreurs résiduelles de reprojection. La qualité de l'estimation des paramètres d'orientation est estimée par :

- les résidus de liaison moyens  $R_l$  (exprimés en pixels), correspondant à l'erreur RMS entre la position initiale des points de liaison dans les images et leur reprojection à partir de la coordonnée 3D estimée par compensation. Une orientation parfaite pour lesquels les faisceaux des images se croiseraient en un seul point donne  $R_l = 0$ . En pratique, on considère que  $0.5 < R_l < 1$  fournit d'excellents résultats et que  $R_l \approx 1$  témoigne d'une bonne orientation. Si  $R \geq 1.5$ , l'orientation est considérée comme moyenne voire mauvaise, le plus souvent en raison d'un recouvrement trop faible entre images ou d'une mauvaise calibration interne. Ce paramètre constitue un estimateur de la qualité de l'orientation relative.

- les distances résiduelles  $d$  entre les coordonnées des points de liaison estimées dans les images et ses coordonnées réelles mesurées sur le terrain par GPS. Ces valeurs sont surtout utilisées pour vérifier l'information apportée par les résidus de liaison moyens. Elles sont particulièrement dépendantes de la qualité du pointage effectué par l'opérateur. Ce paramètre quantifie ainsi la qualité de l'orientation absolue. En supposant que le pointage est précis au pixel près, le paramètre  $d$  devrait avoir une valeur de l'ordre de la résolution du MNT produit. On estime l'erreur maximum de pointage du centre de la cible à 3 pixels. Pour des MNT à pleine résolution (~1.5 mm), on considère que le calcul de l'orientation absolue est satisfaisant pour  $d < 0.0045 m$ .

Le Tableau 7 résume les valeurs des estimateurs pour les 12 sites traités. L'orientation est satisfaisante dans la plupart des cas, malgré des valeurs plus élevées de  $R_l$  pour les sites B et Q et de  $d$  pour les sites A, I et Q.

Site	$R_l$ (orientation relative)	$d$ (orientation absolue)				
		DJA1	DJA2	DJA3	DJA4	DJA5
A	1.14	DJB1	DJB2	DJB3	DJB4	DJB5
		0.0028	0.0050	0.0051	0.0040	0.0038
B	1.33	DJE1	DJE2	DJE3	DJE4	DJE5
		/	0.0012	0.0007	0.0011	0.0027
E	1.28	DJF1	DJF2	DJF3	DJF4	DJF5
		0.0024	0.0010	0.0019	0.0020	0.0019
F	1.17	DJH1	DJH2	DJH3	DJH4	DJH5
		0.0013	0.0008	0.0012	0.0010	0.0010
H	1.04	DJI1	DJI2	DJI3	DJI4	DJI5
		0.0012	0.0007	0.0007	0.0006	0.0012
I	1.02	DJM1	DJM2	DJM3	DJM4	DJM5
		0.0043	0.0042	0.0065	0.0028	0.0041
M	1.24	DJQ1	DJQ2	DJQ3	DJQ4	DJQ5
		0.0017	0.0008	0.0016	/	0.0029
Q	1.33	DJR1	DJR2	DJR3	DJR4	DJR5
		0.0043	0.0044	0.0041	0.0050	0.0013
R	1.12	DJS1	DJS2	DJS3	DJS4	DJS5
		0.0016	0.0019	0.0012	0.0012	0.0009
S	1.01	DJT1	DJT2	DJT3	DJT4	DJT5
		0.0010	0.0006	0.0007	0.0004	0.0017
T	1.08	DJY1	DJY2	DJY3	DJY4	DJY5
		0.0008	0.0015	0.0012	0.0008	0.0007
Y	1.02					
		0.0008	0.0009	0.0008	0.0010	0.0017

Tableau 7 - Valeurs des estimateurs de qualité de l'orientation relative (résidus de liaison moyens  $R_l$ ) et de l'orientation absolue (distance résiduelle d'un point de contrôle  $d$ ) pour douze sites contenant chacun 5 points de contrôle.

## Estimation de la précision du MNT

À pleine résolution, les modèles numériques de terrain ont une résolution altimétrique similaire à la résolution planimétrique, soit environ 1.5 mm. La dégradation d'un facteur 2 de la résolution planimétrique ne modifie pas la résolution altimétrique. Afin d'estimer la précision altimétrique des modèles de surface, des repères constitués d'un pavé droit vissé sur une base carré en bois ont été posés aléatoirement dans la zone étudiée. La modélisation 3D de ces objets est parfois difficile car ils manquent de contraste et, selon la direction d'observation, ils peuvent être confondus avec leur ombre. La Figure 51 illustre un exemple de profil d'élévation pour un repère placé sur le site F. Les arêtes et les bords de l'objet sont arrondis car ces zones sont fortement ombrées sur les images, ce qui résulte en une corrélation moyenne voire mauvaise. La hauteur du pavé droit estimée sur le MNT est égale à 155.3 mm, ce qui représente une erreur de 5.3 mm par rapport à sa taille réelle. Cette erreur peut être considérée comme raisonnable au regard de l'altitude de vol du drone ( $\sim 5/1000$ ).

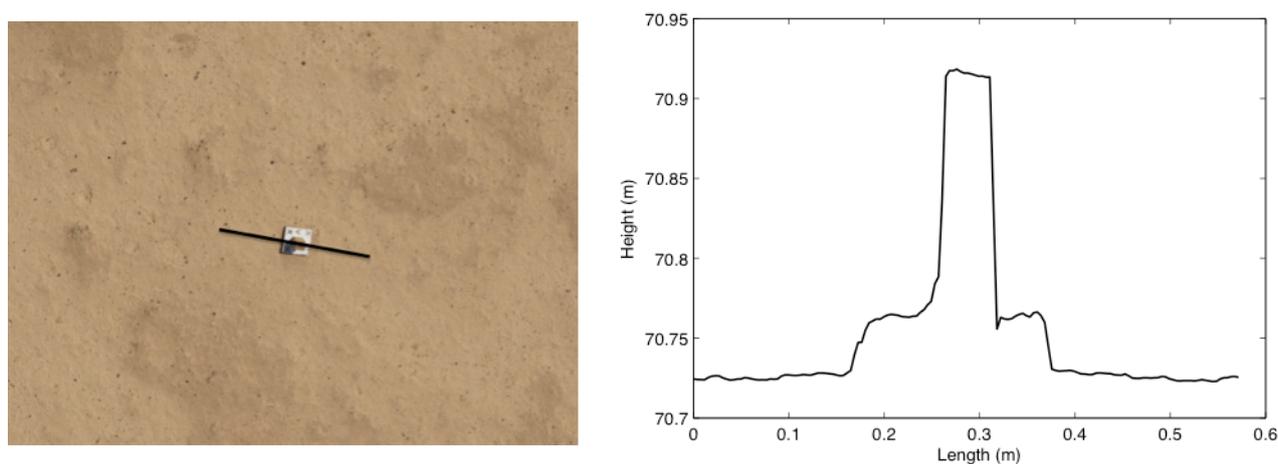


Figure 51 – Pavé droit en bois et profil altimétrique associé tiré du MNT du site F.

### 3.2.2 MNT acquis manuellement (échelle microscopique)

Parallèlement aux acquisitions par drone, des photographies ont été prises à la main sur certains sites (majoritairement ceux présentant une structure granulaire) afin de caractériser les propriétés physiques des surfaces avec une meilleure résolution.

#### Protocole d'acquisition et résultats

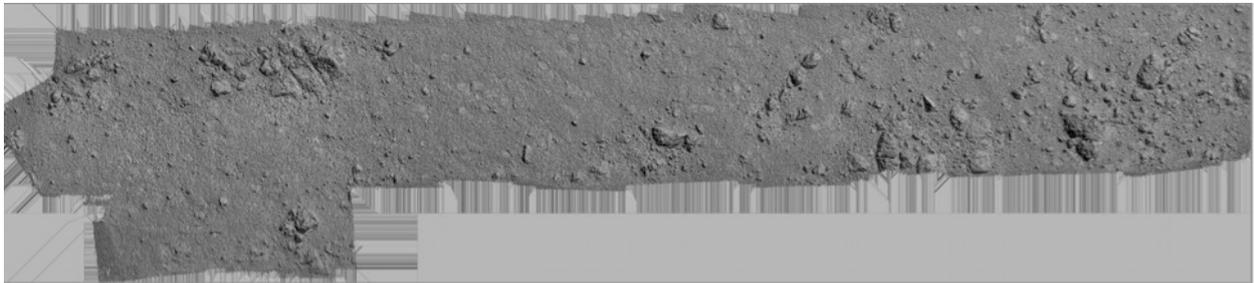
Les données ont été acquises grâce à un appareil photographique numérique de type réflex par un opérateur se déplaçant en ligne droite sur des distances variant de 10 m à 20 m (entre deux points de contrôle GPS drone lorsque cela était possible). La hauteur d'acquisition est d'un mètre cinquante environ. Dans la mesure du possible, l'appareil était légèrement incliné vers l'avant afin de sortir les pieds de l'opérateur du champ de vision, mais cette précaution n'a été prise que pour les dernières acquisitions.

14 sites parmi les 22 ont été échantillonnés. Nous n'en avons traité que quatre (sites M, Q, S et T) pour des questions de temps. Malgré une acquisition entre deux cibles pouvant constituer des points de contrôle pour certains sites, le calcul de l'orientation absolue n'est pas possible car il nécessite la connaissance d'au moins trois points de contrôle dans au moins deux images. Hormis

les étapes de calibration interne et d'orientation absolue, le calcul des cartes de profondeur suit la même chaîne de traitement que pour les données drone (Figure 45).

Le calcul des orientations relatives pour les sites M, Q, S et T aboutit à des résidus de liaison moyens de 0.41, 0.38, 0.33 et 0.47 pixels, ce qui constitue un très bon résultat et permet d'aboutir à des modèles numériques de terrain d'excellente qualité (Figure 52).

SITE S



SITE Q

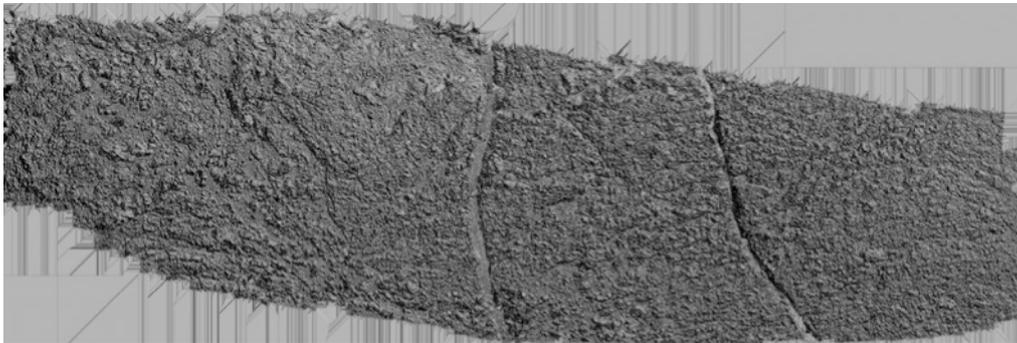


Figure 52 – MNT ombrés acquis manuellement sur les sites S et Q.

### Géoréférencement

La connaissance de la résolution spatiale absolue des modèles de surface est un point critique pour caractériser la rugosité multi-échelle. Le géoréférencement est par conséquent indispensable. Pour les données drone, il s'effectue grâce à l'orientation absolue déterminée à partir des points de contrôle GPS. Les résultats (Tableau 7) montrent une faible erreur résiduelle sur la position des points de contrôle après compensation de l'orientation, de sorte que la précision absolue des produits finaux peut être considérée comme bonne. Les données acquises à la main ne sont pas situées dans un repère absolu car aucun point de contrôle n'a été mesuré lors de l'acquisition des données. Le géoréférencement est alors réalisé à la main en calant des points de contrôle visuellement par rapport aux données drone (Figure 53). La transformation spatiale est calculée grâce à une transformation de Helmert (similitude spatiale), combinant trois opérations : translation, rotation et homothétie. Avant sélection des points de contrôle, la résolution de la carte de profondeur dans le repère relatif est dégradée d'un facteur deux pour les mêmes raisons que celles citées précédemment. Les résolutions planimétriques obtenues sont sub-millimétriques : 0.8 mm pour le site M, 0.9 mm pour les sites Q et S et 0.7 mm pour le site T. Pour chaque site, la résolution altimétrique est deux fois meilleure que la résolution planimétrique.

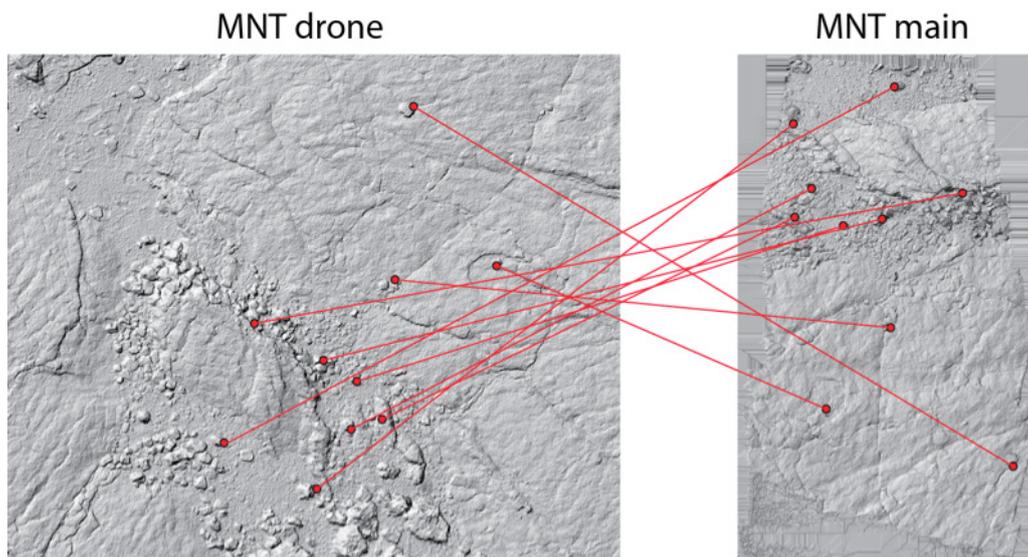


Figure 53 – Points de contrôle sélectionnés manuellement (points rouges) entre le MNT drone (gauche) et le MNT acquis à la main (droite) pour le site M.

### 3.2.3 MNT Pléiades (échelle topographique)

L'évolution la plus récente de MicMac concerne les routines de calcul de l'orientation (position et rotation) d'un ensemble d'images satellite. Jusqu'à présent, pour générer des MNT à partir d'images Pléiades, il fallait au préalable calculer les paramètres d'orientation avec le logiciel Euclidium développé par le CNES et l'IGN et commercialisé par la société Magellium. L'ensemble de la chaîne est désormais entièrement géré par les outils MICMAC-APERO (Rosu et al., 2014), qui permettent également de fusionner des images aériennes et satellite.

Les valeurs de géoréférencement fournies par le distributeur sont généralement mesurées à bord du satellite grâce à des récepteurs GPS, des suiveurs stellaires ou des gyroscopes. Elles ne sont cependant pas assez précises pour la modélisation 3D et doivent être affinées. Dans cette optique, la position géographique de 35 points de contrôle a été mesurée par GPS sur l'ensemble du rift avec une précision centimétrique (Figure 54) : il s'agit d'objets "facilement" repérables sur l'image Pléiades (croisements de routes, angles de bâtiments, blocs rocheux,...). L'erreur de pointage hypothétique sur les images satellite est compensée par une résolution spatiale largement supérieure à la précision sur la position du point.



Figure 54 – Points de contrôle mesurés par GPS pour contraindre l'orientation du MNT Pléiades.

## Chaîne de traitement MicMac

Le traitement des données Pléiades est très similaire à celui des données *in situ*, mais diffère par quelques éléments, dont le calcul de l'orientation.

- **Conversion des données d'entrée au format MicMac** : les paramètres d'orientation associés à chaque image permettant de faire le lien entre les coordonnées terrain et image d'un pixel sont donnés par le modèle RPC (pour *Rational Polynomial Coefficient* ; Guo & Xiuxiao, 2006), basé sur un rapport de fonctions polynômiales d'ordre trois. Les coefficients des polynômes sont fournis par les constructeurs dans différents formats. MicMac nécessite l'exécution d'une étape de conversion au moyen de la commande `Convert2GenBundle`, ce logiciel travaillant en coordonnées uniformes dans le système métrique (UTM).
- **Recherche des points de liaison** : les points de liaison sont toujours calculés à l'aide de l'outil `Tapioca`. La résolution spatiale des images Pléiades est très importante et la recherche de points de liaison doit être effectuée sur des images sous-échantillonnées en raison de contraintes numériques. Il faut garder à l'esprit qu'un sous-échantillonnage trop important amoindrit la précision des images, ce qui résulte en une estimation plus vague des paramètres d'orientation. Ils servent d'observations pour améliorer l'orientation relative entre les n-uplets d'images.
- **Saisie des points de contrôle** : les 35 points de contrôle sont saisis dans les images via l'outil `SaisieAppuisInit`. Comme la résolution des images est métrique et que la précision des points de contrôle est centimétrique, la liberté sur la précision du pointage par l'opérateur est grande. Ces points sont inclus dans le calcul pour améliorer la précision de l'orientation absolue.
- **Affinage de l'orientation** : à partir des observations que constituent les points de liaison et de contrôle, l'affinage de l'orientation fournie par le constructeur peut être calculé. Pour cela, on utilise l'outil `Campari` similaire à `Tapas`, mais pour lequel il est possible d'utiliser les observations soit comme points de contrôle (influence sur l'ajustement), soit comme point de vérification (pas d'influence sur l'ajustement). Les points de vérification servent à s'assurer de la qualité des résultats, en comparant leur position avant et après affinage par rapport à leur position réelle sur le terrain. Leur répartition sur l'image doit être dispersée, en particulier dans les zones dépourvues de points de contrôle.
- **Mise en correspondance dense** : le calcul de la carte de profondeur s'effectue via l'outil `Malt` en géométrie terrain selon le raisonnement développé dans l'équation (2.15).

## Résultats

Les paramètres estimateurs de la qualité de l'orientation sont  $R_l = 0.4$  pixels pour tous les points de liaison et  $0.7 < d < 1.16$  m pour 16 des 35 points de contrôle utilisés dans le calcul d'affinage. L'orientation absolue peut donc être considérée comme bonne.

Les produits altimétriques Pléiades reposent généralement sur la capacité d'acquisition en stéréo (deux images) ou tri-stéréo (trois images) du satellite lors d'un seul passage. Nous avons initié une étude visant à évaluer la qualité du MNT en fonction du nombre d'images, et donc d'angles de prise de vue. La Figure 55 montre une diminution sensible du bruit lorsqu'on utilise trois images au lieu de deux, ou cinq images au lieu de trois. Cette amélioration de l'information altimétrique est liée à un meilleur échantillonnage des zones dissimulées en présence de relief abrupt, ce qui est le cas près des falaises et des gros blocs rocheux.



Figure 55 – Effet du nombre d’images sur le bruit du modèle numérique de terrain métrique généré à partir d’images Pléiades sur le rift d’Asal-Ghoubbet.

Nous avons ainsi utilisé 5 images (images 2, 6, 13, 14 et 15 dans le Tableau 4) pour générer un MNT de toute la zone à une résolution planimétrique de 50 cm, dégradée à 2 m afin de réduire le bruit (Figure 56).

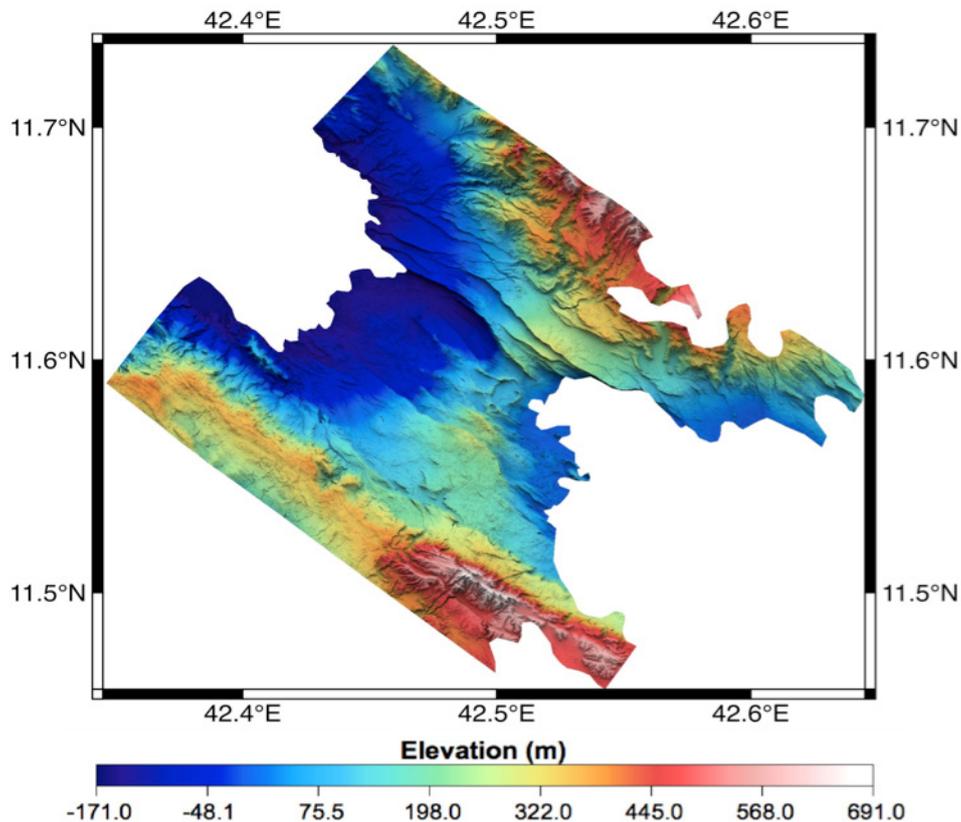


Figure 56 – Modèle numérique de terrain métrique généré à partir d’un couple d’images Pléiades sur le rift d’Asal-Ghoubbet. On reconnaît au centre la caldeira du lac de lave de Bourile Bahari (ou du Fieale), vaste dépression de forme ovoïde d’environ 1.2 km de diamètre.

La qualité du MNT peut être évaluée par comparaison avec les MNT millimétriques générés à partir des données drone sur des surface d’environ 20 m × 30 m, eux-mêmes calés sur des mesures GPS très précises. L’écart entre les deux profils est d’environ 1 m sur les sites F et T (Figure 57). Une erreur verticale comparable a été estimée par [Berthier et al. \(2014\)](#) sur des MNT Pléiades

correspondant à des glaciers de haute montagne. Le MNT Pléiades est parfois affecté d'un bruit conséquent (voir site F, courbe rouge sur la Figure 57) dont l'origine n'est pas formellement identifiée.

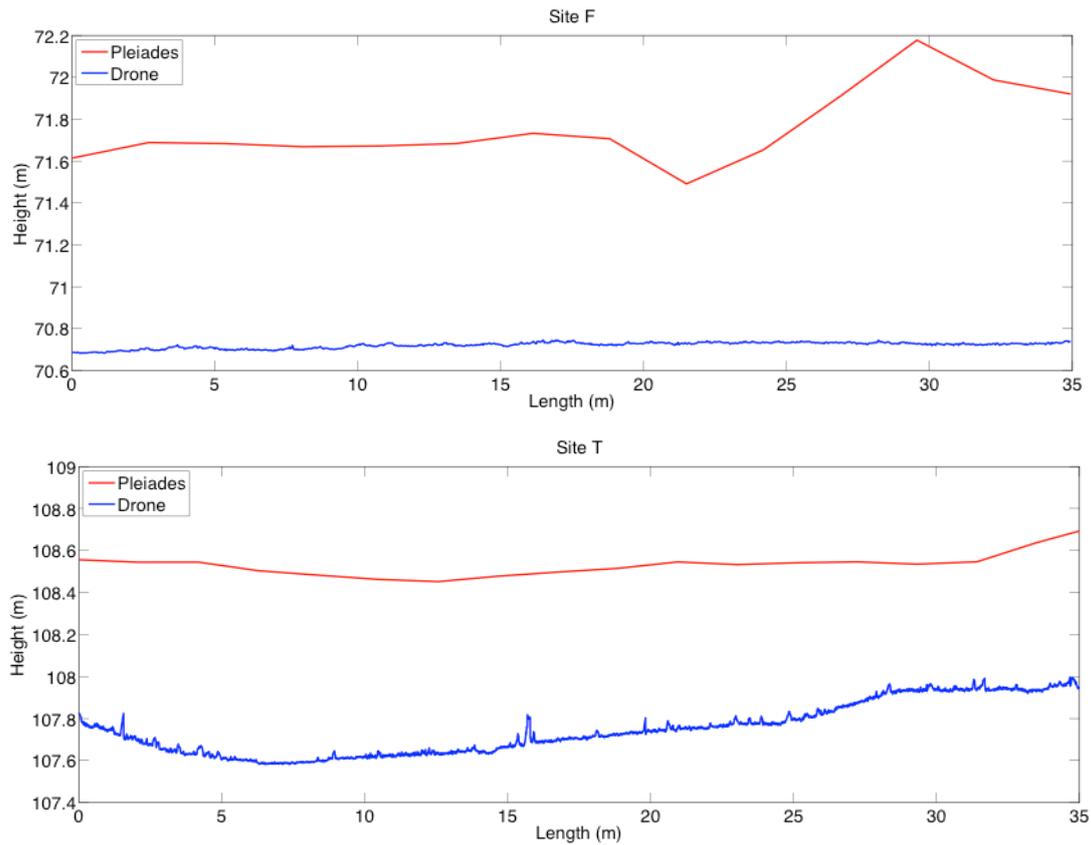


Figure 57 – Profils d'élévation extraits du MNT Pléiades (rouge) et du MNT drone (bleu) sur la même distance pour les sites F (haut) et T (bas).

## Chapitre 4

# Photométrie des surfaces du rift d'Asal-Ghoubbet

Tout comme la topographie, la BRDF des surfaces naturelles peut être mesurée à différentes échelles par des instruments variés. De manière générale, on utilise des instruments en orbite autour de la Terre ou de corps planétaires du système Solaire, capables d'imager les surfaces avec des gammes d'angles de phase très larges avec des résolutions spectrales fines. L'inconvénient est que dans les longueurs d'onde du visible et proche infrarouge, le rayonnement interagit avec les composants atmosphériques, de sorte que la BRDF mesurée ne correspond pas exactement à celle de la surface. Nous exposons ici la méthode utilisée pour extraire des BRDF de la série d'acquisition Pléiades (section 4.1) par modélisation des effets atmosphériques. En parallèle, des mesures *in situ* ont été menées dans le rift d'Asal-Ghoubbet à l'aide d'un spectro-goniomètre portable dans le but d'accéder à la BRDF des surfaces à petite échelle. En plus de s'affranchir des effets de l'atmosphère, ces données permettent une meilleure caractérisation de la BRDF par un échantillonnage directionnel et spectral (section 4.2) plus complet qu'avec la série d'images Pléiades. Par ailleurs, les mesures *in situ* donnant une vérité terrain sont utilisées pour vérifier et ajuster la qualité des mesures orbitales (section 4.3). Finalement, la section 4.4 résume la base de données topographiques et photométriques générée dans le cadre de cette étude.

## 4.1 Extraction de BRDF à partir des mesures orbitales Pléiades

La grande agilité des satellites Pléiades leur permet de mesurer la réponse photométrique des surfaces imagées sous différents angles de visée. Il s'agit d'un des résultats les plus originaux de cette thèse puisqu'à notre connaissance, très peu de travaux ont analysé cette capacité du satellite (Lachérade et al., 2012). Deux étapes de correction atmosphérique (sections 4.1.1 et 4.1.2) et géométrique (section 4.1.3) sont nécessaires.

### 4.1.1 Corrections atmosphériques

Le satellite Pléiades 1B mesure la luminance du système Terre-atmosphère dans les domaines visible et proche infrarouge. En l'absence de nuages, le rayonnement solaire incident traverse l'atmosphère puis est partiellement absorbé et réfléchi par la surface ; la fraction réfléchie traverse à nouveau l'atmosphère avant d'atteindre le capteur. La luminance mesurée par le capteur dépend donc des propriétés optiques de la surface et de celles de l'atmosphère qui intervient au cours des trajets descendant et ascendant du rayonnement. La conversion des valeurs de luminance au niveau du satellite (*top-of-atmosphere*) en valeurs de réflectance au niveau du sol (*top-of-canopy*) nécessite de corriger les effets atmosphériques. Cette étape est importante car la réflectance au niveau du sol contient l'information nécessaire à la caractérisation physico-chimique de la surface.

Lorsque le rayonnement solaire traverse la couche atmosphérique, il entre en collision avec les deux constituants majeurs de l'atmosphère que sont les molécules gazeuses et les aérosols (ensemble des particules solides ou liquides en suspension dans l'atmosphère). Les effets atmosphériques résultent de deux processus physiques, l'absorption et la diffusion.

### Phénomène de diffusion

La diffusion du rayonnement solaire par les gaz et aérosols atmosphériques est dite élastique, c'est-à-dire sans changement de longueur d'onde. Elle résulte en un changement de trajectoire des photons (Figure 58). La diffusion de Rayleigh concerne l'interaction du rayonnement avec les molécules gazeuses dont la taille est très petite par rapport à la longueur d'onde. Elle est

inversement proportionnelle à la puissance quatrième de la longueur d'onde. La diffusion de Mie concerne l'interaction du rayonnement avec les aérosols dont la taille est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde. Elle est anisotrope et se fait de façon préférentielle dans la direction de propagation avant. Elle est beaucoup moins sensible à la longueur d'onde que la diffusion de Rayleigh.

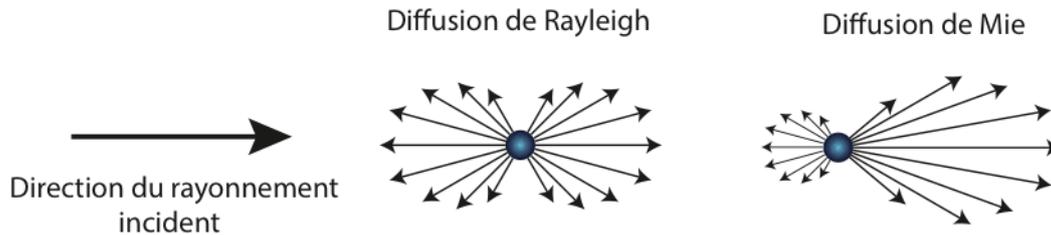


Figure 58 – Phénomène de diffusion par les molécules gazeuses et les aérosols atmosphériques.

La diffusion dépend fortement du profil vertical de concentration des molécules ou des particules dans l'atmosphère. La transmission du rayonnement dans l'atmosphère est mesurée par l'épaisseur optique de diffusion  $\tau$ , grandeur qui dépend à la fois de la longueur du trajet atmosphérique et de la concentration en gaz et en aérosols. L'épaisseur optique de diffusion est la somme des épaisseurs optiques de diffusion de Rayleigh et de Mie.

Cas d'une surface uniforme et lambertienne

On supposera dans un premier temps que la surface est uniforme et lambertienne et que l'atmosphère constitue une couche horizontale uniforme. Les directions d'illumination et de visée sont définies telles que dans le formalisme de la Figure 15, par leurs angles zénithaux ( $i$  et  $e$ ) et azimutaux ( $\phi_i$  et  $\phi_e$ ). On utilise les notations  $\mu_0 = \cos i$  et  $\mu = \cos e$ . Soient  $I [W.m^{-2}sr^{-1}]$  la luminance mesurée par le satellite et  $J$  l'éclairement solaire à la limite supérieure de l'atmosphère, pour une distance Terre-Soleil moyenne  $d_0 = 150000$  km (1 UA). Si la Terre est située à une distance  $d$  [UA] du Soleil, alors  $J = E_i/d^2$ . La réflectance apparente au niveau du sommet de l'atmosphère  $\rho_{TOA}$  s'écrit alors sous la forme d'un facteur de réflectance (*BRF*, section 2.2.1) comme

$$\rho_{TOA} = \frac{\pi I}{J\mu_0} = \frac{\pi I d^2}{E_i \mu_0} \tag{4.1}$$

avec  $d$  la distance Terre-Soleil dépendant de la date d'acquisition (exprimée en UA). Outre le flux direct, différents flux aux trajectoires plus complexes participent au bilan radiatif (Figure 59) :

- une partie du rayonnement solaire est diffusée par l'atmosphère vers le capteur avant même d'atteindre la surface (Figure 59a) ;
- une partie contribue à l'éclairement diffus de la surface (Figure 59b) ;
- une partie est réfléchi par la surface puis diffusée en direction du satellite (Figure 59c) ;
- une partie subit des réflexions multiples entre la surface et l'atmosphère (Figure 59d).

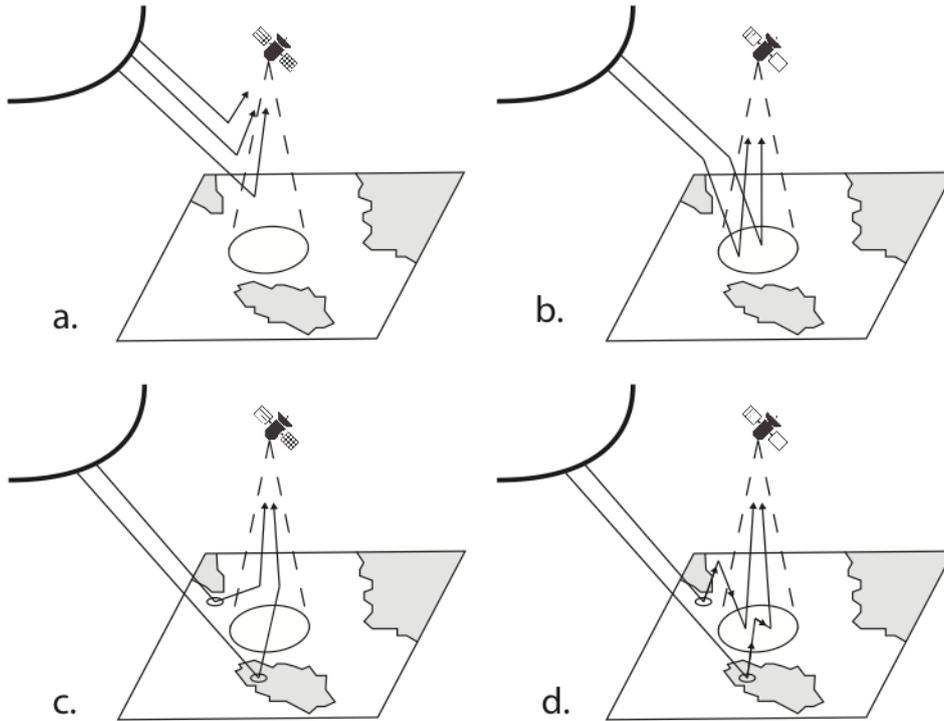


Figure 59 – Chemins de diffusion empruntés par le rayonnement solaire dans l’atmosphère et parvenant au capteur : (a) rayonnement diffusé par l’atmosphère vers le satellite ; (b) rayonnement diffus réfléchi par la surface ; (c) rayonnement réfléchi par la surface et diffusé en direction du satellite ; (d) rayonnement ayant subi des réflexions multiples entre la surface et l’atmosphère.

Soit  $\tau$  l’épaisseur optique de l’atmosphère. Au niveau de la surface, l’éclairement solaire direct a été atténué par l’atmosphère selon la loi de Beer-Lambert :

$$E_i^{dir} = \mu_0 E_i e^{-\tau/\mu_0} \quad (4.2)$$

L’éclairement solaire diffus s’écrit

$$E_i^{diff} = \mu_0 E_i t_d(i) \quad (4.3)$$

avec  $t_d(i)$  le facteur de transmittance diffuse. On note  $\rho_t$  la réflectance de la surface et  $S$  l’albédo sphérique de l’atmosphère. L’éclairement incident total sur la surface résultant du mécanisme de piégeage du rayonnement direct et diffus s’exprime

$$E_i^{tot} = (E_i^{dir} + E_i^{diff})(1 + \rho_t S + \rho_t^2 S^2 + \dots) \quad (4.4)$$

soit encore

$$E_i^{tot} = \mu_0 E_i \left( e^{-\tau/\mu_0} + t_d(i) \right) (1 + \rho_t S + \rho_t^2 S^2 + \dots) \quad (4.5)$$

On reconnaît dans le second membre le développement limité en 0 :

$$\frac{1}{1-x} = 1 + \sum_{i=1}^n x^i \quad (4.6)$$

avec  $x = \rho_t S$ , ce qui donne pour (4.4)

$$E_i^{tot} = \mu_0 E_i \frac{T(i)}{1 - \rho_t S} \quad (4.7)$$

avec  $T(i)$  la transmittance totale :

$$T(i) = e^{-\tau/\mu_0} + t_d(i) \quad (4.8)$$

Lors du trajet ascendant, le rayonnement total réfléchi par la surface subit à nouveau une atténuation exponentielle, selon un coefficient  $e^{-\tau/\mu}$ . L'éclairement direct ascendant s'écrit donc

$$E_e^{dir} = E_i^{tot} \rho_t e^{-\tau/\mu} \quad (4.9)$$

L'éclairement diffus ascendant, correspondant à l'éclairement total incident réfléchi par la surface puis diffusé dans la direction du capteur (Figure 59c), s'écrit

$$E_e^{diff} = E_i^{tot} \rho_t t_d(e) \quad (4.10)$$

L'éclairement total ascendant est donc égal à :

$$E_e^{tot} = \mu_0 E_i \frac{T(i)T(e)\rho_t}{1 - \rho_t S} \quad (4.11)$$

La réflectance apparente de la surface,  $\rho_{surf}$ , est définie comme le rapport entre l'éclairement ascendant ( $E_e^{tot}$ ) et l'éclairement solaire incident initial ( $\mu_0 E_i$ ) :

$$\rho_{surf} = \frac{T(i)T(e)\rho_t}{1 - \rho_t S} \quad (4.12)$$

La réflectance intrinsèque de l'atmosphère,  $\rho_a(i, e, \phi_i, \phi_e)$ , est la fraction de rayonnement solaire diffusée par l'atmosphère qui n'a pas atteint la surface (Figure 59a). Elle est due à la diffusion de la lumière par les gaz et les aérosols et se note simplement comme la somme de la réflectance intrinsèque due à la diffusion moléculaire ( $\rho_R$ ) et de la réflectance intrinsèque due à la diffusion par les aérosols ( $\rho_A$ ),  $\rho_a = \rho_R + \rho_A$ . La réflectance apparente au sommet de l'atmosphère  $\rho_{TOA}$  s'écrit alors

$$\rho_{TOA} = \rho_a + \rho_{surf} \quad (4.13)$$

D'où

$$\rho_{TOA} = \rho_a + \frac{T(i)T(e)\rho_t}{1 - \rho_t S} \quad (4.14)$$

Finalement, la réflectance de la surface est

$$\rho_t = \frac{A}{1 + S A} \quad (4.15)$$

avec  $A = \frac{\rho_{TOA} - \rho_a}{T(i)T(e)}$

#### Cas d'une surface non uniforme (effet de voisinage)

On suppose désormais que la surface n'est plus uniforme et que sa réflectance varie en fonction de la position géographique. Considérons par exemple une cible  $M$  de réflectance  $\rho_c(M)$

située dans un environnement uniforme de réflectance  $\rho_e$ . L'éclairement ascendant diffus (équation (4.10)), ainsi que le terme correspondant à l'éclairement total incident sur la surface ( $T(i)/(1 - \rho_t S)$ ), dépendent de la réflectance de l'environnement  $\rho_e$ , tandis que l'éclairement ascendant direct (équation (4.9)) dépend de la réflectance de la cible  $\rho_c$ . On réécrit alors l'équation (4.14)

$$\rho_{TOA} = \rho_a(i, e, \phi_i, \phi_e) + \frac{T(i)}{1 - \rho_e(M)S} (\rho_c(M)e^{-\tau/\mu} + \rho_e t_d(e)) \quad (4.16)$$

En réalité, la réflectance de l'environnement est définie comme la moyenne spatiale des réflectances de chaque point sur toute la surface, notée  $\langle \rho \rangle$ , de telle sorte que (4.16) devient

$$\rho_{TOA} = \rho_a(i, e, \phi_i, \phi_e) + \frac{T(i)}{1 - \langle \rho \rangle S} (\rho_c(M)e^{-\tau/\mu} + \langle \rho \rangle t_d(e)) \quad (4.17)$$

La réflectance moyenne de l'environnement  $\langle \rho \rangle$  inclut la contribution des pixels voisins du pixel cible, pondérée par une fonction dépendant de la distance de chaque point par rapport à la cible. Notons  $(r, \psi)$  les coordonnées polaires du point cible  $M$ . On a

$$\langle \rho \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \rho'(r, \psi) F(r) d\psi dr \quad (4.18)$$

où  $\rho'(r, \psi)$  est la réflectance au point  $M'(r, \psi)$  et  $F(r)$  est la fonction d'environnement global, correspondant à la probabilité qu'un photon qui serait directement transmis au point cible  $M$  soit en réalité diffusé et atteigne la surface dans un cercle de rayon  $r$  dont l'origine est le point  $M$ . Réciproquement,  $F(r)$  correspond également à la probabilité qu'un photon soit réfléchi par un point de ce même cercle et diffusé dans la direction entre le point  $M$  et le capteur. Les conditions aux limites sont  $F(0) = 0$  et  $F(+\infty) = 1$ . La fonction  $F(r)$  est relativement complexe : elle dépend de la fonction de phase des molécules gazeuses et des aérosols, de leur épaisseur optique ainsi que de leur distribution verticale. Les contributions des molécules gazeuses et des aérosols peuvent être prises en compte séparément en écrivant

$$F(r) = \frac{t_d^R(e) F_R(r) + t_d^A(e) F_A(r)}{t_d(e)} \quad (4.19)$$

avec  $t_d^R(\mu)$  et  $t_d^A(\mu)$  les facteurs de transmission diffuse des molécules gazeuses et des aérosols. Les fonctions  $F_R(r)$  et  $F_A(r)$  peuvent être calculées par simulations de type Monte-Carlo pour un modèle d'aérosol et des distributions verticales donnés pour les deux constituants.

Finalement, pour une surface uniforme, il vient en combinant les équations (4.9) et (4.10) que la fraction du rayonnement incident total réfléchi dans la direction du capteur et subissant les phénomènes d'atténuation et de diffusion s'écrit  $\rho_t e^{-\tau/\mu} + \rho_t t_d(e) = \rho_t T(e)$ . Pour une surface non uniforme, cette même fraction s'écrit  $\rho_c e^{-\tau/\mu} + \langle \rho \rangle t_d(e)$ . Finalement, on a

$$\rho_t T(e) = \rho_c e^{-\tau/\mu} + \langle \rho \rangle t_d(e) \quad (4.20)$$

La réflectance  $\rho_c$  de la surface se calcule donc selon

$$\rho_c = \frac{\rho_t T(e) - \langle \rho \rangle t_d(e)}{e^{-\tau/\mu}} \quad (4.21)$$

où :

- $\rho_t$  est la réflectance du pixel cible sous l'hypothèse d'un environnement homogène, donnée par l'équation (4.15)
- $T(e)$  est la transmittance totale vers le haut
- $t_d(e)$  est la transmittance diffuse vers le haut
- $e^{-\tau/\mu}$  est la transmittance directe vers le haut
- $\langle\rho\rangle$  est la réflectance d'environnement moyenne incluant la contribution de la réflectance des pixels voisins à celle du pixel cible, et définie par (4.18)

Vermote et al. (1997) montrent que la fonction  $F(r)$  présente une dépendance à la direction de visée pour des angles zénithaux supérieurs à  $30^\circ$ , qui peut être ajustée au moyen d'une fonction polynômiale dont les coefficients dépendent du logarithme de  $\mu$ . Cependant, cet ajustement n'est strictement valable que dans le cas où l'environnement du pixel cible est uniforme en azimuth. La correction de l'effet de voisinage aux géométries extrêmes est donc imparfaite.

### Phénomène d'absorption

Le rayonnement solaire peut être absorbé par les molécules gazeuses et par les aérosols. Dans le cas des molécules gazeuses, l'absorption résulte d'un transfert d'énergie entre le rayonnement et les molécules, ce qui conduit à une atténuation du signal dans la direction de propagation du rayonnement. L'énergie absorbée modifie l'énergie interne de la molécule en la faisant passer d'un état fondamental stable à un état excité correspondant à un niveau d'énergie supérieur. Une partie de cette énergie est réémise sous forme de photons de grandes longueurs d'onde (infrarouge thermique). Une molécule possède plusieurs niveaux d'énergie discrets auxquels sont associés trois états correspondant respectivement à des niveaux d'énergie croissants : état de rotation, de vibration et de configuration électronique. Le rayonnement micro-onde et infrarouge lointain, peu énergétique, est associé aux transitions rotationnelles ; le rayonnement infrarouge induit des transitions énergétiques vibrationnelles (étirements et pliages) ; le rayonnement visible et ultraviolet, plus énergétique, induit des transitions énergétiques électroniques ou des photodissociations pour les courtes longueurs d'onde. Comme ces transitions ont lieu pour des valeurs discrètes de niveaux d'énergie, les coefficients d'absorption peuvent varier très rapidement avec la fréquence et présenter une structure complexe.

Les principaux gaz atmosphériques responsables de l'absorption du rayonnement solaire entre  $0.2 \mu\text{m}$  et  $4 \mu\text{m}$  sont le dioxygène ( $\text{O}_2$ ), l'ozone ( $\text{O}_3$ ), la vapeur d'eau ( $\text{H}_2\text{O}$ ) et le dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ). La variation spatiale et temporelle des concentrations en  $\text{O}_2$  et  $\text{CO}_2$  est relativement faible, de sorte que ces dernières sont supposées constantes et uniformément distribuées dans l'atmosphère. Ce n'est pas le cas pour  $\text{H}_2\text{O}$ , principalement localisée dans la basse troposphère ( $< 3 \text{ km}$ ), et  $\text{O}_3$ , essentiellement présent dans la stratosphère ( $> 20 \text{ km}$ ) (Figure 60).

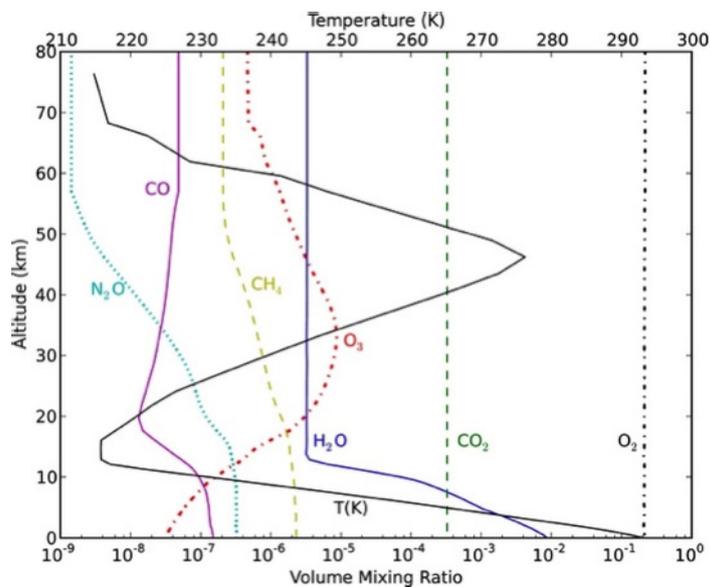


Figure 60 – Répartition verticale des gaz atmosphériques dans l’atmosphère (d’après [Misra et al., 2014](#))

Les spectres de transmittance calculés pour ces quatre gaz sont illustrés en Figure 61. La vapeur d’eau (Figure 61a) n’affecte que les longueurs d’onde supérieures à 0.7  $\mu\text{m}$ . Dans le visible et le proche infrarouge (0.43 – 0.95  $\mu\text{m}$ ), le  $\text{CO}_2$  est transparent au rayonnement solaire (Figure 61b). L’influence de  $\text{O}_2$  est limitée à une bande spectrale étroite mais intense à environ 0.75  $\mu\text{m}$  (Figure 61c) tandis que  $\text{O}_3$  présente une faible bande d’absorption entre 0.55 et 0.65  $\mu\text{m}$ , mais est totalement opaque pour des longueurs d’onde inférieures à 0.35  $\mu\text{m}$  (Figure 61d).

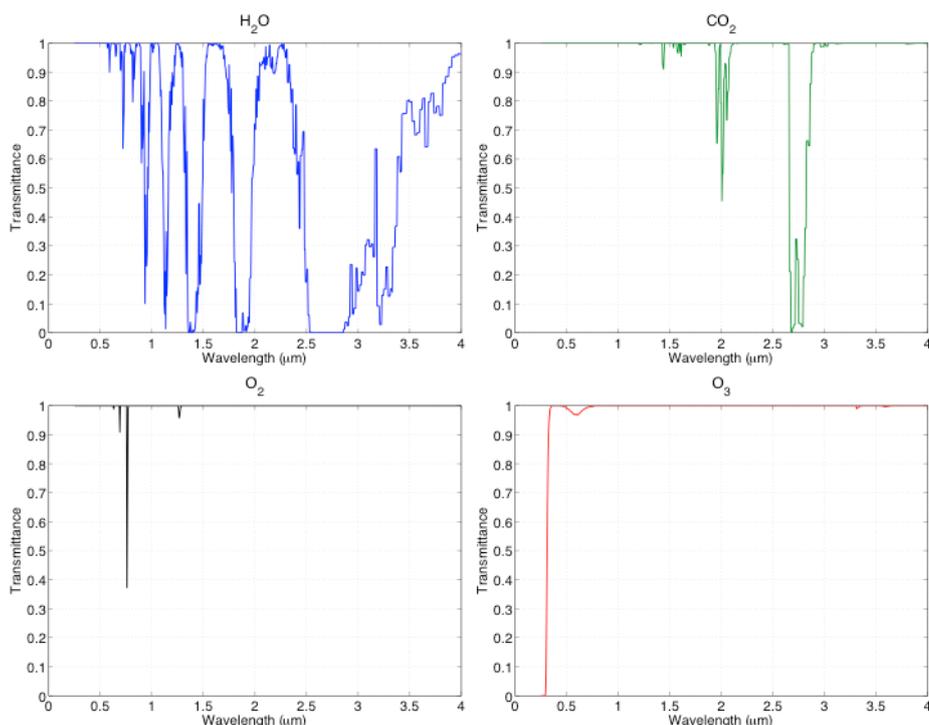


Figure 61 – Transmittances atmosphériques pour les quatre principaux gaz atmosphériques : vapeur d’eau ( $\text{H}_2\text{O}$ ), dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ), dioxygène ( $\text{O}_2$ ) et ozone ( $\text{O}_3$ ).

## Effets conjoints de la diffusion et de l'absorption

L'intensité du rayonnement qui parvient au satellite varie en fonction de la transmittance atmosphérique, qui dépend du pouvoir de diffusion et d'absorption des constituants atmosphériques. La diffusion moléculaire (diffusion de Rayleigh) a une grande influence sur la transmittance de l'atmosphère pour  $\lambda < 1 \mu\text{m}$ . La diffusion par les aérosols (diffusion de Mie) est importante dans le visible et le proche infrarouge. L'ozone présent dans la troposphère (20%) et dans la stratosphère (80%) absorbe le rayonnement solaire en quasi-totalité dans l'ultraviolet et très peu dans le visible (entre 0.55 et 0.65  $\mu\text{m}$ ); le signal est ainsi modifié seulement pour la transmittance directe dans les sens ascendant et descendant :  $Tg_{O_3}(i, e, U_{O_3})$  avec  $U_{O_3}$  la teneur en ozone. Les bandes d'absorption de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone sont situées dans le proche et moyen infrarouge, domaines de longueurs d'onde où la diffusion moléculaire est négligeable. Elles n'affectent donc que la lumière diffusée par les aérosols. La fonction de phase de ces derniers présente un fort lobe de diffusion avant, de sorte que les chemins direct et diffus de la lumière sont très proches. Par conséquent, on peut supposer que l'absorption par la vapeur d'eau et le dioxyde de carbone est identique pour les flux lumineux direct et diffus : ils sont réduits du facteur  $Tg_{H_2O}(i, e, U_{H_2O})Tg_{CO_2}(i, e)$ . L'absorption par le dioxygène est très localisée et présente une bande très étroite, donc on considère que la transmittance  $Tg_{O_2}(i, e)$  affecte de la même manière les flux direct et diffus.

La majorité des aérosols et de la vapeur d'eau sont situés à des altitudes comprises entre 0 km et 10 km (Figure 60). On suppose que ces deux constituants sont mélangés, de sorte que la moitié de la vapeur d'eau absorbe le rayonnement diffusé par les aérosols. Cette approximation reste raisonnable quand l'absorption par la vapeur d'eau est modérée, en particulier dans la fenêtre atmosphérique du visible. Finalement, en prenant en compte l'absorption gazeuse, la réflectance au sommet de l'atmosphère exprimée dans l'équation (4.14) peut se réécrire

$$\rho_{TOA} = Tg(i, e, U_{O_3}) \left[ \rho_R + \rho_A Tg_{H_2O} \left( i, e, \frac{U_{H_2O}}{2} \right) + T(i)T(e) \frac{\rho_t}{1 - \rho_t S} Tg_{H_2O}(i, e, U_{H_2O}) \right] \quad (4.22)$$

où  $Tg(i, e, U_{O_3}) = Tg_{O_3}(i, e, U_{O_3})Tg_{CO_2}(i, e)Tg_{O_2}(i, e)$ .

### 4.1.2 Calibration radiométrique des images Pléiades

Le satellite Pléiades 1B mesure une luminance énergétique spectrale exprimée sous forme de compte numérique. Afin de traduire ces valeurs en grandeurs physiques, plusieurs étapes détaillées ci-après et basées sur le modèle théorique exposé ci-dessus sont nécessaires. Elles seront effectuées grâce à la librairie Orfeo Toolbox (OTB ; [Inglada & Christophe, 2009](#)), ensemble de briques algorithmiques et d'utilitaires de traitement d'images satellite développés par le CNES et spécialement conçus pour le traitement des images Pléiades L'algorithme de correction atmosphérique est basé sur le code de transfert radiatif 6S ([Vermote et al., 1997](#)).

#### Estimation des termes radiatifs

Plusieurs grandeurs radiométriques intervenant dans l'équation (4.22) comme la réflectance atmosphérique intrinsèque  $\rho_a$ , la fonction de transmittance atmosphérique  $T$  (intrinsèquement liée à la fonction de transmittance diffuse  $t_d$ ) ou l'albédo sphérique de l'atmosphère  $S$  ne s'écrivent pas simplement : elles peuvent être modélisées grâce à un code de transfert radiatif dans l'atmosphère, en l'occurrence le code 6S (*Second Simulation of a Satellite Signal in the Solar Spectrum*), et calculées

indirectement par interpolation de tables de correspondances (*look-up tables*) précompilées. Ces termes radiatifs dépendent de nombreux paramètres, de sorte que la réflectance au sommet de l'atmosphère mesurée par le capteur  $\rho_{TOA}$  dépend de :

- l'angle zénithal d'éclairement  $i$  [°]
- l'angle zénithal de visée  $e$  [°]
- l'angle azimutal relatif  $\phi = \phi_e - \phi_i$  [°]
- la pression atmosphérique  $P_a$  [hPa]
- l'épaisseur optique d'aérosols  $\tau_A$  [sans unité]
- l'albédo de simple diffusion des aérosols  $\omega_0$  [sans unité]
- la fonction de phase des aérosols  $P_A$  [sans unité]
- la teneur en vapeur d'eau dans la colonne atmosphérique  $U_{H_2O}$  [ $g \cdot cm^{-2}$ ]
- la teneur en ozone dans la colonne atmosphérique  $U_{O_3}$  [Unités Dobson ou *DU* pour *Dobson Units*]

L'équation (4.22) se note alors, en fonction de tous ses paramètres,

$$\begin{aligned} \rho_{TOA}(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A, U_{H_2O}, U_{O_3}) \\ = Tg(i, e, \phi, P_a, U_{O_3}) \left[ \rho_{atm}(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A, U_{H_2O}) \right. \\ \left. + T_{atm}(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A) \frac{\rho_t}{1 - \rho_t S(P_a, \tau_A, \omega_0, P_A)} Tg_{H_2O}(i, e, U_{H_2O}) \right] \end{aligned} \quad (4.23)$$

avec  $\rho_{atm}$  la réflectance atmosphérique intrinsèque incluant le phénomène d'absorption gazeuse

$$\begin{aligned} \rho_{atm}(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A, U_{H_2O}) \\ = \rho_R(i, e, \phi, P_a) \\ + (\rho_a(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A) - \rho_R(i, e, \phi, P_a)) Tg_{H_2O}\left(i, e, \frac{U_{H_2O}}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

et  $T_{atm}$  la transmission atmosphérique totale.

$$T_{atm}(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A) = T_{atm}(i, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A) T_{atm}(e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A) \quad (4.25)$$

### Fonctions de transmission gazeuse : $Tg(i, e, \phi, P_a, U_{O_3})$ et $T_{H_2O}(i, e, \phi, P_a, U_{H_2O})$

Afin de modéliser le spectre d'absorption sur la gamme spectrale  $\Delta\nu$ , le code 6S utilise un modèle de bandes aléatoires qui suppose que les lignes d'absorption sont distribuées de manière aléatoire. Les modèles utilisés dans 6S sont celui de [Goody, \(1964\)](#) pour la vapeur d'eau et celui de [Malkmus, \(1967\)](#) pour les autres gaz ( $O_3$ ,  $O_2$  et  $CO_2$ ) car ce dernier présente une probabilité de lignes d'absorption faibles supérieure. Le calcul détaillé de la fonction de transmission gazeuse est exposé en Annexe C. Pour la vapeur d'eau, elle s'écrit

$$T_{\Delta\nu} = \exp\left(-\frac{\bar{S}\bar{m}}{\delta} \left(1 + \frac{\bar{S}}{\pi\alpha_0} \frac{\bar{m}^2}{m\phi}\right)^{-1/2}\right) \quad (4.26)$$

et pour les autres gaz

$$T_{\Delta\nu} = \exp\left(-\frac{\pi\alpha_0 \overline{m\phi}}{2\delta \overline{2m}} \left( \left(1 + \frac{4\overline{S} \overline{m}^2}{\pi\alpha_0 \overline{m\phi}}\right)^{-1/2} - 1 \right)\right) \quad (4.27)$$

Le code 6S utilise les données spectroscopiques de l'*AFGL atmospheric absorption line parameters compilation* (position, intensité et largeur à mi-hauteur des lignes) pour calculer les variables des équations (4.26) et (4.27) : intensité moyenne des bandes d'absorption  $\overline{S}$ , largeur à mi-hauteur moyenne des bandes  $\alpha_0$  et quantités de gaz absorbant  $\overline{m}$  et  $\overline{m\phi}$  pondérées respectivement par la température et la pression combinée avec la température. Les coefficients nécessaires aux calculs sont répertoriés dans des tables précompilées avec une résolution spectrale de  $10 \text{ cm}^{-1}$  pour les différents gaz atmosphériques. Par intégration numérique des équations (4.26) et (4.27), on peut calculer les quantités de gaz absorbant pour un modèle d'atmosphère donné. Chaque modèle est défini par un profil altimétrique de pression, température, concentration en vapeur d'eau et concentration en ozone. Les quantités  $\overline{m}$  et  $\overline{m\phi}$  calculées sont ensuite normalisées par les teneurs en vapeur d'eau ( $U_{H_2O}$ ) ou en ozone ( $U_{O_3}$ ) entrées par l'utilisateur, avant d'être intégrées dans les équations (4.26) et (4.27) pour le calcul de la fonction de transmission gazeuse.

### Réflectance atmosphérique intrinsèque : $\rho_{atm}(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A, U_{H_2O})$

La réflectance atmosphérique intrinsèque  $\rho_{atm}$  (équation (4.24)) dépend de la réflectance intrinsèque du mélange molécules gazeuses et aérosols notée  $\rho_a$  (Vermote et al., 1997), ainsi que de la réflectance intrinsèque due à la diffusion moléculaire seule (Rayleigh) notée  $\rho_R$ . Pour une diffusion de Rayleigh quasi-isotrope, Vermote & Tanré, (1992) ont montré que l'on pouvait calculer  $\rho_R$  de manière semi-empirique en se basant sur les travaux de Chandrasekhar, (1960)

$$\rho_R = \rho_R^1(i, e) + (1 - e^{-\tau_R/\mu_0})(1 - e^{-\tau_R/\mu})\Delta(\tau_R) \quad (4.28)$$

avec  $\rho_R^1$  le terme de diffusion simple et le second terme prenant en compte les ordres de diffusion supérieurs,  $\tau_R$  l'épaisseur optique moléculaire et  $\Delta(\tau_R)$  une fonction de Chandrasekhar. Le coefficient  $\tau_R$  est pré-calculé dans 6S.

Pour une bande d'absorption et un modèle d'aérosol donnés, le terme  $\rho_a$  est précompilé dans 6S dans une table de correspondance. Le terme  $\rho_R$  tel qu'exprimé dans l'équation (4.28) correspond à la pression atmosphérique standard  $P_0$ . Afin de prendre en compte la pression effective de l'atmosphère, l'épaisseur optique est ajustée selon

$$\tau_R(P_a) = P_a \tau_R \quad (4.29)$$

### Fonction de transmission atmosphérique : $T_{atm}(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A)$

Dans le code 6S cette fonction est calculée par la méthode des ordres de diffusion successifs (Lenoble et al., 2007) en faisant l'hypothèse d'une illumination vers le bas isotrope. Les valeurs sont calculées avec un pas de  $4^\circ$  pour chaque modèle d'aérosol et chaque bande d'absorption pour un certain nombre de valeurs d'épaisseur optique d'aérosols ( $\tau_A$ ) prédéfinies, pour une pression atmosphérique standard  $P_0$ . Les valeurs pour un angle zénithal  $\theta$  et une épaisseur optique  $\tau_A$

donnés sont alors calculées par interpolation. À pression effective de l'atmosphère  $P_a$ , la fonction de transmission atmosphérique est donnée par

$$T_{atm}(\theta, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A) = T_{atm}(\theta, P_0, \tau_A, \omega_0, P_A) \frac{T_R(\theta, P_a)}{T_R(\theta, P_0)} \quad (4.30)$$

avec  $T_R(\theta, P_0)$  la transmission atmosphérique liée à la diffusion moléculaire à pression standard. Cette dernière peut être calculée en utilisant l'épaisseur optique moléculaire à pression standard  $\tau_R$  grâce à la méthode de Delta-Eddington (Joseph et al., 1976) basée sur une approximation à deux flux :

$$T_R(\theta, P_0) = \frac{\frac{2}{3} + \cos \theta + \left(\frac{2}{3} - \cos \theta\right) e^{-\tau_R / \cos \theta}}{\frac{4}{3} + \tau_R} \quad (4.31)$$

En utilisant la même méthode que pour la réflectance atmosphérique intrinsèque, on a

$$T_R(\theta, P_a) = \frac{\frac{2}{3} + \cos \theta + \left(\frac{2}{3} - \cos \theta\right) e^{-P_a \tau_R / \cos \theta}}{\frac{4}{3} + P_a \tau_R} \quad (4.32)$$

#### Albédo sphérique de l'atmosphère : $S(P_a, \tau_A, \omega_0, P_A)$

L'albédo plan, également appelé réflectance hémisphérique directionnelle, est l'intégrale de la réflectance sur toutes les directions de visée, et s'écrit dans le cas de l'atmosphère

$$A_p = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \rho_{atm}(i, e, \phi, P_a, \tau_A, \omega_0, P_A, U_{H_2O}) \mu \, de \, d\phi \quad (4.33)$$

L'albédo sphérique, ou réflectance bi-hémisphérique, est l'intégrale de l'albédo plan sur toutes les directions d'illumination

$$S(P_a, \tau_A, \omega_0, P_A) = \int_0^{\pi/2} A_p \mu_0 \, di \quad (4.34)$$

$S$  intervient comme un terme du second ordre dans l'équation (4.23), de sorte que la dépendance de la réflectance atmosphérique intrinsèque à la vapeur d'eau peut être négligée. Ainsi, on peut écrire la même relation que pour  $\rho_{atm}$  (équation (4.24))

$$S(P_a, \tau_A, \omega_0, P_A) = S(P_0, \tau_A, \omega_0, P_A) - S_R(P_0) + S_R(P_a) \quad (4.35)$$

Le terme  $S(P_0, \tau_A, \omega_0, P_A)$  est pré-calculé dans 6S et stocké dans des tables dépendant uniquement des propriétés des aérosols ( $P_A, \omega_0, \tau_A$ ). Le terme  $S_R$  correspondant à l'albédo sphérique des molécules uniquement, est calculé à partir de l'hypothèse de diffusion isotrope, sous laquelle l'albédo sphérique de l'atmosphère est donné par

$$S_R(P_a) = 1 - \int_0^1 \mu_\theta T_R(\mu_\theta) \, d\mu_\theta \quad (4.36)$$

où  $\mu_\theta = \cos \theta$ . Il en résulte

$$S_R(P_a) = \frac{1}{4 + 3P_a\tau_R} (3P_a\tau_R - 4E_3(P_a\tau_R) + 6E_4(P_a\tau_R)) \quad (4.37)$$

où  $E_n(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-xt}}{t^n} dt$  sont les fonctions d'exponentielle intégrale (Abramowitz & Stegun, 1970).

### Chaîne de traitement

En télédétection optique, les valeurs assignées aux pixels sont des comptes numériques dont la comparaison et l'interprétation physique n'est pas directe. Elles sont influencées par de nombreux facteurs comme la quantité de lumière arrivant sur le capteur, leur gain, etc. Selon la saison, l'éclairement, les conditions atmosphériques ou les paramètres internes du capteur, ces valeurs peuvent varier pour un pixel donné alors que les propriétés optiques de la surface n'ont pas changé. Ces effets varient spectralement : par exemple l'impact de la teneur en aérosols est plus important dans le bleu que dans le rouge, et celui de la teneur en ozone plutôt marqué dans le vert. Il est donc essentiel de calibrer les images pour pouvoir comparer les valeurs de réflectance pour un pixel donné. Les paramètres d'entrée nécessaires à la chaîne de traitement de l'OTB (Figure 62) sont séparés en deux catégories :

- les paramètres liés à l'atmosphère : pression atmosphérique, teneur en vapeur d'eau, épaisseur optique d'aérosols, etc. ;
- les paramètres liés au capteur : géométrie d'acquisition, angles solaires, réponse spectrale des CCD, etc. Ils sont généralement inclus dans les métadonnées des images.

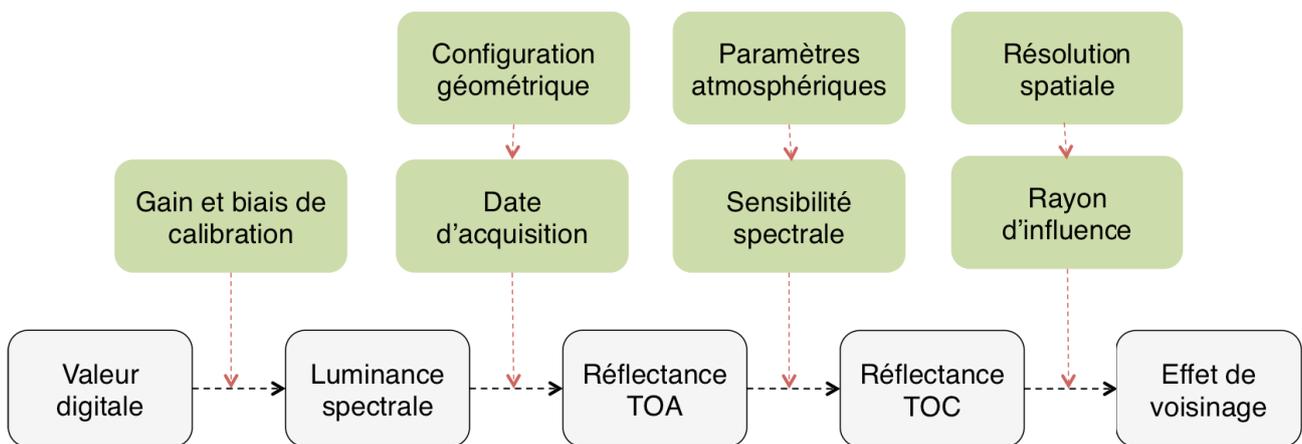


Figure 62 – Chaîne de traitement de l'Orfeo ToolBox (OTB) pour la calibration radiométrique des images Pléiades. Les cadres blancs représentent les différentes étapes et les cadres verts les paramètres d'entrée.

Etape 1 : la première étape du traitement consiste à transformer les comptes numériques (valeurs de luminance codées sur 12 bits en panchromatique et en multispectral pour les images Pléiades) en valeurs physiques (luminance spectrale [ $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1} \cdot \mu m^{-1}$ ]). La formule appliquée est notée

$$I_{TOA}^k = \frac{X^k}{\alpha_k} + \beta_k \quad (4.38)$$

où  $I_{TOA}^k$  est la luminance mesurée au sommet de l'atmosphère,  $X^k$  est la valeur digitale mesurée pour la bande  $k$  de l'image,  $\alpha_k$  est le gain de calibration absolu et  $\beta_k$  est le biais de calibration absolu. Ces deux derniers paramètres sont inclus dans les métadonnées.

Etape 2 : la valeur de luminance est convertie en facteur de réflectance au sommet de l'atmosphère (TOA), en se basant sur l'équation (4.38) :

$$\rho_{TOA}^k = \frac{\pi I_{TOA}^k d^2}{J_i^k \mu_0} \quad (4.39)$$

avec  $J_i^k$  l'illumination solaire au sommet de l'atmosphère pour une distance Terre-Soleil moyenne. Elle dépend non seulement de la bande spectrale, mais aussi de la réponse spectrale de cette bande, lue dans les métadonnées. La date et l'heure d'acquisition sont également lues afin de calculer le terme  $d^2$ .

Etape 3 : afin de calculer la réflectance au niveau du sol (TOC), on introduit un certain nombre de paramètres radiatifs :

- la pression atmosphérique  $P_a$  [hPa]
- la teneur en vapeur d'eau dans la colonne atmosphérique  $U_{H_2O}$  [ $g \cdot cm^{-2}$ ]
- la teneur en ozone dans la colonne atmosphérique  $U_{O_3}$  [Dobson Units]
- un modèle d'aérosol (continental, maritime, urbain, désertique) qui détermine la fonction de phase des aérosols  $P_A$  et leur albédo de simple diffusion  $\omega_0$
- l'épaisseur optique d'aérosols  $\tau_A$  à 550 nm [sans unité]

ainsi que des paramètres intrinsèques au capteur :

- les angles zénithal et azimutal solaires
- les angles zénithal et azimutal du satellite
- la date d'acquisition
- la réponse spectrale du capteur dans une bande donnée ( $\Delta\lambda = 2,5$  nm).

Le code 6S calcule quatre quantités radiométriques sur le domaine solaire entre 400 nm et 2500 nm :

- la réflectance atmosphérique intrinsèque prenant en compte la diffusion par les molécules et les aérosols atténuée par la vapeur d'eau ;
- l'albédo sphérique de l'atmosphère ;
- la transmission gazeuse totale ( $O_2$ ,  $O_3$  et  $CO_2$ ) ;
- la transmittance totale de l'atmosphère sur les chemins optiques Soleil-surface et surface-satellite.

Ces quantités radiométriques sont ensuite convoluées par la réponse spectrale du capteur dans chaque bande, de sorte que si l'on écrit  $\lambda_l \in \{\lambda_{min} = 400 \text{ nm}, \dots, \lambda_{max} = 2500 \text{ nm}\}$ ,  $g^j(\lambda_l)$  l'ensemble  $[\rho_{atm}, Tg, T_{atm}, S]$ , et  $f_k(\lambda_l)$  la réponse spectrale de la bande  $k$ , la convolution spectrale est donnée par

$$g_k^j = \frac{\sum_{\lambda_l=\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} g^j(\lambda_l) f_k(\lambda_l)}{\sum_{\lambda_l=\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} f_k(\lambda_l)} \quad (4.40)$$

La  $j^e$  variable de l'ensemble  $g^j$  pour la  $k^e$  bande, donnée par  $g_k^j$  peut alors être injectée dans l'équation (4.23) pour retrouver la réflectance de surface  $\rho_t$  (Bassani et al., 2010).

Etape 4 : la dernière étape du traitement consiste à appliquer une correction des effets d'environnement. Le calcul de la réflectance au niveau du sol à l'étape 3 suppose que la surface est homogène. Cette étape reprend la méthode exposée en section 4.1.1 pour corriger l'effet radiométrique des pixels adjacents. Elle se base sur la décomposition du signal mesuré en une somme de contributions du pixel cible et de tous ses pixels voisins pondérées par leur distance au pixel cible. La réflectance du pixel cible est donnée par l'équation (4.21). Le paramètre d'entrée pour cette correction est le rayon de la fenêtre autour du pixel cible contenant tous les pixels contribuant à sa réflectance. Il intervient dans le terme  $\langle \rho \rangle$  de l'équation (4.21) via la variable  $r$  correspondant à la distance entre un pixel de la fenêtre et le pixel cible.

### Données atmosphériques externes

L'algorithme de correction atmosphérique nécessite de connaître les paramètres atmosphériques au moment de l'acquisition des images, en particulier la pression atmosphérique, la teneur en ozone et en vapeur d'eau, ainsi que l'épaisseur optique d'aérosols. Les deux premiers ont une variation spatiale et temporelle relativement faible, de sorte qu'ils peuvent être estimés à partir de données météorologiques de faible résolution. En revanche la teneur en vapeur d'eau et l'épaisseur optique d'aérosols, beaucoup plus variables, nécessitent des données à haute résolution temporelle et spatiale.

Pression atmosphérique : le *Global Modeling and Assimilation Office* (GMAO) de la NASA utilise le modèle d'assimilation de données atmosphériques GEOS-5 afin de construire une base de données temporelle cohérente. Il utilise pour cela toutes les observations collectées depuis le lancement des premiers satellites en 1979 et un système d'assimilation universel. Ce projet nommé MERRA (*Modern-Era Retrospective Analysis for Research and Applications*) fournit des données à un pas de temps horaire et une résolution spatiale de  $0.5^\circ$  en latitude et  $0.625^\circ$  en longitude. La Figure 63a est une carte de pression atmosphérique au niveau de la mer sur Djibouti le 26 janvier 2013 à 7h UTC. Sur l'emprise des images Pléiades,  $P_a = 1014.72$  hPa.

Ozone : la teneur en ozone de la colonne atmosphérique est dérivée du spectro-imageur OMI (*Ozone Monitoring Instrument*) embarqué sur le satellite AURA. OMI mesure le rayonnement solaire rétrodiffusé dans l'ultraviolet et le visible. Des données journalières sont disponibles à une résolution spatiale de  $1^\circ$ . La Figure 63b présente une carte de teneur en ozone sur Djibouti le 26 janvier 2013. Cette quantité étant supposé très peu variable dans la journée, on suppose que la valeur mesurée (244 DU) s'applique à l'heure d'acquisition des images Pléiades (7h30 UTC du matin).

Vapeur d'eau : la teneur en vapeur d'eau de la colonne atmosphérique est très variable, elle dépend sensiblement de l'heure et du lieu d'acquisition. Elle est dérivée de l'instrument MODIS (*MODerate resolution Imaging Spectrometer*) embarqué sur le satellite TERRA. La méthode décrite par Gao & Kaufman, (2003) utilise deux bandes spectrales dans le proche infrarouge (931-941 nm et 915-965

nm) pour estimer la teneur en vapeur d'eau, avec une précision de 5-10% et une résolution de 0.1°. La Figure 63c représente cette quantité sur Djibouti le 26 février 2013 à 8h25 UTC. La valeur moyenne mesurée sur l'emprise de l'image Pléiades est de 2.325 g. cm<sup>-2</sup>.

Épaisseur optique d'aérosols : pendant l'expérience de terrain de 2016, nous avons effectué 46 mesures de transmission atmosphérique à 7 dates différentes grâce au photomètre solaire CALITOO. Bien que destiné à un public d'étudiants, cet instrument permet de pointer le soleil avec une bonne précision et de mesurer le flux solaire dans trois longueurs d'onde du visible (465 nm, 540 nm et 619 nm). Les valeurs d'épaisseur optique d'aérosols à 550 nm calculées à partir de ces mesures varient de 0.1435 (atmosphère peu chargée en aérosols) à 0.5321 (atmosphère chargée en aérosols). Ces mesures montrent la variabilité de ce paramètre ; par conséquent il n'est pas possible de les utiliser pour corriger les images Pléiades. En l'absence de station AERONET à proximité de Djibouti, nous avons exploité l'épaisseur optique d'aérosols mesurée par l'instrument MODIS embarqué sur le satellite AQUA.

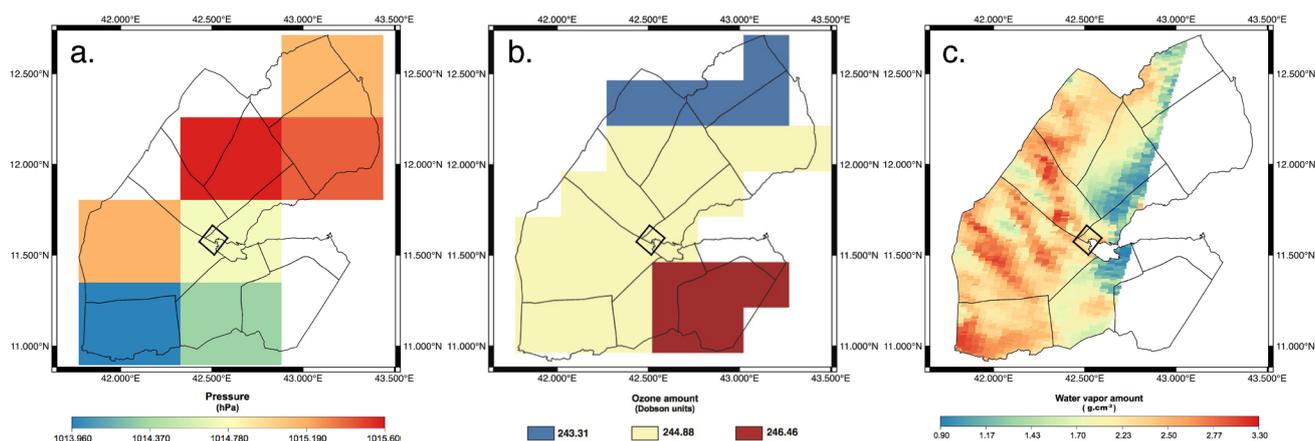


Figure 63 – Paramètres atmosphériques mesurés sur Djibouti le 26 janvier 2013. (a) Pression atmosphérique au niveau de la mer [hPa] ; (b) teneur en ozone [DU] ; (c) teneur en vapeur d'eau [g. cm<sup>-2</sup>]. Le polygone noir représente l'emprise de l'image Pléiades quasi-nadir.

La mesure se base sur la méthode DDV (*dark and dense vegetation*) introduite par [Holben et al. \(1992\)](#) : elle utilise une relation empirique entre la réflectance de surface dans les courtes longueurs d'onde du domaine visible (où l'effet des aérosols est fort et le signal de surface est faible) et dans le proche infrarouge (où l'effet des aérosols est faible) pour estimer la réflectance TOC dans le visible. Dans le cas de MODIS, cette relation a été estimée à partir de 40 mesures du réseau AERONET (*Aerosol Robotic Network*) représentant différents types de surfaces.

En utilisant l'équation (4.23) dans laquelle sont injectées la valeur de réflectance TOC estimée à partir des mesures AERONET, la réflectance atmosphérique intrinsèque (équation (4.24)) et la transmittance atmosphérique (équation (4.25)), on obtient une valeur estimée de la réflectance TOA. Ce calcul est réalisé pour toutes les valeurs d'épaisseur optique d'aérosols incluses dans les tables de correspondance de 6S. Les épaisseurs optiques correspondant aux valeurs de réflectance TOA estimées entourant la valeur observée sont identifiées et l'épaisseur optique d'aérosols associée aux observations est calculée par interpolation linéaire entre les deux.

La Figure 64 illustre l'épaisseur optique d'aérosols sur Djibouti le 26 janvier 2013. Les images Pléiades étant situées dans une zone dépourvue de données, une interpolation spatiale de type

krigeage a été effectuée par ajustement d'un modèle de semi-variogramme sphérique. La valeur moyenne d'épaisseur optique sur l'emprise Pléiades est de  $\tau_A = 0.22$ .

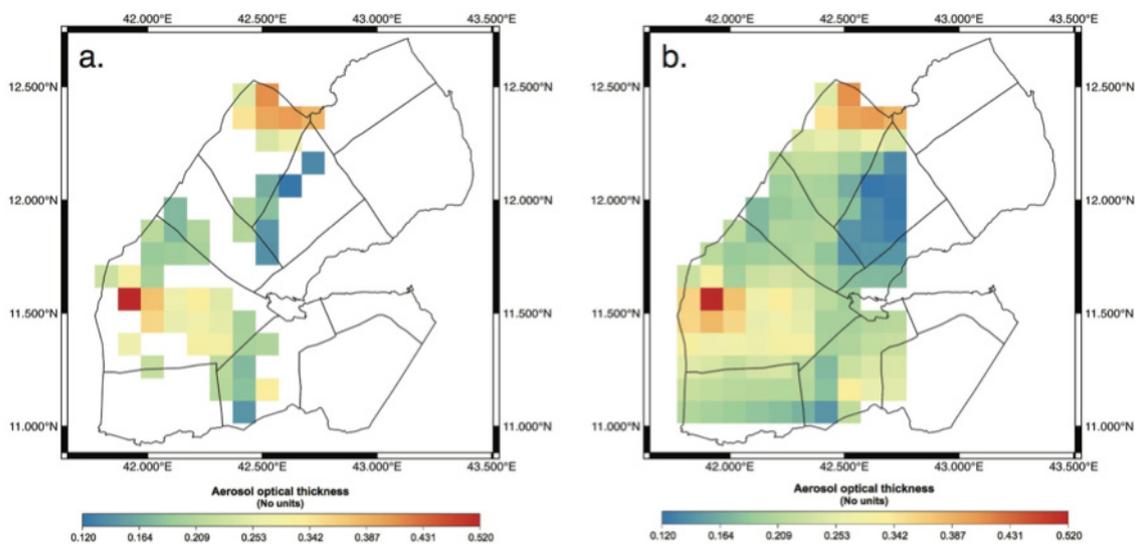


Figure 64 – Épaisseur optique d'aérosols à 550 nm mesurée à Djibouti le 26 janvier 2013 (a) et interpolation spatiale de type krigage sur la zone (b).

### Sensibilité aux paramètres atmosphériques

L'algorithme de correction atmosphérique dépend de quatre paramètres d'entrée : la teneur en ozone ( $U_{O_3}$ ), la teneur en vapeur d'eau ( $U_{H_2O}$ ), la pression atmosphérique ( $P$ ) et l'épaisseur optique d'aérosols ( $\tau_A$ ). Afin de comprendre l'influence de chacun d'eux sur la BRDF de la surface et de quantifier les erreurs dues à une connaissance approximative de ces paramètres, une analyse de sensibilité séquentielle (*One-Factor-At-a-Time*) a été réalisée. Trois zones d'étude ont été sélectionnées sur des critères de couleur et de rugosité (Figure 65) : la zone 1 composée de limons présente une surface très lisse et très claire avec un fort albédo ; la zone 2 correspond à une coulée de lave a'a très sombre et très rugueuse ; la zone 3 composée de blocs rocheux a un albédo intermédiaire. La BRDF de ces trois zones a été calculée au sommet de l'atmosphère (TOA) et au niveau du sol (TOC) en utilisant le jeu de paramètres par défaut implémenté dans l'OTB :  $U_{O_3} = 0$  DU,  $U_{H_2O} = 2.5$  g. cm<sup>-2</sup>,  $P_a = 1030$  hPa,  $\tau_A = 0.2$  et modèle d'aérosols désertique, sans correction de l'effet de voisinage. Bien que les sites d'étude soient situés en bordure de mer, l'utilisation de ce modèle d'aérosols est pertinente étant donné l'environnement désertique du rift d'Asal-Ghoubbet et les forts vents qui soufflent à cette époque de l'année. Les BRDF TOA et TOC des trois zones correspondant au jeu de données de référence sont illustrées en Figure 66.

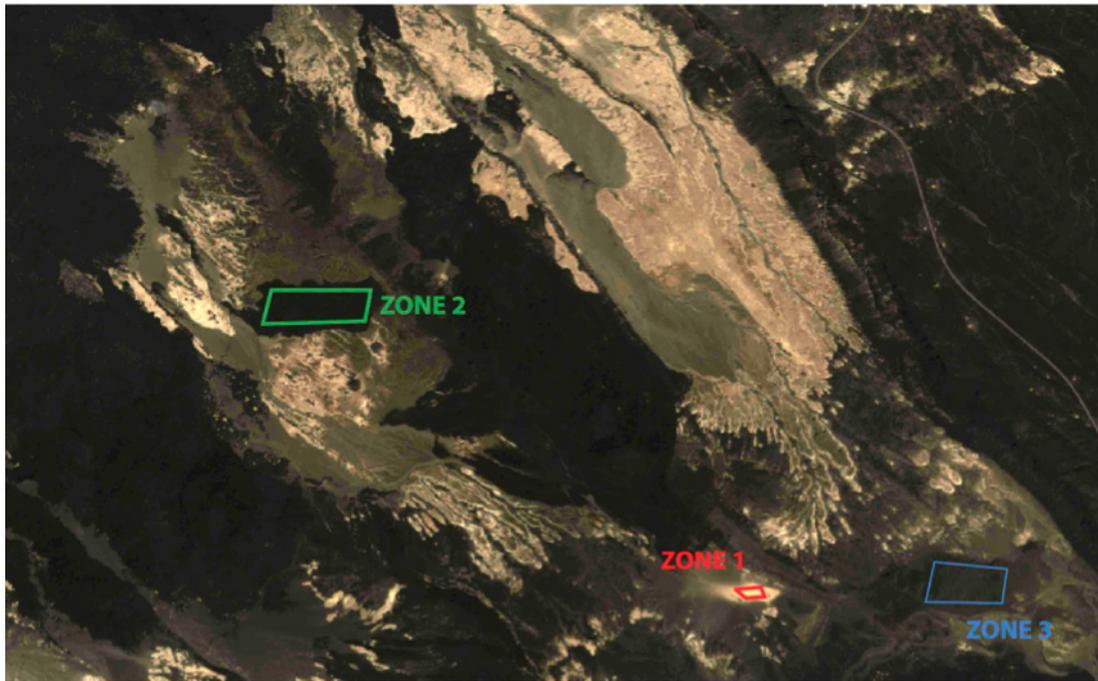


Figure 65 – Zones test pour l'étude de sensibilité des paramètres de correction atmosphérique.

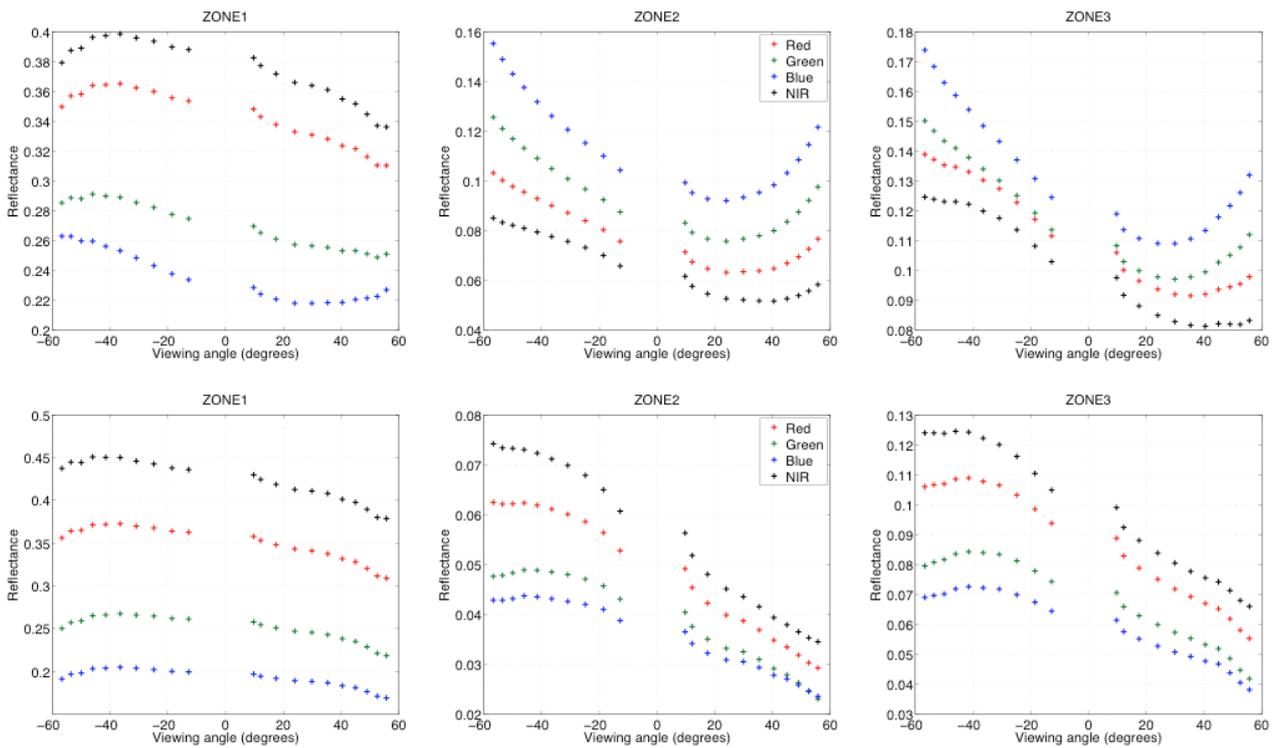


Figure 66 – BRDF TOA (haut) et TOC (bas) mesurées sur les trois zones de la Figure 65 dans les canaux bleu (430–550 nm), vert (490–610 nm), rouge (600–720 nm) et proche infrarouge (750–950 nm) dans la géométrie d'acquisition Pléiades (Figure 40) et pour le jeu de paramètres de référence.

*Effet de la teneur en ozone  $U_{O_3}$*  : la Figure 67 montre une forte influence de la teneur en ozone dans le visible, en particulier dans le canal vert qui recouvre la bande d'absorption de Chappuis entre 0.55

et 0.65 nm (Figure 61), et une influence nulle dans le proche infrarouge. Cette influence est importante pour des angles de visée rasants, ce qui entraîne une déformation sensible de la BRDF.

Effet de la teneur en vapeur d'eau  $U_{H_2O}$  : l'effet de la vapeur d'eau (Figure 68) se limite à une modification de la valeur de la BRDF. Il est maximal dans le proche infrarouge au delà de 0.7  $\mu\text{m}$  en raison de la présence de bandes d'absorption. Dans le visible, la différence induite par des valeurs extrêmes de  $U_{H_2O}$  est inférieure à 5%.

Effet de la pression atmosphérique  $P_a$  : la Figure 69 révèle une très faible influence de la pression atmosphérique dans toutes les bandes Pléiades malgré les valeurs extrêmes assignées, avec une différence par rapport au jeu de paramètres initial inférieure à 5%. Tout comme la vapeur d'eau, elle n'influe qu'en tant que facteur d'échelle et ne constitue pas un paramètre critique pour la correction de la BRDF.

Effet de l'épaisseur optique d'aérosols  $\tau_A$  : la Figure 70 révèle une très forte influence de l'épaisseur optique d'aérosols sur la forme de la BRDF, en particulier dans les zones 2 et 3 qui sont plus sombres. La différence avec le jeu de paramètre moyen peut atteindre 100% pour des valeurs extrêmes de  $\tau_A$ . Ceci montre que l'épaisseur optique d'aérosols est le paramètre atmosphérique le plus influent sur la BRDF. La forme de cette dernière étant fortement liée à la rugosité, l'épaisseur optique est un paramètre critique de la correction atmosphérique pour l'estimation de la rugosité.

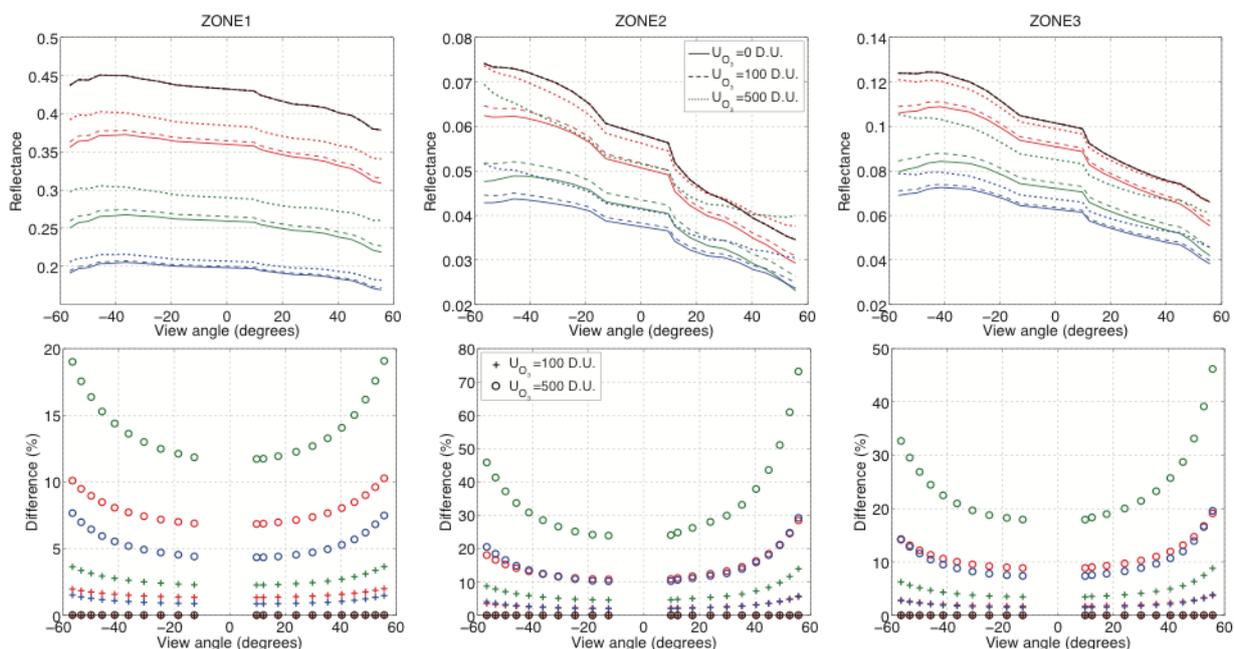


Figure 67 – BRDF des trois zones sélectionnées (Figure 65), dans les quatre canaux (R : lignes rouges ; G : lignes vertes ; B : lignes bleues ; PIR : lignes marron) et la géométrie d'acquisition Pléiades (Figure 40) pour le jeu de paramètres moyen (ligne continue) et les jeu de paramètres ( $U_{O_3} = 100$  DU ;  $U_{H_2O} = 2,5 \text{ g. cm}^{-2}$  ;  $P_a = 1030 \text{ hPa}$  ;  $\tau_A = 0,2$ ) (ligne en gros pointillés) et ( $U_{O_3} = 500$  DU ;  $U_{H_2O} = 2,5 \text{ g. cm}^{-2}$  ;  $P_a = 1030 \text{ hPa}$  ;  $\tau_A = 0,2$ ) (ligne en petits pointillés). Les figures du bas représentent les différences avec le jeu de paramètres initial.

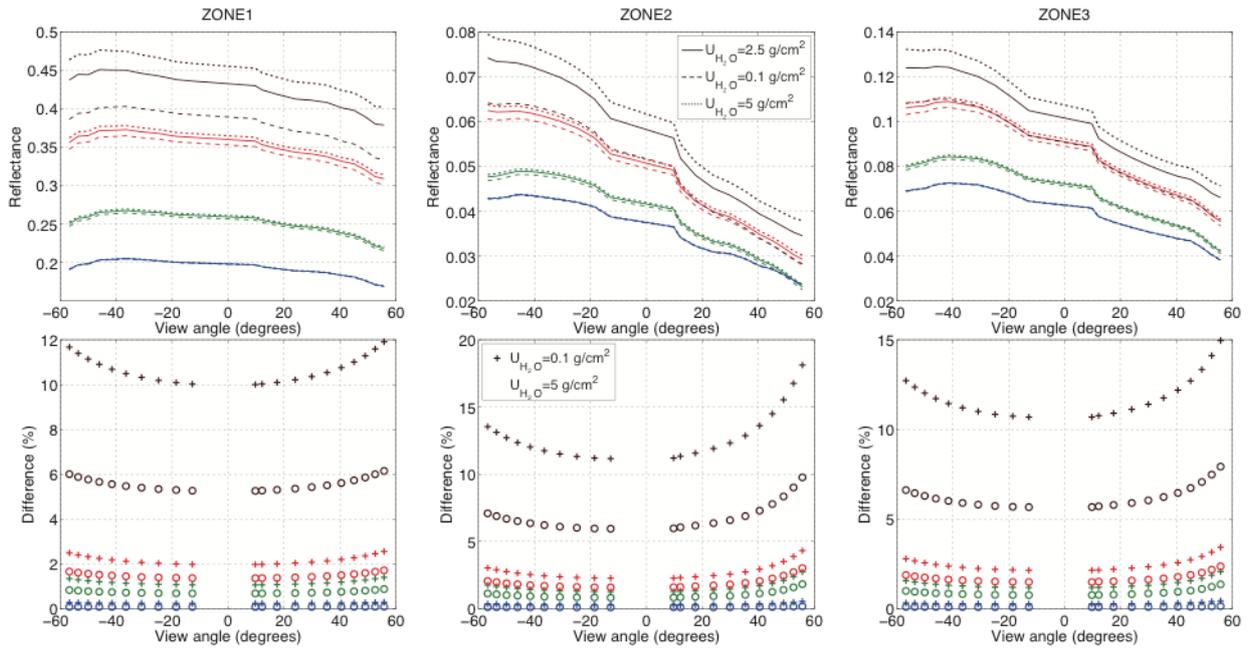


Figure 68 – BRDF des trois zones sélectionnées (Figure 65), dans les quatre canaux (R : lignes rouges ; G : lignes vertes ; B : lignes bleues ; PIR : lignes marron) et la géométrie d’acquisition Pléiades (Figure 40) pour le jeu de paramètres moyen (ligne continue) et les jeu de paramètres ( $U_{O_3} = 0 \text{ DU}$  ;  $U_{H_2O} = 0,1 \text{ g.cm}^{-2}$  ;  $P_a = 1030 \text{ hPa}$  ;  $\tau_A = 0,2$ ) (ligne en gros pointillés) et ( $U_{O_3} = 0 \text{ DU}$  ;  $U_{H_2O} = 5 \text{ g.cm}^{-2}$  ;  $P_a = 1030 \text{ hPa}$  ;  $\tau_A = 0,2$ ) (ligne en petits pointillés). Les figures du bas représentent les différence avec le jeu de paramètres initial.

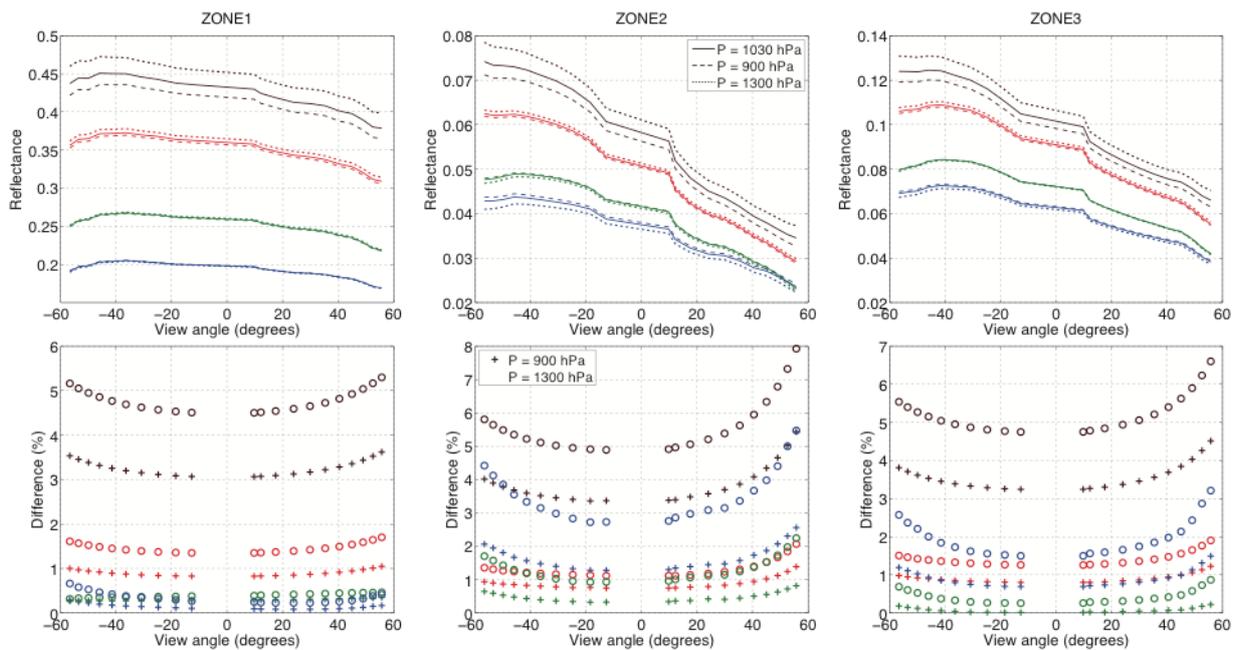


Figure 69 – BRDF des trois zones sélectionnées (Figure 65), dans les quatre canaux (R : lignes rouges ; G : lignes vertes ; B : lignes bleues ; PIR : lignes marron) et la géométrie d’acquisition Pléiades (Figure 40) pour le jeu de paramètres moyen (ligne continue) et les jeu de paramètres ( $U_{O_3} = 0 \text{ DU}$  ;  $U_{H_2O} = 2,5 \text{ g.cm}^{-2}$  ;  $P_a = 900 \text{ hPa}$  ;  $\tau_A = 0,2$ ) (ligne en gros pointillés) et ( $U_{O_3} = 0 \text{ DU}$  ;  $U_{H_2O} = 2,5 \text{ g.cm}^{-2}$  ;  $P_a = 1300 \text{ hPa}$  ;  $\tau_A = 0,2$ ) (ligne en petits pointillés). Les figures du bas représentent les différence avec le jeu de paramètres initial.

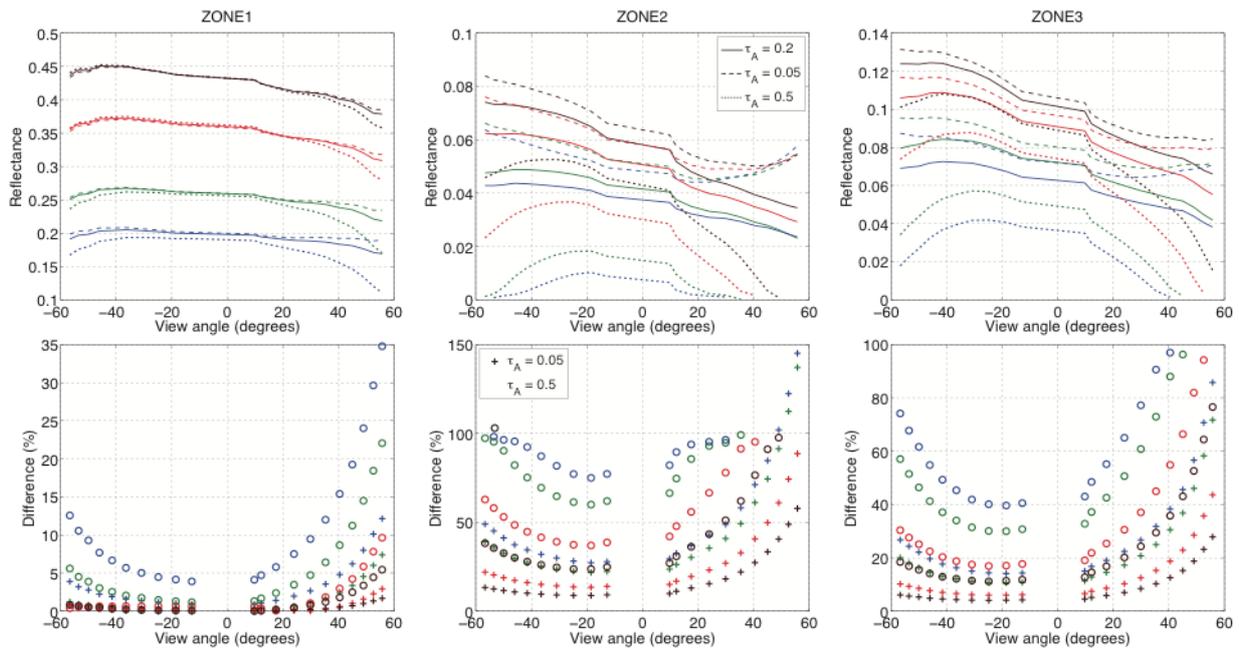


Figure 70 – BRDF des trois zones sélectionnées (Figure 65), dans les quatre canaux (R : lignes rouges ; G : lignes vertes ; B : lignes bleues ; PIR : lignes marron) et la géométrie d’acquisition Pléiades (Figure 40) pour le jeu de paramètres moyen (ligne continue) et les jeu de paramètres ( $U_{O_3} = 0 \text{ DU}$  ;  $U_{H_2O} = 2,5 \text{ g. cm}^{-2}$  ;  $P_a = 1030 \text{ hPa}$  ;  $\tau_A = 0,05$ ) (ligne en gros pointillés) et ( $U_{O_3} = 0 \text{ DU}$  ;  $U_{H_2O} = 2,5 \text{ g. cm}^{-2}$  ;  $P_a = 1030 \text{ hPa}$  ;  $\tau_A = 0,5$ ) (ligne en petits pointillés). Les figures du bas représentent les différences avec le jeu de paramètres initial.

### Sensibilité au paramètre géométrique (effet de voisinage)

L’algorithme de correction atmosphérique fait également intervenir un paramètre géométrique caractérisant le rayon d’influence des pixels avoisinant le pixel cible duquel on veut extraire l’information radiométrique. L’augmentation de ce rayon entraîne une augmentation de la valeur absolue de la BRDF (Figure 71). Ceci s’explique par le fait que, sans correction, le signal radiométrique mesuré sur un pixel cible inclut une composante liée aux pixels environnants, ce qui a tendance à minimiser sa valeur réelle. La différence induite par la prise en compte de l’effet de voisinage est très importante à la fois en forme et en amplitude. Il apparaît donc que ce paramètre est critique pour l’estimation de la rugosité à partir de données Pléiades.

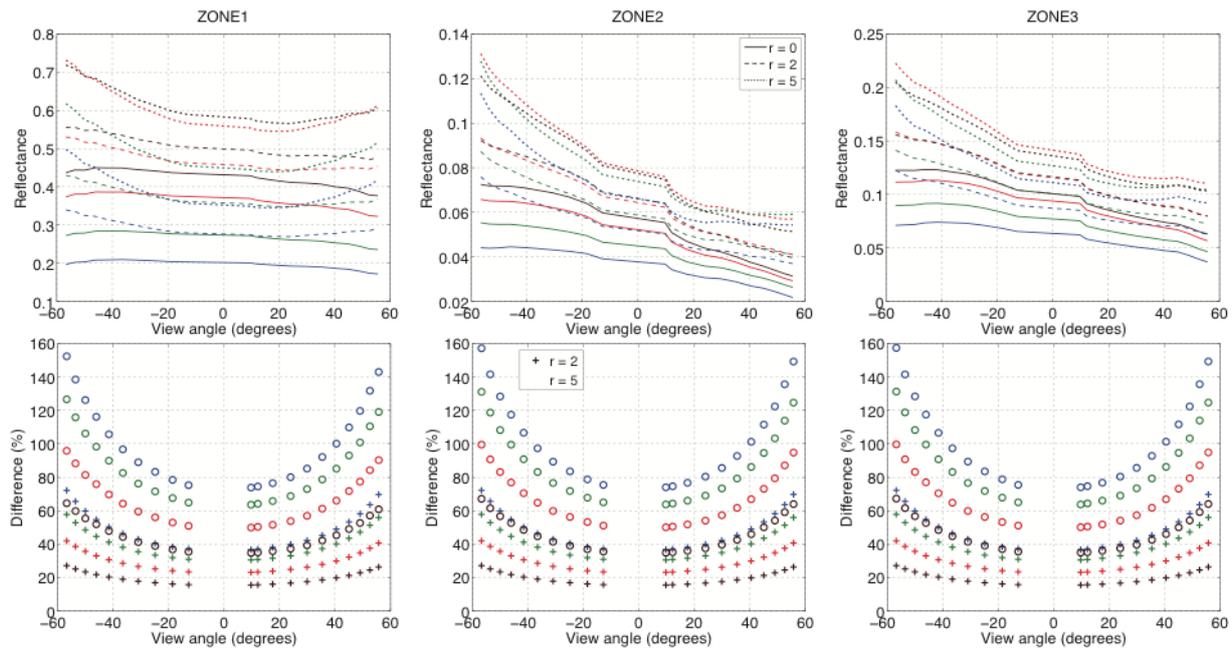


Figure 71 – BRDF des trois zones sélectionnées (Figure 65), dans les quatre canaux (R : lignes rouges ; G : lignes vertes ; B : lignes bleues ; PIR : lignes marron) et la géométrie d’acquisition Pléiades (Figure 40) pour le jeu de paramètres moyen (ligne continue) et avec correction de l’effet de voisinage  $r = 2$  (ligne en gros pointillés) et  $r = 5$  (ligne en petits pointillés). Les figures du bas représentent les différences avec le jeu de paramètres initial.

### 4.1.3 Correction géométrique

Afin de ne pas altérer la radiométrie des pixels, la mesure de la BRDF sur les images Pléiades se fait en géométrie capteur, sans déformation des pixels liée à une orthorectification. Les 22 sites d’étude investigués lors de la mission de terrain à Djibouti en Février 2016 sont délimités par quatre points pour lesquels les coordonnées GPS ont été mesurées avec une précision centimétrique. Le polygone reliant ces points délimite la zone de mesure de chaque site. La mesure radiométrique pour un site est alors donnée par la moyenne de la valeur de chaque pixel inclus dans le polygone et l’incertitude sur la mesure est donnée par l’intervalle de confiance à 95%.

Bien que le modèle géométrique donne une position du satellite dans l’espace relativement précise, la projection des sites d’étude est souvent mal estimée en géométrie capteur, en particulier pour les images à fort angle de visée pour lesquelles la déformation géométrique de la surface est importante. L’affinage des orientations relatives effectué à partir des 35 points de contrôle GPS lors de la génération du MNT Pléiades permet de recalibrer la projection des sites pour chaque image. Un exemple d’erreur d’estimation est illustré pour les sites F, M et T et pour l’image 4 en Figure 72. On voit clairement sur le site F qu’une erreur sur l’estimation de la position du site de l’ordre de 2-3 pixels peut conduire à des erreurs relativement importantes sur la BRDF lorsque le contraste entre la surface et les objets environnants (ici un arbre) est fort (Figure 73). Ce cas illustre une forte réduction de l’erreur de mesure.

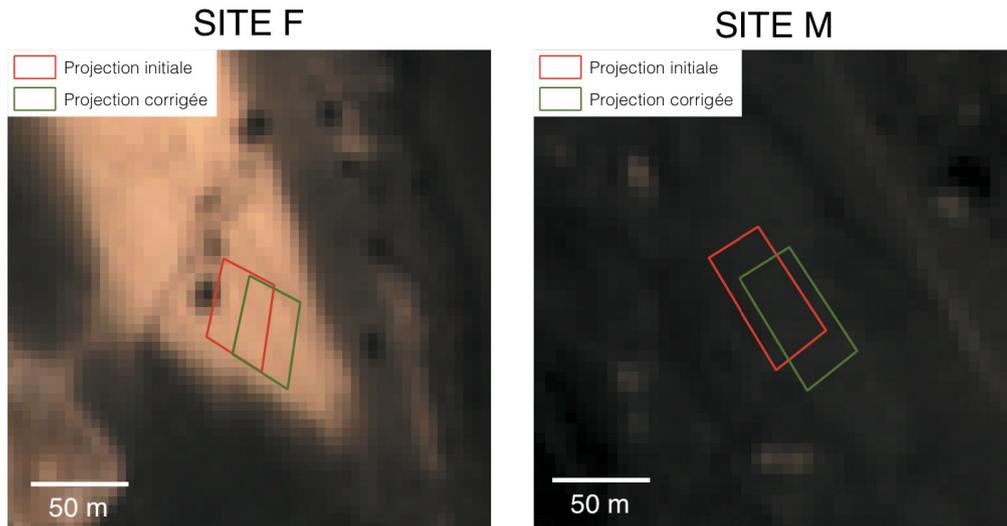


Figure 72 – Projection des sites F et M en géométrie capteur pour l’image n°4 (angle de visée = 35.85°). Le cadre rouge illustre la projection initiale calculée dans le système de coordonnées de l’image et le cadre vert illustre la projection ajustée.

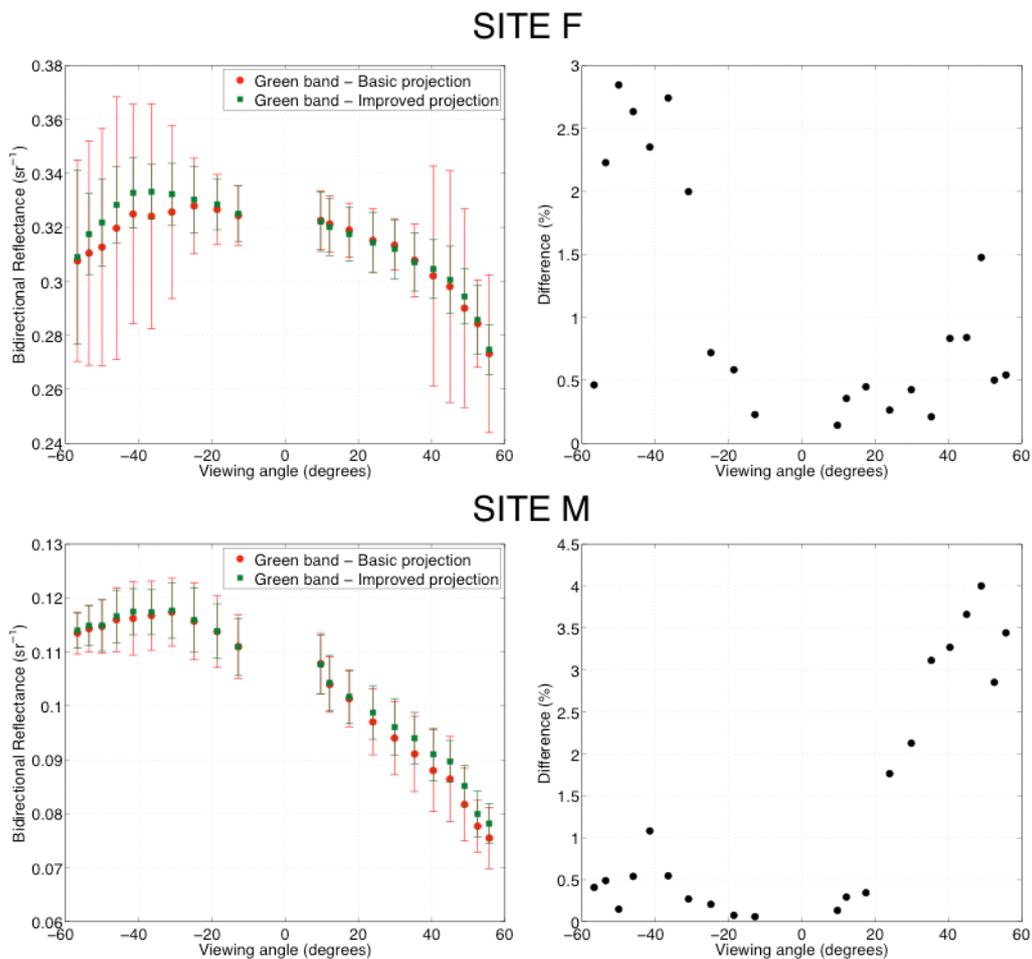


Figure 73 - BRDF mesurée dans la bande verte Pléiades (490-610 nm) avant et après ajustement de la projection pour les sites F et M (Figure 72). Les graphes de droite illustrent la différence entre les deux projections.

## Correction de la pente locale

La mesure photométrique effectuée par le satellite sur son orbite se fait pour des géométries d'illumination et de visée données, par rapport au plan moyen de l'image. Les valeurs des angles photométriques sont donc relatives à un ellipsoïde de référence. Cependant, la topographie de surface induit une déviation de la normale locale à chaque pixel par rapport à celle du plan moyen, modifiant de ce fait les géométries d'illumination et d'observation locales. La relation entre l'angle d'incidence local  $i_{loc}$ , l'angle d'incidence global  $i$ , l'angle zénithal de la normale locale  $s$ , l'angle azimutal d'incidence global  $\phi_i$  et l'angle d'aspect local  $\phi_s$  est donnée par (Ediriweera et al., 2013)

$$i_{loc} = \cos(i) \cos(s) + \sin(i) \sin(s) \cos(\phi_i - \phi_s) \quad (4.41)$$

Nos sites d'études sont relativement plans, de sorte que la normale locale est toujours très faible. Le MNT Pléiades permet d'obtenir la normale locale de chaque pixel avec une résolution de 50 cm, mais la BRDF étant calculée par la moyenne de tous les pixels correspondants à un site, on préfère calculer une normale locale moyenne à partir des mesures GPS effectuées sur chaque site. On ajuste un plan moyen à partir des 5 points de contrôle dont les coordonnées tridimensionnelles sont connues. Les valeurs  $|i - i_{loc}|$  trouvées sont comprises entre  $0.03^\circ$  et  $2.64^\circ$ .

On considère alors qu'il n'est pas nécessaire de réaliser de correction géométrique, d'autant plus que les images n'étant pas ortho-rectifiées, il n'est pas possible de déterminer la normale locale pour chaque pixel de chaque image. De plus, l'algorithme de calibration radiométrique implémenté dans l'OTB ne permet pas d'assigner une géométrie locale caractéristique de chaque pixel de l'image. Cord et al. (2005) montrent par ailleurs que l'utilisation d'un MNT pour le calcul de la pente locale de chaque pixel n'améliore pas la modélisation photométrique pour des images hyperspectrales d'un analogue de cratère d'impact martien.

L'erreur relative induite par une variation de l'angle d'incidence de  $2.5^\circ$  a été calculée pour un jeu de paramètres arbitraire du modèle de Hapke. Les résultats sont données en Figure 74. La différence maximale atteinte dans tout l'espace est de l'ordre de 3% pour des angles de visée rasants. Dans la géométrie Pléiades, ce maximum est limité à moins de 2%, ce qui reste acceptable puisqu'inférieur aux barres d'erreur sur les BRDF mesurées sur chaque site (Figure 76).

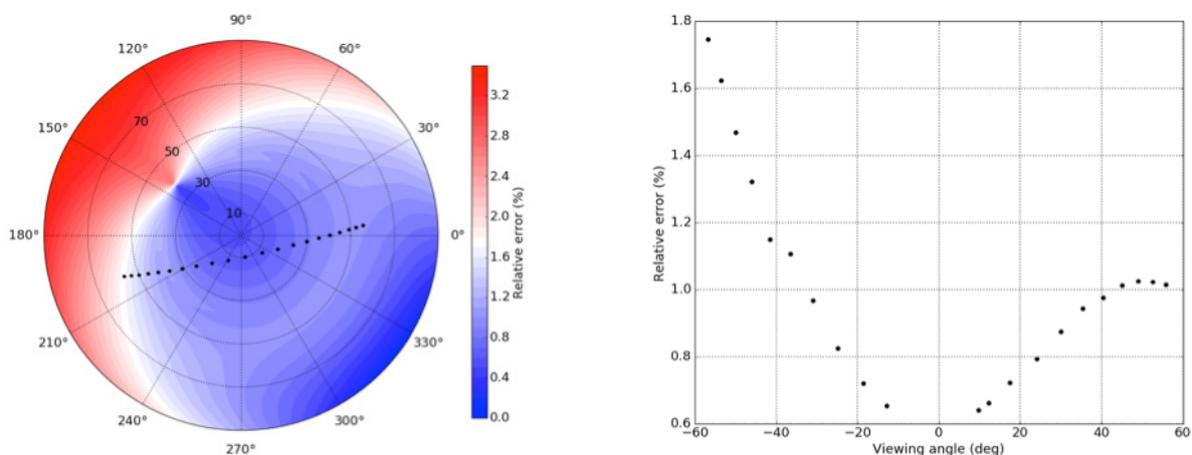


Figure 74 – Erreur relative sur la BRDF simulée par le modèle de Hapke induite par une augmentation de l'angle d'incidence de  $2.5^\circ$ . A gauche : représentation polaire sur l'espace des azimuts. Les points noirs représentent les images Pléiades. A droite : représentation dans la géométrie d'acquisition Pléiades.

#### 4.1.4 BRDF multispectrale mesurée par Pléiades

La BRDF a été calculée dans les bandes Pléiades en appliquant la méthode décrite ci-dessus, avec le jeu de paramètres de correction atmosphérique suivant :  $\tau_A = 0.22$  ;  $P_a = 1015$  hPa ;  $U_{H_2O} = 2.55$  g . cm<sup>-2</sup> ;  $U_{O_3} = 244$  DU. L'analyse de sensibilité locale a révélé que la correction de l'effet de voisinage avait un effet significatif sur la BRDF. La Figure 75 illustre trois exemples pour lesquels la BRDF a été calculée avec et sans cette correction. La correction de voisinage affecte la BRDF : si la variation de la forme est relativement constante dans les quatre bandes, l'amplitude peut diminuer fortement dans la bande proche infrarouge jusqu'à un niveau inférieur à celle de la bande rouge, en particulier pour les sites M et Q, correspondant à des laves basaltiques. Une diminution semblable du signal radiométrique a été observée sur des basaltes lunaires (Staid, 2000 ; Antonenko & Osinki, 2010).

Les BRDF mesurées sur 12 sites (Figure 39) sont illustrées en Figure 76 pour les quatre bandes spectrales et en Figure 77 pour la bande panchromatique, en prenant un paramètre de correction de voisinage  $r = 1$  (voir section 4.3). Trois sites caractérisés par des surfaces brillantes (argiles pour le site F et calcaires pour le site T) à très brillantes (banquise de sel pour le site H) se distinguent par leurs fortes valeurs. La BRDF du site H a une forme légèrement parabolique, celle du site F est relativement plane et s'affaisse à angle de visée positif rasant, et celle du site T a une pente négative. La forme et l'amplitude de la BRDF des autres sites (excepté le site R pour lequel certains points ne sont pas échantillonnés en raison de la présence de nuages et de zones d'ombre, et les sites B et Q présentant une amplitude plus faible) sont similaires dans les cinq bandes spectrales du capteur.

Malgré des structures spatiales en surface très différentes, la BRDF est quasi-identique pour les sites A, S et Y, alors que des pentes plus ou moins fortes caractérisent les autres (Figure 77b). Les sites B et Q ont une BRDF très similaire de faible amplitude et de faible pente : ce sont les plus rugueux. Au premier abord, il semble que la BRDF mesurée par Pléiades pour des sites de structures spatiales très variables reste globalement analogue. La distinction la plus flagrante se fait sur des critères d'albédo (amplitude) et non de forme.

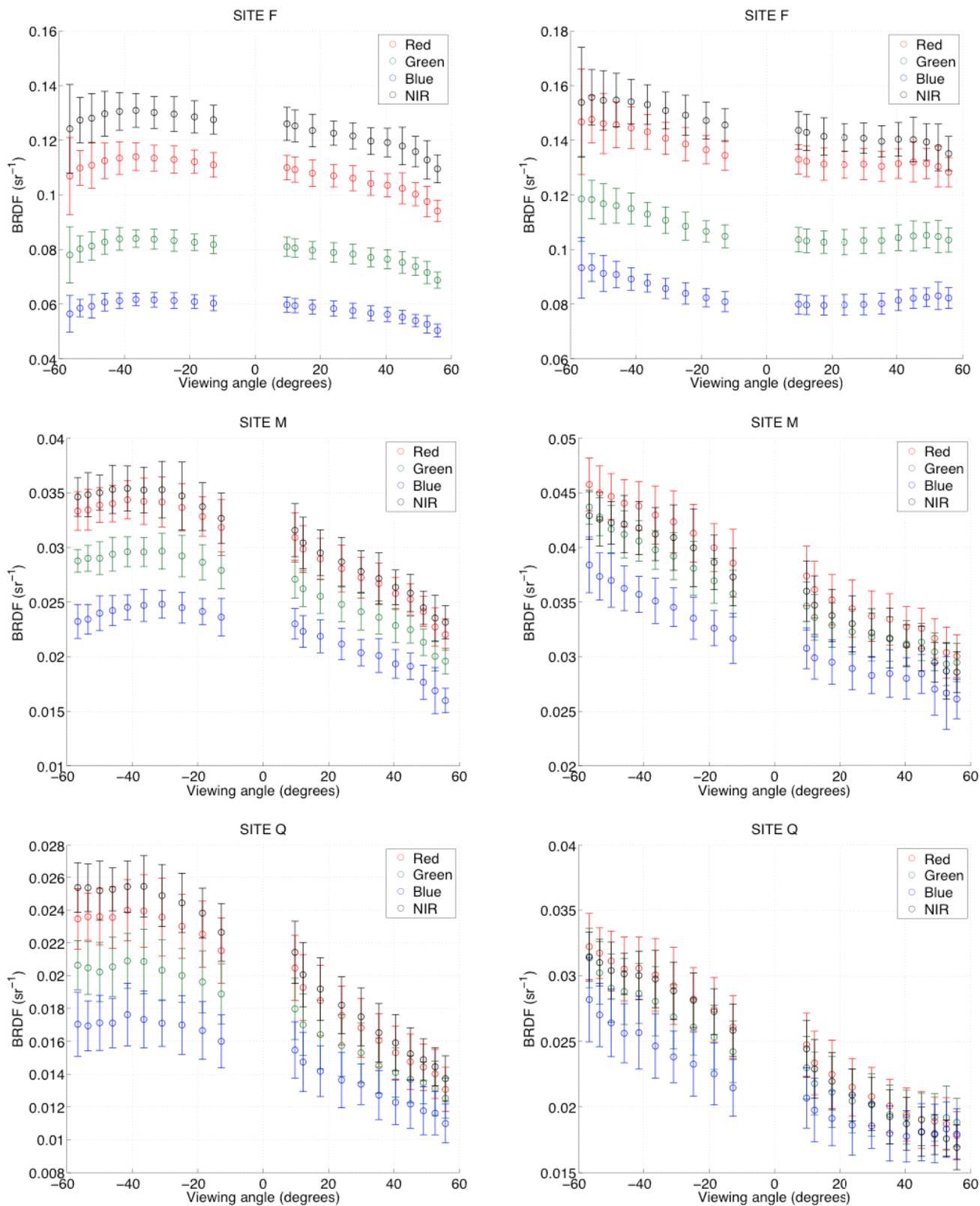


Figure 75 – BRDF dans les quatre bandes Pléiades (Figure 41) sans correction de voisinage (gauche) et avec correction de voisinage à  $r = 2$  (droite) pour les sites F (haut), M (milieu) et Q (bas).

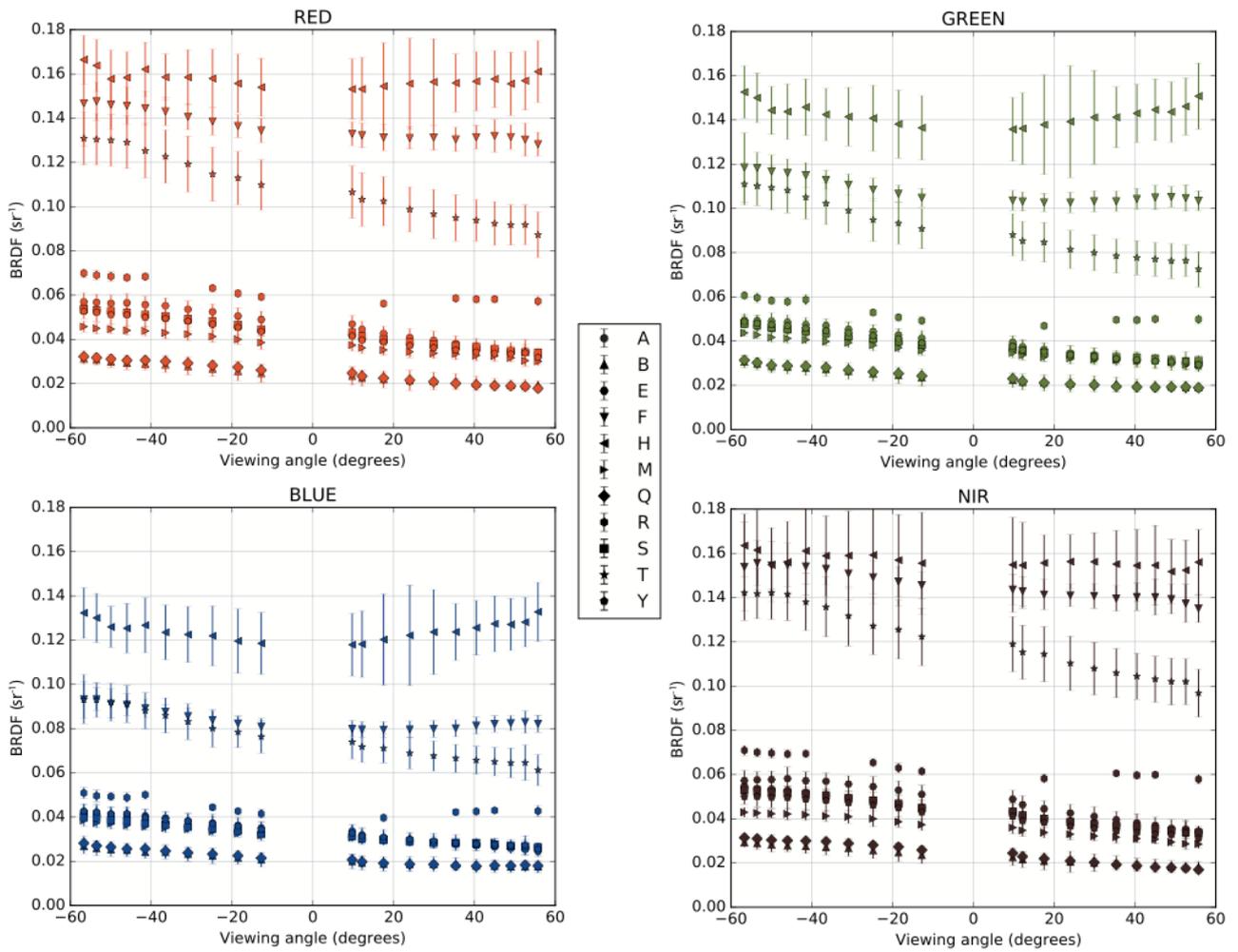


Figure 76 – BRDF mesurée par Pléiades sur douze sites du rift d’Asal-Ghoubbet dans les quatre bandes spectrales du capteur.

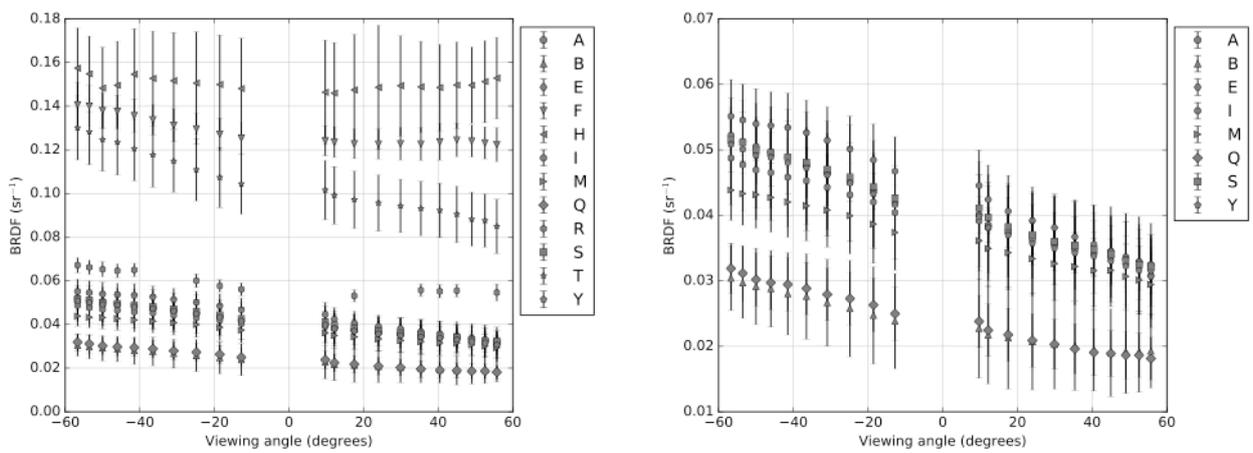


Figure 77 – BRDF mesurée par Pléiades dans la bande panchromatique du capteur sur douze sites du rift d’Asal-Ghoubbet (gauche) et zoom sur 8 de ces sites (droite).

## 4.2 Extraction de BRDF à partir de mesures *in situ* (Chamelon)

Afin de compléter les données Pléiades, et de pouvoir les comparer à des données locales, nous avons mesuré la luminance directionnelle et spectrale de 10 sols (sites A, D, E, F, H, M, O, Q, R, et T) parmi les 22 échantillonnés sur le rift d'Asal-Ghoubbet. Pour cela nous avons utilisé le Chamelon (ONERA-DOTA, Toulouse), goniomètre de terrain automatisé et entièrement démontable, couplé à un spectroradiomètre ASD FieldSpec (Figure 78). Ce type de mesures de terrain s'est multiplié ces dernières années (Sandmeier, 2000 ; Doctor et al., 2015 ; Bachmann et al., 2015 ; Furey, 2016 ; Harms et al., 2016). Le goniomètre et le spectroradiomètre sont transportables dans deux caisses de 55 kg et 37 kg, respectivement, et sont pilotés à distance par un logiciel ad-hoc installé sur un ordinateur portable ; ils sont montés sur un chariot équipé de roues afin de faciliter le déplacement du dispositif expérimental ; enfin ils peuvent être alimentés sur secteur, par une batterie ou par un générateur de courant. Cette dernière solution était la seule applicable sur le terrain. Le Chamelon a opéré sur le terrain du 3 au 9 février 2017, date à laquelle l'ASD est tombé en panne, probablement en raison d'une accumulation de sable dans le boîtier.



Figure 78 – Illustration du spectrogoniomètre de terrain Chamelon (ONERA-DOTA, Toulouse) en action sur les sites F (gauche) et M (droite).

### 4.2.1 Mesures directionnelles

La variation de la direction de visée est assurée par un bras robotisé comportant quatre axes de rotation permettant de mesurer la luminance d'une cible sous différents angles ou un ensemble de cibles avec un même angle zénithal. Un réducteur de champ de vision instantané ou IFOV (*instantaneous field of view*) de  $8^\circ$  a été choisi afin de mesurer des flux lumineux sur des zones représentatives des sites étudiés : cela correspond à une surface circulaire d'environ 14.6 cm de diamètre en visée nadir, en supposant une visée conique. Cette surface tend à se déformer en ellipse avec l'augmentation de l'angle de visée. Les mesures se font selon un protocole préétabli (Figure 79a) : le Chamelon est orienté face au soleil ; l'angle zénithal solaire  $i$  est calculé connaissant le jour julien, l'heure TU, la latitude et la longitude du site ; le bras articulé se déplace dans cinq plans de mesures : deux plans principaux (côté gauche et côté droit), un plan perpendiculaire et deux plans à  $45^\circ$  (côté gauche et côté droit) ; dans chaque plan le bras effectue des mesures de luminance dans 13 directions de visée  $e$  (de  $-59.11^\circ$  à  $+59.09^\circ$  en passant par le nadir) ; entre chaque plan, il se positionne à la verticale d'un panneau de Spectralon supposé lambertien utilisé comme surface de référence ; puis, le bras effectue une acquisition circulaire avec un angle zénithal de visée constant fixé au nadir. L'enchaînement des mesures est le suivant (Figure 79b).

- panneau de Spectralon
- plan principal à droite (I) : 13 mesures (1-13)
- panneau de Spectralon
- plan principal à gauche (II) : 13 mesures (14-26)
- panneau de Spectralon
- plan perpendiculaire (III) : 13 mesures (27-39)
- panneau de Spectralon
- plan oblique 45° à droite (IV) : 13 mesures (40-52)
- panneau de Spectralon
- plan oblique 45° à gauche (V) : 13 mesures (53-65)
- visée circulaire à gauche (VI) : 15 mesures (1-15)
- panneau de Spectralon
- visée circulaire à droite (VI) : 16 mesures (16-31)
- panneau de Spectralon

Un cycle complet d'acquisition représente ainsi 103 mesures par cycle : 7 sur le panneau de Spectralon, 65 (5 × 13) mesures directionnelles et 31 (15 + 16) mesures verticales. Si l'instrument visait parfaitement le sol dans un plan vertical, les angles azimutaux d'observation seraient égaux à 180° en visée arrière (*backward direction*) et 0° en visée avant (*forward direction*, le radiomètre et le soleil sont situés dans la même direction) ; le principe de fonctionnement du Chamelon fait que les mesures ne sont pas exactement dans le même plan (Figure 79b).

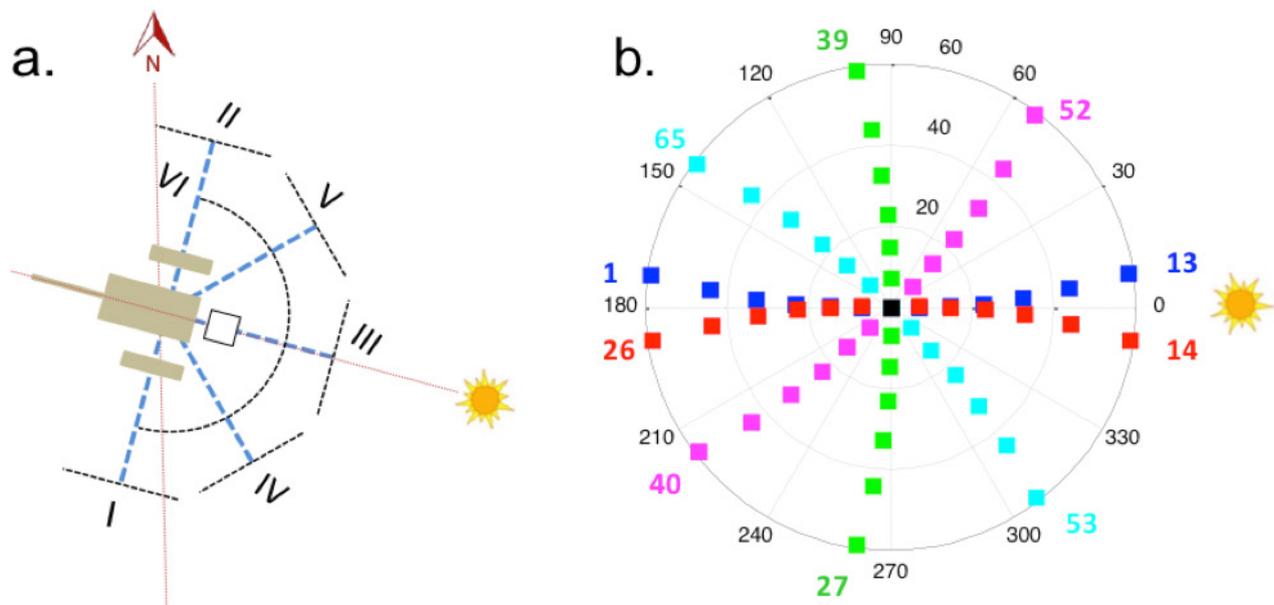


Figure 79 – (a) : Principe de mesure du spectro-goniomètre de terrain Chamelon : plan principal à droite (I), plan principal à gauche (II), plan perpendiculaire (III), plan oblique 45° à droite (IV), plan oblique 45° à gauche (V), visée circulaire (VI). (b) : Directions de visée échantillonnées : plan principal à droite (bleu), plan principal à gauche (rouge), plan perpendiculaire (vert), plan oblique 45° à droite (magenta), plan oblique 45° à gauche (cyan), visée circulaire (noir).

L'acquisition d'un cycle complet dure entre 16 min et 18 min : pendant cet intervalle de temps, les angles solaires sont susceptibles de varier plus ou moins rapidement selon l'heure de la journée :

de  $0.43^\circ$  à  $4.81^\circ$  en valeur absolue pour l'angle zénithal solaire et de  $0.83^\circ$  à  $9.32^\circ$  en valeur absolue pour l'angle azimutal solaire (Figure 80). Les différences d'angle zénithal solaire sont fortes en début de matinée et en fin d'après midi, plus faibles autour du midi solaire ; à l'inverse c'est en milieu de journée que les différences d'angle azimutal solaire sont les plus fortes. Ces variations ne sont pas gênantes en soi pour l'inversion du modèle de Hapke, car nous considérons la géométrie exacte d'éclairement et de visée pour chaque mesure. La représentation graphique simultanée de spectres de réflectance ou de valeurs de réflectance directionnelle impose cependant de faire un choix : nous avons décidé d'affecter à toutes les mesures d'un même cycle l'angle zénithal et azimutal correspondant à la première mesure sur le panneau de Spectralon.

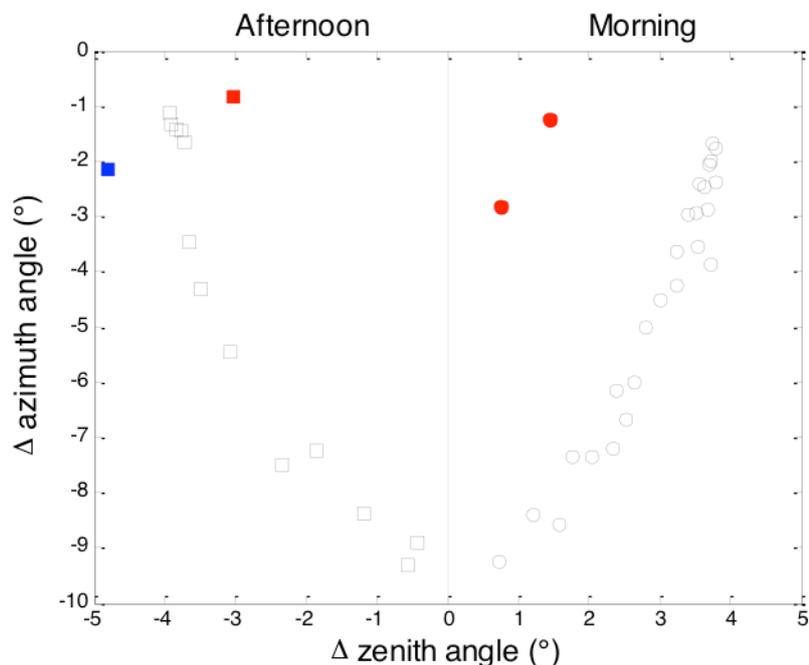


Figure 80 – Variation des différences d'angle azimutaux solaires en fonction des différences d'angles zénithaux solaires déterminé en début et en fin de cycle de mesure ( $\Delta t$  généralement compris entre 16 min et 18 min). Les cercles indiquent des mesures effectuées le matin et les carrés des mesures effectuées l'après midi. Les points rouges correspondent à des cycles incomplets (H1, H4 et O2) et le point bleu à un cycle particulièrement long (O1).

Afin d'étudier la variabilité spatiale des mesures, entre deux et six positions différentes ont été échantillonnées sur chaque site en déplaçant le Chamelon de quelques mètres. De par son principe de fonctionnement, le Chamelon ne vise jamais la même tâche au sol : d'une part la surface visée augmente avec l'angle de visée ; d'autre part une zone différente de la surface est visée dans chaque plan d'observation. La taille de la plus petite surface mesurée au sol devant être statistiquement représentative d'un site, les terrains les plus rugueux n'ont pas été mesurés.

#### 4.2.2 Mesures radiométriques

La luminance énergétique spectrale  $I_{surface}$  d'une surface mesurée grâce à un radiomètre de terrain, ou un capteur optique embarqué sur avion ou sur satellite, est exprimée en  $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1} \cdot nm^{-1}$  (équation (2.42)). Si le radiomètre n'a pas été calibré – c'est le cas le plus fréquent – on mesure une grandeur qui est exprimée en unités relatives. Pour déterminer un facteur de

réflectance ou  $BRF$  (équation (2.46)) à une longueur d'onde  $\lambda$  donnée, on mesure la luminance énergétique spectrale d'une surface de référence (notée  $I_{Spectralon}$ ), à intervalles réguliers entre les mesures de la surface :

$$BRF(\lambda, i, \phi_i, e, \phi_e) = \frac{I_{surface}(\lambda, i, \phi_i, e, \phi_e)}{I_{Spectralon}(\lambda, i, \phi_i)} \quad (4.42)$$

En plus de ramener les données dans les unités du Système International, ceci permet de déceler d'éventuelles dérives instrumentales ou d'éliminer des mesures affectées par le passage d'un nuage par exemple. La surface de référence est un panneau de spectralon (© LabSphere). Celui-ci n'étant pas un diffuseur parfait, il faut diviser la valeur du facteur de réflectance obtenu dans l'équation (4.42) par sa réflectance  $8^\circ$ /hémisphérique fournie par la société Labsphere. La Figure 81 montre que cette valeur est supérieure à 0.98 sur une large partie du spectre solaire. Enfin en toute rigueur, il faudrait aussi tenir compte du fait que le panneau n'est pas lambertien : ne disposant pas de cette information, nous n'avons pas appliqué cette correction.

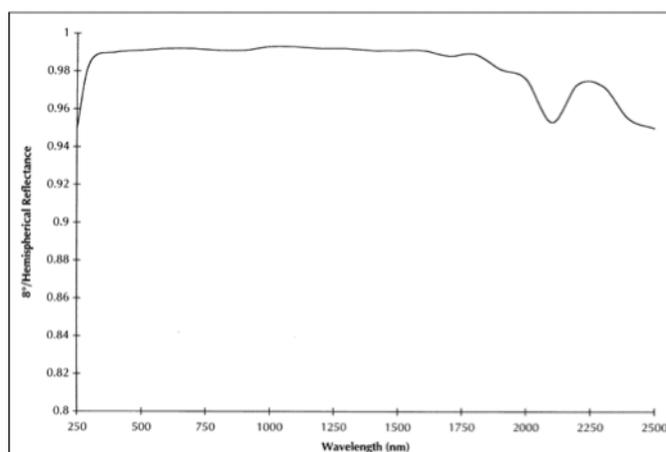


Figure 81 – Réflectance  $8^\circ$ /hémisphérique du panneau de Spectralon (source : Labsphere).

Le radiomètre ASD mesure la luminance sur une gamme de longueurs d'onde variant de 400 nm à 2500 nm. La forme du spectre de luminance du panneau de Spectralon en fonction de la longueur d'onde,  $I_{Spectralon}(\lambda, i, \phi_i)$ , rappelle la fonction de Planck du soleil dont la température de surface est d'environ 5800 K (Figure 82). Le maximum d'émission à 500 nm à la limite supérieure de l'atmosphère est ici décalé vers les grandes longueurs d'onde en raison de la transmission atmosphérique. On reconnaît les raies d'absorption étroites du dioxygène ( $O_2$ ) à 686 nm et 762 nm, ainsi que les bandes d'absorption plus larges de la vapeur d'eau ( $H_2O$ ) à environ 900 et 1200 nm et du dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) à environ 1700 nm. On constate aussi un saut de luminance à 1000 nm lié au changement de détecteur du radiomètre. Ce problème intrinsèque au capteur n'est pas totalement corrigé lors du calcul du facteur de réflectance ( $BRF$ ).

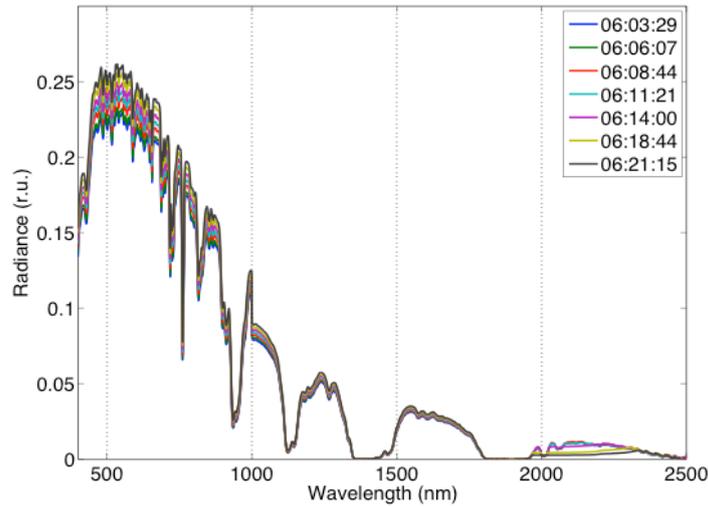


Figure 82 – Spectres de luminance mesurés sur le panneau de Spectralon lors d'une acquisition complète sur le site A1.

La Figure 83 montre la variation de la luminance du panneau de Spectralon au cours du temps, pour un exemple d'acquisition sur le site A : on constate une légère augmentation au fur et à mesure que la hauteur du soleil augmente (ou que l'angle zénithal solaire diminue). Si les mesures avaient été effectuées après le midi solaire, la pente serait négative. La régularité des courbes de la Figure 83 indique une atmosphère stable pendant toute la durée de cette série de mesures. La luminance du panneau de Spectralon peut être déterminée à n'importe quel instant par interpolation linéaire entre deux mesures.

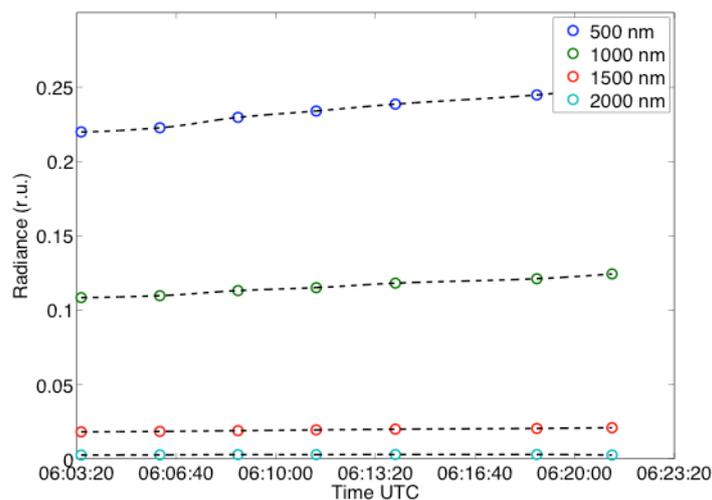


Figure 83 – Evolution temporelle de la luminance du Spectralon à quatre longueurs d'onde lors d'une acquisition complète sur le site A1.

Lorsque la dérive du spectralon est linéaire, les spectres de réflectance (*BRF*) peuvent être calculés pour une direction de visée donnée. La Figure 84 en illustre l'exemple pour une zone du site A (surface A1) dans six directions de visées, symétriques par rapport au plan du soleil. Idéalement, ils devraient se regrouper par paires : on constate que c'est le cas pour les mesures 1 & 26 (direction avant par rapport au soleil) et les mesures 27 & 39 (direction perpendiculaire au plan

du soleil), mais pas pour les mesures 13 & 14 (direction arrière par rapport au soleil). Ces mesures étant très proches dans le temps, on ne peut pas imputer cet écart à des variations d'angle solaire (voir Figure 80). Une origine possible est que le Chamelon ne vise pas la même surface. Dans le cas présent, il en vise trois différentes : mesures 1 & 13 (plan I), mesures 14 & 26 (plan II) et mesures 27 & 39 (plan III). La différence est beaucoup plus marquée dans la direction arrière où se situe l'effet d'opposition.

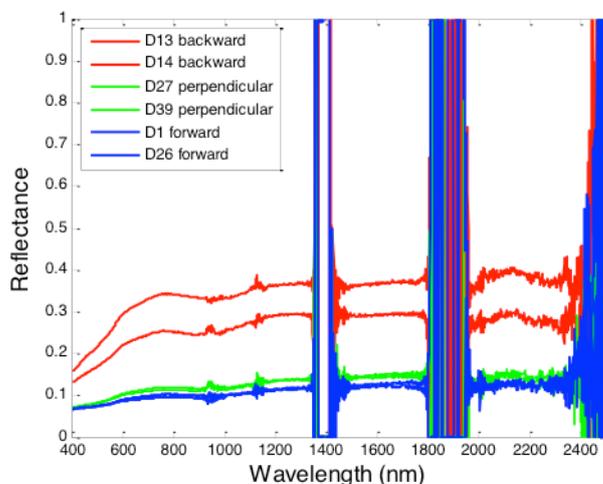


Figure 84 – Spectres de réflectance du sol A1 dans six directions de visée.

Il est aussi possible de tracer sur un même graphe les 31 spectres de réflectance mesurés en visée verticale autour du Chamelon (voir demi-cercle VI dans la Figure 79a) à la fin d'une série de mesures. On constate une certaine dispersion, représentative de la variabilité naturelle du terrain (Figure 85). On peut aussi noter que la forme du spectre entre 2000 nm et 2400 nm est différente de celle observée dans la Figure 84, en raison de l'aplatissement du spectre de luminance du Spectralon dans les deux dernières mesures (Figure 82). Nous n'avons pas trouvé d'explication pour cette anomalie qui fort heureusement, affecte une région du spectre très bruitée et d'un intérêt limité pour cette étude.

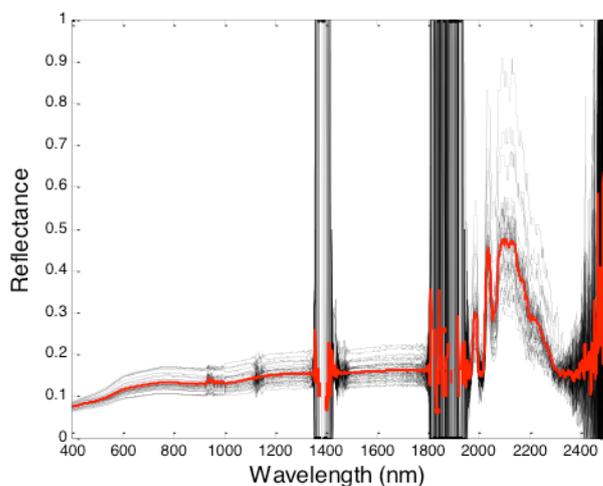


Figure 85 – Spectres de réflectance du sol A1 mesurés en visée verticale. La courbe rouge

correspond au spectre moyen.

Afin de comparer les mesures acquises sur le terrain à celles acquises par satellite, nous avons calculé la réflectance du sol dans les bandes spectrales du satellite Pléiades 1B (Tableau 5). Pour cela il faut convoluer le spectre de réflectance du sol par les fonctions de filtre du capteur Pléiades (Figure 41), rééchantillonnées à 1 nm. Pour une bande spectrale Pléiades  $\lambda_i$ , le facteur de réflectance Chamelon correspondant noté  $BRF_{\lambda_i}$  s'écrit

$$BRF_{\lambda_i}(i, \phi_i, e, \phi_e) = \frac{\sum_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} f_{\lambda_i}(\lambda) \cdot BRF(\lambda, i, \phi_i, e, \phi_e)}{\sum_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} f_{\lambda_i}(\lambda)} \quad (4.43)$$

avec  $f_{\lambda_i}$  la fonction de filtre de la bande considérée. On constate sur la Figure 86 que les réflectances *in situ* mesurées dans les bandes spectrales Pléiades sont quasiment superposées au spectre de réflectance moyen du site A. Ceci est dû à la douceur de sa forme. En effet, si le facteur de réflectance n'a qu'une très faible dépendance spectrale, alors la convolution spectrale n'a que très peu d'effet et l'équation (4.43) se simplifie en  $BRF_{\lambda_i}(i, \phi_i, e, \phi_e) \approx BRF(i, \phi_i, e, \phi_e)$ .

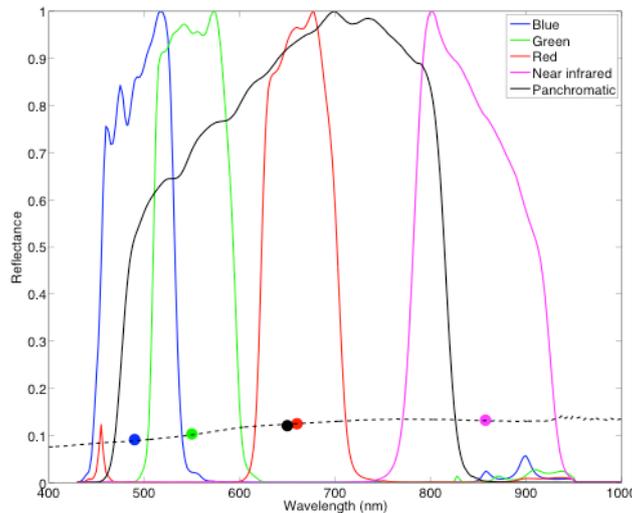


Figure 86 – Spectre de réflectance moyen du sol A1 mesuré en visée verticale (Figure 85) et fonctions de filtre des bandes spectrales Pléiades. Les disques colorés indiquent les valeurs de réflectance simulées dans les bandes Pléiades. La position est celle du centre de la bande.

### 4.2.3 BRDF multispectrale mesurée par le Chamelon

Les mesures Chamelon contiennent des valeurs de BRDF dans 65 directions d'observation, réparties sur cinq plans différents. Afin de pouvoir tracer une BRDF complète sur l'espace des angles azimutaux et zénithaux, nous avons réalisé une interpolation linéaire entre tous les points de mesure. Les résultats convolués à la bande panchromatique Pléiades pour douze sites du rift sont illustrés en Figure 87. Le Soleil se déplaçant pendant l'acquisition, on représente ici sa position lors de la première mesure sur le panneau de spectralon.

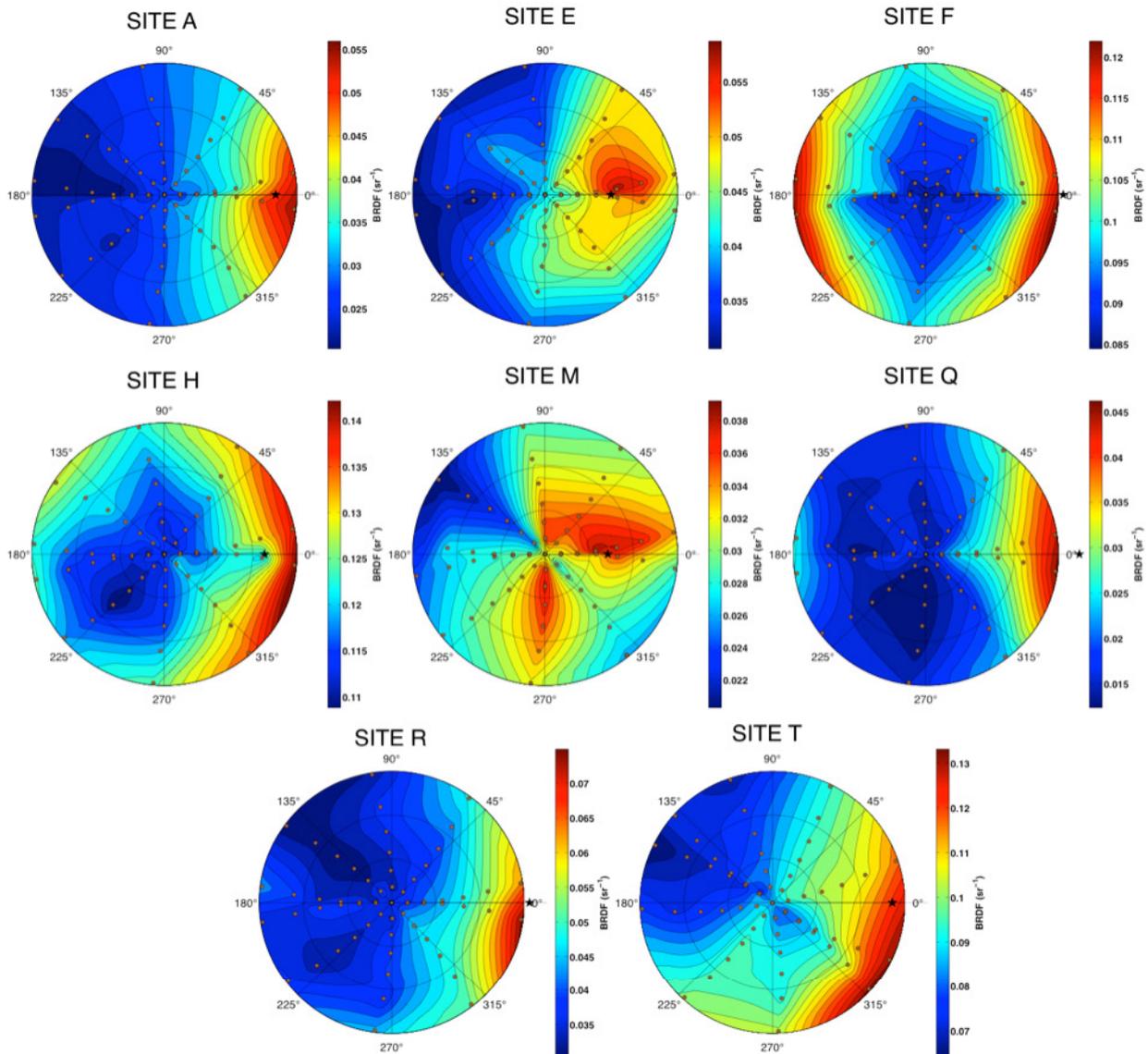


Figure 87 – BRDF mesurée par le Chamelon convoluée à la bande panchromatique Pléiades pour huit sites du rift d’Asal-Ghoubbet. L’étoile noire représente la position du Soleil.

La comparaison entre les sites n’est pas évidente car les angles d’illumination peuvent varier fortement d’un site à l’autre. On constate cependant que les sites A, E, Q, R et T ont un effet de rétrodiffusion marqué alors que les sites F, H et M ont un comportement plus isotrope. Encore une fois, il n’est pas trivial de faire le lien entre la structure spatiale des surfaces et la forme de la BRDF : les sites A, Q et R ont des BRDF de forme comparable mais des caractéristiques structurelles présentant des différences marquées.

### 4.3 Analyse comparative des BRDF Pléiades et Chamelon

Les BRDF acquises depuis l’espace (satellite Pléiades) ou sur le terrain (spectro-goniomètre Chamelon) sont empreintes d’erreurs : dans le premier cas, elles sont sensibles aux corrections atmosphériques. Les mesures locales sont quant à elles limitées par le mode d’acquisition du Chamelon, qui ne vise pas la même zone sur la surface.

Bien que les couvertures spatiales des surfaces visées soient différentes, il est intéressant de comparer la qualité des données photométriques dérivées des instruments Pléiades et Chamelon. Il faudrait pour cela ajuster le modèle de Hapke aux BRDF Chamelon, puis recalculer la BRDF dans les mêmes conditions géométriques et radiométriques que Pléiades avec les paramètres estimés. Cette démarche est cependant sujette à erreur selon les méthodes d'interpolation ou d'inversion choisies.

Afin de dépasser cette difficulté, nous avons calculé pour les 21 géométries Pléiades et les 65 géométries Chamelon le rapport du facteur de réflectance à une longueur d'onde donnée au facteur de réflectance dans la bande verte (choisie arbitrairement). Ceci permet de vérifier si le contraste entre les bandes spectrales est cohérent entre les deux jeux de données. Nous avons vu que le rayon définissant la contribution du voisinage pour un pixel cible était le paramètre le plus critique du processus de correction atmosphérique (Figure 71). Notamment, on observe une diminution de la valeur radiométrique dans le proche infrarouge, qui se rapproche du rouge pour la totalité des sites, et passe même en dessous de la valeur dans le rouge pour les sites M et Q, composés de laves basaltiques (Figure 75). La Figure 88 illustre les rapports à la bande verte pour cinq sites (A, F, M, Q et T), et permet de vérifier que cette diminution dans la bande proche infrarouge est visible sur les spectres Chamelon pour les cinq sites. Elle est d'autant plus marquée pour les sites A, M et Q, et rend indispensable la correction de l'effet de voisinage des images Pléiades.

Alors que le contraste sur les données Pléiades ne correspond pas aux spectres Chamelon lorsque  $r = 0$ , on remarque que les deux jeux de données s'ajustent relativement bien lorsque  $r > 0$ . Les valeurs de la bande bleue se recalent quasi parfaitement sur les spectres Chamelon et les valeurs de la bande proche infrarouge sont ramenées au niveau de celles de la bande rouge. Pour quantifier la qualité de cet ajustement, on calcule un facteur de distance défini comme

$$d = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{N_i} \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{N_j} \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^4 (P_i - C_j)^2 \quad (4.44)$$

avec

- $N_i$  le nombre d'images Pléiades (21)
- $N_j$  le nombre de géométries Chamelon (65)
- $P_i$  les valeurs de rapports à la bande verte de Pléiades pour la  $i^{\text{ème}}$  géométrie
- $C_j$  les valeurs de rapports à la bande verte convolués à la réponse spectrale Pléiades du Chamelon pour la  $j^{\text{ème}}$  géométrie
- $k$  le nombre de bandes spectrales Pléiades (4)

Pour tous les sites, les valeurs du facteur  $d$  (données en Figure 88) indiquent un ajustement optimal lorsque  $r = 1$ . Choisir une valeur de  $r$  trop élevée fait tendre les valeurs de rapports de réflectance vers 0. Cette valeur est donc utilisée comme facteur de correction pour extraire les courbes photométriques des images Pléiades.

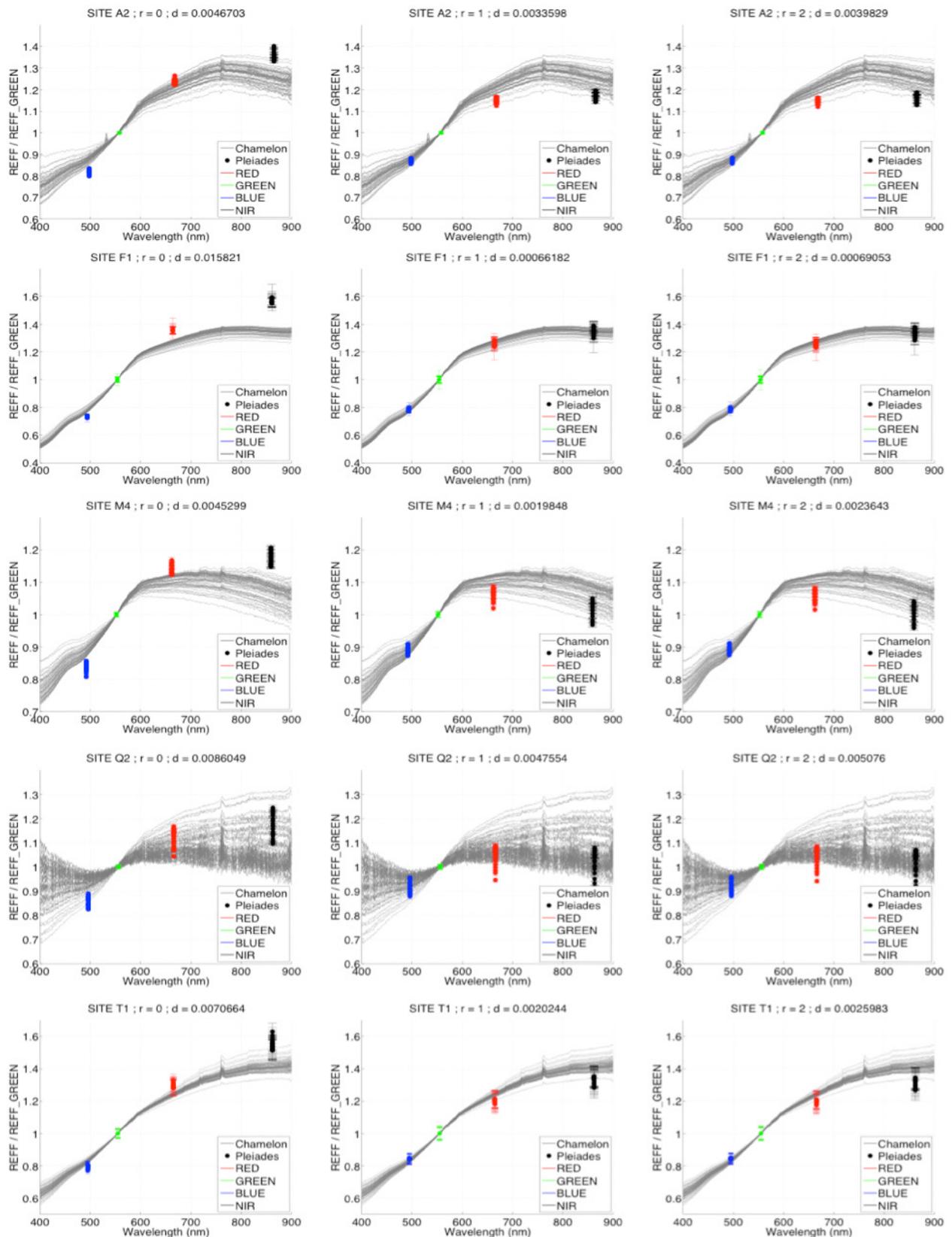


Figure 88 – Comparaison entre les rapport à la bande verte des spectres de facteurs de réflectance (*BRF*) Chamelon (courbes grises) et Pléiades (points colorés) pour différentes valeurs du rayon de l'effet de voisinage de la correction atmosphérique ( $r = 0$  à gauche ;  $r = 1$  au milieu ;  $r = 2$  à droite) et pour les sites A, F, M, Q et T du rift d'Asal-Ghoubbet.

#### 4.4 Une base de données topographiques et photométriques

Les mesures *in situ* acquises dans le rift d'Asal-Ghoubbet lors de la mission de terrain de février 2016, ainsi que les données satellite acquises en janvier 2013, constituent une base de données CAROLInA extrêmement riche pour l'étude menée dans cette thèse et pour des applications futures (Tableau 8). La génération de MNT à trois résolutions spatiales différentes et de données photométriques à deux résolutions spatiales différentes constitue un atout majeur pour des études multi-échelles.

Parmi les 22 sites investigués, seuls trois (M, Q et T) bénéficient d'une couverture complète de la gamme d'instruments utilisés. La comparaison de la rugosité mesurée sur le terrain à échelle millimétrique avec la rugosité estimée par inversion sur des données photométriques orbitales est possible pour 12 sites. La même étude avec des données photométriques *in situ* n'est possible que pour 8 d'entre eux.

Site	Topographie			Photométrie	
	sub-millimètre (main)	Millimètre (drone)	Mètre (Pléiades)	<i>In situ</i> (Chamelon)	En orbite (Pléiades)
A		4.0 mm	2 m	3	
B		3.5 mm	2 m		
C			2 m		
D			2 m	3	
E		3.2 mm	2 m	3	
F		3.0 mm	2 m	4	
G			2 m		
H		3.0 mm	2 m	2	
I		3.2 mm	2 m		
K			2 m		
M	0.8 mm	2.8 mm	2 m	4	
N			2 m		
O			2 m	1	
P			2 m		
Q	0.9 mm	2.8 mm	2 m	1	
R		3.2 mm	2 m	3	
S	0.9 mm	3.2 mm	2 m		
T	0.7 mm	2.8 mm	2 m	3	
U			2 m		
X			2 m		
Y		3.5 mm	2 m		
Z			2 m		

Tableau 8 – Base de données topographiques et photométriques générée dans le rift d'Asal-Ghoubbet (CAROLInA). Les cases vertes indiquent les données disponibles et les cases rouges les données non traitées ou présentant un problème de mesure. La résolution est indiquée pour chaque jeu de données topographiques et le nombre de mesures par site est donné pour les données Chamelon.

Nous disposons également d'un jeu de données topographiques de terrains volcaniques du Piton de la Fournaise avec des résolutions horizontales de l'ordre du millimètre.

## Chapitre 5

# Caractérisation de la rugosité : de la réalité terrain à la mesure photométrique

La richesse de la base de données CAROLInA permet une analyse rigoureuse de la rugosité multi-échelle et de son lien avec la photométrie de surface. L'influence de l'échelle spatiale de la rugosité sur la BRDF est mise en évidence (section 5.2). Finalement, une procédure d'inversion est menée à la fois sur des BRDF simulées (conditions idéales) et observées (condition réelles) dans le but d'investiguer la capacité du modèle de Hapke à retranscrire la réalité terrain.

## 5.1 Mesure terrain de la rugosité

La disponibilité de MNT à différentes résolutions de terrains très variés permet une analyse exhaustive de la rugosité de surfaces naturelles. La rugosité est la plupart du temps caractérisée par un paramètre stationnaire, qui dans notre cas, est la rugosité moyenne  $\bar{\theta}$ . La première étape de l'analyse consiste à étudier la capacité de ce paramètre à apporter une description quantitative et qualitative de la rugosité, en se basant sur les distributions de pentes des surfaces du Piton de la fournaise et du rift d'Asal-Ghoubbet. On cherche notamment à investiguer la pertinence des hypothèses faites dans le modèle de Hapke (section 5.1.1). L'analyse fractale et la transformée en ondelettes sont ensuite utilisées pour étudier la dépendance spatiale de la rugosité et comment un paramètre stationnaire transcrit ce phénomène multi-échelle (section 5.1.2). Finalement, la base de données topographiques multi-instrumentales a été mise à profit pour étudier la cohérence des mesures de rugosité de surface et la possibilité d'établir une courbe d'évolution de la rugosité sur une large gamme d'échelles spatiales correspondant à quatre ordres de grandeur (section 5.1.3).

### 5.1.1 Rugosité moyenne

Le calcul de la distribution de pente sur des modèles numériques de terrain est relativement direct car les données sont des grilles régulières de résolution spatiale constante. On applique d'abord une méthode de *detrending* afin de supprimer la tendance générale de la surface (ajustement d'un plan moyen) (Shepard et al., 2001 ; Vidal Vázquez et al., 2005). Chaque MNT est ensuite transformé en un maillage 3D triangulaire composé de deux triangles par pixel (Favalli & Pareschi, 2004 ; Zhou et al., 2011). Les triangles sont des figures géométriques bien adaptées pour modéliser les caractéristiques abruptes des surfaces sur les MNT car leurs trois sommets constituent toujours une surface plane. Réaliser un maillage avec des polygones contenant plus d'arêtes, dont les sommets sont rarement dans le même plan, tend à déformer la surface (Tucker, 2004). Pour ne pas introduire de biais dans la reconstruction de la surface, et obtenir un maillage non-structuré à partir d'une grille régulière, la direction de l'arête séparant deux facettes triangulaires adjacentes est sélectionnée de manière aléatoire. L'angle de pente de chaque facette triangulaire est alors défini comme l'angle entre la normale à la facette (déterminée à partir du produit vectoriel des deux arêtes orthogonales) et l'horizontale.

*Données de La Réunion* : dix surfaces ont été choisies (3 laves a'a, 2 laves pahoehoe cordées, 2 laves pahoehoe bosselées et 3 lapilli). Trois zones de  $1\text{ m}^2$  ont été extraites de chaque surface. La taille est volontairement limitée pour observer les effets de la rugosité plutôt que de la topographie, pour minimiser le temps de calcul (grilles composées d'environ 1.5 millions de points) et pour conserver des grilles carrées, la largeur des MNT étant parfois inférieure à 2m.

La Figure 89 illustre quatre exemples de surfaces volcaniques typiques du Piton de la Fournaise et révèle la variété de distributions de pente. Les terrains les plus rugueux (laves a'a, Figure 89a) ont une distribution étalée sur tous les angles, due au grand nombre de facettes abruptes aux abords des discontinuités de la surface. Les laves pahoehoe présentent une distribution plus centrée sur des angles de pente modérés. Enfin, les lapilli (Figure 89d), surfaces

lisses et granulaires, montrent très peu de facettes avec des angles de pente supérieurs à 70°. Il apparaît que plus la surface est rugueuse, plus la distribution de pente est dispersée. Les deux paramètres  $\bar{\theta}$  et  $\bar{\theta}_G$  caractérisent de manière adéquate la rugosité relative des surfaces (Figure 89 ; Tableau 10). Ces résultats sont cohérents avec ceux trouvés par [Bretar et al. \(2013\)](#).

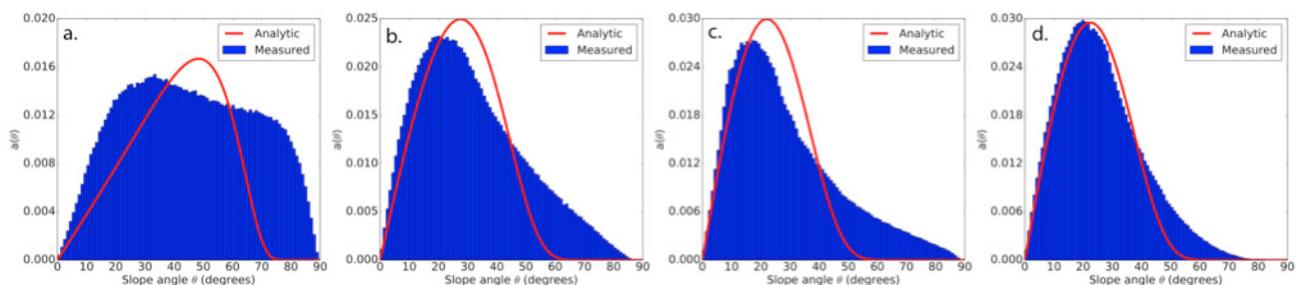


Figure 89 – Distributions de pente de quatre surfaces volcaniques typiques du Piton de la Fournaise. (a) lave a'a (GB3332) ; (b) lave pahoehoe cordée (ENC2798) ; (c) lave pahoehoe bosselée (GB3247) ; (d) lapilli (PDS2021). La distribution normale ajustée correspondant à l'équation (2.67) est représentée par la courbe rouge.

*Données du rift d'Asal* : nous disposons de MNT couvrant des surfaces d'environ 30 m par 40 m, avec une résolution variant entre 2.5 et 4 mm. La décomposition d'une telle surface en maillage triangulaire nécessite une capacité de mémoire et un temps de calcul conséquents. Afin de pouvoir comparer les résultats, nous avons extrait de chaque site un carré de 20 m de côté qui est décomposé en une mosaïque de 25 tuiles de 4 m de côté. Nous avons vérifié que le paramètre  $\bar{\theta}$  calculé sur un carré était similaire à la moyenne des valeurs calculées sur chacune des tuiles. Les valeurs retrouvées pour les 12 sites traités sont données dans le Tableau 9 et les distributions de pente représentatives des surfaces illustrées en Figure 90. Il apparaît que ces dernières ont une forme globalement comparable. Les deux sites les plus lisses (F et Y) ont des pentes limitées à  $\theta < 50^\circ$ . Les sites E et R de structure identique (tous deux constitués de dépôts de scories sur sédiments) ont des distributions équivalentes. Malgré une rugosité élevée, les distributions de pentes des sites B et Q ne témoignent pas d'une forte amplitude pour des angles de pente supérieurs à 70° car ces surfaces respectivement constituées de laves pahoehoe cordées et d'une dalle de lave granuleuse présentent peu de discontinuités. Les sites M et S caractérisés par la même valeur de rugosité moyenne ont des distributions de pentes analogues, à ceci près que l'amplitude aux angles  $\theta > 50^\circ$  est plus forte pour le site S en raison de la présence de nombreux cailloux et blocs rocheux centimétriques sur la surface. Les terrains similaires à ceux de la Réunion, tels que le site B pour les laves pahoehoe cordées et les sites A et Y pour les lapilli présentent des rugosités moyennes comparables.

Site	A	B	E	F	H	I	M	Q	R	S	T	Y
$\mu$	18.6	33.4	23.1	8.3	20.9	27.9	18.3	33.1	23.1	18.3	20.9	12.6
$\sigma$	$\pm 2.1$	$\pm 5.1$	$\pm 2.9$	$\pm 1.7$	$\pm 2.2$	$\pm 2.4$	$\pm 1.9$	$\pm 4.2$	$\pm 1.3$	$\pm 2.6$	$\pm 2.6$	$\pm 2.0$

Tableau 9 - Rugosité moyenne  $\bar{\theta}$  (en degrés) de 12 terrains du rift d'Asal. Les valeurs moyennes ( $\mu$ ) et les écarts-type ( $\sigma$ ) ont été calculés sur 25 tuiles de 16 m<sup>2</sup> chacune.

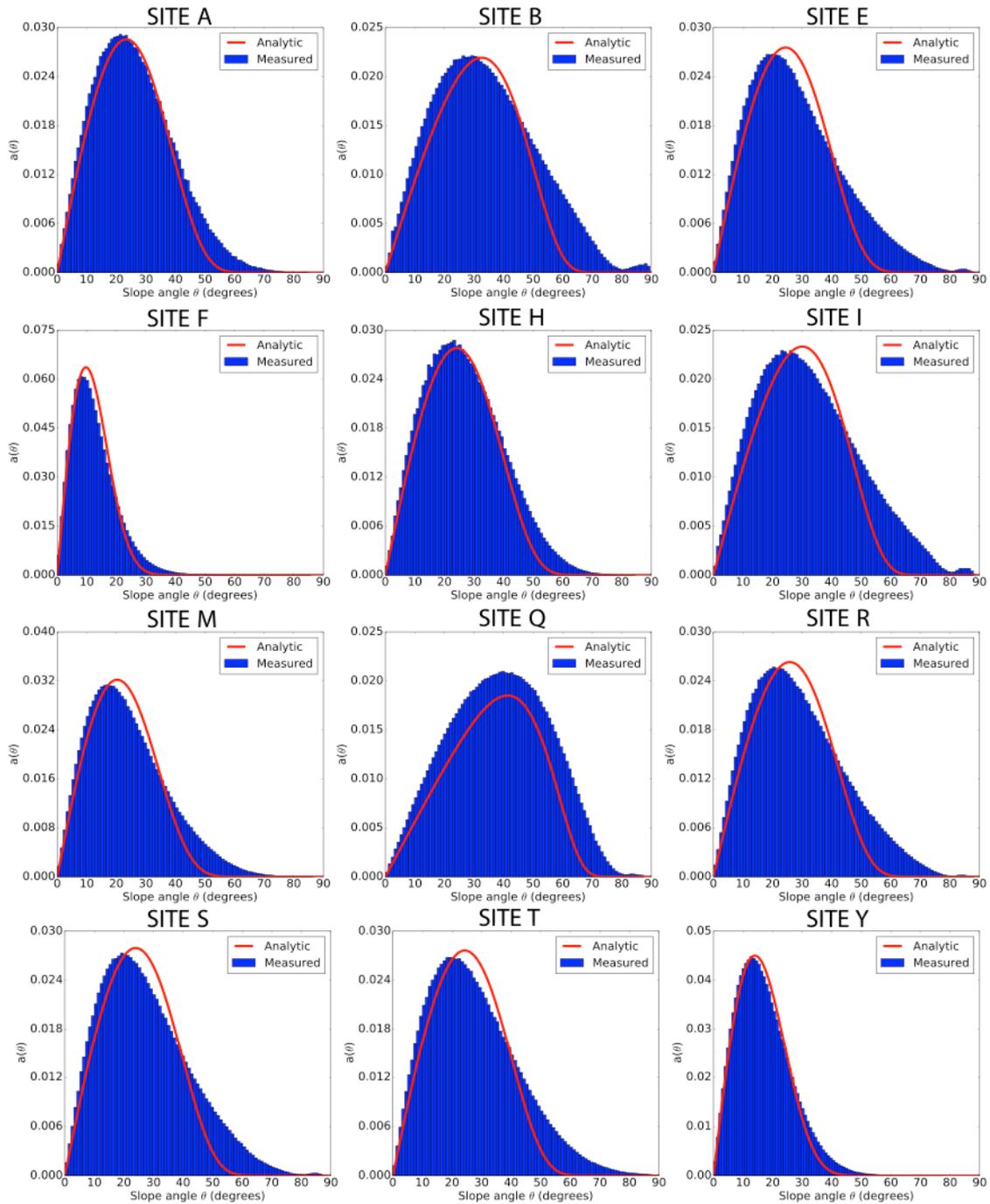


Figure 90 – Distributions de pente de douze sites du rift d'Asal-Ghoubbet. La distribution normale ajustée correspondant à l'équation (2.67) est représentée par la courbe rouge.

La Figure 91 montre que la rugosité moyenne ajustée  $\bar{\theta}_G$  équivaut à la rugosité moyenne  $\bar{\theta}$  (voir Tableau 3) pour les faibles rugosités ( $\bar{\theta} < 25^\circ$ ), à la fois pour les terrains de La Réunion et de Djibouti. Ceci valide l'hypothèse gaussienne pour les surfaces lisses. En revanche, au delà de cette limite,  $\bar{\theta}_G$  sous-estime  $\bar{\theta}$ , comme démontré par Helfenstein & Shepard, (1999) pour le régolithe lunaire. La différence peut atteindre plus de 25% pour  $\bar{\theta} > 50^\circ$ . Dans le cas des terrains de Djibouti (Figure 91b), la différence entre les deux rugosités moyennes mesurées est moins marquée, en raison d'une résolution spatiale des MNT plus faible ce qui a tendance à lisser les surfaces et donc

les rapprocher de l'hypothèse gaussienne. Il apparaît d'ailleurs que l'équation (2.68) s'ajuste très bien aux distributions mesurées sur les 12 sites (Figure 90).

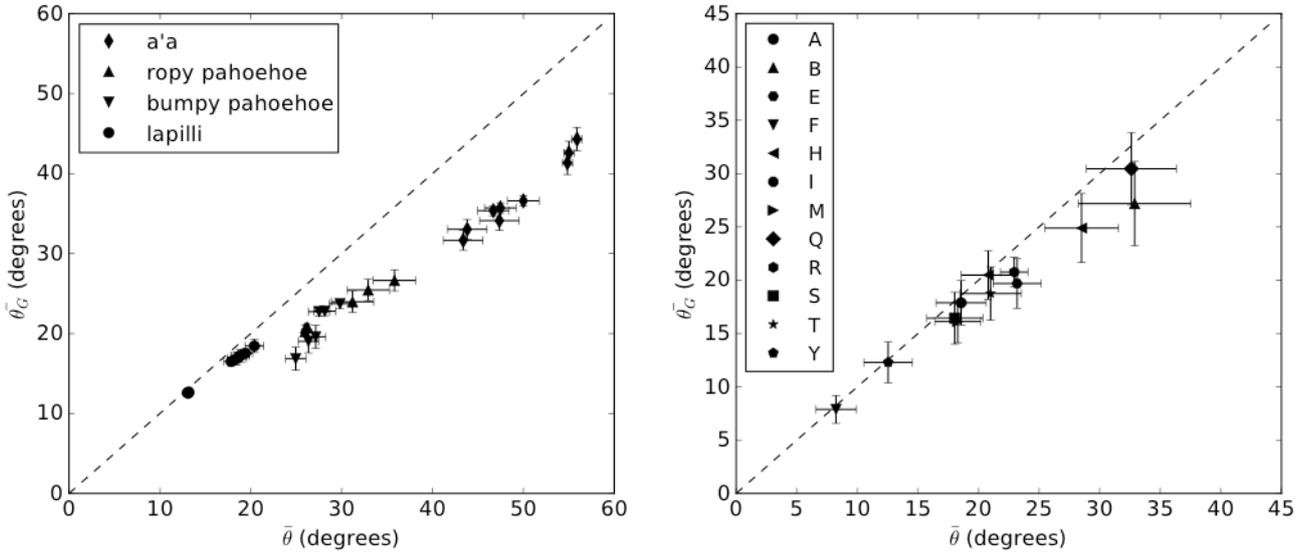


Figure 91 – Paramètre de rugosité moyenne ajusté  $\overline{\theta}_G$  pour différentes surfaces du Piton de la Fournaise (a) et du rift d'Asal-Ghoubbet (b) en fonction de la rugosité moyenne mesurée à partir de la distribution de pente réelle  $\overline{\theta}$ . La ligne en pointillés représente la bissectrice.

En conséquence, l'hypothèse de distribution de pente gaussienne du modèle de Hapke est raisonnable si les terrains ont une rugosité modérée, mais elle ne permet pas de bien décrire la rugosité de surface lorsque cette dernière est trop élevée, ce qui est en accord avec les limitations spécifiées du modèle (Hapke, 2012a). L'incapacité du modèle de Hapke à décrire les surfaces naturelles très rugueuses repose sur le non-respect de deux hypothèses fondamentales : une distribution de pentes gaussienne et une faible valeur de  $\overline{\theta}_H$ . Hapke, (2012a) a utilisé cette dernière propriété pour calculer une expression analytique simplifiée de  $\overline{\theta}_H$  en développant l'équation (2.68) en séries de Taylor du deuxième ordre :

$$\tan \overline{\theta}_H = [(\langle \cos \theta \rangle^{-2} - 1)/\pi]^{1/2} \quad (5.1)$$

Comparer la valeur de  $\overline{\theta}_H$  calculée à partir de (5.1) à la rugosité moyenne  $\overline{\theta}$  mesurée à partir de la distribution de pente réelle pourrait permettre de quantifier la manière dont la combinaison des deux hypothèses conduit à une sous-estimation des fortes rugosités. Nous n'avons pas suivi cette approche puisqu'elle est basée sur l'approximation d'une distribution gaussienne, ce qui n'est pas le cas de la plupart des surfaces volcaniques investiguées. Le développement en séries de Taylor de  $\overline{\theta}_H$  à un ordre supérieur n'a jamais été testé et est susceptible d'expliquer les différences observées. Ceci nécessiterait toutefois des développements mathématiques qui dépassent le cadre strict de cette thèse.

### 5.1.2 Rugosité multi-échelle et dimension fractale

Il est désormais clairement établi que la rugosité dépend fortement de l'échelle à laquelle elle est mesurée. En tant qu'estimateur moyen, le paramètre  $\overline{\theta}$  ne contient aucune information sur la dépendance spatiale. Classiquement, les surfaces naturelles sont décrites par deux grandeurs

statistiques calculées à partir des profils de micro-topographie : l'écart type des hauteurs et la longueur de corrélation de la fonction d'autocorrélation associée (section 1.2.1). Cette représentation classique présente un certain nombre de limites : description mono-échelle, dépendance à la longueur du profil considéré, .... Cela a conduit certains auteurs à explorer une description fractale de la rugosité de surface, intégrant de fait un caractère multi-échelle. Leurs travaux ont montré que la plupart des surfaces naturelles étaient fractales ou auto-affines sur des distances variant du millimètre au kilomètre. En parallèle, la caractérisation multi-échelle de la rugosité a été largement étudiée en ingénierie au moyen de la transformée en ondelettes (voir section 1.2.2).

## Analyse fractale

Le coefficient de Hurst  $H$  (associé à la dimension fractale) a été calculé par deux méthodes : le semi-variogramme et la méthode *roughness-length* (voir section 2.1.2). Les résultats sur les données du Piton de la Fournaise (Tableau 10) montrent que bien que la valeur absolue de  $H$  estimée par les deux méthodes diffère, la différence relative entre les deux semble cohérente. Cette divergence entre les deux méthodes a été observée par [Gallant et al. \(1994\)](#) sur des profils de 20 m de long acquis sur des surfaces volcaniques naturelles. Pour les terrains du Piton de la Fournaise, les valeurs déterminées par la méthode *roughness-length* sont cohérentes avec celles estimées par [Bretar et al. \(2013\)](#) sur des profils plus longs par la même méthode. Toutefois, nous n'avons pas trouvé dans la littérature de travaux privilégiant une méthode par rapport à l'autre ou indiquant laquelle est la plus proche de la réalité terrain. Il semble que la méthode du semi-variogramme décrit mieux les changements de rugosité avec l'échelle, mais il existe une ambiguïté en raison de la présence de points de rupture plus ou moins significatifs. Au contraire, la méthode *roughness-length* fournit une meilleure tendance globale de la dépendance spatiale de la rugosité (les semi-variogrammes ne présentent pas de point de rupture), mais elle ne semble pas donner de réelle information sur la structure du sol. Par la suite, nous caractériserons les propriétés fractales des surfaces grâce à la méthode du semi-variogramme qui est plus répandue dans la littérature.

Le semi-variogramme a été calculé pour des profils croisés extraits des surfaces, et moyennés sur chacune des deux directions (Figure 92). Alors que le semi-variogramme d'une surface parfaitement auto-affine suit une loi de puissance sur toutes les échelles, celui des surfaces naturelles présente un point de rupture plus ou moins marqué selon la nature du terrain. Dans certains cas, notamment les surfaces lisses composées de grains de taille centimétrique (lapilli sur la Figure 92, sites H, R, S sur la Figure 93), la rupture de pente est significative. Ce comportement observé par d'autres auteurs serait lié à des transitions dans les processus de formation de ces surfaces ([Mark & Aronson, 1984](#) ; [Campbell & Shepard, 1996](#)). Dans l'exemple des lapilli (Figure 92d), la rugosité augmente rapidement avec l'échelle spatiale jusqu'à environ 1 cm ( $H = 0.6$ ), seuil au delà duquel le taux d'accroissement de la rugosité est plus modéré ( $H = 0.14$ ). Ce seuil intervient à une échelle comparable à la taille des particules et marque un changement de régime de la rugosité (la surface devient lisse aux échelles spatiales supérieures à la taille du grain). Dans le cas de la lave pahoehoe cordée (Figure 92c), le semi-variogramme révèle un point de rupture à une échelle d'environ 5 cm, comparable à la largeur des "cordes" sur la surface. Un tel point n'apparaît pas dans la direction horizontale qui est parallèle aux "cordes".

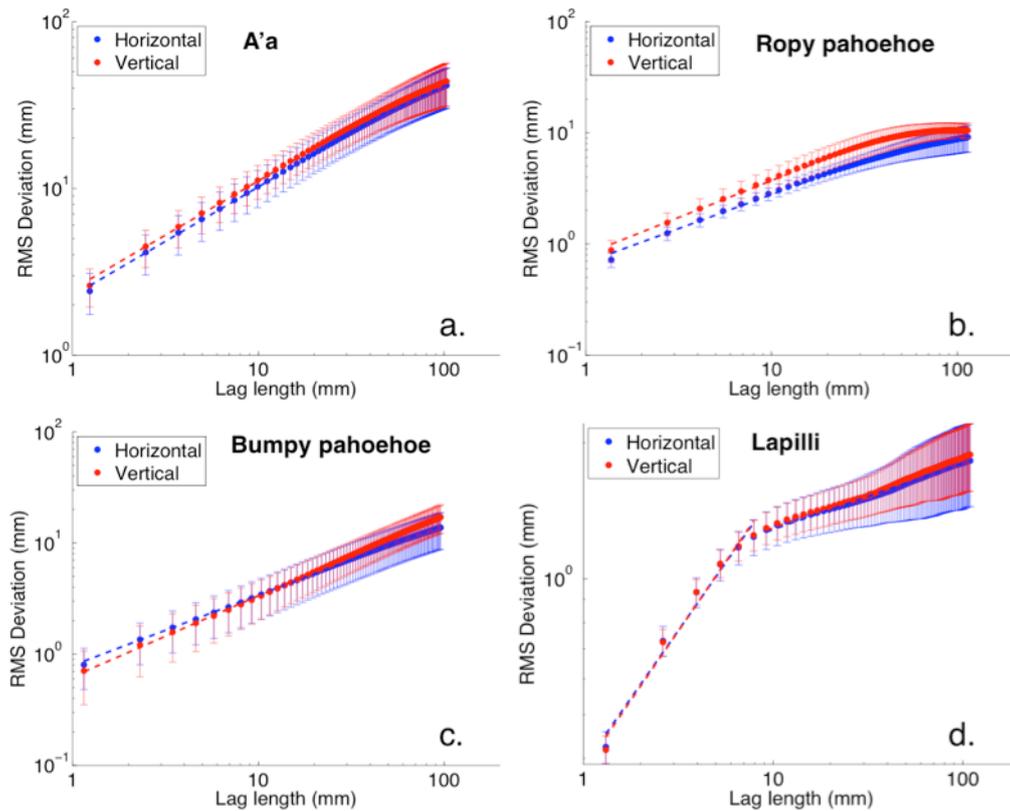


Figure 92 – Semi-variogrammes de quatre surfaces volcaniques typiques du Piton de la Fournaise pour des échelles spatiales variant de 1 mm à 10 cm, moyennés sur les directions verticale et horizontale. (a) lave a'a (GB3332); (b) lave pahoehoe cordée (ENC2798); (c) lave pahoehoe bosselée (GB3247); (d) lapilli (PDS2021). Les lignes en pointillés représentent l'ajustement polynomial avant et après le point de rupture pour le calcul de  $H$ .

Plus généralement, les surfaces les plus rugueuses en termes de paramètre d'angle de pente moyen ont les valeurs de  $H$  les plus fortes (Tableau 10), sauf la lave pahoehoe GB3247 à la topographie bosselée. Ceci est cohérent avec la définition de la dimension fractale, car une surface avec un fort coefficient de Hurst a une rugosité croissante avec l'échelle. Shepard et al. (2001), qui ont analysé un grand nombre de terrains, n'ont pas trouvé de corrélation apparente entre le coefficient de Hurst et le type de terrain. Nos résultats montrent que si  $H$  permet de séparer les terrains très lisses (lapilli) des plus rugueux (laves pahoehoe et a'a), la différence entre les deux derniers est subtile. Il n'est pas possible de comparer les rugosités de ces deux surfaces sur la base seule du semi-variogramme.

Les valeurs de  $H$  ont été déterminées à partir de profils linéaires. Nous avons vérifié que le semi-variogramme calculé selon l'équation (2.37) avec des paires de points pris au hasard sur la surface, comme suggéré par Vidal Vázquez et al. (2005), donne le même résultat. La distinction des deux directions permet d'aborder la question de l'anisotropie de la rugosité de surface (l'effet d'éventuelles structures dans des directions intermédiaires n'est pas investigué ici). La Figure 92 montre que les surfaces du Piton de la Fournaise peuvent toutes être considérées comme isotropes au premier ordre, à l'exception des laves pahoehoe cordées, qui montrent une déviation RMS plus importantes dans la direction orthogonale aux cordes (Bretar et al., 2013).

Terrain	Site	$\bar{\theta}$ (deg)	$\bar{\theta}_G$ (deg)	$H$ (semi-variogramme)	$H$ (roughness-length)	
A'a	ENC2698	$55.01 \pm 0.57$	$42.58 \pm 1.48$	$0.58 \pm 0.57$	$0.78 \pm 1.81$	
		$55.90 \pm 0.57$	$44.31 \pm 1.48$	$0.58 \pm 0.81$	$0.77 \pm 1.06$	
		$54.84 \pm 0.57$	$41.36 \pm 1.48$	$0.57 \pm 0.95$	$0.84 \pm 1.21$	
	GB3114	$43.82 \pm 2.18$	$33.04 \pm 1.23$	$0.61 \pm 0.57$	$0.76 \pm 0.68$	
		$47.36 \pm 2.18$	$34.12 \pm 1.23$	$0.62 \pm 0.65$	$0.80 \pm 0.95$	
		$43.38 \pm 2.18$	$31.66 \pm 1.23$	$0.64 \pm 0.41$	$0.78 \pm 1.09$	
	GB3332	$50.00 \pm 1.73$	$36.60 \pm 0.63$	$0.58 \pm 0.51$	$0.81 \pm 1.21$	
		$46.69 \pm 1.73$	$35.37 \pm 0.63$	$0.54 \pm 0.60$	$0.79 \pm 0.86$	
		$47.47 \pm 1.73$	$35.71 \pm 0.63$	$0.52 \pm 0.68$	$0.79 \pm 0.80$	
	Ropy pahoehoe	ENC2683	$32.92 \pm 2.33$	$25.45 \pm 1.33$	$0.54 \pm 0.35$	$0.80 \pm 0.42$
			$31.20 \pm 2.33$	$23.98 \pm 1.33$	$0.46 \pm 0.31$	$0.74 \pm 0.82$
			$35.82 \pm 2.33$	$26.64 \pm 1.33$	$0.46 \pm 0.56$	$0.80 \pm 0.65$
ENC2798		$26.02 \pm 0.14$	$20.70 \pm 0.32$	$0.43 \pm 0.16$	$0.75 \pm 0.41$	
		$25.97 \pm 0.14$	$20.22 \pm 0.32$	$0.43 \pm 0.33$	$0.76 \pm 0.66$	
		$26.23 \pm 0.14$	$20.82 \pm 0.32$	$0.42 \pm 0.31$	$0.77 \pm 0.62$	
Bumpy pahoehoe	GB3215	$28.15 \pm 1.19$	$22.79 \pm 0.55$	$0.51 \pm 0.01$	$0.41 \pm 0.37$	
		$29.82 \pm 1.19$	$23.72 \pm 0.55$	$0.50 \pm 0.10$	$0.43 \pm 0.73$	
		$27.52 \pm 1.19$	$22.74 \pm 0.55$	$0.57 \pm 0.06$	$0.46 \pm 0.39$	
	GB3247	$24.95 \pm 1.11$	$16.85 \pm 1.44$	$0.67 \pm 0.12$	$0.73 \pm 0.89$	
		$26.35 \pm 1.11$	$19.03 \pm 1.44$	$0.61 \pm 0.07$	$0.70 \pm 0.68$	
		$27.15 \pm 1.11$	$19.58 \pm 1.44$	$0.64 \pm 0.02$	$0.74 \pm 0.58$	
Lapilli	PdS1813	$13.15 \pm 0.09$	$12.56 \pm 0.07$	$0.28 \pm 0.03$	$0.35 \pm 0.09$	
		$13.18 \pm 0.09$	$12.69 \pm 0.07$	$0.26 \pm 0.02$	$0.33 \pm 0.08$	
		$13.01 \pm 0.09$	$12.59 \pm 0.07$	$0.29 \pm 0.02$	$0.33 \pm 0.07$	
	PdS2021	$18.71 \pm 0.79$	$17.13 \pm 0.52$	$0.12 \pm 0.01$	$0.26 \pm 0.10$	
		$17.84 \pm 0.79$	$16.50 \pm 0.52$	$0.15 \pm 0.01$	$0.28 \pm 0.10$	
		$19.42 \pm 0.79$	$17.54 \pm 0.52$	$0.11 \pm 0.02$	$0.24 \pm 0.09$	
	PdS2102	$18.45 \pm 1.03$	$16.88 \pm 0.83$	$0.25 \pm 0.02$	$0.28 \pm 0.11$	
		$18.84 \pm 1.03$	$17.22 \pm 0.83$	$0.23 \pm 0.03$	$0.27 \pm 0.17$	
		$20.40 \pm 1.03$	$18.45 \pm 0.83$	$0.23 \pm 0.03$	$0.28 \pm 0.13$	

Tableau 10 - Paramètres de rugosité déterminés sur trois zones différentes des terrains volcaniques du Piton de la Fournaise.

La même étude a porté sur les données acquises à Djibouti, avec une résolution spatiale en moyenne deux fois moins bonne, de l'ordre de 3 millimètres (Figure 93). On observe toujours une forte isotropie des terrains, moins marquée pour les sites B (laves pahoehoe cordées) et Y (terrain lisse sur lequel des ondulation à large échelle sont présentes dans la direction horizontale). Les surfaces constituées de cailloux de taille centimétrique à décimétrique (sites E, Q, R, S et T) montrent une rupture de pente plus ou moins marquée dans le semi-variogramme à une échelle proche du décimètre. En revanche, le site A qui se rapproche le plus des lapilli observés à La Réunion, ne présente pas de rupture de pente significative. Ceci peut s'expliquer par une taille de grains plus faible que celle des lapilli de La Réunion, ou une résolution spatiale moins bonne. Pour le site H, on observe une rupture de pente importante probablement liée à la nature granulaire de la banquise de sel.

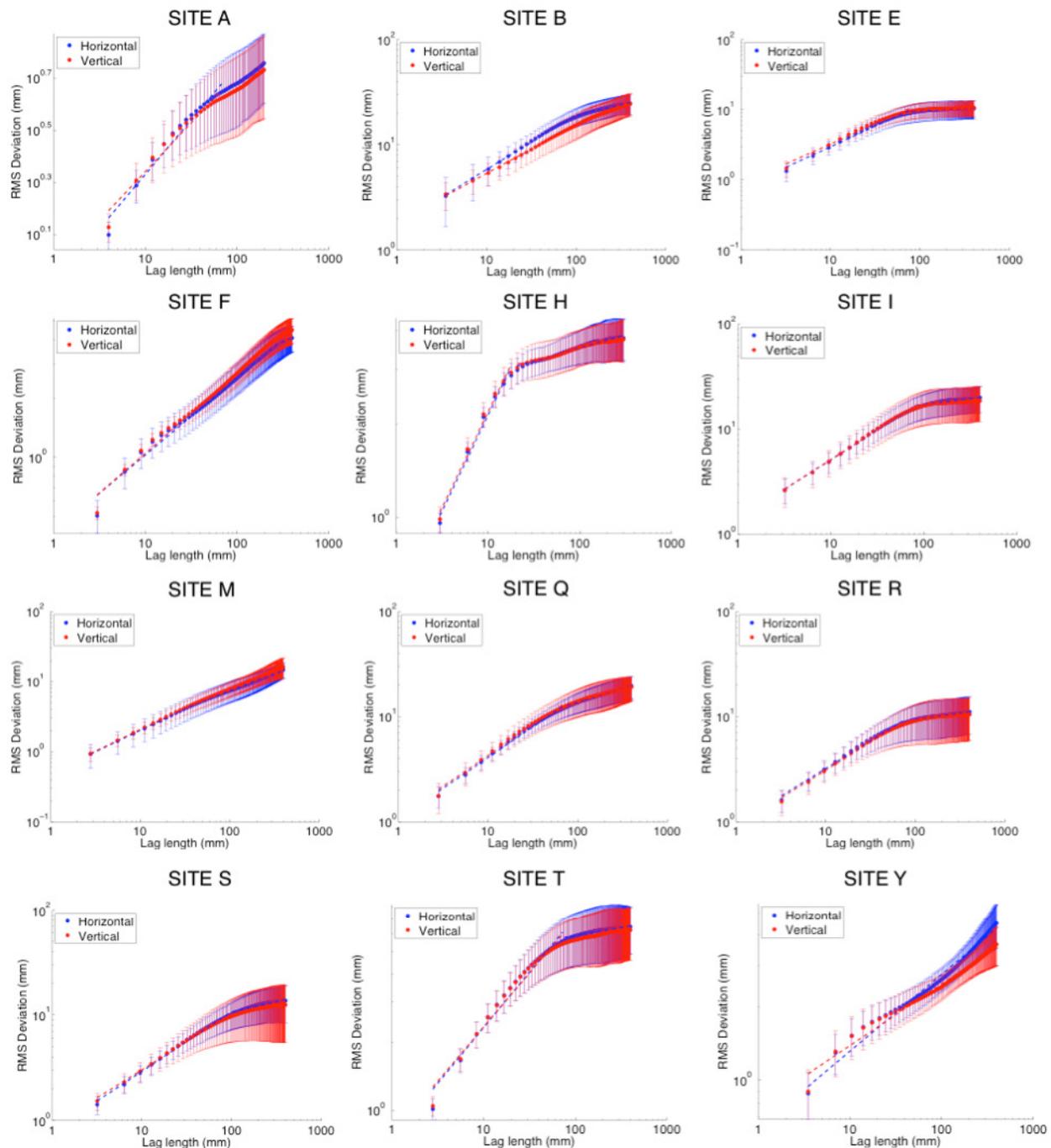


Figure 93 – Semi-variogrammes de 11 sites du rift d’Asal-Ghoubbet pour des échelles spatiales variant de 3 mm à 40 cm, moyennés sur les directions verticale et horizontale. Les lignes en pointillés représentent l’ajustement polynomial avant et après le point de rupture pour le calcul de  $H$ .

### Rugosités multi-échelles

L’interprétation des paramètres de rugosité définis jusqu’alors (rugosité moyenne et dimension fractale) n’est pas triviale car l’échelle spatiale n’est pas clairement définie alors que les échelles sont imbriquées les unes dans les autres. En outre, le lien de la dimension fractale avec le comportement photométrique d’une surface a été très peu investigué (Shkuratov & Helfenstein, 2001). Nous avons appliqué la méthode de transformée en ondelettes (section 2.1.2) aux modèles numériques de terrain de La Réunion et construits à partir des données drone dans le rift d’Asal

pour caractériser la rugosité au sens de la rugosité moyenne  $\bar{\theta}$ , comparable au paramètre de rugosité photométrique du modèle de Hapke  $\bar{\theta}_H$  sur différentes échelles spatiales d'une même surface. La forte isotropie des surfaces étudiées mise en évidence par l'analyse fractale justifie l'utilisation de cette méthode. La résolution des données du Piton de la Fournaise et du rift d'Asal-Ghoubbet variant entre 1.2 mm et 4 mm, une décomposition en  $J = 8$  échelles est idéale pour aboutir à la caractérisation d'au moins deux d'entre elles pour chaque gamme de fréquences (millimétrique, centimétrique et décimétrique). La Figure 94 illustre le résultat du filtrage par l'algorithme IUWT d'un modèle numérique de terrain d'une coulée de lave a'a rugueuse. Les composantes très haute fréquence ( $j = 1,2$ ) contiennent la majeure partie de l'information au niveau des discontinuités tandis que les composantes basse fréquence ( $j = 6,7$ ) permettent d'isoler les structures en blocs.

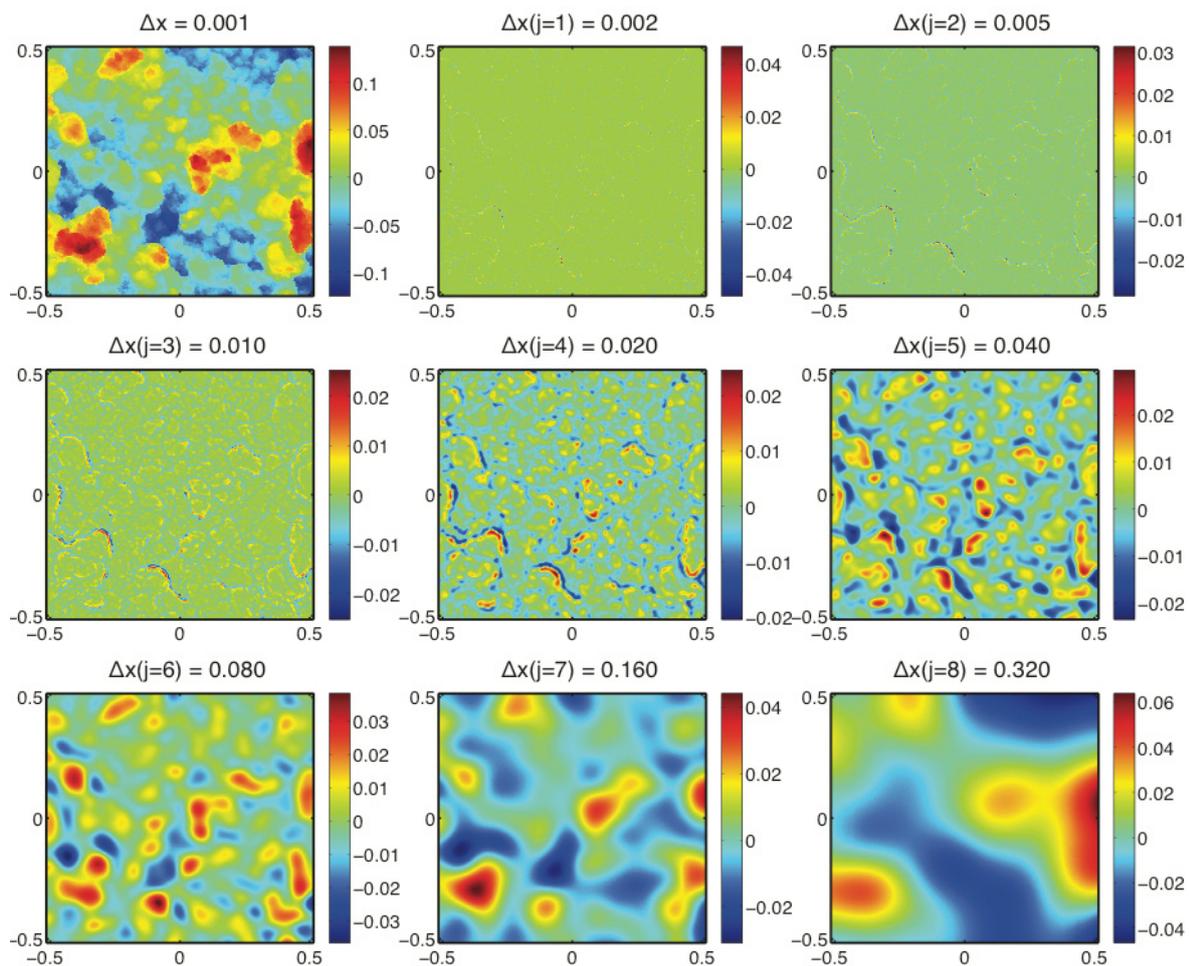


Figure 94 – Décomposition en ondelettes du MNT d'une coulée de lave a'a par l'algorithme IUWT. L'échelle de hauteur est en m. L'addition des huit images reproduit exactement l'image d'origine (haut gauche). Les échelles spatiales  $\Delta x$  sont données en m.

Le paramètre de rugosité moyen  $\bar{\theta}_j$  a été déterminé sur un grand nombre de surfaces à partir de la distribution de pente mesurée sur chaque échelle  $j$  et en utilisant l'équation (2.68). La relation entre  $\theta_{RMS}$ ,  $\bar{\theta}_j$  et  $\bar{\theta}$  (voir Tableau 3) et l'échelle horizontale  $\Delta x$  est illustrée dans la Figure 95 pour le Piton de la Fournaise et dans la Figure 96 pour le rift d'Asal-Ghoubbet. La pente RMS estimée à

partir du semi-variogramme pour la plus petite échelle (i.e. la résolution spatiale du MNT) semble surestimée par rapport à l'angle de pente moyen  $\bar{\theta}$  mesuré sur les terrains les plus rugueux (laves pahoehoe et a'a au Piton de la Fournaise et sites B, I, Q et R dans le rift d'Asal-Ghoubbet). Les deux paramètres sont égaux pour les terrains moins rugueux. Ceci confirme les résultats de Helfenstein & Shepard, (1999) pour le régolithe lunaire montrant que les angles de pente estimés à partir du semi-variogramme et du paramètre de Hapke ont une évolution similaire avec l'échelle.

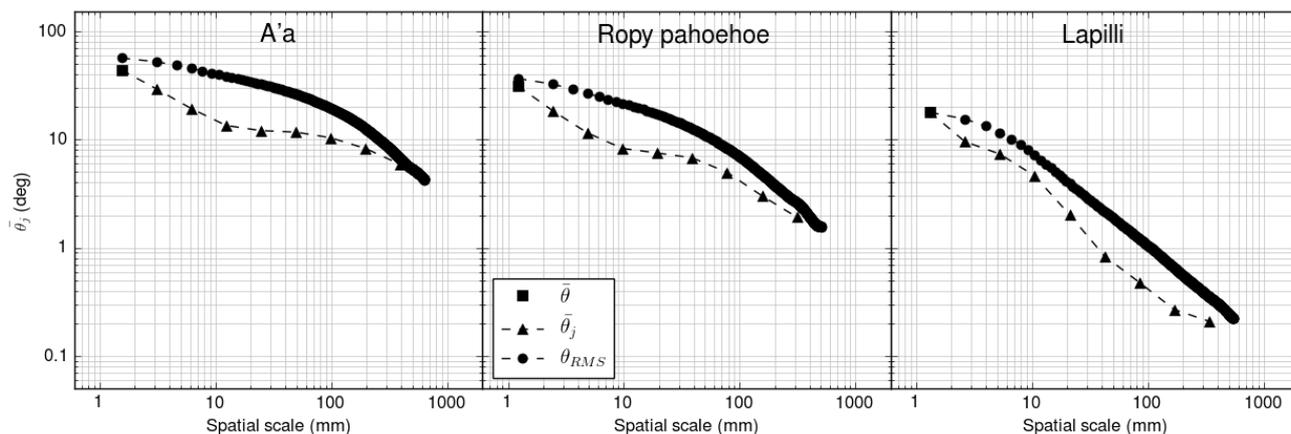


Figure 95 – Rugosité moyenne ( $\bar{\theta}$ , carrés), pente RMS ( $\theta_{RMS}$ , cercles) et rugosité moyenne multi-échelle à l'échelle  $j$  ( $\bar{\theta}_j$ , triangles) en fonction de l'échelle spatiale  $\Delta x$  pour trois terrains volcaniques typiques. Gauche : lave a'a (GB3114); Milieu : lave pahoehoe cordée (ENC2683); Droite: lapilli (PDS2021).

Il apparaît que, bien que  $\bar{\theta}_j$  et  $\theta_{RMS}$  aient des valeurs similaires aux valeurs extrêmes des échelles investiguées, leur évolution spatiale diffère fortement. Pour les laves a'a et pahoehoe (Figure 95),  $\theta_{RMS}$  subit une rupture de pente à  $\Delta x \approx 10$  cm. Au contraire,  $\bar{\theta}_j$  suit un comportement multi-modal avec trois tendances principales pour les laves a'a et pahoehoe. En allant vers les petites échelles (hautes fréquences), le taux de variation de  $\bar{\theta}_j$  est important, puis il décroît pour les échelles moyennes et augmente à nouveau pour les grandes échelles. Pour les lapilli, les deux méthodes fournissent des résultats identiques : une rupture de pente intervient à  $\Delta x \approx 1$  cm, puis la rugosité décroît linéairement avec l'échelle en raison du manque de structures spatiales aux échelles supérieures au centimètre. Les terrains du rift d'Asal-Ghoubbet ont un comportement similaire : sur les surfaces les plus lisses (A, F, Y) l'évolution de  $\bar{\theta}_j$  est semblable à celle de  $\theta_{RMS}$ , sans rupture de pente, tandis que sur les terrains plus rugueux (B et Q), on observe un régime transitoire aux échelles moyennes. La variation de  $\bar{\theta}_j$  sur les sites E, I, R et T constitués de cailloux de taille centimétrique suit une tendance similaire (voir Figure 39).

Il arrive qu'après avoir effectué un *detrending*, la rugosité moyenne de l'échelle  $j = 8$  soit supérieure à celle de l'échelle  $j = 7$ . Ceci est particulièrement visible sur les sites B, M et Q et dans une moindre mesure sur les sites A et Y. Ce phénomène s'explique pour les trois premiers terrains par la présence de structures topographiques résiduelles telles que des craquelures, trous et failles qui induisent des changements de pente avec des forts gradients, restant visible après l'application du filtre passe-bas. Dans le cas des terrains A et Y, plus lisses, la légère remontée de la rugosité est due à la présence d'ondulations à grande échelle (de l'ordre de quelques mètres) sur la surface, qui

ne peut être supprimée par le *detrending*. Ceci révèle toute l'ambiguïté existant dans la définition de la limite entre les petites et les grandes échelles.

En se basant sur ces résultats, les échelles  $j$  sont fusionnées grâce à la propriété illustrée par l'équation (2.31) en trois gammes de fréquence (Josso et al., 2002 ; Raja et al., 2002) appelées *Form* ( $>dm$ ), *Waviness* (cm – dm) et *Roughness* (mm – cm). L'analyse de la rugosité avec huit échelles n'est pas très pertinente, d'autant plus que la gamme d'échelle spatiales ne s'étale que sur trois ordres de grandeur allant du millimètre au décimètre. Ainsi, les échelles  $j \in [1,2,3]$  intègrent toutes les structures sub-centimétriques, les échelles  $j \in [4,5,6]$  représentent les structures centimétriques à décimétriques et les deux dernières échelles  $j \in [7,8]$  correspondent aux structures supérieures au décimètre.

La décomposition de deux surfaces volcaniques extrêmes en ces trois composantes est illustrée en Figure 97 pour un lapilli et en Figure 98 pour une lave a'a. La rugosité moyenne calculée pour chaque composante, notée respectivement  $\bar{\theta}_R$ ,  $\bar{\theta}_W$  et  $\bar{\theta}_F$ , a été déterminée à partir de l'équation (2.68). Pour les lapilli, la distribution de pente de la composante *roughness* est très proche de celle du MNT original à la fois en termes de forme et d'amplitude. La distribution des deux autres composantes est limitée à de très faibles angles de pente :  $2^\circ$  pour la composante *form* et  $20^\circ$  pour la composante *waviness*. La composante *roughness* contient donc l'essentiel de l'information sur la rugosité. Ceci est cohérent avec l'analyse fractale (Figure 92d) qui montre que la rugosité est très importante jusqu'à un point de rupture à environ 1 cm, au delà duquel la surface peut être considérée comme lisse à toutes les échelles. Ce point correspond à la limite entre les composantes *roughness* et *waviness*. La différence entre les trois composantes spatiales n'est pas aussi marquée pour une lave a'a (Figure 98). La distribution de la composante *form* s'étale sur une gamme de  $0^\circ$  à  $50^\circ$ , car la surface est constituée de blocs rocheux, produisant du signal aux échelles décimétriques. Cependant, la similarité des distributions entre la surface initiale et la composante *roughness* persiste.

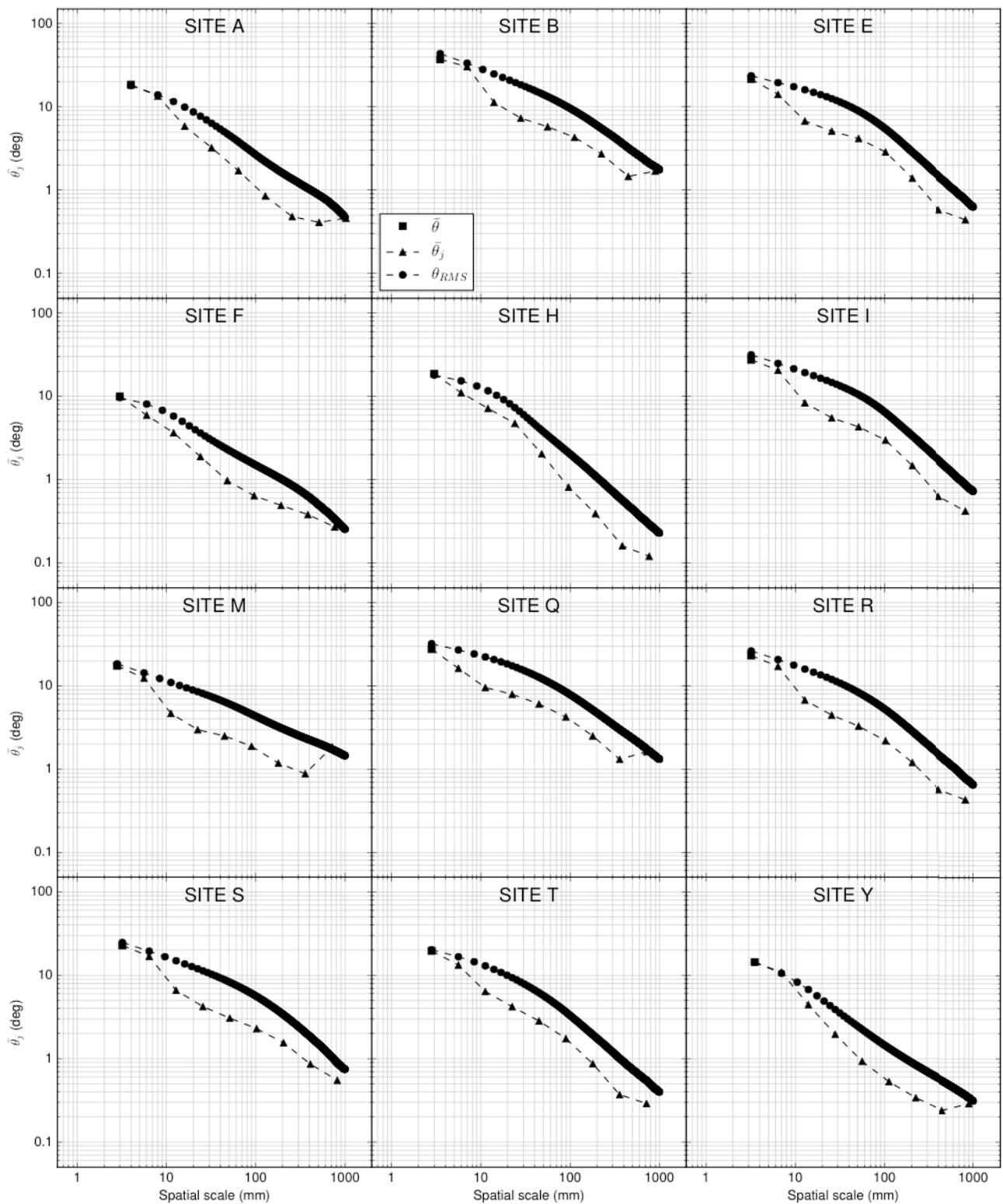


Figure 96 – Rugosité moyenne ( $\bar{\theta}$ , carrés), pente RMS ( $\theta_{RMS}$ , cercles) et rugosité moyenne multi-échelle à l'échelle  $j$  ( $\bar{\theta}_j$ , triangles) en fonction de l'échelle spatiale  $\Delta x$  pour douze surfaces du rift d'Asal-Ghoubbet.

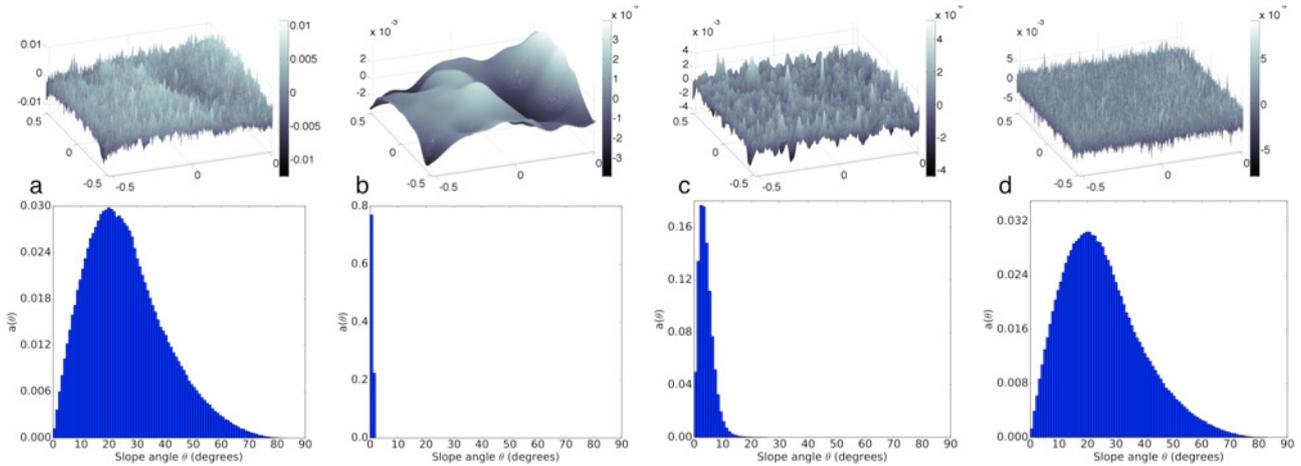


Figure 97 – Décomposition en ondelettes d'un lapilli (PDS2021). En haut : élévation de la surface. En bas : distributions des pentes associées. (a) surface initiale, (b) composante *form*, (c) composante *waviness*, et (d) composante *roughness*.

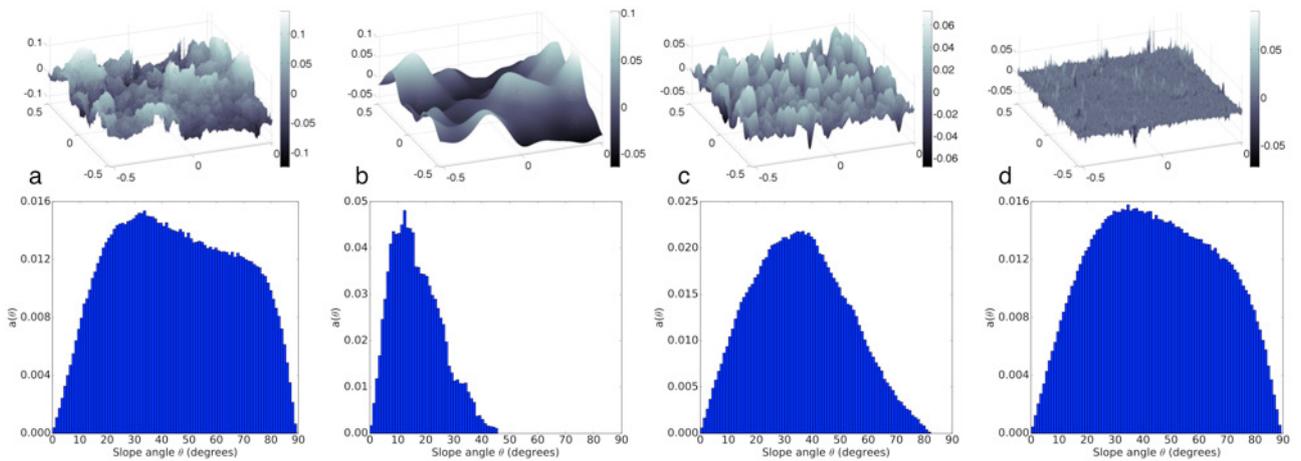


Figure 98 – Décomposition en ondelettes d'une lave a'a (GB3332). En haut : élévation de la surface. En bas : distributions des pentes associées. (a) surface initiale, (b) composante *form*, (c) composante *waviness*, et (d) composante *roughness*.

Pour chaque tuile correspondant aux différents terrains de La Réunion et de Djibouti, la rugosité moyenne  $\bar{\theta}_j$  de l'image  $w_j$  ainsi que les rugosités moyennes sont comparées à la rugosité moyenne déterminée sur le MNT original (Figure 99). Dans tous les cas, la plus petite échelle ( $j = 1$ ) représente le mieux la rugosité moyenne de la surface, mais ne l'explique pas à elle seule. En revanche, il existe une très bonne correspondance entre  $\bar{\theta}$  calculé sur la surface originale, et le paramètre de rugosité mesuré sur la composante *roughness*  $\bar{\theta}_R$  : la différence RMS est de  $2.19^\circ$  pour les terrains volcaniques du Piton de la Fournaise et de  $1.68^\circ$  pour ceux du rift d'Asal-Ghoubbet. En revanche, la différence absolue entre les deux peut atteindre  $4^\circ$  pour les terrains les plus rugueux, comme les laves pahoehoe et certaines laves a'a, ainsi que pour les sites B, E, Q et R. La Figure 99d illustre d'ailleurs une légère déviation vers le bas de la tendance  $\bar{\theta}_R$  pour  $\bar{\theta} > 25^\circ$ . Ceci est généralement compensé par une augmentation de la rugosité moyenne sur la composante *waviness*,

et s'explique par une répartition des angles de pente sur une gamme spatiale plus large en raison de la nature chahutée des surfaces.

Cela signifie que la rugosité moyenne est un bon descripteur des plus petites échelles spatiales d'une surface, sans toutefois correspondre exactement à celle de la plus petite échelle mesurable. Le paramètre de rugosité tel que décrit dans le modèle de Hapke permet plutôt de caractériser une combinaison des trois plus petites échelles, dans notre cas de l'ordre du millimètre à quelques centimètres. Ce résultat est compatible avec les observations de [Shepard & Helfenstein, \(2007\)](#) montrant que les échelles intervenant depuis la taille de la particule jusqu'à quelques millimètres était suffisante pour expliquer la rugosité photométrique de différents échantillons granulaires étudiés en laboratoire.

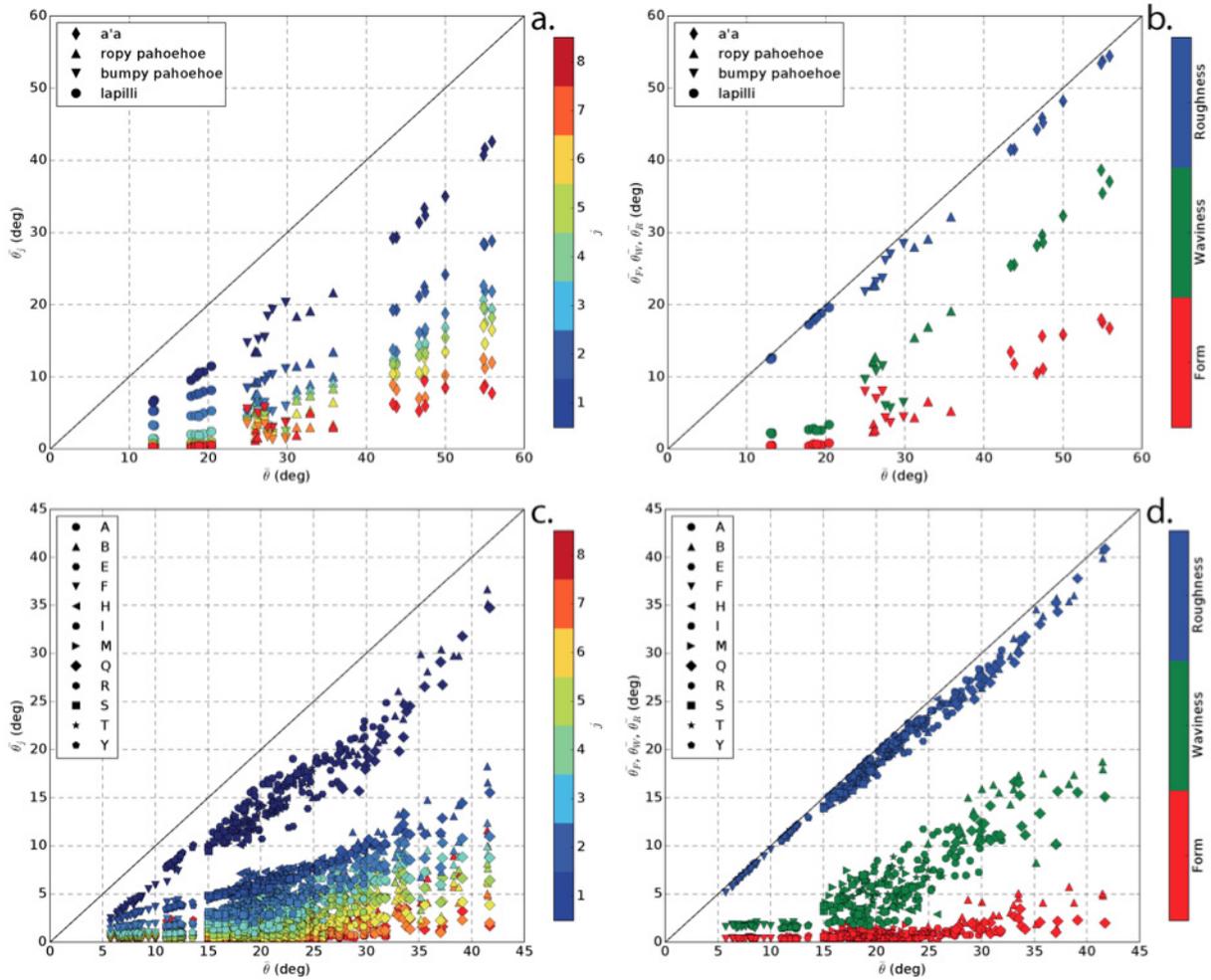


Figure 99 – Paramètres de rugosité moyenne multi-échelle ( $\bar{\theta}_j, \bar{\theta}_F, \bar{\theta}_W, \bar{\theta}_R$ ) en fonction de la rugosité moyenne du MNT original ( $\bar{\theta}$ ) pour différents terrains. (a) :  $\bar{\theta}_j$  vs  $\bar{\theta}$  au Piton de la Fournaise ; (b) :  $\bar{\theta}_F, \bar{\theta}_W, \bar{\theta}_R$  vs  $\bar{\theta}$  au Piton de la Fournaise ; (c)  $\bar{\theta}_j$  vs  $\bar{\theta}$  dans le rift d'Asal-Ghoubbet ; (d) :  $\bar{\theta}_F, \bar{\theta}_W, \bar{\theta}_R$  vs  $\bar{\theta}$  dans le rift d'Asal-Ghoubbet. Les lignes continues représentent les bissectrices.

### 5.1.3 Rugosité multi-échelle : une approche multi-instrumentale

L'intérêt de disposer de jeux de données multi-résolution et multi-instruments réside dans l'interfaçage des modèles numériques de terrain résultants pour étudier la cohérence des mesures de rugosité de surface. L'objectif ici est de voir s'il est possible de construire une courbe d'évolution

spatiale de la rugosité sur quatre ordres de grandeur cohérente à partir de données multi-instrumentales.

L'analyse multi-échelle de la rugosité peut être étendue aux données acquises à différentes résolutions dans le rift d'Asal-Ghoubbet : sub-millimétrique à millimétrique (appareil photo tenu à la main), millimétrique à centimétrique (appareil photo embarqué sur drone) et décimétrique à métrique (images Pléiades). La caractérisation des structures à différentes échelles sur une surface est directement liée à la résolution spatiale horizontale du MNT. Nous nous intéressons ici à l'influence de la résolution des données sur la mesure de la rugosité de la surface.

La nature des données restreint l'étude aux sites M, Q, S et T pour lesquels les MNT ont été calculés avec les trois instruments. L'exemple d'une zone de  $1 \text{ m}^2$  pour laquelle le MNT a été calculé pour le drone et l'appareil tenu à la main est illustré en Figure 100 pour le site M. La distribution des pentes est proche de l'hypothèse gaussienne dans les deux cas, mais la valeur de  $\bar{\theta}$  déterminée à l'échelle sub-millimétrique est plus grande d'environ  $6^\circ$ . Ceci révèle que l'écart de résolution spatiale peut mener à une différence significative entre les rugosités moyennes mesurées, en particulier lorsque les sites sont très rugueux.

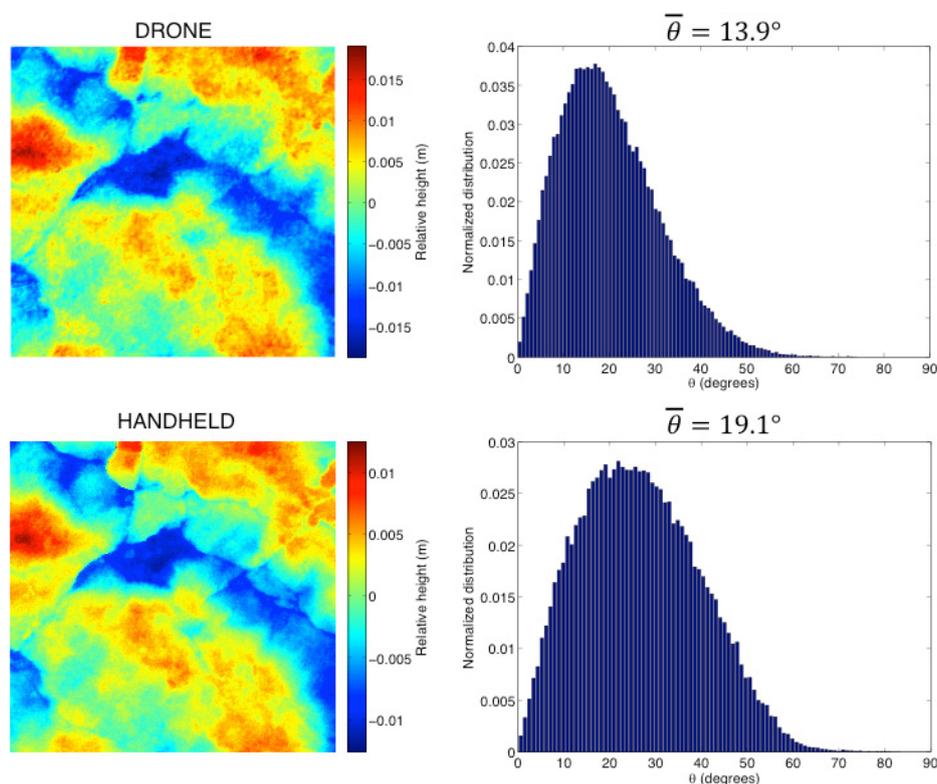


Figure 100 – MNT à deux résolutions différentes et distributions de pente associées pour une zone de  $1 \text{ m}^2$  du site M. En haut : MNT drone avec  $\Delta x = 2.8 \text{ mm}$  :  $\bar{\theta} = 13.9^\circ$ . En bas : MNT à la main avec  $\Delta x = 0.8 \text{ mm}$  :  $\bar{\theta} = 19.1^\circ$ .

Pour chaque site, on délimite trois zones de  $1 \text{ m}^2$  pour chacune desquelles on extrait une tuile dans les MNT drone, manuel et Pléiades. On calcule alors la statistique (moyenne et écart-type) des paramètres  $\bar{\theta}$  et  $\bar{\theta}_j$  pour chacun des MNT. Elle est représentée en Figure 101 : les points noirs illustrent la moyenne de la rugosité mesurée sur la surface originale et les courbes en couleur

l'évolution de la moyenne de la rugosité avec l'échelle pour un instrument donné. Les barres d'erreur correspondent à l'écart-type.

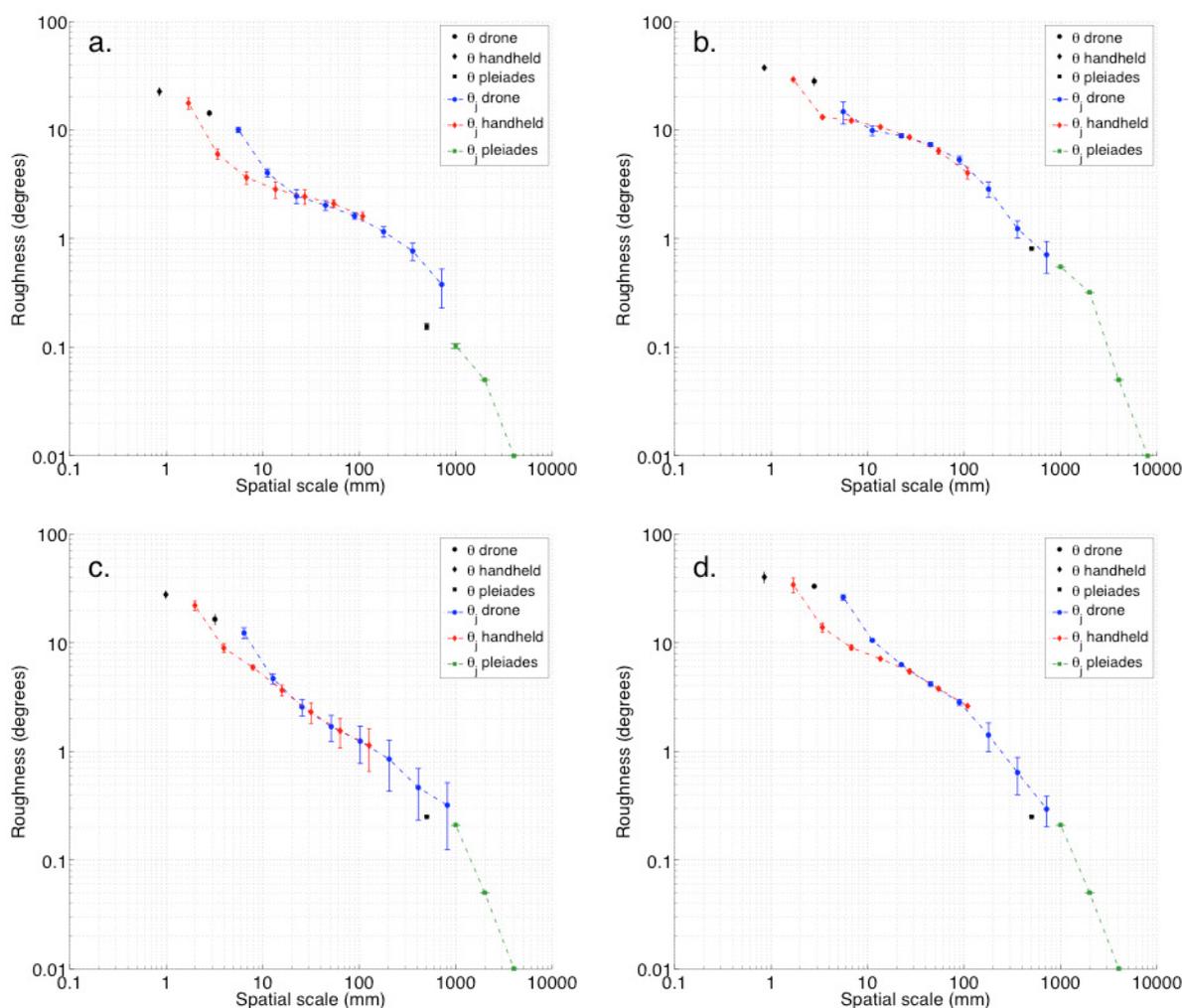


Figure 101 – Evolution de la rugosité avec l'échelle spatiale pour quatre sites du rift d'Asal-Ghoubbet : M (a), Q (b), S (c) et T (d) et pour trois jeux de données avec des résolutions spatiales différentes. Les points noirs représentent les valeurs de  $\bar{\theta}$  mesurées sur la surface globale et les courbes colorées celles de  $\bar{\theta}_j$  (bleu : drone ; rouge : à la main ; vert : Pléiades).

Le fait que la rugosité de surface du MNT original manuel soit plus grande que celle issue du MNT drone confirme que ce paramètre est dominé par les plus petites structures spatiales. Il est clair qu'elle suit toujours un comportement multi-modal avec trois régimes principaux. Cependant, bien que la connexion entre les échelles soit très bonne pour tous les sites à une échelle proche du centimètre, il existe un écart pour les échelles plus faibles : la rugosité mesurée à la plus petite échelle sur les MNT produits à partir des données drone semble surestimée par rapport à la rugosité mesurée sur les MNT acquis manuellement. Cet écart est variable selon les sites, et bien marqué pour les sites M et T. Il est moindre pour le site S et n'est quasiment pas visible pour le site Q. On peut l'expliquer par le fait que lorsque l'on travaille à pleine résolution, les résultats sont plus sensibles au bruit du MNT, donc la rugosité à petite échelle peut avoir tendance à être surestimée.

#### 5.1.4 Synthèse et discussion

Le paramètre  $\bar{\theta}$  est un bon estimateur de la rugosité de surface et permet de différencier les terrains du Piton de la Fournaise et du rift d'Asal-Ghoubbet entre eux. Nous avons montré que les distributions de pente de l'intégralité des surfaces du rift d'Asal-Ghoubbet et de la majorité des surfaces du Piton de la fournaise pouvaient être modélisées raisonnablement par des gaussiennes. Cependant, une telle hypothèse mène systématiquement à une sous-estimation plus ou moins forte de la rugosité de surface en comparaison de la réalité terrain, sauf pour les surfaces modérément rugueuses pour lesquelles  $\bar{\theta} < 25^\circ$ . Ceci restreint théoriquement le domaine d'application du modèle de Hapke à de telles surfaces.

En tant qu'estimateur moyen de la rugosité, le paramètre de rugosité photométrique  $\bar{\theta}_H$  ne représente pas la gamme complète d'échelles spatiales d'une surface. La dimension fractale fournit des informations sur le taux de variation de la rugosité avec l'échelle, mais elle reste un paramètre relativement complexe. Nous montrons que la plupart des surfaces étudiées ont un comportement auto-affine, sauf les plus lisses qui témoignent d'un point de rupture significatif à une échelle comparable à la taille des grains. L'analyse fractale bi-directionnelle permet de montrer que la très grande majorité des surfaces naturelles investiguées sont isotropes, de sorte que la décomposition en ondelettes se justifie. Nous montrons par ailleurs que la transformée en ondelettes est un outil très puissant pour la caractérisation de la rugosité multi-échelle. En particulier, elle permet l'identification du comportement multi-modal des surfaces en révélant trois régimes d'évolution spatiale correspondant aux gammes de fréquences sub-centimétriques (*roughness*), centimétriques à décimétriques (*waviness*) et supérieures au décimètre (*form*). Contrairement à [Helfenstein & Shepard, \(1999\)](#) qui ont trouvé que la rugosité était dominée par les structures sub-millimétriques du régolithe lunaire, nous montrons ici que la combinaison des caractéristiques sub-centimétriques à centimétriques (composante *roughness*) domine la rugosité moyenne de terrains volcaniques et sédimentaires terrestres. En particulier, la rugosité moyenne intervenant à la plus petite échelle mesurable sur la surface n'explique pas à elle seule la rugosité de la surface globale. Cependant, il ne peut être exclu que les attributs de la surface aux échelles sub-millimétriques aient un effet non-négligeable sur la rugosité moyenne, ceux-ci étant inclus dans les échelles sub-centimétriques. Il ressort d'ailleurs de l'analyse multi-résolution à partir de données multi-instrumentales que la rugosité moyenne mesurée sur un MNT à résolution sub-millimétrique est plus grande que celle mesurée avec une résolution de l'ordre de quelques millimètres. Ceci met en évidence une forte variabilité de la rugosité avec l'échelle spatiale à mesure que cette dernière diminue.

L'interfaçage des mesures topographiques multi-instrumentales a permis d'établir des courbes d'évolution spatiale de la rugosité sur quatre ordres de grandeur, révélant un recouvrement cohérent aux échelles centimétriques. Le lien plus ou moins bon aux échelles extrêmes, inférieures au centimètre et supérieures au mètre, résulte d'un effet de bord inhérent aux méthodes d'acquisition (bruit de mesure en particulier). Ces courbes confirment le comportement multi-modal des surfaces en illustrant les trois régimes d'évolution spatiale.

## 5.2 Sensibilité de la BRDF à la rugosité multi-échelle

Un des objectifs de cette thèse était de tester le modèle de Hapke sur des surfaces connues afin de comprendre comment un modèle considérant seulement une rugosité stationnaire figure la rugosité multi-échelle des surfaces naturelles. L'analyse de sensibilité globale du modèle de Hapke (section 2.2.3) révèle une forte influence de la rugosité photométrique  $\bar{\theta}_H$  sur la BRDF d'une surface,

mais que ceci reste vrai pour une surface dont la rugosité s'exprime sur de multiples échelles est encore à prouver. Afin de tester la sensibilité de la BRDF à la rugosité multi-échelle, on se base sur la simulation numérique à travers un algorithme de lancer de rayons (section 2.2.5) appliqué aux MNT du Piton de la Fournaise. Cette technique permet non seulement de se placer dans une configuration géométrique optimale, mais aussi de s'affranchir de certains paramètres de surface en faisant les hypothèses adéquates afin d'isoler l'influence de la rugosité sur la BRDF. Les simulations sont d'abord lancées sur les MNT à pleine résolution, puis les BRDF résultantes sont comparées à celles simulées sur les différentes gammes d'échelles afin de déterminer celle qui contrôle la BRDF des surfaces.

### 5.2.1 Simulation de la BRDF sur les surfaces de la Réunion

On se restreint à un cas simple où la surface est modélisée par des facettes triangulaires contigües, non poreuses, et lambertiennes de réflectance  $R$ . La BRDF des surfaces ne dépend alors strictement que de leur réflectance et de leur rugosité. Les simulations sont faites dans le plan principal, où les paramètres photométriques ont le plus d'effet (Schmidt & Fernando, 2015), pour des angles de visée variant de  $-75^\circ$  à  $+75^\circ$  avec un pas de  $5^\circ$ , et des angles d'incidence variant de  $0^\circ$  à  $80^\circ$  avec un pas de  $20^\circ$ . La réflectance  $R$  agit comme un facteur d'échelle et n'a pas d'influence sur la forme de la BRDF. Sa valeur est fixée arbitrairement à  $R = 0.6$ . La BRDF simulée sur trois surfaces volcaniques typiques (lave a'a (GB3332), lave pahoehoe cordée (ENC2683) et lapilli (PDS2021)) est illustrée en Figure 102. Les simulations correspondent à la première interaction de la lumière avec la surface car la fonction d'ombrage du modèle de Hapke ne tient pas compte de la diffusion multiple. Il apparaît que la rugosité contrôle la forme de la BRDF : celle-ci est quasi-lambertienne pour un lapilli avec une incidence au nadir ; lorsque la rugosité augmente (laves pahoehoe et a'a), elle tend vers une parabole, qui est expliquée par l'occultation de nombreuses facettes de la surface à des angles de visée élevés ; enfin pour des angles d'incidence supérieurs, la pente de la BRDF augmente avec la rugosité.

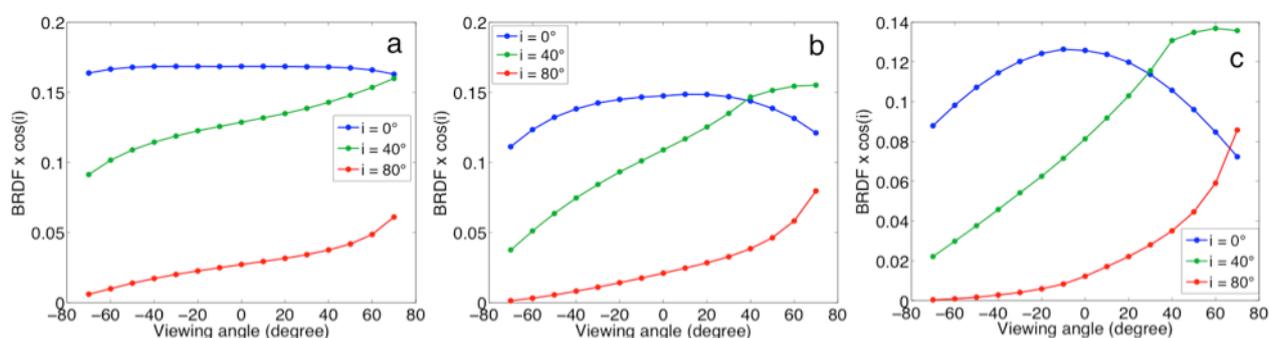


Figure 102 – BRDF simulée à trois angles d'incidence sur trois surfaces volcaniques de La Réunion : (a) lapilli ; (b) lave pahoehoe cordée ; (c) lave a'a.

LuxRender permet de calculer la contribution de la diffusion multiple. Les résultats (non montrés ici) révèlent une augmentation non-linéaire de la BRDF ce qui modifie très légèrement sa forme. Cependant, la tendance générale reste identique de sorte que la diffusion multiple n'altère pas les observations faites en diffusion simple.

Les résultats sur les trois mêmes surfaces pour les trois composantes spatiales *form*, *waviness*, et *roughness* sont exposés en Figure 103. La BRDF au nadir de la composante *form* des laves a'a et

pahoehoe est similaire à celle d'une surface lambertienne contenant des structures très lisses. Pour la composante *waviness*, sa forme se rapproche d'une parabole typique de ce genre de terrains (Figure 102), mais l'amplitude reste largement supérieure à la surface initiale. Ceci suggère que l'ombrage induit par les structures centimétriques à décimétriques n'est pas suffisant pour expliquer la diminution de la BRDF. Finalement, la BRDF de la composante *roughness* est quasi-équivalente à celle de la surface initiale, sauf aux forts angles de visée. Alors que la domination des échelles sub-centimétriques est vraie pour tous les angles d'incidence, les composantes *waviness* et *roughness* semblent influencer de manière équivalente la BRDF aux angles rasants : les ombres générées par les structures centimétriques à décimétriques sont suffisamment sombres pour avoir un effet comparable aux ombres générées par les structures sub-centimétriques. Pour les lapilli contenant principalement des structures sub-centimétriques (Figure 97), la BRDF de la composante *roughness* reproduit celle de la surface initiale, et celle des composantes *waviness* et *form* équivaut à celle d'une surface lambertienne, quel que soit l'angle d'incidence.

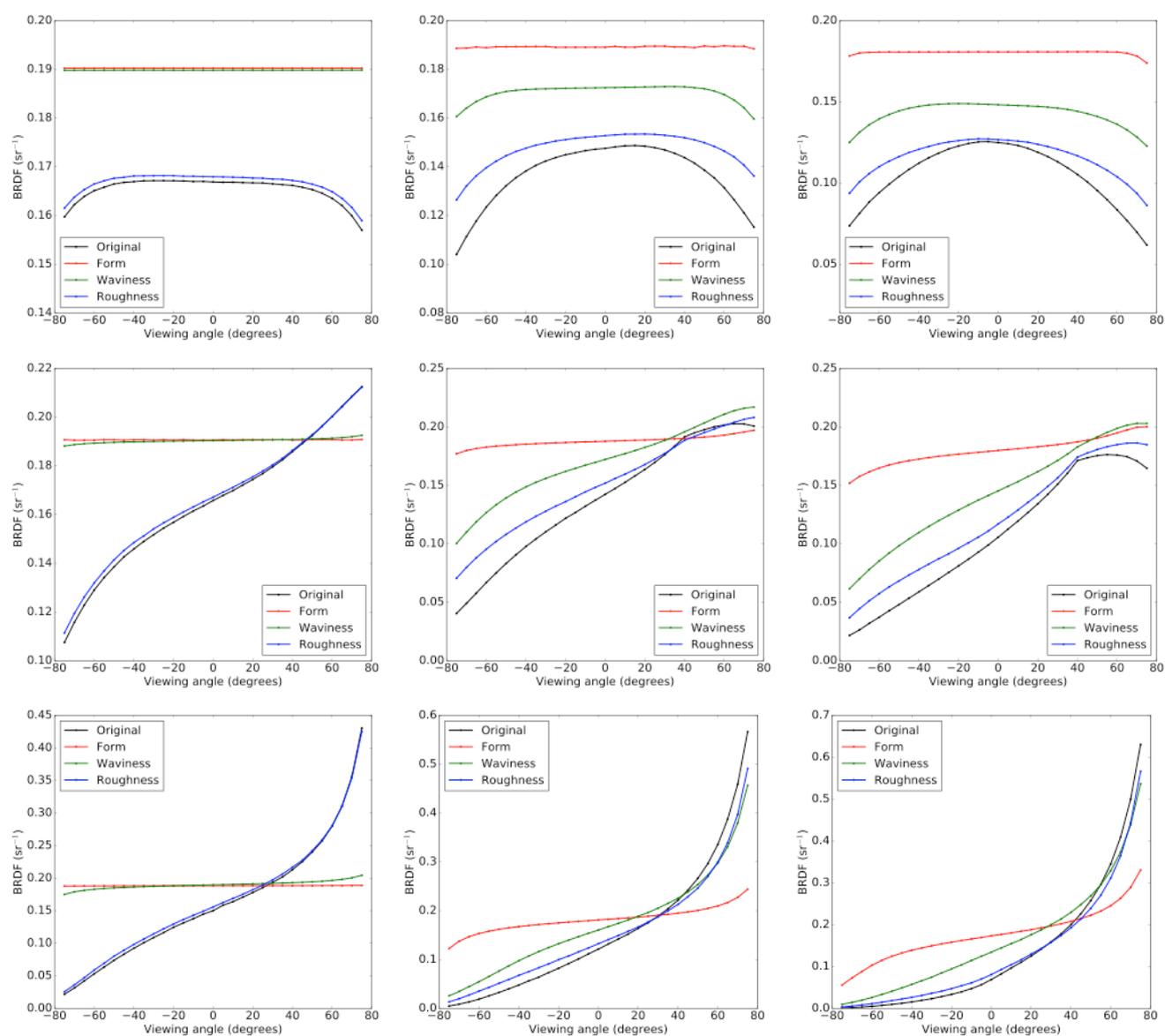


Figure 103 – BRDF simulée à trois angles d'incidence différents ( $i = 0^\circ$  en haut,  $i = 40^\circ$  au milieu et  $i = 80^\circ$  en bas) sur les composantes multi-échelles de trois surfaces volcaniques de la Réunion (à gauche : lapilli ; au milieu : lave pahoehoe cordée ; à droite : lave a'a).

La distance de Hausdorff permet de quantifier le degré de ressemblance entre les BRDF simulées pour les différentes gammes de fréquence spatiale et celle simulée sur la surface initiale (Huttenlocher et al., 1993). Etant donné deux jeux de données  $A$  et  $B$ , elle est définie comme

$$H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A)) \quad (5.2)$$

avec

$$h(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\| \quad (5.3)$$

La fonction  $h$  identifie le point  $a \in A$  le plus éloigné de n'importe quel point  $b \in B$ , et mesure la distance par rapport à son voisin le plus proche dans  $B$ . D'autres paramètres quantifiant la similarité ont été testés (DTW pour *Dynamic Time Warping*, Müller, (2007) ; distance de procrustes, Gower & Dijkstra, (2004) ; erreur RMS ; coefficient de corrélation), avec des résultats similaires. En revanche, la distance de Hausdorff, de par sa simplicité et l'éloquence de ses résultats est celle qui a été retenue. Elle est représentée en Figure 104 pour les trois surfaces de la Figure 103 à cinq angles d'incidence. La plus grande similarité est obtenue pour la composante *roughness*. A l'exception des lapilli, la distance de Hausdorff est plus petite pour les composantes *waviness* et *roughness* que pour la composante *form*. Ceci montre que malgré la dominance des échelles sub-centimétriques, les ombres induites par les structures centimétriques influencent aussi la forme de la BRDF des surfaces rugueuses ( $\bar{\theta} > 25^\circ$ ). Les formes des BRDF simulées sur les composantes *waviness* et *roughness* sont équivalentes, mais leur similarité avec celle de la surface originale diffère de par leur amplitude relative.

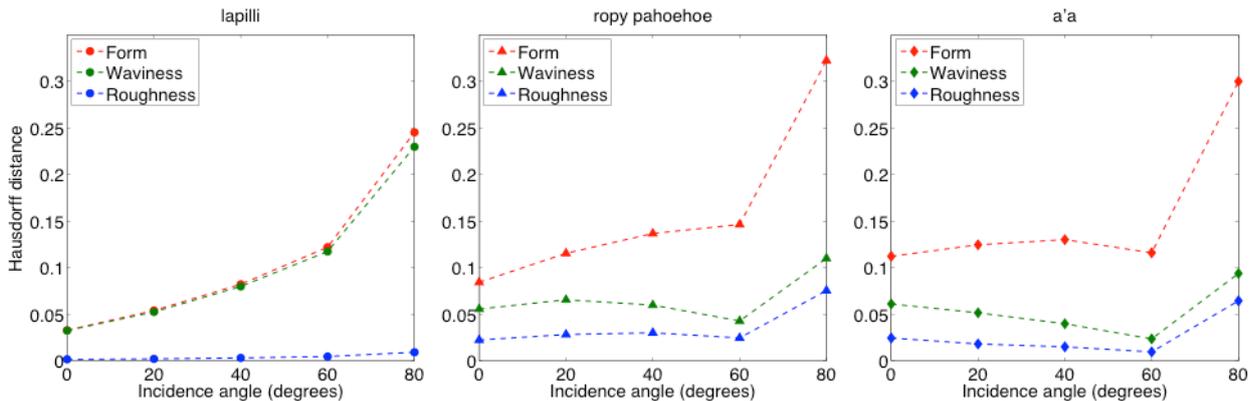


Figure 104 – Similarité entre la BRDF originale de la surface et celle simulée sur les composantes multi-échelles.

## 5.2.2 Synthèse et discussion

Nous avons utilisé un algorithme de lancer de rayons pour simuler la BRDF de surfaces naturelles ne dépendant que de leur réflectance et de leur rugosité à travers l'hypothèse de facettes lambertiennes, en respectant les hypothèses du modèle de Hapke que sont une diffusion multiple négligeable et des facettes dont la taille est grande devant la longueur d'onde du rayonnement. Les simulations numériques montrent que la rugosité de surface modifie la forme et l'amplitude de la BRDF de manière significative. Par ailleurs, la simulation multi-échelle de la BRDF révèle que les

structures à haute fréquence spatiale des surfaces dominant largement leur comportement photométrique.

Les surfaces planétaires sont souvent supposées lambertiennes afin de simplifier le problème de transfert radiatif et l'inversion des propriétés physiques de la surface (Vincendon et al., 2007 ; McGuire et al., 2008). Si cette hypothèse présente des limites (Cord et al., 2003 ; Johnson et al., 2006a,b ; Shkuratov et al., 2007), elle est raisonnable dans le cadre de simulations numériques car elle simplifie grandement le problème : l'implémentation d'une fonction de phase à deux paramètres serait relativement complexe. Comme le paramètre d'anisotropie  $b$  et le coefficient de rétrodiffusion  $c$  ont une influence importante dans la direction de rétrodiffusion, là où celle de la rugosité est minimale (Figure 27), il est probable que la forme de la BRDF de surfaces diffusant la lumière de façon anisotrope ne soit plus intégralement régie par la rugosité, de sorte que la similarité observée ici entre petites échelles et surfaces originales soit amoindrie. Une telle observation est par exemple réalisée dans le cas d'observations photométriques orbitales et *in situ*. Les BRDF mesurées par Pléiades (Figure 77) correspondant à des surfaces de rugosité très variable (Tableau 9) ont des formes et amplitudes très similaires. Les trois sites présentant une BRDF différant significativement des autres se distinguent surtout par leur albédo élevé et non par leur rugosité.

### 5.3 Estimation de la rugosité photométrique

Après une caractérisation précise de la rugosité multi-échelle de surfaces volcaniques menée en section 5.1, et une analyse de son influence sur leur BRDF (section 5.2), il convient de vérifier si le modèle de Hapke est capable d'établir le lien entre ces deux grandeurs physiques intimement liées en menant une étude comparative des rugosités mesurées et estimées par un processus d'inversion du modèle. Dans un premier temps, nous inversons le modèle de Hapke simplifié sur des données issues de simulations numériques, pour lesquelles il est possible d'isoler l'influence de la rugosité sur la photométrie de surface, puis, nous inversons le modèle de Hapke complet sur des données photométriques observées pour lesquelles plus aucune simplification ne peut être faite.

#### 5.3.1 Estimation sur des données simulées : surfaces du Piton de la Fournaise

De part la nature des simulations, les données photométriques associées aux modèles des terrains volcaniques de La Réunion ne sont dépendantes que de la réflectance lambertienne  $R$  des facettes et de leur rugosité photométrique  $\overline{\theta}_H$ . Ces hypothèses sont raisonnables car l'analyse de sensibilité globale du modèle de Hapke a montré que l'albédo de simple diffusion (ayant un rôle similaire à  $R$ ) et la rugosité de surface étaient les deux paramètres les plus influents pour une large gamme de géométries d'observation. Le modèle de Hapke simplifié (équation (2.91)) ne dépendant que de deux paramètres, la procédure d'optimisation se base sur la minimisation d'une fonction de mérite définie comme la somme des carrés des écarts entre les données et le modèle

$$\chi^2(R, \overline{\theta}_H) = \sum_{k=1}^N (r_s - r_M(R, \overline{\theta}_H))^2 \quad (5.4)$$

avec  $r_s$  la BRDF simulée,  $r_M$  la BRDF calculée par le modèle de Hapke et  $N$  le nombre d'angles de visée. Le jeu de paramètres optimum est calculé de manière itérative par la méthode du simplexe (Nelder & Mead, 1965). Les inversions ont été réalisées dans le plan principal. Schmidt & Fernando, (2015) ont montré que cette configuration était optimale et qu'un écart de 30° en azimut augmentait

les incertitudes de manière significative. Ainsi, une BRDF complète n'apportera probablement pas de meilleures contraintes pour l'estimation de la rugosité. Ces auteurs ont également mis en évidence des configurations géométriques pertinentes, par exemple avec  $i = 75^\circ$  et  $e \leq 80^\circ$ . Cependant, très peu de capteurs sont capables d'échantillonner la luminance avec de tels angles de phase, d'où une limitation des angles de visée de  $-75^\circ$  à  $+75^\circ$ . Les inversions ont été réalisées de deux manières :

- *La réflectance est connue* :  $R$  est fixé à 0.6, sa valeur nominale lors des simulations, de sorte que  $\overline{\theta}_H$  est le seul paramètre libre. La Figure 105a montre que l'estimation de la rugosité est satisfaisante pour toutes les surfaces sauf certaines laves a'a très rugueuses. Elle semble être mieux retrouvée pour de faibles angles d'incidence ( $i \leq 20^\circ$ ) sur les surfaces lisses, et pour des incidences rasantes ( $i \geq 60^\circ$ ) sur les surfaces rugueuses. Ceci s'explique par l'hypothèse d'une diffusion lambertienne des facettes. Dans ces conditions, la BRDF donnée par la version simplifiée du modèle de Hapke à incidence nulle est une droite de pente nulle, quelle que soit la valeur assignée à la rugosité photométrique  $\overline{\theta}_H$ . Pour des surfaces lisses, telles que les lapilli, l'ombrage est négligeable et la BRDF simulée est proche d'une droite, de sorte que l'ajustement du modèle est très bon. Pour les surfaces rugueuses telles que les laves pahoehoe et a'a, l'ajustement se dégrade et la rugosité est sous-estimée (Figure 106, graphes de gauche). Aux angles d'incidence plus importants, l'ajustement semble meilleur, particulièrement en termes de forme (Figure 106, graphes de droite). En conséquence, l'estimation de  $\overline{\theta}_H$  par inversion du modèle simplifié à forte incidence est mauvaise pour les surfaces lisses et bonne pour les surfaces rugueuses. Pour les lapilli ( $\overline{\theta} < 20^\circ$ ), la différence entre  $\overline{\theta}_H$  et  $\overline{\theta}$  est inférieure à 5% pour  $i = 0^\circ$  et  $i = 20^\circ$ , et aux alentours de 30% pour  $i = 60^\circ$ . Les laves pahoehoe cordées et bosselées donnent des résultats plus variables, pouvant être expliqués par la nature orientée des structures composant ces surfaces.
- *La réflectance est inconnue*. Dans ce cas, les deux paramètres  $R$  et  $\overline{\theta}_H$  sont libres dans le processus d'inversion. La Figure 105b montre que les valeurs estimées de  $\overline{\theta}_H$  sont plus dispersées autour de la bissectrice. Bien que l'ajustement du modèle soit meilleur en laissant les deux paramètres libres (Figure 106),  $R$  et  $\overline{\theta}_H$  sont systématiquement sur-estimés. Le paramètre de rugosité photométrique est donc moins bien estimé lorsque  $R$  est inconnu (erreur RMS =  $8.77^\circ$ ) que lorsque  $R$  est connu (erreur RMS =  $4.88^\circ$ ). Il apparaît de plus que la valeur initiale donnée au paramètre  $R$  est critique pour la qualité de l'inversion en particulier pour  $i = 0^\circ$ .

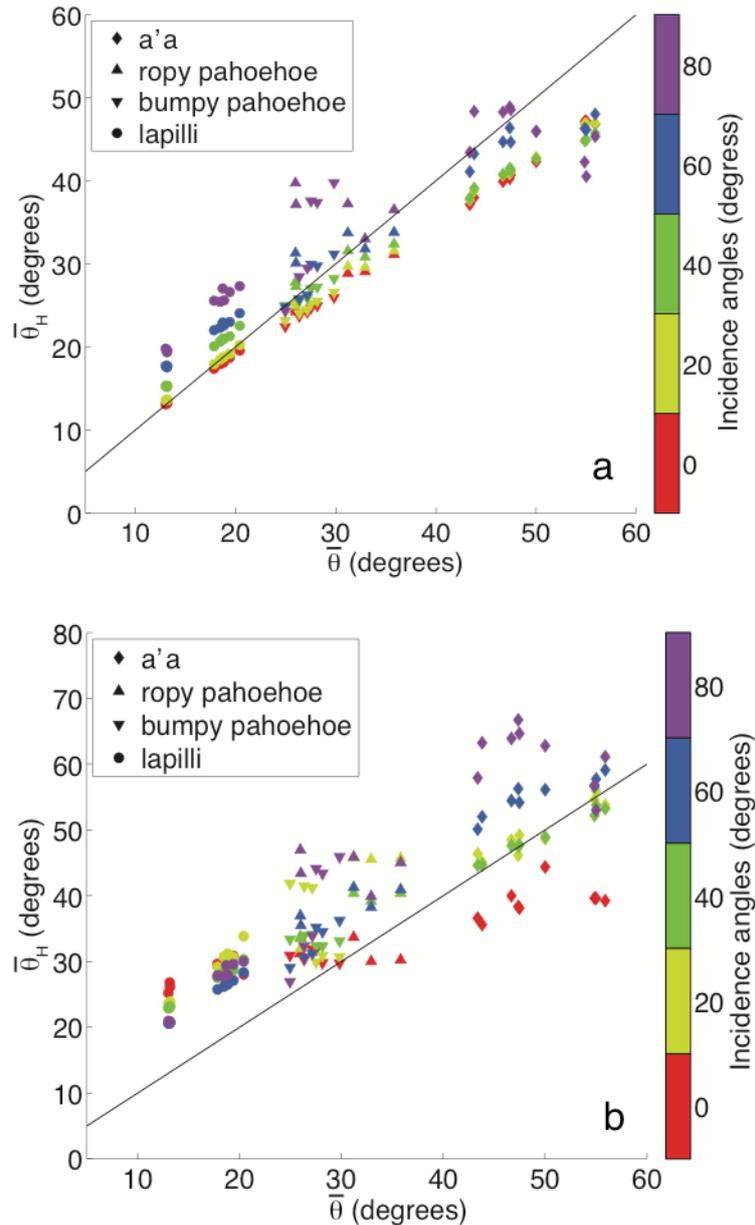


Figure 105 – Rugosité photométrique estimée  $\bar{\theta}_H$  en fonction de la rugosité moyenne mesurée  $\bar{\theta}$  sur des BRDF de diffusion simple: (a)  $R = 0.6$  ; (b)  $R$  est inconnu.

Afin de vérifier si la valeur de  $R$  influence l'estimation de  $\bar{\theta}_H$ , des tests ont été effectués en la fixant à 0.1 (facettes très sombres) et à 0.9 (facettes très brillantes) et en répétant les procédures de simulation/inversion. La réflectance joue comme un facteur d'échelle sur la BRDF et n'a pas d'influence sur sa forme et par conséquent sur l'estimation de  $\bar{\theta}_H$  pour des valeurs  $R < 0.9$ . Au delà de cette valeur, les ombres portées sur la surface sont significativement réduites et  $\bar{\theta}_H$  peut se voir sous-estimé. Ceci confirme que le modèle de Hapke est mieux adapté aux surfaces modérément brillantes (Verbiscer et al., 2013). Heureusement, des valeurs aussi élevées de réflectance sont rares dans la nature, à la fois pour les surfaces terrestres et planétaires, exception faite des glaces, neiges ou structures salines.

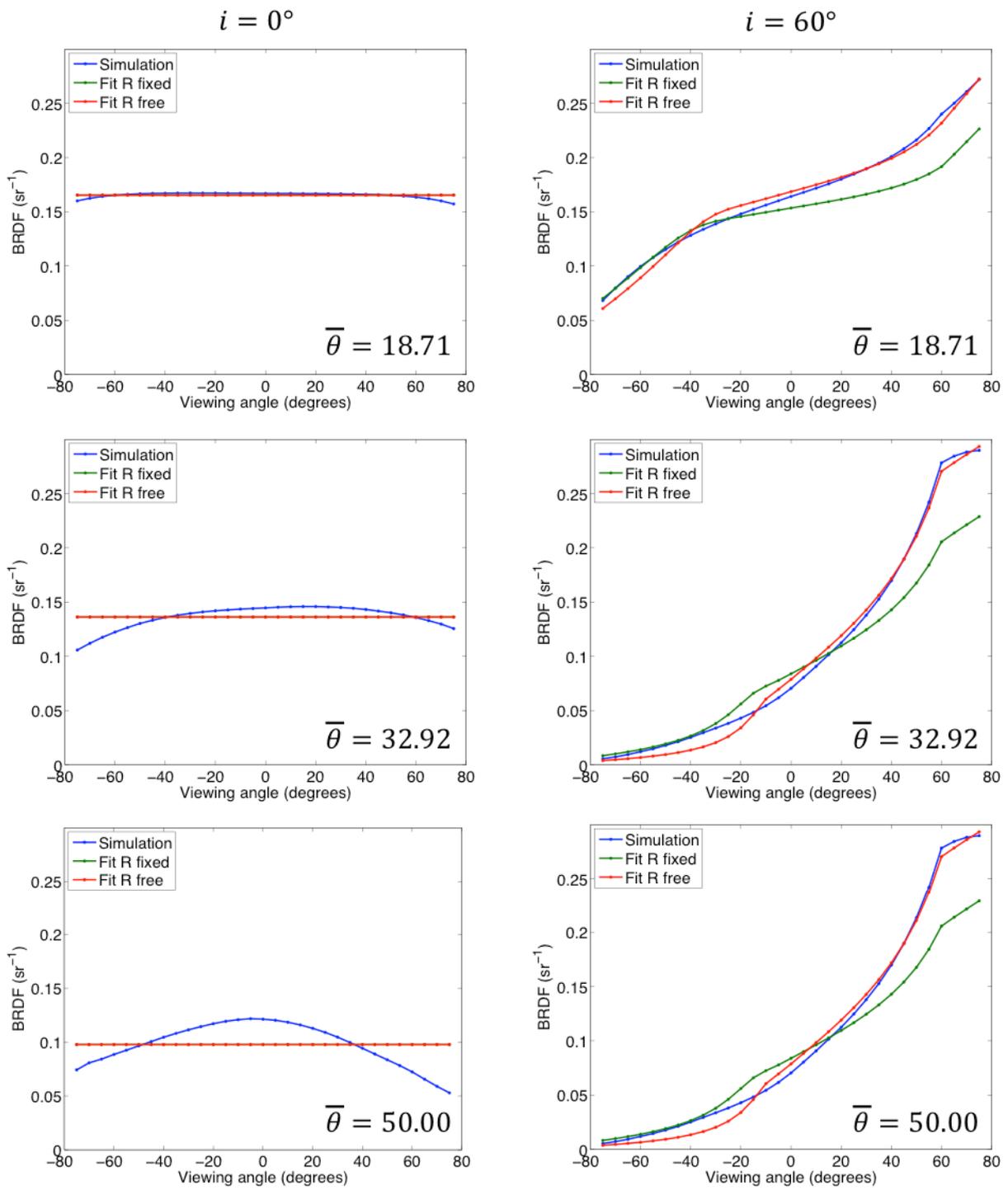


Figure 106 - Comparaison des BRDF résultant de la simulation par lancer de rayons (courbes bleues) et de l'ajustement du modèle de Hapke simplifié décrit par l'équation (2.91) pour  $R$  fixe (courbes vertes) et  $R$  libre (courbes rouges) et pour trois surfaces (en haut : lapilli ; au milieu : lave pahoehoe cordée ; en bas : lave a'a).

### 5.3.2 Estimation sur des données réelles : surfaces du rift d'Asal-Ghoubbet

De nombreux auteurs ont inversé le modèle de Hapke complet par une approche classique de type moindres carrés mais sans estimer les incertitudes sur les paramètres (Jacquemoud et al., 1992 ; Gunderson et al., 2006 ; Shepard & Helfenstein, 2007 ; Wu et al., 2009 ; Helfenstein & Shepard, 2011 ; Souchon et al., 2011). Fernando et al. (2013, 2015) et Schmidt & Fernando, (2015) ont récemment montré la pertinence d'une inversion de type probabiliste (section 2.3.2) pour estimer les paramètres photométriques du modèle de Hapke. C'est l'approche que nous avons adoptée pour inverser le modèle complet sur les données Pléiades et Chamelon.

Le modèle de Hapke complet (équation (2.70)) dépend de six paramètres ( $w$ ,  $\bar{\theta}$ ,  $B_0$ ,  $P$ ,  $b$  et  $c$ ) pour lesquels aucune information *a priori* n'est disponible. On considère une fonction de densité de probabilité (PDF) uniforme sur leur gamme de variation (voir Tableau 2). En dehors de cet intervalle, la PDF est nulle afin d'écartier les solutions non physiques. Comme le montre l'analyse de sensibilité globale (Figure 107), négliger le paramètre  $B_0$  ne devrait pas avoir d'influence sur l'inversion des autres paramètres. Différents auteurs ont fait ce choix et ont trouvé des résultats similaires dans les deux cas (Wu et al., 2009 ; Fernando et al., 2013). Cependant, Souchon et al. (2011) montrent que le paramètre  $B_0$  peut compenser quelques divergences entre le modèle et les données dans certains cas. Nous avons vérifié que les valeurs estimées n'étaient pas affectées par sa valeur, mais l'avons conservé sachant que les temps de calcul n'étaient pas significativement affectés. La plupart des études traitent le problème inverse avec les versions 1993 (hypothèse de diffusion multiple isotrope ; équation (2.50)) ou 2002 (diffusion multiple anisotrope ; équation (2.51)) du modèle de Hapke sans tenir compte de la porosité implémentée dans Hapke, (2008). Nous avons testé les trois versions du modèle et constaté peu de changements dans l'estimation de la rugosité, aussi l'analyse sera-t-elle menée à partir de la version 2008 du modèle.

L'algorithme d'inversion utilisé est celui implémenté dans la librairie Python *PyMC* (Patil, 2010) reposant sur le formalisme bayésien par l'utilisation de chaînes de Markov Monte-Carlo (MCMC ; section 2.3.2). Les valeurs estimées des paramètres correspondent à la valeur médiane de la PDF *a posteriori* calculée par *PyMC*, et l'incertitude correspond à l'intervalle de confiance à 95% (erreur à  $2\sigma$ ). Le processus d'inversion se déroule en trois temps : 1) on réalise des tests synthétiques dans différentes configurations géométriques ; 2) on inverse le modèle sur les données Pléiades et Chamelon ; 3) on compare les résultats obtenus et on vérifie l'adéquation des paramètres photométriques estimés avec les observations de terrain.

#### Validation de l'algorithme d'inversion sur des BRDF synthétiques

Différents tests synthétiques ont été réalisés afin d'explorer la capacité de l'algorithme d'inversion à estimer avec précision les paramètres du modèle de Hapke et d'estimer dans quelle mesure les conditions d'acquisition influencent ces résultats.

Dans un premier temps, l'analyse de sensibilité globale par la méthode de Sobol du modèle de Hapke a été étendue à la configuration géométrique définissant l'acquisition Pléiades (Figure 107). Les deux paramètres  $w$  et  $\bar{\theta}_H$  ont toujours une influence marquée et le paramètre  $B_0$  une influence quasi-nulle. En revanche, les contributions des paramètres  $P$  et  $c$  sont plus importantes que celles obtenues dans le plan principal (Figure 27), tandis que celle de  $b$  est ici très faible.  $P$  et  $w$  ayant tous deux une influence sur l'amplitude de la BRDF et  $c$  et  $\bar{\theta}_H$  sur sa forme, il est probable que l'inversion dans la géométrie Pléiades soit sensible à des interactions entre ces paires de paramètres.

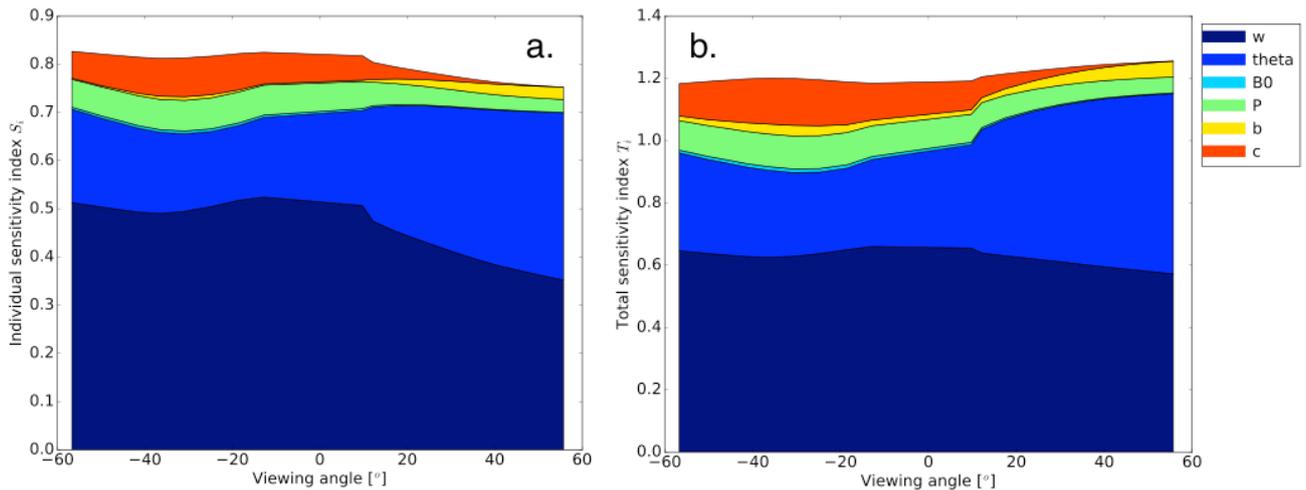


Figure 107 – Analyse de sensibilité globale (méthode de Sobol) du modèle de Hapke complet dans la configuration géométrique Pléiades. (a) indice de Sobol du premier ordre ; (b) indice de Sobol total.

Dans un second temps, nous avons simulé une BRDF avec le modèle de Hapke complet pour un jeu de paramètres d'entrée et une configuration géométrique donnés. Trois configurations géométriques sont investiguées : une incidence de  $37^\circ$  (position du Soleil lors de l'acquisition Pléiades) et 21 angles de visée situés dans le plan principal variant de  $-70^\circ$  à  $+70^\circ$ , la configuration géométrique exacte de l'acquisition Pléiades (Figure 40) et la configuration géométrique d'une acquisition Chamelon (Figure 79) avec toujours la même incidence de  $37^\circ$ . Les valeurs initiales assignées aux paramètres sont choisies arbitrairement :  $w = 0.6$  ;  $\overline{\theta_H} = 20^\circ$  ;  $B_0 = 0.2$  ;  $P = 0.4$  ;  $b = 0.2$  ;  $c = -0.5$ . Cela correspond à un milieu compact de rugosité modérée ayant un lobe de diffusion arrière relativement large.

On suppose d'abord que les observations ne sont pas bruitées et qu'il n'existe aucune incertitude de mesure afin de tester la capacité de l'algorithme d'inversion à retrouver les paramètres du modèle dans des conditions parfaites. L'erreur d'estimation est inférieure à 0.001%. Un bruit gaussien artificiel est ensuite ajouté à la BRDF en sélectionnant de manière aléatoire une valeur de bruit dans une distribution normale, le maximum étant fixé à 2% de la valeur de la BRDF vraie (Figure 108). Une incertitude correspondant à 5% de la valeur de la BRDF vraie (erreur comparable à celle mesurée en moyenne sur les données Pléiades) est donnée à chaque observation (BRDF bruitée).

Comme expliqué en section 2.3.2, l'inversion est sensible au réglage des paramètres de rodage et d'affinage. Selon nos tests, la configuration optimale limitant l'autocorrélation des échantillons de solutions requiert 1 million de simulations, avec une période de rodage excluant les 100 000 premiers tirs, et un affinage retenant une solution tous les 1800 tirs. Ceci résulte en une PDF *a posteriori* composée de 500 échantillons, valeur semblable à celle utilisée par Schmidt & Fernando, (2015). Ces auteurs ont également démontré que l'utilisation d'un algorithme de Metropolis adaptatif (Haario et al., 2001; section 2.3.2) permettait de réduire le temps de calcul d'un facteur 100 sans affecter la solution de manière significative. Nous confirmons ces observations (différence relative moyenne sur la médiane des PDF inférieure à 0.1% et sur l'erreur à  $2\sigma$  inférieure à 0.2%) et utiliserons cet algorithme dans la suite de cette étude.

Les résultats dans toutes les configurations géométriques étudiées (Figure 108) montrent que les solutions s'ajustent aux observations avec un intervalle de confiance à 95% compris dans l'erreur à  $2\sigma$ . Il résulte de l'inversion dans le plan principal (Figure 109, graphes de gauche) que les paramètres  $w$ ,  $\overline{\theta_H}$  et  $b$  sont bien contraints avec une PDF *a posteriori* présentant un pic, dont la valeur médiane est proche de la valeur initiale pour  $\overline{\theta_H}$  et  $b$  mais légèrement surestimée pour  $w$ . Les trois autres paramètres ne sont pas contraints, avec une PDF quasi-linéaire.

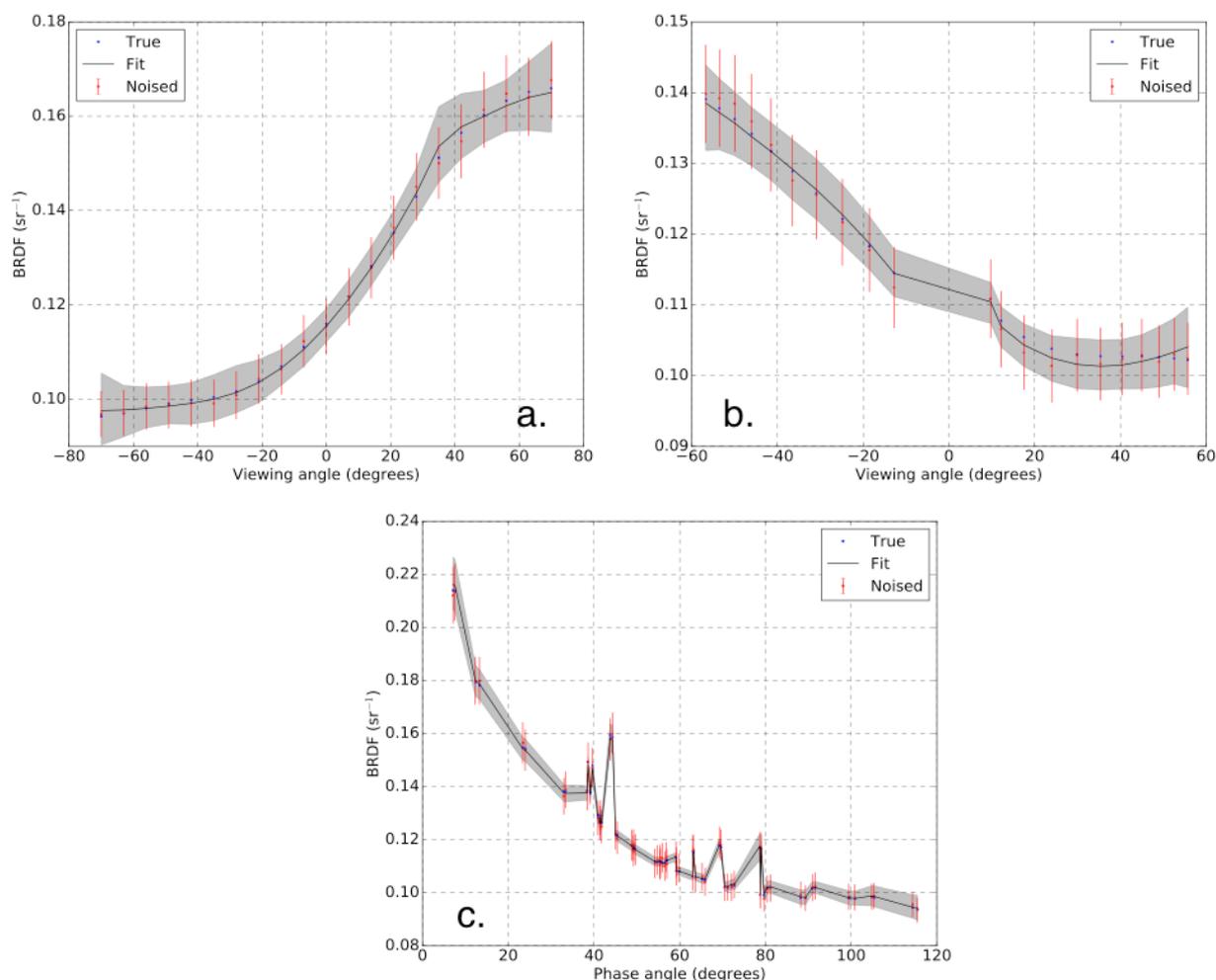


Figure 108 – Ajustements résultant des tests synthétiques d'inversion par chaînes de Markov Monte-Carlo pour une BRDF modélisée par l'équation (2.70) bruitée dans le plan principal (a), dans la configuration géométrique Pléiades (b) et dans la configuration géométrique Chamelon. Les points bleus représentent la BRDF vraie, les points rouges la BRDF bruitée et la ligne noire l'ajustement optimal calculé. La zone grisée correspond à l'intervalle de confiance à 95% sur les solutions.

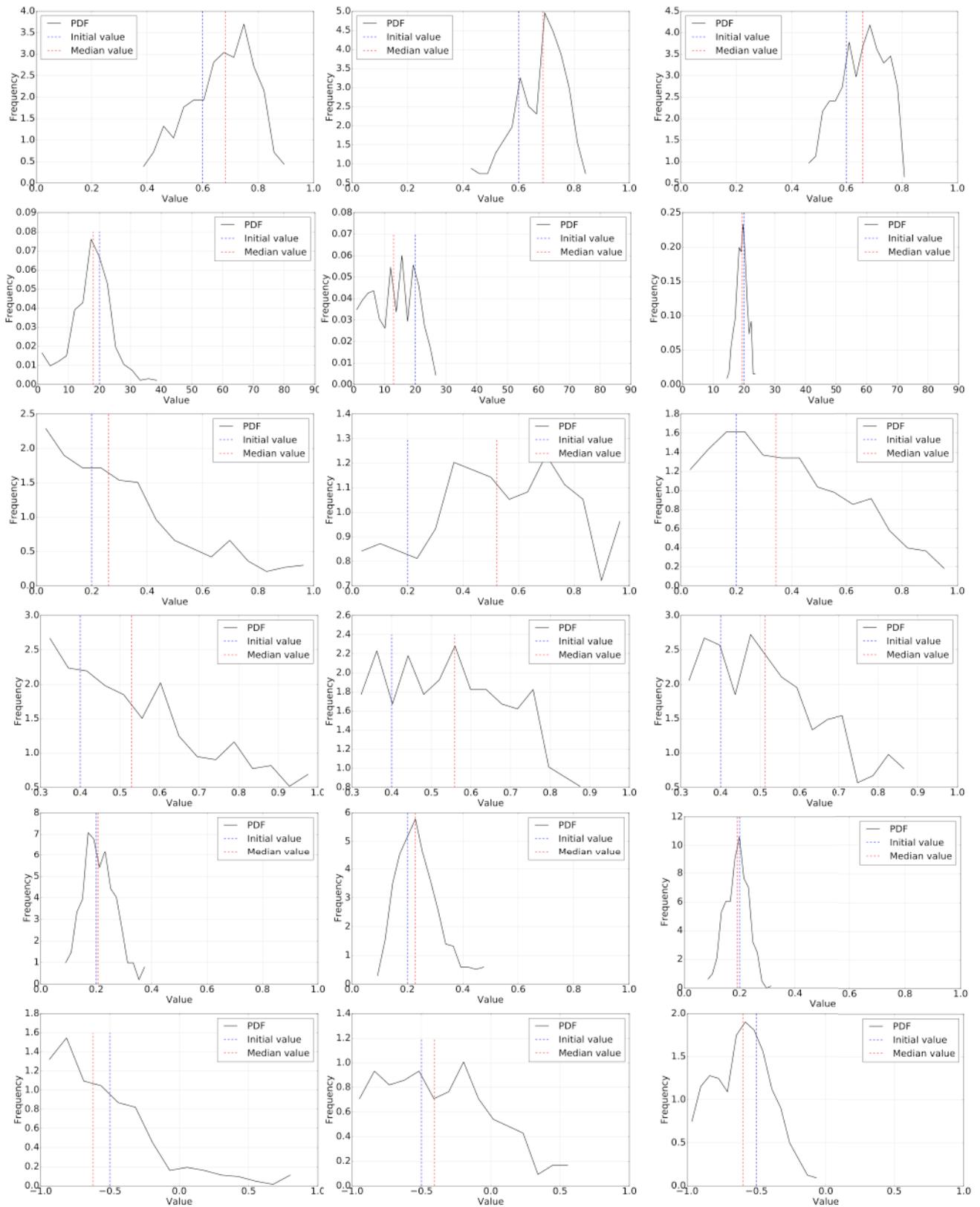


Figure 109 – Fonctions de densité de probabilité pour les paramètres (respectivement en partant du haut)  $w$ ,  $\theta_H$ ,  $B_0$ ,  $P$ ,  $b$  et  $c$  dans le plan principal (graphes de gauche), la configuration Pléiades (graphes du milieu) et la configuration Chamelon (graphes de droite). La ligne bleue représente les valeurs initiales données à chaque paramètre et la ligne rouge les valeurs médianes retrouvées par inversion.

Dans la configuration Pléiades, les PDF des paramètres  $B_0$  et  $P$  indiquent une absence de contrainte, principalement parce que les observations sont limitées à des angles de phase faibles. Les paramètres  $\overline{\theta_H}$  et  $c$  témoignent d'une PDF relativement large, avec un maximum local proche de la valeur initiale. La moins bonne contrainte sur la rugosité photométrique par rapport au plan principal s'explique par une contribution non négligeable du paramètre  $c$  dans la géométrie Pléiades, ayant lui aussi un rôle dans la forme de la BRDF (Figure 107). On constate d'ailleurs que la modification de la valeur initiale des paramètres de la fonction de phase affecte la qualité de la contrainte apportée sur  $\overline{\theta_H}$ . Enfin, les paramètres  $b$  et  $w$  sont bien contraints avec une PDF présentant un pic. Cependant, bien que ce pic soit situé au niveau de la valeur initiale pour  $b$ , il apparaît que la solution obtenue pour  $w$  présente un double pic, l'un centré sur la valeur correcte et l'autre sur une valeur surestimée par rapport à la valeur initiale, en raison du poids important du paramètre  $P$  qui a le même rôle de facteur d'échelle sur la BRDF dans cette géométrie d'observation (Figure 107). Ceci a déjà été observé sur des données photométriques orbitales martiennes (Fernando et al., 2013) et souligne la forte non-linéarité du modèle de Hapke.

Finalement, les mêmes observations peuvent être faites dans la configuration Chamelon. Les différences majeures par rapport aux autres configurations sont une meilleure contrainte sur  $\overline{\theta_H}$ , avec une PDF *a posteriori* moins dispersée, en raison d'une meilleure distribution azimutale des observations, ainsi qu'une bonne contrainte sur  $c$ . Le double pic sur la PDF de  $w$  est toujours visible, bien que moins flagrant que pour la configuration Pléiades. Les paramètres  $B_0$  et  $P$  sont toujours non contraints.

Les divergences entre PDF des solutions et valeurs initiales ne sont pas dues à la méthode d'inversion en elle-même, mais plutôt à la qualité de l'information sur les données (configuration géométrique, incertitudes,...). Nos tests sur des données synthétiques ont permis d'observer que doubler le nombre d'angles de visée (dans le plan principal), tout comme diminuer l'incertitude sur les données de 5% à 2% améliorerait de façon significative la contrainte fournie sur les paramètres par la PDF *a posteriori*. Les résultats des tests menés ici suggèrent que seuls trois paramètres sont susceptibles d'être contraints par les observations dont nous disposons, à savoir  $w$ , qui aura tendance à être surestimé,  $\overline{\theta_H}$ , pour lequel la contrainte sera plus ou moins bonne en fonction des propriétés de diffusion de la surface et  $b$ , dont la contrainte paraît bonne dans tous les cas. La configuration la plus propice à l'inversion de la rugosité photométrique semble être celle du Chamelon, en raison d'un nombre de géométries d'observations plus important que pour Pléiades.

### Estimation de la rugosité photométrique à partir des mesures orbitales Pléiades

Les tests synthétiques ont montré que l'inversion de  $w$ ,  $\overline{\theta_H}$  et  $b$  était contrainte de manière plus ou moins efficace dans les conditions d'acquisition de Pléiades. L'inversion bayésienne du modèle de Hapke sur les BRDF mesurées par le satellite Pléiades a été réalisée dans chacune des quatre bandes spectrales (R, G, B et NIR, Figure 110a,c,e) et dans la bande panchromatique (Figure 110b,d,f) pour estimer les valeurs de ces trois paramètres pour chacun des douze sites traités par drone dans le rift d'Asal-Ghoubbet. Il est à noter que pour tous les sites sauf R, l'inversion se fait sur 21 géométries de visée. Pour le site R, le nombre d'observations est réduit à 13 en raison de la présence de nuages sur certaines images. Bien que les tests synthétiques aient révélé une

dégradation de l'estimation des paramètres photométriques lorsque le nombre d'observations dans le plan principal diminue, la contrainte sur ceux du site R reste bonne.

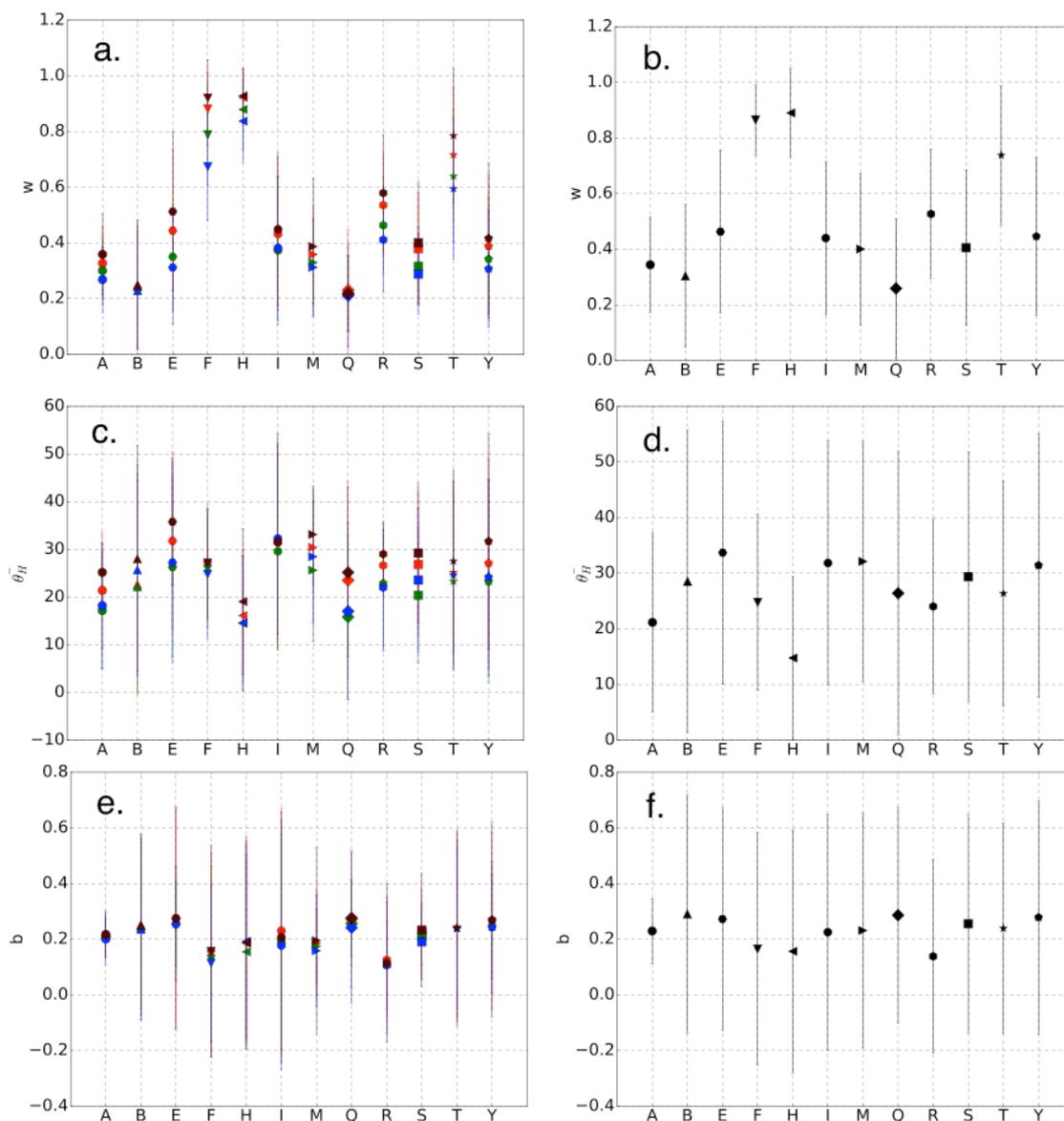


Figure 110 – Paramètres photométriques estimés par la méthode MCMC sur les données Pléiades spectrales (a,c,e) et panchromatiques (b,d,f) : albédo de simple diffusion  $w$  (a-b), rugosité photométrique  $\overline{\theta_H}$  (c-d) et paramètre de fonction de phase  $b$  (e-f). Les points rouges, verts, bleus et marron dans les graphes de gauche représentent respectivement les bandes R, G, B et NIR.

Les valeurs de  $w$ ,  $b$  et  $\overline{\theta_H}$  estimées sur les données panchromatiques sont quasiment les mêmes que celles estimées dans le proche infrarouge. La différence entre l'estimation dans ces deux bandes tient à l'erreur donnée par la PDF *a posteriori*, en général plus grande sur les données panchromatiques car l'incertitude sur la mesure de BRDF est plus importante (elle s'étale sur une plus large gamme spectrale et est basée sur un nombre de pixels plus important). Cette similarité peut s'expliquer par le fait que la réponse spectrale du capteur panchromatique est faible pour les courtes longueurs d'onde (bleu et vert) et maximale entre le rouge et le proche infrarouge (Figure 41).

Les sites ont des albédos de simple diffusion très variés, qui s'étalent sur la quasi totalité de la gamme de variation physique (de 0.21 à 0.93). On observe des valeurs fortes ( $w > 0.8$ ) pour les sites F et H, constituant les deux surfaces les plus brillantes de cette étude (Figure 39). De telles valeurs paraissent anormalement élevées pour des surfaces terrestres car proches de valeurs retrouvées pour des satellites de glace (Verbiscer et al., 2013). Les tests synthétiques montrent une tendance à surestimer ce paramètre avec des incertitudes sur les observations comparables à celles de Pléiades, malgré une bonne contrainte apportée par la PDF *a posteriori*. Il est donc probable que la valeur absolue réelle de  $w$  pour les surfaces étudiées soit inférieure à celle estimée ici. Cependant, les valeurs relatives présentent une certaine cohérence : les sites constitués de blocs et dalles de laves basaltiques (B, M et Q) sont les plus sombres, avec  $w < 0.4$ , les sites constitués de dépôts granulaires et blocs rocheux sur dépôts sédimentaires (A, E, I, R, S) sont modérément brillants ( $0.4 < w < 0.6$ ) et les sites les plus brillants (F, H et T) ont un  $w > 0.6$ . L'évolution de  $w$  avec la longueur d'onde (Figure 112a) est cohérente avec les études précédentes (Johnson et al., 2006a,b ; Chappell et al., 2009 ; Wu et al., 2009 ; Sato et al., 2014), la valeur retrouvée dans la bande proche infrarouge étant toujours la plus forte et la valeur estimée dans la bande bleue la plus faible.

Le paramètre  $\overline{\theta}_H$  oscille entre  $15^\circ$  et  $35^\circ$ . Dans tous les cas, on a vérifié que la PDF *a posteriori* n'était pas uniforme de sorte que ce paramètre est bien contraint. Les valeurs inversées dans les quatre bandes multispectrales sont globalement dispersées, et suivent la même hiérarchie que pour  $w$ .

Finalement, les valeurs de  $b$  sont très peu dispersées dans les différents canaux et la variabilité d'un site à l'autre est très faible, les valeurs oscillant autour de  $b = 0.2$ , ce qui correspond à un lobe de diffusion large. L'analyse de sensibilité globale dans le plan d'acquisition Pléiades (Figure 107) montre que  $b$  n'a qu'une influence très limitée sur la sortie du modèle dans cette configuration géométrique, de sorte que malgré la bonne contrainte apportée par la PDF *a posteriori*, la confiance sur la validité de la valeur de  $b$  estimée n'est pas bonne.

On compare alors le paramètre de rugosité photométrique  $\overline{\theta}_H$  estimé par inversion du modèle de Hapke sur les BRDF mesurées par Pléiades au paramètre de rugosité moyenne  $\overline{\theta}$  estimé sur les douze MNT drone correspondant aux sites du rift (Figure 111).

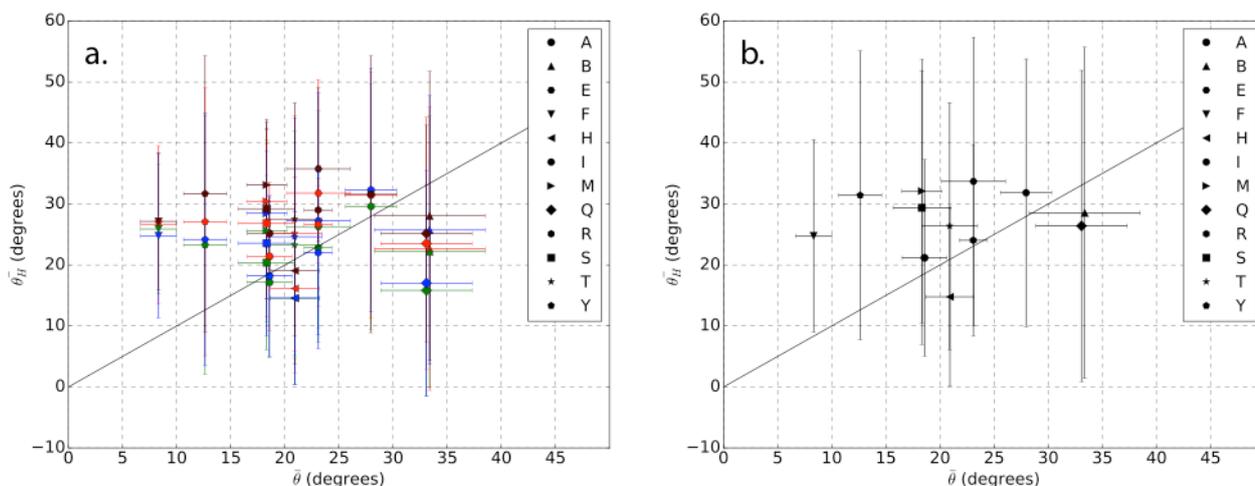


Figure 111 – Rugosité photométrique inversée  $\overline{\theta}_H$  en fonction de la rugosité moyenne mesurée  $\overline{\theta}$  pour douze sites à partir des données Pléiades spectrales (a) et panchromatiques (b).

Il n'est pas évident que la rugosité photométrique  $\overline{\theta}_H$  soit strictement équivalente à la rugosité moyenne  $\overline{\theta}$  (Tableau 3), d'autant que cette dernière correspond à la plus petite échelle mesurable sur la surface (environ 3 millimètres), alors que la première intègre toutes les échelles (sub-millimétriques à décimétriques). Cependant, ces deux paramètres ont des définitions proches, et une bonne adéquation du modèle de Hapke aux surfaces étudiées devrait tendre vers leur égalité. Par ailleurs, l'inversion du modèle de Hapke simplifié sur les données simulées montre que les deux sont relativement équivalents lorsque les hypothèses du modèle sont respectées (Figure 105). L'écart observé ici peut trouver son explication dans la différence de résolution : l'analyse multi-résolution (Figure 101) montre que la mesure de  $\overline{\theta}$  à une résolution plus fine donne une valeur plus élevée, ce qui décalerait les points vers la droite dans la Figure 111. On retrouve que la rugosité estimée dans la bande panchromatique est égale à celle estimée dans le proche infrarouge avec une erreur supérieure. Les valeurs des deux paramètres  $\overline{\theta}_H$  et  $\overline{\theta}$  ne coïncident globalement pas, même si l'écart entre les deux est plus faible pour les sites de rugosité modérée ( $15^\circ < \overline{\theta} < 25^\circ$ ). Il apparaît que ces deux paramètres sont décorrelés, en particulier parce que les sites A, M et S ont la même rugosité moyenne mais une rugosité photométrique variant fortement. Par ailleurs,  $\overline{\theta}_H$  est systématiquement surestimé par rapport à  $\overline{\theta}$  pour les sites les moins rugueux ( $\overline{\theta} < 15^\circ$ ) avec une erreur relative supérieure à 100% dans les cinq bandes. L'équivalence sur les deux sites les plus rugueux (B et Q) semble bonne dans les bandes proche infrarouge et panchromatique, mais pas dans les bandes verte et bleue. Dans la plupart des cas, les barres d'erreur sont compatibles avec l'hypothèse  $\overline{\theta}_H = \overline{\theta}$ .

En théorie, le seul paramètre du modèle de Hapke dépendant de la longueur d'onde du rayonnement incident est l'albédo de simple diffusion, directement lié aux constantes optiques (parties réelle et imaginaire de l'indice de réfraction) des matériaux constituant le milieu. La taille des grains étant supposée grande devant la longueur d'onde (hypothèse majeure du modèle), les paramètres de rugosité et de la fonction de phase ne présentent pas de dépendance spectrale. Enfin, la porosité et le paramètre d'amplitude de l'effet d'opposition ont une influence trop faible sur le modèle pour considérer leur variation spectrale. En revanche, de par les fortes interactions existant entre  $w$  et tous les autres paramètres (Figure 27), il est possible que les valeurs estimées des paramètres soient dépendantes de la longueur d'onde, bien que ceci n'ait pas de sens physique. La Figure 112 montre les valeurs estimées des paramètres en fonction de la longueur d'onde pour une inversion bande par bande dans les quatre canaux Pléiades. Comme on peut s'y attendre, le paramètre le plus sensible est  $w$ , les cinq autres paramètres (mis à part  $c$  et  $P$  qui ne sont pas contraints lors de l'inversion) montrant une faible variation.

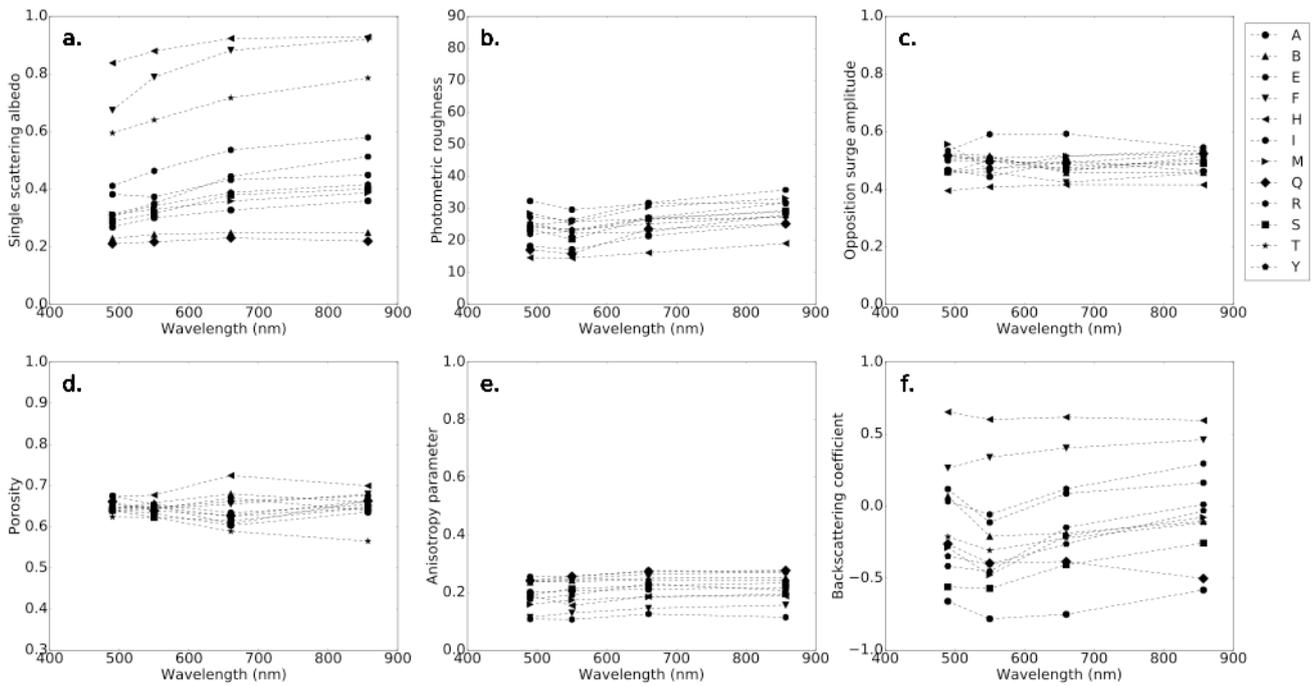


Figure 112 – Valeurs estimées des paramètres du modèle de Hapke dans les quatre bandes spectrales Pléiades en fonction de la longueur d’onde. Les valeurs correspondent à la médiane de la fonction de densité de probabilité de chaque paramètre. (a) : albédo de simple diffusion  $w$  ; (b) : rugosité photométrique  $\bar{\theta}$  ; (c) : amplitude de l’effet d’opposition  $B_0$  ; (d) : porosité  $P$  ; (e) : paramètre d’anisotropie  $b$  ; (f) : coefficient de rétrodiffusion  $c$ .

Nous avons testé l’approche proposée par Jacquemoud et al. (1992), Chappell et al. (2006) et Wu et al. (2009) consistant à inverser le modèle simultanément sur les quatre bandes spectrales, en supposant que seul  $w$  varie avec la longueur d’onde (inversion globale). Ceci permet d’aboutir à l’inversion de 9 paramètres, dont 4 albédos de simple diffusion correspondants aux quatre bandes R, G, B et NIR (notés respectivement  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  et  $w_4$ ), la rugosité photométrique  $\bar{\theta}_H$ , les deux paramètres de la fonction de phase  $b$  et  $c$ , la porosité  $P$  et le paramètre d’opposition  $B_0$ .

L’inversion globale sur quatre bandes spectrales apporte une meilleure contrainte observationnelle, et de ce fait, améliore la qualité des résultats. Il apparaît en effet dans le cas du paramètre  $\bar{\theta}_H$  que la PDF *a posteriori* est significativement moins étalée qu’avec les données panchromatiques (Figure 113). Les valeurs de rugosité photométrique retrouvées sont en général relativement proches, mais une plus grande incertitude est présente dans la bande panchromatique, tout en restant compatible avec les valeurs retrouvées à partir des données multispectrales. Par ailleurs, il a été observé que l’inversion globale apportait une meilleure contrainte sur les valeurs de  $w$ , notamment en réajustant les valeurs de la bande proche infrarouge pour les sites B et M par rapport à la bande rouge (qui était surestimée dans l’inversion par bandes en Figure 110a), comme observé dans la Figure 75.

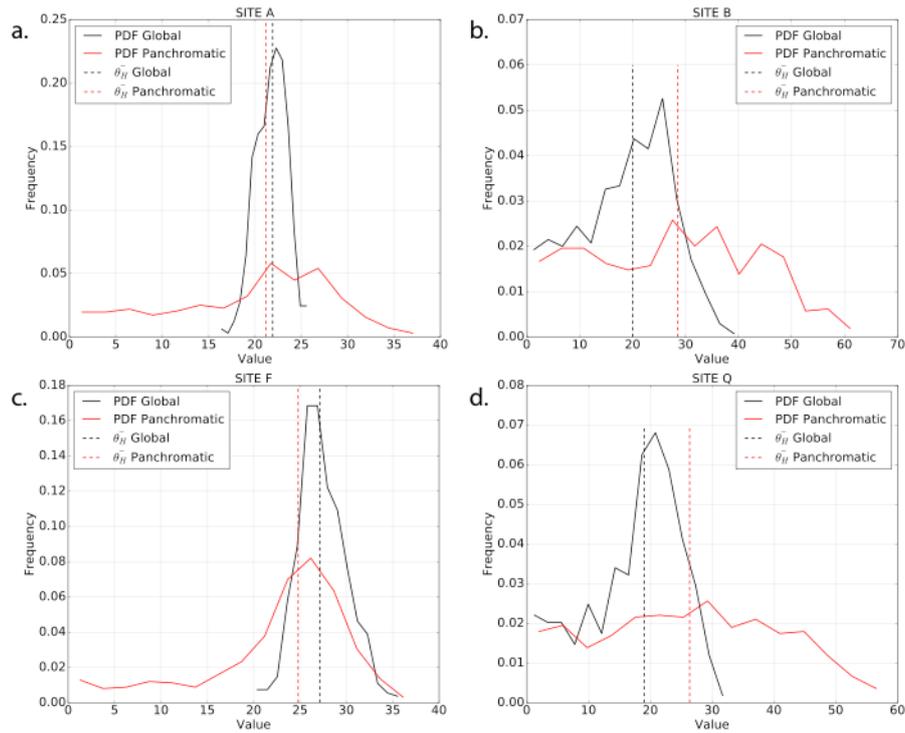


Figure 113 - Comparaison des fonctions de densité de probabilité du paramètre de rugosité  $\overline{\theta_H}$  estimé sur les données spectrales par inversion simultanée et panchromatique pour quatre sites remarquables (a : site A ; b : site B ; c : site F ; d : site Q).

La Figure 114 révèle un ajustement avec un écart relativement faible de la valeur de  $\overline{\theta_H}$  à celle de  $\overline{\theta}$  pour des surfaces modérément rugueuses ( $15^\circ < \overline{\theta} < 25^\circ$ ), confirmant l'observation faite précédemment (Figure 111). Cependant, la correspondance entre les deux est meilleure dans le cas de l'inversion globale avec une erreur relative moyenne qui passe de 26.3% à 22.3% pour les sites A, E, H, I, M, R, S, et T.

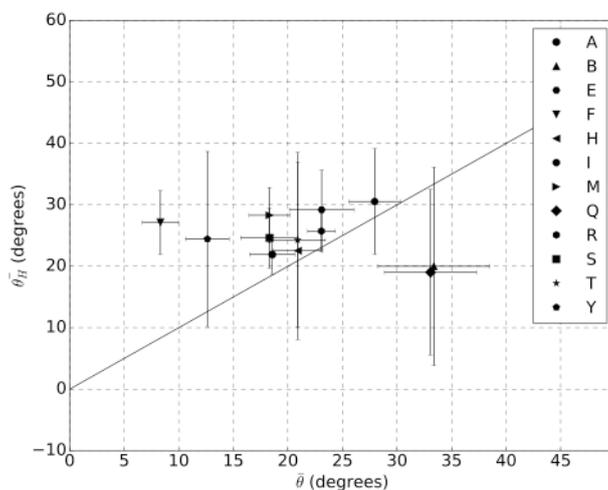


Figure 114 – Rugosité photométrique estimée  $\overline{\theta_H}$  en fonction de la rugosité moyenne mesurée  $\overline{\theta}$  pour douze sites à partir des données Pléiades spectrales en inversion globale (tous les paramètres indépendants de la longueur d'onde sauf  $w$ ).

Dans le cas des rugosités extrêmes, l'inversion apporte une bonne contrainte avec une PDF *a posteriori* présentant un pic relativement étroit (Figure 113), mais  $\overline{\theta}_H$  est largement surestimé lorsque  $\overline{\theta} < 15^\circ$  (erreur relative de 160%) et sous-estimé lorsque  $\overline{\theta} > 30^\circ$  (erreur relative de 41%). Cette mauvaise estimation de la rugosité semble être liée à la forte corrélation entre  $w$  et  $\overline{\theta}_H$  : le site F présente un albédo de simple diffusion très élevé, ce qui mène à une surestimation de la rugosité photométrique pour compenser. A l'inverse, le site Q présente un  $w$  très faible, donc la compensation par le modèle de Hapke résulte en une sous-estimation de  $\overline{\theta}_H$ .

Parmi les sites pour lesquels la différence relative entre  $\overline{\theta}_H$  et  $\overline{\theta}$  reste modérée ( $< 25\%$ ), deux groupes majeurs et un cas particulier se distinguent :

- sites A et S : ces deux sites sont des surfaces relativement lisses constituées de grains centimétriques, de rugosités moyennes très proches ( $\overline{\theta} = 18.57^\circ$  pour A et  $\overline{\theta} = 18.31^\circ$  pour S). Pour ces deux exemples, l'incertitude sur  $\overline{\theta}_H$  est relativement faible ( $< 16\%$ ).
- sites E, I, R, T : ce sont des surfaces composées de blocs centimétriques à décimétriques. L'erreur *a posteriori* sur la rugosité photométrique est plus significative que pour les deux sites précédents, mais la correspondance pour I, R et T est très bonne. Les sites E et R ont par ailleurs une structure spatiale très proche (dépôts de scories sur sédiments lacustres ; Figure 39), ce qui leur vaut une valeur de  $\overline{\theta}$  semblable. Cependant, l'écart entre rugosité moyenne et photométrique pour le site E est légèrement plus conséquent.
- site H : la banquise de sel est la surface la plus brillante étudiée ici. Elle présente une structure très granulaire, dont les propriétés optiques s'écartent de celles des terrains rocheux. L'incertitude sur l'estimation de  $\overline{\theta}_H$  est très grande.

Pour les autres, une forte surestimation de la rugosité moyenne par  $\overline{\theta}_H$  intervient pour le site Y, d'albédo modéré mais dont la structure spatiale est très pulvérulente et pour le site M, présentant une structure en dalle non granulaire. Finalement, les sites B et Q ayant un comportement photométrique et une rugosité moyenne  $\overline{\theta}$  comparable se voient attribuer une rugosité photométrique accompagnée de barres d'erreur identiques. Il semble ainsi que la correspondance entre rugosité photométrique estimée par inversion de modèle et rugosité moyenne mesurée sur le terrain se correspondent dans le cas de surfaces présentant des structures granulaires dont la taille est supérieure au centimètre ou des blocs centimétriques à décimétriques. Dans le cas de surfaces à granulométrie plus fine ou de structures plus complexes (dalles, fractures, creux), le modèle de Hapke reproduit les observations via une estimation biaisée de la rugosité.

### Estimation de la rugosité photométrique à partir des mesures *in situ* Chamelon

Dans le cas des mesures Chamelon, nous ne disposons d'aucune information sur l'incertitude associée aux observations. Nous leur avons affecté une incertitude de 10% de la valeur en chaque point. Les variations de la position du Soleil au cours de l'acquisition ne sont pas gênantes pour l'inversion du modèle de Hapke car il est possible de considérer la géométrie exacte d'éclairement et de visée pour chaque mesure radiométrique.

Nous disposons de deux à six acquisitions complètes de BRDF sur chaque site échantillonné par le Chamelon. Nous avons cependant inversé le modèle de Hapke sur une seule BRDF par site, choisie sur des critères de stabilité des conditions atmosphériques, d'homogénéité de la surface, et

de symétrie de la BRDF par rapport au plan principal. Lorsque plusieurs mesures satisfont ces conditions sur un même site, nous avons vérifié que les résultats de l'inversion étaient peu variables, de sorte que les résultats présentés ici ne correspondent qu'à une seule mesure par site.

Le spectromètre ASD mesure la luminance spectrale entre 400 nm et 2500 nm. Afin de pouvoir comparer directement les résultats obtenus par mesures orbitales et *in situ*, les spectres Chamelon ont été convolués par les fonctions de filtre et dégradés à la résolution spectrale du capteur Pléiades. La Figure 115 montre que l'inversion de la rugosité photométrique par bande spectrale est sujette à une moins grande variabilité que pour les données Pléiades. Ceci peut s'expliquer, malgré l'application d'une correction, par les effets atmosphériques qui sont variables selon la longueur d'onde du rayonnement (par exemple les aérosols ont plus d'influence dans le bleu). Les valeurs de  $\overline{\theta}_H$  obtenues en multispectral et panchromatique sont donc quasiment égales. On remarque toutefois une diminution conséquente de l'erreur dans la bande panchromatique. L'inversion simultanée sur toutes les bandes spectrales dévoile des résultats similaires à l'inversion bande par bande (Figure 116).

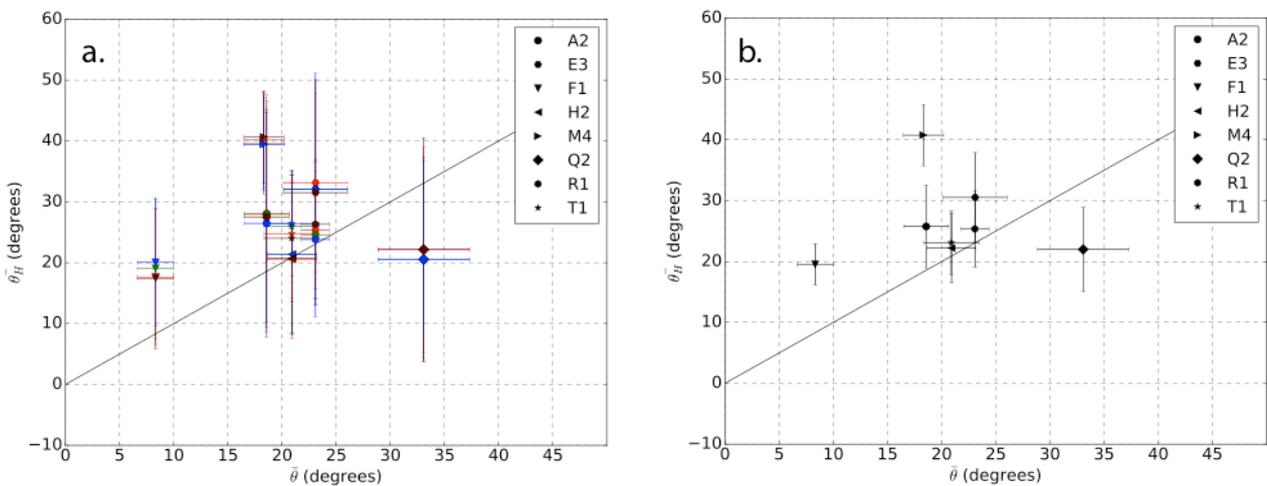


Figure 115 – Rugosité photométrique estimée  $\overline{\theta}_H$  en fonction de la rugosité moyenne mesurée  $\overline{\theta}$  pour 12 sites à partir des données Chamelon convoluées aux bandes Pléiades spectrales (a) et panchromatique (b).

Comme observé sur les données Pléiades, la rugosité photométrique et la rugosité moyenne coïncident bien pour des rugosités modérées (sites A, E, H, R et T), avec une erreur relative moyenne de 17.2% en inversion globale. En revanche, la rugosité photométrique du site M surestime largement la rugosité moyenne. Ceci est dû à la nature du terrain, constitué de dalles de lave basaltique présentant des microfractures, résultant en une BRDF non symétrique (Figure 87). La surestimation de la rugosité photométrique pour  $\overline{\theta} < 15^\circ$  (site F) et la sous-estimation pour  $\overline{\theta} > 30^\circ$  (site Q) sont toujours clairement visibles.

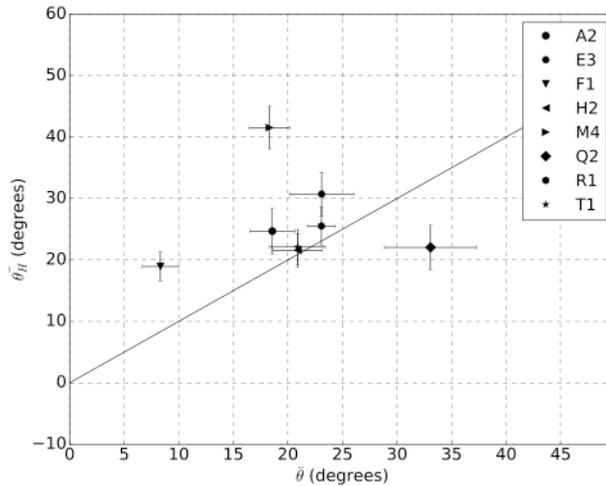


Figure 116 – Rugosité photométrique estimée  $\bar{\theta}_H$  en fonction de la rugosité moyenne mesurée  $\bar{\theta}$  pour 12 sites à partir des données Chamelon spectrales en inversion globale (tous les paramètres indépendants de la longueur d’onde sauf  $w$ ).

### Comparaison entre estimations *in situ* et satellite de la rugosité photométrique

L’estimation des paramètres photométriques de surfaces identiques à partir de jeux de données satellitaires ou *in situ* est susceptible d’être affectée par différents facteurs que nous avons identifiés plus haut. Il est intéressant de comparer ces valeurs afin de qualifier la cohérence des mesures d’un jeu de données à l’autre. La Figure 117 montre une correspondance quasi parfaite entre les albédos de simple diffusion estimés à partir des deux instruments Pléiades et Chamelon. Ce résultat n’est pas étonnant en soi car le paramètre de correction géométrique  $r$  a été choisi de façon à minimiser l’erreur résiduelle entre les spectres Chamelon et Pléiades (Figure 88). On peut juste relever que  $w$  semble sous-estimé avec le Chamelon sur le site M.

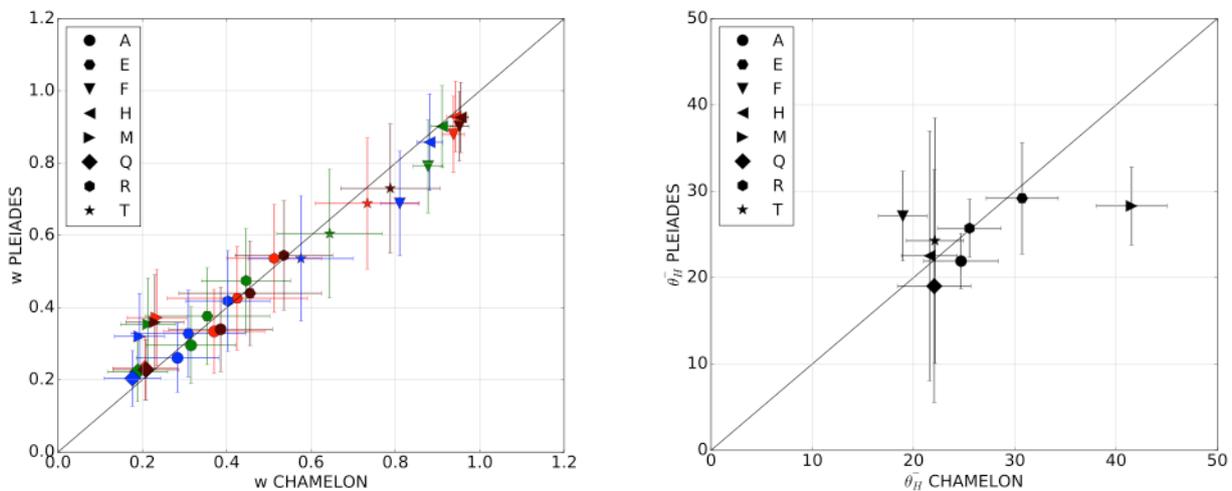


Figure 117 – Paramètres photométriques estimés par inversion bayésienne du modèle de Hapke en utilisant les quatre bandes spectrales Pléiades de manière globale. Les graphes représentent l’estimation à partir des données Pléiades en fonction de celle à partir des données Chamelon pour l’albédo de simple diffusion (gauche) et la rugosité photométrique (droite).

L'autre observation est que la rugosité photométrique coïncide pour la quasi totalité des sites, hormis les sites F et M. Dans le premier cas, la valeur estimée à partir des données Pléiades est plus grande, et dans le second, elle est plus faible. Ces écarts résident dans un mauvais ajustement du modèle de Hapke (Tableau 11) illustré par une erreur RMS résiduelle plus grande pour les sites F et M que pour les autres sites. La Figure 118 montre la BRDF Chamelon et l'ajustement du modèle de Hapke pour les trois exemples des sites A, F et M. On observe que le modèle de Hapke est capable de reproduire la forme simple de la BRDF du site A, montrant une forte rétrodiffusion. Dans le cas des deux derniers sites, il est clair que le modèle de Hapke n'est pas capable d'expliquer la forme de la BRDF. Notamment, la symétrie de la forme de bol de la BRDF du site F n'est pas respectée et le double lobe de diffusion caractérisant la BRDF du site M est ajusté par un lobe de diffusion unique.

Site	Pléiades						Chamelon					
	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$\overline{\theta_H}$	RMS	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$\overline{\theta_H}$	RMS
A	0.33 ± 0.12	0.30 ± 0.11	0.26 ± 0.10	0.34 ± 0.12	21.92 ± 2.40	$5.2 \cdot 10^{-4}$	0.37 ± 0.12	0.32 ± 0.11	0.28 ± 0.10	0.39 ± 0.12	24.71 ± 3.69	0.003
E	0.42 ± 0.14	0.38 ± 0.13	0.33 ± 0.12	0.44 ± 0.15	29.19 ± 6.46	$8.0 \cdot 10^{-4}$	0.42 ± 0.17	0.35 ± 0.15	0.31 ± 0.14	0.46 ± 0.17	30.72 ± 3.57	0.003
F	0.88 ± 0.11	0.79 ± 0.13	0.69 ± 0.15	0.90 ± 0.10	27.13 ± 5.20	$9.7 \cdot 10^{-4}$	0.93 ± 0.03	0.88 ± 0.04	0.81 ± 0.04	0.95 ± 0.02	18.94 ± 2.40	0.004
H	0.93 ± 0.10	0.90 ± 0.11	0.86 ± 0.13	0.93 ± 0.10	22.53 ± 14.45	$3.9 \cdot 10^{-3}$	0.94 ± 0.02	0.91 ± 0.03	0.88 ± 0.03	0.96 ± 0.02	21.57 ± 2.74	0.003
M	0.37 ± 0.13	0.35 ± 0.13	0.32 ± 0.12	0.36 ± 0.13	28.30 ± 4.53	$4.1 \cdot 10^{-4}$	0.23 ± 0.07	0.21 ± 0.06	0.19 ± 0.06	0.23 ± 0.07	41.54 ± 3.48	0.004
Q	0.23 ± 0.09	0.22 ± 0.08	0.20 ± 0.08	0.23 ± 0.08	19.02 ± 13.47	$7.3 \cdot 10^{-4}$	0.21 ± 0.08	0.19 ± 0.07	0.18 ± 0.07	0.21 ± 0.08	22.04 ± 3.59	0.003
R	0.54 ± 0.15	0.47 ± 0.14	0.42 ± 0.14	0.54 ± 0.15	25.72 ± 3.36	$7.4 \cdot 10^{-4}$	0.51 ± 0.11	0.45 ± 0.11	0.40 ± 0.10	0.54 ± 0.12	25.52 ± 3.12	0.003
T	0.69 ± 0.18	0.61 ± 0.18	0.54 ± 0.17	0.73 ± 0.18	24.28 ± 3.36	$2.6 \cdot 10^{-3}$	0.73 ± 0.12	0.64 ± 0.12	0.58 ± 0.12	0.79 ± 0.12	22.10 ± 2.40	0.009

Tableau 11 – Valeur médiane et erreur des paramètres photométriques estimés par inversion bayésienne du modèle de Hapke sur les BRDF Pléiades et Chamelon de 8 sites en utilisant les quatre bandes spectrales simultanément. La valeur RMS donne l'écart résiduel entre observations et ajustement du modèle.

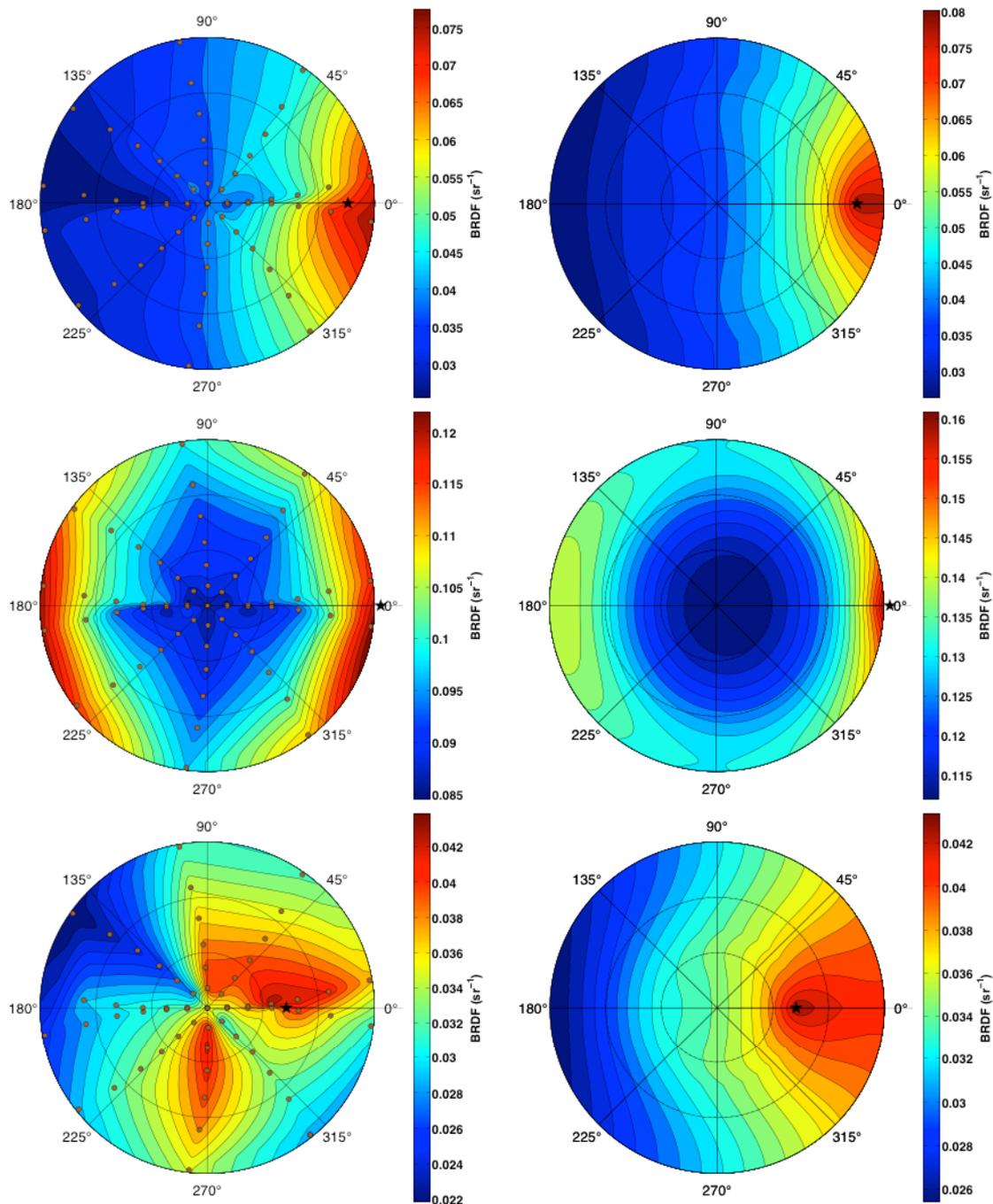


Figure 118 – BRDF mesurée par le Chamelon dans la bande panchromatique Pléiades (graphes de gauche) et BRDF ajustée par inversion bayésienne du modèle de Hapke (graphes de droite) pour les sites A (haut), F (milieu) et M (bas).

### 5.3.3 Synthèse et discussion

L'estimation de la rugosité photométrique  $\overline{\theta}_H$  à partir de BRDF de surfaces naturelles a été réalisée de deux manières : par inversion via une méthode de minimisation classique d'une version simplifiée du modèle de Hapke sur les BRDF simulées des terrains volcaniques du Piton de la Fournaise et par inversion bayésienne du modèle complet sur les BRDF Pléiades et Chamelon mesurées sur les terrains volcaniques et sédimentaires du rift d'Asal-Ghoubbet. Dans le premier cas

et pour la plupart des surfaces investiguées, la rugosité photométrique  $\overline{\theta_H}$  s'ajuste à la rugosité mesurée sur le terrain  $\overline{\theta}$  dans les conditions idéales apportées par l'hypothèse d'une diffusion lambertienne et lorsque la réflectance est connue. Dans le second cas, la correspondance entre ces deux rugosités est bonne pour les surfaces modérément rugueuses présentant des structures granulaires homogènes et mauvaise pour les surfaces très lisses ou très rugueuses, présentant des structures plus complexes (dalles, creux, fractures).

Bien que l'adéquation des paramètres estimés par inversion avec la réalité terrain ne soit pas systématique, la concordance des résultats obtenus à partir des BRDF Pléiades et Chamelon renforce la confiance sur l'estimation, et permet d'imputer l'écart avec les observations terrain à une faiblesse du modèle de Hapke plutôt qu'à des erreurs dans le traitement des données. Par ailleurs, le fait que les rugosités estimées sur les données des deux instruments soient comparables confirme l'observation précédente stipulant que les plus petites échelles d'une surface dominant sa BRDF.

Par définition, la rugosité photométrique  $\overline{\theta_H}$  mesure l'ombrage à l'échelle de la particule (Shepard & Campbell, 1998 ; Cord et al., 2003 ; Pilorget et al., 2016). Elle est donc sensée dépendre non seulement de la distribution de pente des facettes, mais aussi de leur transparence et de leur comportement de diffusion. Les BRDF simulées sur les MNT de La Réunion correspondent à des facettes opaques et lambertiennes, de sorte qu'il n'est pas attendu que les deux derniers effets introduisent un quelconque biais dans l'inversion. En revanche, ce biais doit être gardé à l'esprit lors de l'inversion du modèle complet sur les mesures photométriques des surfaces du rift d'Asal-Ghoubbet et peut expliquer certains écarts observés entre  $\overline{\theta_H}$  et  $\overline{\theta}$ .

Un des problèmes majeurs du modèle de Hapke est que la rugosité ne prend pas en considération les réflexions multiples entre facettes, ce qui introduit un biais dans l'estimation de la rugosité photométrique (Buratti & Veverka, 1985 ; Shepard & Campbell, 1998 ; Shkuratov et al., 2005). Les simulations par lancer de rayons, de par leur nature récursive, montrent que quels que soient la surface et l'angle d'incidence, la prise en compte de cette diffusion multiple résulte en une augmentation non-linéaire de la BRDF, de sorte que sa forme est très légèrement modifiée. Comme l'influence de la rugosité est principalement basée sur la forme, les valeurs estimées sont susceptibles de différer par rapport à la diffusion simple. La diffusion multiple est un effet majeur de la rugosité qui ne peut pas être ignoré lorsque l'on travaille avec des données observationnelles. Comme il n'est pas pris en compte dans le modèle, l'interprétation de la valeur de rugosité photométrique est restreinte à une analyse qualitative, en particulier lorsque la validation terrain est inexistante.



# Conclusion et perspectives

La caractérisation de la rugosité de surface des sols constitue un point clé dans la compréhension de nombreux phénomènes naturels. Il n'est pas trivial de la déterminer de par sa non-stationnarité vis-à-vis de l'échelle spatiale de mesure. Bien que les mesures *in situ* permettent de la déterminer de manière très précise, le développement de méthodes de télédétection est nécessaire pour une caractérisation globale, sur de vastes étendues, ou sur des régions inaccessibles (surfaces planétaires, zones de combat, ...). Les travaux développés dans cette thèse se sont donc focalisés sur la qualité de l'estimation de la rugosité par inversion d'un modèle physique sur des données photométriques de surfaces naturelles terrestres très diverses et de rugosité multi-échelle bien caractérisée. Notamment, un lien a été établi entre rugosité, BRDF et échelle spatiale, et une analyse comparative des rugosités mesurées *in situ* et estimées par inversion a été menée.

La démarche suivie se déroule en trois étapes majeures : la première est une caractérisation rigoureuse de la rugosité *in situ* moyenne et multi-échelle à partir de mesures topographiques. Pour cela, une méthode de photogrammétrie numérique (méthode SfM), ayant fait ses preuves quant à sa capacité à retranscrire la rugosité de surfaces volcaniques (Bretar et al., 2013), a été appliquée sur une douzaine de surfaces naturelles du rift d'Asal-Ghoubbet, aboutissant à des cartes d'élévation de résolution sub-millimétrique à millimétrique. Le relief à l'échelle topographique a été établi à partir d'images du satellite Pléiades. La rugosité moyenne a été déterminée à partir de la distribution des angles de pente en approximant les surfaces modélisées par des facettes triangulaires. Une analyse multi-échelle basée sur la théorie fractale et la transformée en ondelettes a permis de quantifier l'influence de l'échelle spatiale sur la rugosité. Les résultats mettent en évidence la capacité de la rugosité moyenne  $\bar{\theta}$  à bien décrire les rugosités relatives des différentes surfaces, ainsi que la bonne adéquation des hypothèses intrinsèques du modèle photométrique de Hapke pour les surfaces de rugosité modérée ( $\bar{\theta} < 25^\circ$ ). L'analyse multi-échelle par la méthode de la transformée en ondelettes révèle un comportement multi-modal de la rugosité, permettant d'isoler trois gammes de fréquences spatiales (*roughness* : du mm au cm ; *waviness* : du cm au dm ; *form* : supérieures au dm). Cette méthode apporte une contrainte supplémentaire sur la rugosité multi-échelle, en comparaison de l'analyse fractale qui ne donne qu'une tendance monotone du taux de variation de la rugosité avec l'échelle. Il résulte que la rugosité moyenne intégrant toutes les échelles spatiales de la surface est largement dominée par les structures intervenant aux plus hautes fréquences spatiales, correspondant à une combinaison des échelles sub-centimétriques. Cette dépendance aux petites échelles se voit confirmée dans le cadre d'une analyse multirésolution de données provenant de divers instruments, puisque la rugosité moyenne mesurée à une résolution sub-millimétrique est systématiquement plus grande que celle mesurée à une résolution de l'ordre de quelques millimètres.

La deuxième partie de l'étude a porté sur la caractérisation de la réponse photométrique (BRDF) des surfaces, en particulier son lien avec la rugosité. Dans un premier temps, une analyse de

sensibilité du modèle photométrique de Hapke a permis de montrer que l'albédo de simple diffusion et la rugosité photométrique étaient les deux paramètres les plus influents sur la BRDF. Puis, la BRDF a été simulée par un algorithme de lancer de rayons afin de contrôler tous les paramètres de la scène (conditions d'illumination et d'observation, propriétés de la surface, ...) et de se placer dans des conditions idéales où seules la rugosité et la réflectance modifient sa forme. Les résultats montrent une forte sensibilité de la BRDF à la rugosité. Les simulations sur les composantes multi-échelles témoignent notamment d'une très forte domination des échelles sub-centimétriques sur le comportement photométrique. La mesure de la BRDF à partir de données observationnelles n'est pas triviale. Nous avons mis en évidence la capacité du satellite Pléiades à produire des BRDF, ce qui constitue un résultat inédit. En revanche, la présence d'une atmosphère sur Terre impose d'effectuer des corrections atmosphériques complexes et partiellement maîtrisées. Les résultats obtenus sur les images du rift d'Asal-Ghoubbet montrent que cette correction est un point critique pour l'estimation de la rugosité, de par la forte influence de l'épaisseur optique d'aérosols et de l'effet de voisinage sur la forme et l'amplitude de la BRDF. Par ailleurs, la BRDF a été mesurée *in situ* sur les mêmes surfaces à partir d'un spectro-goniomètre de terrain développé par l'ONERA, nommé Chamelon. L'intérêt de ces mesures réside dans un échantillonnage spectral et directionnel inégalés, et dans la caractérisation de la BRDF à très petite échelle. Le problème de cet instrument est que la surface visée varie d'un plan de mesure à l'autre, si bien que le sol doit être homogène et peu rugueux pour obtenir une mesure consistante. Dans les deux cas, la forme de la BRDF ne semble pas être intégralement dominée par la rugosité, mais aussi par les paramètres de la fonction de phase.

La dernière étape consiste à investiguer la validité de la démarche photométrique pour caractériser précisément la rugosité de surface, en comparant les valeurs de rugosité estimées par inversion du modèle de Hapke sur des BRDF à des mesures *in situ*. La première étape de l'étude a permis de confirmer que la rugosité moyenne décrivait les plus petites composantes spatiales, de sorte que l'inversion apporte des informations sur les structures sub-centimétriques. Dans le cadre d'une inversion sur des données simulées et en utilisant une version simplifiée du modèle de Hapke réduite à une dépendance à deux paramètres, la correspondance entre rugosité moyenne et rugosité photométrique est bonne lorsque la réflectance est connue. Ceci valide la démarche de Hapke lorsque les hypothèses intrinsèques du modèle sont respectées et lorsque seules la réflectance et la rugosité ont une influence sur la BRDF (surface lambertienne) : la diffusion multiple est négligée et les facettes sont grandes devant la longueur d'onde. Dans le cas des mesures réelles, le modèle de Hapke doit être utilisé dans sa version complète car il n'est plus possible de faire l'hypothèse d'une surface non-poreuse dont les grains diffusent la lumière de manière isotrope. En ce sens, une inversion bayésienne du modèle de Hapke a été menée afin de composer avec la forte non-linéarité du modèle et d'aboutir à des incertitudes sur l'estimation des paramètres renseignant sur le degré de confiance à accorder à une valeur estimée. Cette méthode permet de prendre en compte les incertitudes sur les observations, qui sont relativement élevées dans le cas présent. Deux approches ont été explorées, la première consistant en une inversion bande par bande sur les cinq canaux Pléiades, et la deuxième en une inversion globale sur les quatre bandes spectrales simultanément en faisant l'hypothèse que seul l'albédo de simple diffusion varie avec la longueur d'onde. Les résultats montrent une meilleure estimation des paramètres dans le deuxième cas, avec des incertitudes largement réduites, notamment en raison d'une meilleure contrainte observationnelle. Cependant, la correspondance entre rugosité photométrique et rugosité *in situ* n'est en général pas aussi bonne que dans le cas des simulations numériques. Les valeurs des deux paramètres sont relativement proches pour les surfaces de rugosité modérée présentant des

structures spatiales simples. En revanche, dans le cas de surfaces très rugueuses ou très lisses, la rugosité photométrique sur-estime ou sous-estime la rugosité *in situ*. Ces deux paramètres sont ainsi décorrélés. Bien que les données observationnelles soient largement entâchées d'erreurs de mesure ou de traitement, la bonne cohérence entre rugosité photométrique estimée à partir des données orbitales Pléiades et *in situ* Chamelon suggère que la mauvaise reproductibilité de la réalité terrain est due d'avantage à des faiblesses dans la modélisation physique du comportement photométrique des surfaces que dans l'analyse et le traitement des mesures. L'inversion du modèle de Hapke ne semble alors pas apporter une bonne description systématique de la rugosité de surface.

## Perspectives

Différentes pistes peuvent encore être explorées avant d'aboutir à une conclusion définitive. Les tests synthétiques d'inversion ont révélé une sensibilité importante des résultats aux conditions géométriques. Il convient de vérifier si une acquisition Pléiades dans une autre configuration géométrique et/ou plusieurs passages d'orbites sur la zone, modifiant de ce fait les conditions d'illumination d'une acquisition à l'autre, ne seraient pas susceptibles d'améliorer la contrainte sur les paramètres photométriques. Par ailleurs, la correction atmosphérique constitue un point critique pour l'inversion. Dans notre cas, elle a été réalisée image par image en faisant l'hypothèse d'une surface lambertienne. En réalité, les surfaces diffusent la lumière de manière directionnelle et une composante caractérisant cet effet est susceptible d'intervenir dans la correction atmosphérique (Li et al., 2010). En parallèle, l'effet de la géométrie locale de chaque pixel, bien qu'estimé comme faible dans notre cas, peut être ajouté en utilisant des données d'élévation. Les travaux de Li et al. (2012) soulignent l'efficacité de ces deux corrections sur des données temporelles Landsat : la correction des effets directionnels se base sur une expression plus complète de l'équation (4.23) et les produits BRDF du satellite MODIS. Cependant, l'application aux données Pléiades nécessite un gros travail de pré-traitement des données et de développement algorithmique : les images doivent être parfaitement orthorectifiées et le modèle numérique de terrain filtré d'éventuels artefacts de calcul. La boîte à outils OTB doit être modifiée afin d'intégrer les conditions d'éclairement et de visée, ainsi que l'anisotropie de diffusion locales (à l'échelle du pixel). Par ailleurs, l'OTB se base sur la librairie 6S mais d'autres codes de transfert radiatif pourraient être testés, en particulier MODTRAN. Il est essentiel d'investiguer la reproductibilité des résultats avec d'autres algorithmes pour s'assurer de la validité de la correction atmosphérique.

Dans le cadre de simulations numériques, l'algorithme de lancer de rayons, se basant sur l'hypothèse d'une diffusion isotrope, montre que la rugosité photométrique contrôle la forme de la BRDF. Ainsi, la rugosité photométrique estimée par inversion du modèle de Hapke est compatible avec la rugosité moyenne déterminée *in situ*. Cependant, les observations tendent à montrer que les paramètres de la fonction de phase jouent également un rôle notable dans la forme de la BRDF. Il serait intéressant d'introduire une fonction de phase décrivant le comportement de diffusion de chaque facette dans les simulations de lancer de rayons pour voir si la contrainte apportée par la rugosité se confirme et si les résultats d'inversion peuvent être altérés.

Le comportement multi-modal de la rugosité pour des surfaces naturelles terrestres a été mis en évidence par la méthode d'analyse en ondelettes pour différentes gammes d'échelles spatiales (mésoscopique et macroscopique). La rugosité est un marqueur des processus qui forment et façonnent l'évolution des surfaces, fondamentalement différents sur Terre (érosion hydrique et

éolienne, dépôts de laves, ...) et sur les corps planétaires (cratérisation, érosion spatiale, ...). L'étude de la rugosité multi-échelle de données planétaires (jeu de données Apollo de [Helfenstein & Shepard, \(1999\)](#) à l'échelle microscopique, données de la sonde Rosetta sur la comète 67P à l'échelle macroscopique, ...) permettrait de quantifier à quel point les processus de resurfaçage affectent la structure spatiale de la surface et de comparer avec des surfaces de composition similaire sur Terre.

L'analyse du lien entre rugosité et réponse photométrique des surfaces a pu être menée à bien sur douze sites parmi les vingt-deux échantillonnés dans le rift d'Asal-Ghoubbet. La complétion de la base de données CAROLInA constitue un point d'intérêt majeur pour étudier si les résultats présentés ici se confirment sur dix sites supplémentaires. Cependant, il n'est pas certain que le traitement de l'intégralité des sites aboutisse à des résultats exploitables, notamment en raison d'acquisitions erronées (problèmes de recouvrement, de bruit, ...).

Malgré cela, la base de données topographiques et photométriques générée dans cette étude est extrêmement riche (section 4.4) et de ce fait susceptible d'alimenter de nombreuses études. En particulier, les acquisitions topographiques à l'échelle mésoscopique permettront de tester la version fractale du modèle de rétrodiffusion radar POM adapté aux surfaces browniennes proposé par [Franceschetti & Riccio, \(2006\)](#), en le comparant notamment au modèle POM classique. Des images SAR du rift d'Asal fournissant des scènes haute résolution en bande L et polarisation HH et HV acquises par le radar ALOS-2 de la JAXA en 2015, ainsi que d'anciennes acquisitions RADARSAT en bande C et polarisation HH réalisées en 1997 et 1998 pourront être utilisées, et permettront d'explorer différents angles d'incidence. La constante diélectrique des échantillons de sols et roches prélevés sur le terrain sera déterminée aux fréquences des capteurs radar embarqués sur satellite. Les données topographiques à grande échelle fournies par le MNT Pléiades permettent une étude des structures spatiales à l'échelle du rift avec une précision inégalée, renseignant sur la dynamique locale d'écartement des flancs du rift. Par ailleurs, les modèles numériques de terrain à différentes résolutions peuvent être utilisés comme contraintes pour l'établissement de puits géothermiques, source d'énergie en plein développement en République de Djibouti ([Zan et al., 1990](#) ; [Houssein & Axelsson, 2010](#)), notamment dans la région du lac de lave du Fieale (site M), très largement investiguée par le CERD (*Centre d'Étude et de Recherche de Djibouti*).

La disponibilité de mesures photométriques *in situ* sur une large gamme de longueurs d'onde (entre 400 nm et 2500 nm) permet l'étude de la dépendance spectrale de la BRDF pour une grande variété de terrains volcaniques et sédimentaires, déjà investiguée par [Doctor et al. \(2015\)](#) sur des plages de sable. Par ailleurs, les données photométriques issues de Pléiades pourraient aboutir à une classification des images non pas sur des critères de réflectance spectrale, mais sur des critères de réflectance multi-angulaire, afin de discriminer les surfaces ayant un comportement photométrique similaire.

Le prélèvement d'échantillons sur le terrain permet l'analyse de la BRDF des surfaces étudiées à une échelle très fine, comparable à la taille du grain. Notamment, la mesure en laboratoire dans des conditions parfaitement contrôlées similaires à l'acquisition Pléiades pourraient permettre de vérifier expérimentalement jusqu'à quel point l'échelle spatiale domine le comportement photométrique de surface.

# Bibliographie

- Abramowitz, M. & Stegun, I.A., (1970). Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs and Mathematical Tables (National Bureau of Standards Applied Mathematics Series No. 55). *Journal of Applied Mechanics*, 32(1), p.239.
- Aguilar, M.A., Aguilar, F.J. & Negreiros, J., (2009). Off-the-shelf laser scanning and close-range digital photogrammetry for measuring agricultural soils microrelief. *Biosystems Engineering*, 103(4), pp.504–517.
- Anderson, K., Croft, H., Milton, E.J. & Kuhn, N.J., (2012). A simple spectro-goniometer for collection of multiple view angle reflectance factors. *Remote Sensing Letters*, 3(2), pp.131–140.
- Antonenko, I. & Osinki, G.R., (2010). Automated detection of Basalt Spectra in Clementine Lunar Data. In *41st Lunar and Planetary Science Conference*. pp. 26–27.
- Arab-Sedze, M., (2013). *Complémentarité des systèmes Radar en bande L et Lidar pour l'étude des terrains volcaniques : cas du Piton de la Fournaise (île de la Réunion)*.
- Bachmann, C.M., Peck, D.S., Ambeau, B., Harms, J. & Schultz, M., (2015). Improved modeling of multiple scattering in hyperspectral BRDF of coastal sediments observed using the goniometer of the Rochester Institute of Technology (GRIT). *Proceedings of SPIE*, 9611, p.96110J.
- Baghdadi, N., Paillou, P., Grandjean, G., Dubois, P. & Davidson, M., (2000). Relationship between profile length and roughness variables for natural surfaces. *International Journal of Remote Sensing*, 21(17), pp.3375–3381.
- Bagnardi, M., Gonzalez, P.J. & Hooper, A., (2016). High-resolution digital elevation model from tri-stereo Pleiades-1 satellite imagery for lava flow volume estimates at Fogo Volcano. *Geophysical Research Letters*, 43(12), pp.6267–6275.
- Baker, B.R., Gessner, K., Holden, E.J. & Squelch, A.P., (2008). Automatic detection of anisotropic features on rock surfaces. *Geosphere*, 4, pp.418–428.
- Bandfield, J.L. & Edwards, C.S., (2008). Derivation of martian surface slope characteristics from directional thermal infrared radiometry. *Icarus*, 193(1), pp.139–157.
- Bassani, C., Cavalli, R.M. & Pignatti, S., (2010). Aerosol optical retrieval and surface reflectance from airborne remote sensing data over land. *Sensors*, 10(7), pp.6421–6438.
- Bay, H., Ess, A., Tuytelaars, T. & Van Gool, L., (2008). Speeded-Up Robust Features (SURF). *Computer Vision and Image Understanding*, 110(3), pp.346–359.
- Beck, P., Pommerol, A., Thomas, N., Schmitt, B., Moynier, F. & Barrat, J.A., (2012). Photometry of meteorites. *Icarus*, 218(1), pp.364–377.
- Benoist, D., Tourbier, Y. & Germain-Tourbier, S., (1994). *Plans d'expériences : construction et analyse* Technique & Documentation, ed., Lavoisier.
- Berthier, E., Vincent, C., Magnússon, E., Gunnlaugsson, P., Pitte, P., Le Meur, E., Masiokas, M., Ruiz, L., Pálsson, F., Belart, J.M.C. & Wagnon, P., (2014). Glacier topography and elevation changes derived from Pléiades sub-meter stereo images. *Cryosphere*, 8(6), pp.2275–2291.
- Bertuzzi, P., Rauws, G. & Courault, D., (1990). Testing roughness indices to estimate soil surface roughness changes due to simulated rainfall. *Soil and Tillage Research*, 17(1–2), pp.87–99.
- Blaes, X. & Defourny, P., (2008). Characterizing bidimensional roughness of agricultural soil surfaces for SAR modeling. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 46(12), pp.4050–4061.
- Bohren, C.F. & Huffman, D.R., (1998). *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, Wiley.
- Bondarenko, N. V., Kreslavsky, M.A. & Head, J.W., (2006). North-south roughness anisotropy on Venus from the Magellan Radar Altimeter: Correlation with geology. *Journal of Geophysical*

*Research E: Planets*, 111(6), pp.1–10.

- Bretar, F., Arab-Sedze, M., Champion, J., Pierrot-Deseilligny, M., Heggy, E. & Jacquemoud, S., (2013). An advanced photogrammetric method to measure surface roughness: Application to volcanic terrains in the Piton de la Fournaise, Reunion Island. *Remote Sensing of Environment*, 135, pp.1–11.
- Le Bris, A. & Pappadimitris, N., (2010). Matching Terrestrial Images Captured By a Nomad System To Images of a Reference Database for Pose Estimation Purpose. In *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. pp. 133–138.
- Brown, D.C., (1971). Close-range camera calibration. *Photogrammetric Engineering*, 37(8), pp.855–866.
- Buratti, B.J. & Veverka, J., (1985). Photometry of rough planetary surfaces: The role of multiple scattering. *Icarus*, 64, pp.320–328.
- Butler, J.B., Lane, S.N. & Chandler, J.H., (2001). Characterization of the Structure of River-Bed Gravels Using Two-Dimensional Fractal Analysis. *Mathematical Geology*, 33(3), pp.301–330.
- Campbell, B.A., (2002). *Radar Remote Sensing of Planetary Surfaces* Cambridge.,
- Campbell, B.A. & Shepard, M.K., (1996). Lava flow surface roughness and depolarized radar scattering. *Journal of Geophysical Research*, 101(E8), p.18941.
- Candela, T., Renard, F., Klinger, Y., Mair, K., Schmittbuhl, J. & Brodsky, E.E., (2012). Roughness of fault surfaces over nine decades of length scales. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(8), pp.1–30.
- Capaccioni, F., Cerroni, P., Barucci, M. a. & Fulchignoni, M., (1990). Phase curves of meteorites and terrestrial rocks: Laboratory measurements and applications to asteroids. *Icarus*, 83, pp.325–348.
- Cataño-Lopera, Y.A., Abad, J.D. & García, M.H., (2009). Characterization of bedform morphology generated under combined flows and currents using wavelet analysis. *Ocean Engineering*, 36(9–10), pp.617–632.
- Ceamanos, X., Douté, S., Fernando, J., Schmidt, F., Pinet, P. & Lyapustin, A., (2013). Surface reflectance of Mars observed by CRISM/MRO: 1. Multi-angle Approach for Retrieval of Surface Reflectance from CRISM observations (MARS-ReCO). *Journal of Geophysical Research E: Planets*, 118(3), pp.514–533.
- Champion, J., (2013). Estimation de la rugosité de surfaces volcaniques par inversion du modèle de Hapke sur des données optiques simulées par un algorithme de lancer de rayons. *Rapport interne*.
- Chandler, J., Fryer, J. & Jack, A., (2005). Metric capabilities of low cost digital cameras for close range surface measurement. *The Photogrammetric Record*, 17(March), pp.1–16.
- Chandrasekhar, S., (1960). *Radiative Transfer* N. Y. Dover Publications Ins, ed.,
- Chappell, A., Leys, J.F., McTainsh, G.H., Strong, C. & Zobeck, T. M., (2009). Simulating Multi-angle Imaging Spectro-Radiometer (MISR) sampling and retrieval of soil surface roughness and composition changes using a bi-directional soil spectral reflectance model. *Recent Advances in Remote Sensing and Geoinformation Processing for Land Degradation Assessment*, pp.243–259.
- Chappell, A., Van Pelt, S., Zobeck, T. & Dong, Z., (2010). Estimating aerodynamic resistance of rough surfaces using angular reflectance. *Remote Sensing of Environment*, 114(7), pp.1462–1470.
- Chappell, A., Zobeck, T.M. & Brunner, G., (2006). Using bi-directional soil spectral reflectance to model soil surface changes induced by rainfall and wind-tunnel abrasion. *Remote Sensing of Environment*, 102(3–4), pp.328–343.
- Chen, Q., Yang, S. & Li, Z., (1999). Surface roughness evaluation by using wavelets analysis. *Precision Engineering*, 23(3), pp.209–212.
- Cheng, A.F. & Domingue, D.L., (2000). Radiative transfer models for light scattering from planetary surfaces. *Journal of Geophysical Research : Planets*, 105(1999), pp.9477–9482.

- Ciarniello, M., Capaccioni, F. & Filacchione, G., (2014). A test of Hapke's model by means of Monte Carlo ray-tracing. *Icarus*, 237, pp.293–305.
- Cierniewski, J., (1987). A model for soil surface roughness influence on the spectral response of bare soil in the visible and near-infrared range. *Remote Sensing of Environment*, 23, pp.97–115.
- Cierniewski, J. & Marlewski, A., (1998). Model for inferring soil surface roughness from soil directional reflectance data. *Future Trends in Remote Sensing*, pp.85–90.
- Cierniewski, J. & Verbrugghe, M., (1997). Influence of soil surface roughness on soil bidirectional reflectance. *International Journal of Remote Sensing*, 18(6), pp.1277–1288.
- Cord, A., Pinet, P., Daydou, Y. & Chevrel, S., (2003). Planetary regolith surface analogs: optimized determination of Hapke parameters using multi-angular spectro-imaging laboratory data. *Icarus*, 165(2), pp.414–427.
- Cord, A., Pinet, P., Daydou, Y. & Chevrel, S., (2005). Experimental determination of the surface photometric contribution in the spectral reflectance deconvolution processes for a simulated martian crater-like regolith target. *Icarus*, 175(1), pp.78–91.
- Croft, H., Anderson, K. & Kuhn, N.J., (2009). Characterizing soil surface roughness using a combined structural and spectral approach. *European Journal of Soil Science*, 60(3), pp.431–442.
- Croft, H., Anderson, K. & Kuhn, N.J., (2012). Reflectance anisotropy for measuring soil surface roughness of multiple soil types. *Catena*, 93, pp.87–96.
- Cunliffe, A.M., Brazier, R.E. & Anderson, K., (2016). Ultra-fine grain landscape-scale quantification of dryland vegetation structure with drone-acquired structure-from-motion photogrammetry. *Remote Sensing of Environment*, 183, pp.129–143.
- Cuzzi, J.N., Chambers, L.B. & Hendrix, A.R., (2016). Rough surfaces: Is the dark stuff just shadow? *Icarus*, 0, pp.1–14.
- Darboux, F., Davy, P., Gascuel-Oudou, C. & Huang, C., (2001). Evolution of soil surface roughness and flowpath connectivity in overland flow experiments. *Catena*, 46, pp.125–139.
- Davidson, M.W.J., Toan, T. Le, Mattia, F., Satalino, G., Manninen, T. & Borgeaud, M., (2000). On the characterization of agricultural soil roughness for radar remote sensing studies. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(2 I), pp.630–640.
- Deans, M.C., Fong, T., Pedersen, L., Utz, H., Nefian, A. & Edwards, L., (2012). Concepts and Approaches for Mars Exploration. In *Workshop on Concepts and Approaches for Mars Exploration*. pp. 1–29.
- Despan, D., Bedidi, A. & Cervelle, B., (1999). Bidirectional reflectance of rough bare soil surfaces. *Geophysical Research Letters*, 26(17), pp.2777–2780.
- Disney, M., Lewis, P. & North, P., (2000). Monte Carlo ray tracing in optical canopy reflectance modelling. *Remote Sensing Reviews*, 18, pp.163–196.
- Doctor, K.Z., Bachmann, C.M., Gray, D.J., Montes, M.J. & Fusina, R.A., (2015). Wavelength dependence of the bidirectional reflectance distribution function (BRDF) of beach sands. *Applied Optics*, 54(31), p.F243.
- Domingue, D. & Verbiscer, a, (1997). Re-analysis of the solar phase curves of the icy Galilean satellites. *Icarus*, 128, pp.49–74.
- Domingue, D.L., Denevi, B.W., Murchie, S.L. & Hash, C.D., (2016). Application of multiple photometric models to disk-resolved measurements of Mercury's surface: Insights into Mercury's regolith characteristics. *Icarus*, 268, pp.172–203.
- Drăguț, L. & Eisank, C., (2011). Object representations at multiple scales from digital elevation models. *Geomorphology*, 129(3–4), pp.183–189.
- Durupt, M., Flamanc, D., Le Bris, A., Iovan, C. & Champion, N., (2006). Evaluation of the potential of pleiades system for 3D city models production: Building, vegetation and DTM extraction. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, (184), pp.83–88.

- Ediriweera, S., Pathirana, S., Danaher, T., Nichols, D. & Moffiet, T., (2013). Evaluation of different topographic corrections for landsat TM data by prediction of foliage projective cover (FPC) in topographically complex landscapes. *Remote Sensing*, 5(12), pp.6767–6789.
- Van Den Eeckhaut, M., Kerle, N., Poesen, J. & Hervé, J., (2012). Object-oriented identification of forested landslides with derivatives of single pulse LiDAR data. *Geomorphology*, 173–174, pp.30–42.
- Eitel, J.U.H., Williams, C.J., Vierling, L.A., Al-Hamdan, O.Z. & Pierson, F.B., (2011). Suitability of terrestrial laser scanning for studying surface roughness effects on concentrated flow erosion processes in rangelands. *Catena*, 87(3), pp.398–407.
- Esposito, L., (1979). Extensions to the Classical Calculation of the Effect of Mutual Shadowing in Diffuse Reflection. *Space Physics*, 80.
- Ettl, P., Schmidt, B., Schlenk, M., Laszlo, I. & Häusler, G., (1998). Roughness parameters and surface deformation measured by “Coherence Radar.” In *International Conference on Applied Optical Metrology, Balatonfüred, Hungary, June 8-11*. pp. 1–8.
- Fa, W., Cai, Y., Xiao, Z. & Tian, W., (2016). Topographic roughness of the northern high latitudes of Mercury from MESSENGER Laser Altimeter data. *Geophysical Research Letters*, 43(7), pp.3078–3087.
- Favalli, M., Fornaciai, A., Isola, I., Tarquini, S. & Nannipieri, L., (2012). Multiview 3D reconstruction in geosciences. *Computers and Geosciences*, 44, pp.168–176.
- Favalli, M. & Pareschi, T.M., (2004). Digital elevation model construction from structured topographic data: The DEST algorithm. *Journal of Geophysical Research*, 109, pp.1–17.
- Fernando, J., Schmidt, F., Ceamanos, X., Pinet, P., Douté, S. & Daydou, Y., (2013). Surface reflectance of Mars observed by CRISM/MRO: 2. Estimation of surface photometric properties in Gusev Crater and Meridiani Planum. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 118(3), pp.534–559.
- Fernando, J., Schmidt, F., Pilorget, C., Pinet, P., Ceamanos, X., Douté, S., Daydou, Y. & Costard, F., (2015). Characterization and mapping of surface physical properties of Mars from CRISM multi-angular data: Application to Gusev Crater and Meridiani Planum. *Icarus*, 253, pp.271–295.
- Fourier, J., (1822). Propagation de la chaleur dans un solide rectangulaire infini. In *Théorie analytique de la chaleur*. pp. 159–177.
- Franceschetti, G., Iodice, A., Migliaccio, M. & Riccio, D., (1999). Fractals and the small perturbation scattering model. *Radio Science*, 34(5), pp.1043–1054.
- Franceschetti, G. & Riccio, D., (2006). *Scattering, Natural Surface and Fractals* Academic P.,
- Frantziskonis, G.N., Simon, L.B., Woo, J. & Matikas, T.E., (2000). Multiscale characterization of pitting corrosion and application to an aluminum alloy. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 19(2), pp.309–318.
- Fraser, C.S., (1997). Digital camera self-calibration. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 52(4), pp.149–159.
- Fu, Q. & Liou, K.N., (1992). A Three-Parameter Approximation for Radiative Transfer in Nonhomogeneous Atmospheres: Application to the O3 9.6  $\mu$  m band. *Journal of Geophysical Research*, 97–12, pp.13051–13058.
- Fung, A.K. & Eom, H.J., (1981). Multiple scattering and depolarization by a randomly rough Kirchhoff surface. *IEEE Transactions Antennas Propagation*, AP-29(3), pp.463–471.
- Fung, A.K., Li, Z. & Chen, K.S., (1992). Backscattering from a randomly rough dielectric surface, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30, pp.356–369.
- Furey, J., (2016). Laboratory goniometer approach for spectral polarimetric directionality. In *Polarization: Measurement, Analysis, and Remote Sensing XII*.

- Gabor, D., (1946). Theory of Communication. *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, (26), pp.429–457.
- Galland, O., Bertelsen, H.S., Guldstrand, F., Girod, L., Johannessen, R.F., Bjugger, F., Burchardt, S. & Mair, K., (2016). Application of open-source photogrammetric software MicMac for monitoring surface deformation in laboratory models. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121(2), pp.1–21.
- Gallant, J.C., Moore, I.D., Hutchinson, M.F. & Gessler, P., (1994). Estimating fractal dimension of profiles: A comparison of methods. *Mathematical Geology*, 26(4), pp.455–481.
- Gao, B.-C. & Kaufman, Y.J., (2003). Water vapor retrievals using Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer (MODIS) near-infrared channels. *Journal of Geophysical Research*, 108(D13), pp.1–10.
- García Moreno, R., Diaz Alvarez, M.C., Requejo, A.S. & Tarquis, A.M., (2008). Multifractal Analysis of Soil Surface Roughness. *Vadose Zone Journal*, 7, pp.512–520.
- García Moreno, R., Saa Requejo, A., Tarquis Alonso, A.M., Barrington, S. & Díaz, M.C., (2008). Shadow analysis: A method for measuring soil surface roughness. *Geoderma*, 146(1–2), pp.201–208.
- Gibbs, J.W., (1899). Fourier's Series. *Nature*, 59(1539), p.606.
- Gilliot, J.M., Vaudour, E. & Michelin, J., (2017). Soil surface roughness measurement: A new fully automatic photogrammetric approach applied to agricultural bare fields. *Computers and Electronics in Agriculture*, 134, pp.63–78.
- Gleyzes, M.A., Perret, L. & Kubik, P., (2012). PLEIADES system architecture and main performances. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - XXII ISPRS Congress*, 39(September), pp.537–542.
- Le Goïc, G., Bigerelle, M., Samper, S., Favrelière, H. & Pillet, M., (2016). Multiscale roughness analysis of engineering surfaces: A comparison of methods for the investigation of functional correlations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 66–67, pp.437–457.
- Goody, R., (1964). The Transmission of Radiation Through an Inhomogeneous Atmosphere. *Journal of Atmospheric Sciences*, 21(6), pp.575–581.
- Govaerts, Y.M. & Verstraete, M.M., (1998). Raytran: a Monte Carlo ray-tracing model to compute light scattering in three-dimensional heterogeneous media. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(2).
- Gower, J.C. & Dijksterhuis, G.B., (2004). *Procrustes Problems* Oxford Sta., Oxford: Oxford University Press.
- Grohmann, C.H., Smith, M.J. & Riccomini, C., (2011). Multiscale Analysis of Topographic Surface Roughness in the Midland Valley, Scotland. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(4), pp.1200–1213.
- Grzesik, W. & Brol, S., (2009). Wavelet and fractal approach to surface roughness characterization after finish turning of different workpiece materials. *Journal of Materials Processing Technology*, 209(5), pp.2522–2531.
- Gunderson, K., Thomas, N. & Whitby, J.A., (2006). First measurements with the Physikalisches Institut Radiometric Experiment (PHIRE). *Planetary and Space Science*, 54(11), pp.1046–1056.
- Guo, Z. & Xiuxiao, Y., (2006). On RPC model of satellite imagery. *Geo-Spatial Information Science*, 9(4), pp.285–292.
- Haario, H., Carlo, M., Haario, H., Saksman, E. & Tamminen, J., (2001). An adaptive Metropolis algorithm. *Bernoulli*, 7(2), pp.223–242.
- Hamby, D.M., (1994). A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models. *Environmental Monitoring and Assessment*, 32, pp.135–154.
- Hapke, B., (1984). Bidirectional reflectance spectroscopy : 3. Correction for Macroscopic Roughness.

- Icarus*, 59(1), pp.41–59.
- Hapke, B., (1981). Bidirectional reflectance spectroscopy: 1. Theory. *Journal of Geophysical Research*, 86, pp.3039–3054.
- Hapke, B., (2013). Comment on “A critical assessment of the Hapke photometric model” by Y. Shkuratov et al. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 116, pp.184–190.
- Hapke, B., (2008). Bidirectional reflectance spectroscopy: 6. Effects of Porosity. *Icarus*, 195(2), pp.918–926.
- Hapke, B., (1986). Bidirectional reflectance spectroscopy: 4. The Extinction Coefficient and the Opposition Effect. *Icarus*, 67(2), pp.264–280.
- Hapke, B., (2002). Bidirectional Reflectance Spectroscopy: 5. The Coherent Backscatter Opposition Effect and Anisotropic Scattering. *Icarus*, 157(2), pp.523–534.
- Hapke, B., (1993). *Theory of Reflectance and Emittance Spectroscopy* Cambridge University Press, ed.,
- Hapke, B., (2012)(a). *Theory of Reflectance and Emittance Spectroscopy*, Cambridge University Press.
- Hapke, B., (2012)(b). Bidirectional reflectance spectroscopy 7: The single particle phase function hockey stick relation. *Icarus*, 221(2), pp.1079–1083.
- Hapke, B., (1999). Scattering and diffraction of light by particles in planetary regoliths. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 61(5), pp.565–581.
- Hapke, B., Denevi, B., Sato, H., Braden, S. & Robinson, M., (2012). The wavelength dependence of the lunar phase curve as seen by the Lunar Reconnaissance Orbiter wide-angle camera. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 117(E12), p.n/a-n/a.
- Hapke, B., DiMucci, D., Nelson, R. & Smythe, W., (1996). The cause of the hot spot in vegetation canopies and soils: Shadow-hiding versus coherent backscatter. *Remote Sensing of Environment*, 58(1), pp.63–68.
- Hapke, B., Shepard, M., Nelson, R., Smythe, W. & Piatek, J., (2009). A quantitative test of the ability of models based on the equation of radiative transfer to predict the bidirectional reflectance of a well-characterized medium. *Icarus*, 199(1), pp.210–218.
- Harms, J.D., Bachmann, C.M., Faulring, J.W. & Ruiz Torres, A.J., (2016). A next generation field-portable goniometer system. In *Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XXII*.
- Hartman, B. & Domingue, D., (1998). Scattering of Light by Individual Particles and the Implications for Models of Planetary Surfaces. *Icarus*, 131(2), pp.421–448.
- Hastings, W.K., (1970). Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications on. *Biometrika*, 57(1), pp.97–109.
- Haubrock, S.-N., Kuhnert, M., Chabrilat, S., Güntner, A. & Kaufmann, H., (2009). Spatiotemporal variations of soil surface roughness from in-situ laser scanning. *Catena*, 79(2), pp.128–139.
- Helfenstein, P., (1988). The geological interpretation of photometric surface roughness. *Icarus*, 73(3), pp.462–481.
- Helfenstein, P. & Shepard, M.K., (1999). Submillimeter-Scale Topography of the Lunar Regolith. *Icarus*, 141(1), pp.107–131.
- Helfenstein, P. & Shepard, M.K., (2011). Testing the Hapke photometric model: Improved inversion and the porosity correction. *Icarus*, 215(1), pp.83–100.
- Helfenstein, P., Veverka, J. & Hillier, J., (1997). The Lunar Opposition Effect: A Test of Alternative Models. *Icarus*, 128, pp.2–14.
- Helfenstein, P., Veverka, J. & Thomas, P.C., (1988). Uranus satellites: Hapke parameters from Voyager disk-integrated photometry. *Icarus*, 74, pp.231–239.
- Henry, L.G. & Greenstein, J.L., (1941). Diffuse Radiation In The Galaxy. *Astrophysics Journal*, 93,

pp.70–83.

- Holben, B.N., Vermote, E.F., Kaufman, Y.J., Brown, O.B., Evans, R.H. & Broenkow, W.W., (1992). Aerosol retrieval over land from AVHRR data-application for atmospheric correction. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30(2), pp.212–222.
- Holschneider, M., Kronland-martinet, R., Morlet, J. & Tchamitchian, P., (1989). A real time algorithm for the Signal Analysis with the help of the wavelet transform. In *Wavelets*.
- Homma, T. & Saltelli, A., (1996). Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models. *Reliability Engineering & System Safety*, 52(1), pp.1–17.
- Houssein, D.E. & Axelsson, G., (2010). Geothermal resources in the Asal Region, Republic of Djibouti: An update with emphasis on reservoir engineering studies. *Geothermics*, 39(3), pp.220–227.
- van de Hulst, H.C., (1957). *Light Scattering by Small Particles* John Wiley & Sons, ed., New York: Wiley.
- Huttenlocher, D.P., Klanderma, G.A. & Rucklidge, W.J., (1993). Comparing images using the Hausdorff distance under translation. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(9), pp.850–863.
- Inglada, J. & Christophe, E., (2009). The Orfeo Toolbox remote sensing image processing software. *2009 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, (August 2009), p.IV-733-IV-736.
- Irons, J.R., Campbell, G.S., Norman, J.M., Graham, D.W. & Kovalick, W.M., (1992). Prediction and measurement of soil bidirectional reflectance. *I.E.E.E. Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30(2), pp.249–260.
- Jacquemoud, S., Baret, F. & Hanocq, J.F., (1992). Modeling spectral and bidirectional soil reflectance. *Remote Sensing of Environment*, 41(2–3), pp.123–132.
- Jehl, A., (2008). *Etude photométrique de la surface de Mars à partir de la caméra HRSC à bord de la sonde Mars Express: Préparation aux observations orbitales multi-angulaires en exploration planétaire*. Université Paul Sabatier - Toulouse III.
- Jerolmack, D.J., Ewing, R.C., Falcini, F., Martin, R.L., Masteller, C., Phillips, C., Reitz, M.D. & Buynevich, I., (2012). Internal boundary layer model for the evolution of desert dune fields. *Nature Geoscience*, 5(3), pp.206–209.
- Johnson, J.R., Grundy, W.M., Lemmon, M.T., Bell, J.F., Johnson, M.J., Deen, R., Arvidson, R.E., Farrand, W.H., Guinness, E. a., Hayes, A.G., Herkenhoff, K.E., Seelos, F., Soderblom, J. & Squyres, S., (2006)(a). Spectrophotometric properties of materials observed by Pancam on the Mars Exploration Rovers: 1. Spirit. *Journal of Geophysical Research*, 111(E2), p.E02S14.
- Johnson, J.R., Grundy, W.M., Lemmon, M.T., Bell, J.F., Johnson, M.J., Deen, R., Arvidson, R.E., Farrand, W.H., Guinness, E. a., Hayes, A.G., Herkenhoff, K.E., Seelos, F., Soderblom, J. & Squyres, S., (2006)(b). Spectrophotometric properties of materials observed by Pancam on the Mars Exploration Rovers: 2. Opportunity. *Journal of Geophysical Research*, 111(E12), p.E12S16.
- Johnson, J.R., Shepard, M.K., Grundy, W.M., Paige, D. a. & Foote, E.J., (2013). Spectrogoniometry and modeling of martian and lunar analog samples and Apollo soils. *Icarus*, 223(1), pp.383–406.
- Joseph, J.H., Wiscombe, W.J. & Weinman, J. a., (1976). The delta-Eddington approximation for radiative flux transfer. *J. Atmospheric Sciences*, 33, p.2452.
- Josso, B., Burton, D.R. & Lalor, M.J., (2002). Frequency normalised wavelet transform for surface roughness analysis and characterisation. *Wear*, 252(5–6), pp.491–500.
- Josso, B., Burton, D.R. & Lalor, M.J., (2001). Wavelet strategy for surface roughness analysis and characterisation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191(8–10), pp.829–842.
- Kaasalainen, S., (2003). Laboratory photometry of planetary regolith analogs. I. Effects of grain and packing properties on opposition effect. *Astronomy and Astrophysics*, 769, pp.765–769.

- Kajiya, J.T., (1986). the Rendering Equation. *Proceedings of the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, 20(4), pp.143–150.
- Kalbermatten, M., Van De Ville, D., Turberg, P., Tuia, D. & Joost, S., (2012). Multiscale analysis of geomorphological and geological features in high resolution digital elevation models using the wavelet transform. *Geomorphology*, 138(1), pp.352–363.
- Kamphorst, E.C., Jetten, V., Guérif, J., Pitkänen, J., Iversen, B.V., Douglas, J.T. & Paz, A., (2000). Predicting depressional storage from soil surface roughness. *Soil Science Society of America Journal*, 64, pp.1749–1758.
- Kattawar, G., (1975). A three parameter analytic phase function for multiple scattering calculations. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 15, pp.839–849.
- Kimmel, B.W. & Baranoski, G.V.G., (2007). A novel approach for simulating light interaction with particulate materials: application to the modeling of sand spectral properties. *Optics express*, 15(15), pp.9755–77.
- Kreslavsky, M.A. & Head, J.W., (1999). Kilometer-scale slopes on Mars and their correlation with geologic units: Initial results from Mars Orbiter Laser Altimeter (MOLA) data. *Journal of Geophysical Research*, 104(E9), pp.21911–21924.
- Kreslavsky, M.A. & Head, J.W., (2000). Kilometer-scale roughness of Mars: Results from MOLA data analysis. *Journal of Geophysical Research*, 105-E11, pp.26695–26711.
- Kreslavsky, M.A., Head, J.W., Neumann, G.A., Rosenburg, M.A., Aharonson, O., Smith, D.E. & Zuber, M.T., (2013). Lunar topographic roughness maps from Lunar Orbiter Laser Altimeter (LOLA) data: Scale dependence and correlation with geologic features and units. *Icarus*, 226(1), pp.52–66.
- Lachérade, S., Fourest, S., Gamet, P. & Lebègue, L., (2012). Pleiades Absolute Calibration : Inflight Calibration Sites and Methodology. *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XXXIX-B1(September), pp.549–554.
- Lee, S.-H., Zahouani, H., Caterini, R. & Mathia, T.G., (1998). Morphological characterisation of engineered surfaces by wavelet transform. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 38(5–6), pp.581–589.
- Lenoble, J., Herman, M., Deuzé, J.L., Lafrance, B., Santer, R. & Tanré, D., (2007). A successive order of scattering code for solving the vector equation of transfer in the earth's atmosphere with aerosols. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 107(3), pp.479–507.
- Li, F., Jupp, D.L.B., Thankappan, M., Lymburner, L., Mueller, N., Lewis, A. & Held, A., (2012). A physics-based atmospheric and BRDF correction for Landsat data over mountainous terrain. *Remote Sensing of Environment*, 124, pp.756–770.
- Li, F., Lymburner, L., Mueller, N., Tan, P., Islam, A., Jupp, D.L.B. & Reddy, S., (2010). An Evaluation of the Use of Atmospheric and BRDF Correction to Standardize Landsat Data. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 3(3), pp.257–270.
- Li, Z., (2008). Multi-Scale Digital Terrain Modelling and Analysis. In *Advances in Digital Terrain Analysis*. pp. 59–83.
- Lowe, D.G., (2004). Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints. *International Journal of Computer Vision*, 60(2), pp.91–110.
- Lumme, K. & Bowell, E., (1981). Radiative Transfer In The Surfaces Of Atmosphereless Bodies. I. Theory. *Astronomical Journal*, 86.
- Malamud, B.D. & Turcotte, D.L., (2001). Wavelet analyses of Mars polar topography. *Journal of Geophysical Research*, 106(E8), pp.17497–17504.
- Malinverno, A., (1990). A simple method to estimate the fractal dimension of self affine series. *Geophysical Research Letters*, 17(11), pp.1953–1956.
- Malkmus, W., (1967). Random Lorentz Band Model with Exponential-Tailed  $S^{-1}$  Line-Intensity

- Distribution Function. *Journal of the Optical Society of America*, 57(3), pp.323–329.
- Mallat, S., (2008). *A wavelet tour of signal processing: the Sparse way* 3rd ed., Academic Press.
- Mallet, C. & Bretar, F., (2009). Full-waveform topographic lidar: State-of-the-art. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 64(1), pp.1–16.
- Mandelbrot, B.B., (1982). *The Fractal Geometry of Nature*, New York: W.H. Freeman & Company.
- Mandelbrot, B.B. & Van Ness, J.W., (1968). Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications. *SIAM Review*, 10(4), pp.422–437.
- Manninen, T., Rantasuo, M., Le Toan, T., Davidson, M., Mattia, F. & Borgeaud, M., (1998). Multiscale surface roughness of bare soil. *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 3(5), pp.1203–1206.
- Mark, D.M. & Aronson, P.B., (1984). Scale-dependent fractal dimensions of topographic surfaces: An empirical investigation, with applications in geomorphology and computer mapping. *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, 16(7), pp.671–683.
- Martcorena, B., Chazette, P., Bergametti, G., Dulac, F. & Legrand, M., (2004). Mapping the aerodynamic roughness length of desert surfaces from the POLDER/ADEOS bi-directional reflectance product. *International Journal of Remote Sensing*, 25–3, pp.603–626.
- Matas, J., Chum, O., Urban, M. & Pajdla, T., (2004). Robust wide-baseline stereo from maximally stable extremal regions. *Image and Vision Computing*, 22(10), pp.761–767.
- McGuire, A.F. & Hapke, B.W., (1995). An Experimental Study of Light Scattering by Large Irregular Particles. *Icarus*.
- McGuire, P.C., Wolff, M.J., Smith, M.D., Arvidson, R.E., Murchie, S.L., Clancy, R.T., Roush, T.L., Cull, S.C., Lichtenberg, K.A., Wiseman, S.M., Green, R.O., Martin, T.Z., Milliken, R.E., Cavender, P.J., Humm, D.C., Seelos, F.P., Seelos, K.D., Taylor, H.W., Ehlmann, B.L., Mustard, J.F., Pelkey, S.M., Titus, T.N., Hash, C.D. & Malaret, E.R., (2008). MRO/CRISM retrieval of surface Lambert Albedos for multispectral mapping of mars with disort-based radiative transfer modeling: Phase 1 - Using historical climatology for temperatures, aerosol optical depths, and atmospheric pressures. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 46(12), pp.4020–4040.
- McKean, J. & Roering, J., (2004). Objective landslide detection and surface morphology mapping using high-resolution airborne laser altimetry. *Geomorphology*, 57(3–4), pp.331–351.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H. & Teller, E., (1953). Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21(6), pp.1087–1092.
- Milenković, M., Pfeifer, N. & Glira, P., (2015). Applying Terrestrial Laser Scanning for Soil Surface Roughness Assessment. *Remote Sensing*, 7(2), pp.2007–2045.
- Mishchenko, M.I., (1994). Asymmetry Parameters of the Phase Function for Densely Packed Scattering Grains. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 52(1), pp.95–110.
- Misra, A., Meadows, V. & Crisp, D., (2014). The Effects of Refraction on Transit Transmission Spectroscopy: Application To Earth-Like Exoplanets. *The Astrophysical Journal*, 792(1), p.61.
- Montgomery, W.W. & Kohl, R.H., (1980). Opposition-effect experimentation. *Optics Letters*, 5(12), p.546.
- Moreira, J.G., Silva, J.K.L. DA & Kamphorst, S.O., (1994). On the fractal dimension of self-affine profiles. *J. Phys. A*, 27, pp.8079–4089.
- Morvan, H., Knight, D., Wright, N., Tang, X.N. & Crossley, A., (2010). The concept of roughness in fluvial hydraulics and its formulation in 1D, 2D and 3D numerical simulation. *Journal of Hydraulic Research*, 46(2), pp.191–208.
- Mosegaard, K. & Tarantola, A., (1995). Monte Carlo sampling of solutions to inverse problems. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 100(B7), pp.12431–12447.

- Müller, M., (2007). Dynamic Time Warping. In *Information Retrieval for Music and Motion*. pp. 69–84.
- Mushkin, A. & Gillespie, A.R., (2006). Mapping sub-pixel surface roughness on Mars using high-resolution satellite image data. *Geophysical Research Letters*, 33(18), pp.2–7.
- Nelder, J. a. & Mead, R., (1965). A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, 7, pp.308–313.
- Nicodemus, F.E., (1965). Directional Reflectance and Emissivity of an Opaque Surface. *Applied Optics*, 4, pp.767–773.
- Nyander, A., Addison, P.S., McEwan, I. & Pender, G., (2003). Analysis of river bed surface roughnesses using 2D wavelet transform-based methods. *The Arabian Journal for Science and Engineering*, 28(1C), pp.107–121.
- Oh, Y. & Kay, Y.C., (1998). Condition for precise measurement of soil surface roughness. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(2), pp.691–695.
- Owen, P., (1964). Saltation of uniform grains in air. *Journal of Fluid Mechanics*, 20(2), pp.225–242.
- Paparoditis, N., Thom, C. & Jibrini, H., (2000). Surface Reconstruction In Urban Areas From Multiple Views With Aerial Digital Frame Cameras. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 33, pp.43–50.
- Patil, A., (2010). PyMC: Bayesian Stochastic Modelling in Python. *Journal of Statistical Software, Articles*, 35(4), pp.1–81.
- Pénard, L., Paparoditis, N. & Pierrot-Deseilligny, M., (2006). Reconstruction 3D automatique de façades de bâtiments en multi-vues Automatic 3D Building Facade Reconstruction from Multiple Views. In *Actes de la Conférence Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle. Tours, France*.
- Pharr, M. & Humphreys, G., (2010). *Physically Based Rendering: From Theory to Implementation* M. Kaufmann, ed.,
- Pierrot-Deseilligny, M. & Clery, I., (2011). Apero, an Open Source Bundle Adjustment Software for Automatic Calibration and Orientation of Set of Images. *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XXXVIII-5/(January 2011), pp.269–276.
- Pierrot-Deseilligny, M. & Paparoditis, N., (2006). A Multiresolution And Optimization-Based Image Matching Approach: An Application To Surface Reconstruction From SPOT5-HRS Stereo Imagery. In *SPRS Workshop on Topographic Mapping from Space (With Special Emphasis on Small Satellites)*. pp. 1–5.
- Pilorget, C., Fernando, J., Ehlmann, B.L., Schmidt, F. & Hiroi, T., (2016). Wavelength dependence of scattering properties in the VIS-NIR and links with grain-scale physical and compositional properties. *Icarus*, 267, pp.296–314.
- Pinty, B., Verstraete, M.M. & Dickinson, R.E., (1989). A physical model for predicting bidirectional reflectances over bare soil. *Remote Sensing of Environment*, 27(3), pp.273–288.
- Pommerol, A., Chakraborty, S. & Thomas, N., (2012). Comparative study of the surface roughness of the Moon, Mars and Mercury. *Planetary and Space Science*, 73(1), pp.287–293.
- Pommerol, A., Thomas, N., Jost, B., Beck, P., Okubo, C. & McEwen, A.S., (2013). Photometric properties of Mars soils analogs. *Journal of Geophysical Research E: Planets*, 118(10), pp.2045–2072.
- Poulet, F., (2002). Comparison between the Shkuratov and Hapke Scattering Theories for Solid Planetary Surfaces: Application to the Surface Composition of Two Centaurs. *Icarus*, 160(2), pp.313–324.
- Privette, J.L., Myneni, R.B., Emery, W.J. & Pinty, B., (1995). Inversion of a soil bidirectional reflectance model for use with vegetation reflectance models. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 100(12), pp.25497–25508.

- Rahman, M.M., Moran, M.S., Thoma, D.P., Bryant, R., Holifield Collins, C.D., Jackson, T., Orr, B.J. & Tischler, M., (2008). Mapping surface roughness and soil moisture using multi-angle radar imagery without ancillary data. *Remote Sensing of Environment*, 112(2), pp.391–402.
- Raja, J., Muralikrishnan, B. & Fu, S., (2002). Recent advances in separation of roughness, waviness and form. *Precision Engineering*, 26(2), pp.222–235.
- Remondino, F., Barazzetti, L., Nex, F., Scaioni, M. & Sarazzi, D., (2011). UAV photogrammetry for mapping and 3d modeling—current status and future perspectives. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 38–1/C22, pp.25–31.
- Remondino, F. & Fraser, C., (2006). Digital camera calibration methods: considerations and comparisons. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 36(5), pp.266–272.
- Rodríguez-Caballero, E., Cantón, Y., Chamizo, S., Afana, A. & Solé-Benet, A., (2012). Effects of biological soil crusts on surface roughness and implications for runoff and erosion. *Geomorphology*, 145–146, pp.81–89.
- Rosenburg, M.A., Aharonson, O., Head, J.W., Kreslavsky, M.A., Mazarico, E., Neumann, G.A., Smith, D.E., Torrence, M.H. & Zuber, M.T., (2011). Global surface slopes and roughness of the Moon from the Lunar Orbiter Laser Altimeter. *Journal of Geophysical Research E: Planets*, 116(2), pp.1–11.
- Rosu, A.-M., Pierrot-Deseilligny, M., Delorme, A., Binet, R. & Klingner, Y., (2014). Measurement of ground displacement from optical satellite image correlation using the free open-source software MicMac. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 100, pp.48–59.
- Roy, S. & Cox, I.J., (1998). A maximum-flow formulation of the N-camera stereo correspondence problem. In *IEEE Proceedings of the 6th International Conference on Computer Vision*.
- Sagy, A., Brodsky, E.E. & Axen, G.J., (2007). Evolution of fault-surface roughness with slip. *Geology*, 35(3), pp.283–286.
- Saltelli, A., (2002). Making best use of model evaluations to compute sensitivity indices. *Computer Physics Communications*, 145, pp.280–297.
- Saltelli, A., Chan, K. & Scott, E.M., (2000). *Sensitivity Analysis* Wiley, ed.,
- Sandmeier, S.R., (2000). Acquisition of bidirectional reflectance factor data with field goniometers. *Remote Sensing of Environment*, 73(3), pp.257–269.
- Sato, H., Robinson, M.S., Hapke, B., Denevi, B.W. & Boyd, A.K., (2014). Resolved Hapke parameter maps of the Moon. *Journal of Geophysical Research : Planets*, pp.1775–1805.
- Schaaf, C.B., Gao, F., Strahler, A.H., Lucht, W., Li, X., Tsang, T., Strugnell, N.C., Zhang, X., Jin, Y., Muller, J.P., Lewis, P., Barnsley, M., Hobson, P., Disney, M., Roberts, G., Dunderdale, M., Doll, C., D'Entremont, R.P., Hu, B., Liang, S., Privette, J.L. & Roy, D., (2002). First operational BRDF, albedo nadir reflectance products from MODIS. *Remote Sensing of Environment*, 83(1–2), pp.135–148.
- Schmidt, F. & Fernando, J., (2015). Realistic uncertainties on Hapke model parameters from photometric measurement. *Icarus*, 260, pp.73–93.
- Sharma, S.K., (2015). A review of approximate analytic light-scattering phase functions. *Light Scattering Reviews*, 9, pp.53–100.
- Sheng, Y., (1996). Wavelet Transform. In *The transforms and applications handbook The Electrical Engineering Handbook Series*. p. 68.
- Shensa, M.J., (1992). The discrete wavelet transform : Wedding the a trous and Mallat algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 73, pp.2464–2482.
- Shepard, M.K., Brackett, R.A. & Arvidson, R.E., (1995). Self-affine ( fractal ) topography : Surface parameterization and radar scattering Radar. *Journal of Geophysical Research*, 100(E6), p.11,709–11,718.

- Shepard, M.K., Campbell, B.A., Bulmer, M.H., Farr, T.G., Gaddis, L.R. & Plaut, J.J., (2001). The roughness of natural terrain: A planetary and remote sensing perspective. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 106(E12), pp.32777–32795.
- Shepard, M.K. & Campbell, B. a., (1998). Shadows on a Planetary Surface and Implications for Photometric Roughness. *Icarus*, 134(2), pp.279–291.
- Shepard, M.K. & Helfenstein, P., (2007). A test of the Hapke photometric model. *Journal of Geophysical Research*, 112(E3), p.E03001.
- Shepard, M.K. & Helfenstein, P., (2011). A laboratory study of the bidirectional reflectance from particulate samples. *Icarus*, 215(2), pp.526–533.
- Shkuratov, Y., Bondarenko, S., Kaydash, V., Videen, G., Muñoz, O. & Volten, H., (2007). Photometry and polarimetry of particulate surfaces and aerosol particles over a wide range of phase angles. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 106(1–3), pp.487–508.
- Shkuratov, Y. & Helfenstein, P., (2001). The Opposition Effect and the Quasi-fractal Structure of Regolith: I. Theory. *Icarus*, 152(1), pp.96–116.
- Shkuratov, Y., Kaydash, V., Korokhin, V., Velikodsky, Y., Petrov, D., Zubko, E., Stankevich, D. & Videen, G., (2012). A critical assessment of the Hapke photometric model. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 113(18), pp.2431–2456.
- Shkuratov, Y., Kaydash, V., Korokhin, V., Velikodsky, Y., Petrov, D., Zubko, E., Stankevich, D. & Videen, G., (2013). Response to the comment by B. Hapke on “A critical assessment of the Hapke photometric model.” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 116, pp.191–195.
- Shkuratov, Y., Starukhina, L., Hoffmann, H. & Arnold, G., (1999). A Model of Spectral Albedo of Particulate Surfaces : Implications for Optical Properties of the Moon. *Icarus*, 137, pp.235–246.
- Shkuratov, Y.G., Stankevich, D.G., Petrov, D. V., Pinet, P.C., Cord, A.M., Daydou, Y.H. & Chevrel, S.D., (2005). Interpreting photometry of regolith-like surfaces with different topographies: Shadowing and multiple scattering. *Icarus*, 173(1), pp.3–15.
- Sobol, I.M., (1993). Sensitivity Estimates for Nonlinear Mathematical Models. *Mathematical Modeling in Civil Engineering*, 1(4), pp.407–414.
- Sobol, I.M. & Kucherenko, S.S., (2001). Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models. Review. *Mathematics and Computers in Simulation*, 55(1), pp.271–280.
- Souchon, A., (2012). *Influence des phases amorphes dans la réponse optique des régolites planétaires : caractérisation des propriétés physiques et application à l'étude géologique de la Lune*. Université Paul Sabatier - Toulouse III.
- Souchon, A.L., Pinet, P.C., Chevrel, S.D., Daydou, Y.H., Baratoux, D., Kurita, K., Shepard, M.K. & Helfenstein, P., (2011). An experimental study of Hapke's modeling of natural granular surface samples. *Icarus*, 215(1), pp.313–331.
- Staid, M., (2000). Integrated Spectral Analysis of Mare Soils and Craters: Applications to Eastern Nearside Basalts. *Icarus*, 145(1), pp.122–139.
- Stankevich, D. & Shkuratov, Y., (2004). Monte Carlo ray-tracing simulation of light scattering in particulate media with optically contrast structure. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 87(3–4), pp.289–296.
- Starck, J. & Murtagh, F., (2002). Handbook of Astronomical Data Analysis. *Analysis*, p.338.
- Strang, G., (1989). Wavelets and dilation equations: a brief. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 31(4), pp.614–627.
- Tarantola, A. & Valette, B., (1982). Inverse Problems = Quest for Information. *Journal of Geophysics*, 50(3), pp.159–170.
- Tatone, B.S.A. & Grasselli, G., (2009). A method to evaluate the three-dimensional roughness of fracture surfaces in brittle geomaterials. *Review of Scientific Instruments*, 80(12), pp.1–10.

- Thompson, S.E., Katul, G.G. & Porporato, A., (2010). Role of microtopography in rainfall-runoff partitioning: An analysis using idealized geometry. *Water Resources Research*, 46(7), pp.1–11.
- Tolk, A., (2012). Modeling movement. In *Engineering Principles of Combat Modeling and Distributed Simulation*. pp. 113–126.
- Triggs, B., Mclauchlan, P., Hartley, R.I. & Fitzgibbon, A., (1999). Bundle Adjustment - A Modern Synthesis. In *Lecture Notes in Computer Science*. pp. 298–372.
- Tucker, A.B., (2004). *Computer Science Handbook, Second Edition* Chapman &.,
- Turcotte, D.L., (1997). *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics* Cambridge.,
- Ulaby, F.T., Moore, R.K. & Fung, A.K., (1982). *Microwave remote sensing: active and passive* Addison-We.,
- Vedaldi, A., (2007). An open implementation of the SIFT detector and descriptor User reference. *UCLA CSD Technical Report 070012*, pp.1–6.
- Verbiscer, a J., Helfenstein, P. & Buratti, B.J., (2013). The Science of Solar System Ices. *The Science of Sjolar System Ices*, 356, pp.47–72.
- Verhoest, N.E.C., Lievens, H., Wagner, W., Alvarez-Mozos, J., Moran, M.S. & Mattia, F., (2008). On the soil roughness parameterization problem in soil moisture retrieval of bare surfaces from synthetic aperture radar. *Sensors*, 8(7), pp.4213–4248.
- Vermote, E. & Tanré, D., (1992). Analytical expressions for radiative properties of planar Rayleigh scattering media, including polarization contributions. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 47(4), pp.305–314.
- Vermote, E., Tanré, D., Deuzé, J.L., Herman, M. & Morcrette, J.J., (1997). Second Simulation of the satellite signal in the solar spectrum (6S), 6S User Guide. *NASA-Goddard Space Flight Center-Code*, 923(3).
- Vidal Vázquez, E., Miranda, J.G. V & González, A.P., (2007). Describing soil surface microrelief by crossover length and fractal dimension. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 14(3), pp.223–235.
- Vidal Vázquez, E., Vivas Miranda, J.G. & Paz González, A., (2005). Characterizing anisotropy and heterogeneity of soil surface microtopography using fractal models. *Ecological Modelling*, 182(3–4), pp.337–353.
- Vincendon, M., (2013). Mars surface phase function constrained by orbital observations. *Planetary and Space Science*, 76(1), pp.87–95.
- Vincendon, M., Langevin, Y., Poulet, F., Bibring, J.P. & Gondet, B., (2007). Recovery of surface reflectance spectra and evaluation of the optical depth of aerosols in the near-IR using a Monte Carlo approach: Application to the OMEGA observations of high-latitude regions of Mars. *Journal of Geophysical Research E: Planets*, 112(8), pp.1–12.
- Wang, Z., Coburn, C.A., Ren, X. & Teillet, P.M., (2012). Effect of soil surface roughness and scene components on soil surface bidirectional reflectance factor. *Canadian Journal of Soil Science*, 92(2), pp.297–313.
- Wehr, A. & Lohr, U., (1999). Airborne laser scanning—an introduction and overview. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 54, pp.68–82.
- Whitted, T., (1980). An improved illumination model for shaded display. *Communications of the ACM*, 23(6), pp.343–349.
- Wöhler, C., (2010). Remote determination of small-scale three-dimensional surface properties based on imaging photometry and polarimetry: an introduction. *3D Research*, 1(4), pp.1–15.
- Wu, Y., Gong, P., Liu, Q. & Chappell, A., (2009). Retrieving photometric properties of desert surfaces in China using the Hapke model and MISR data. *Remote Sensing of Environment*, 113(1), pp.213–223.
- Zan, L., Gianelli, G., Passerini, P., Troisi, C. & Haga, A.O., (1990). Geothermal Exploration in the

Republic of Djibouti: Thermal and Geological Data of the Hanlé and Asal Areas. *Geothermics*, 19(6), pp.561–582.

Zhou, Q., Pilesjö, P. & Chen, Y., (2011). Estimating surface flow paths on a digital elevation model using a triangular facet network. *Water Resources Research*, 47(7), pp.1–12.

Zribi, M., Ciarletti, V., Taconet, O., Paill??, J. & Boissard, P., (2000). Characterisation of the soil structure and microwave backscattering based on numerical three-dimensional surface representation: Analysis with a fractional Brownian model. *Remote Sensing of Environment*, 72(2), pp.159–169.

Zribi, M. & Dechambre, M., (2002). A new empirical model to retrieve soil moisture and roughness from C-band radar data. *Remote Sensing of Environment*, 84(1), pp.42–52.

# Annexe A Description mathématique du modèle photométrique de Hapke

## Théorie du transfert radiatif

Le modèle de Hapke résout l'équation de transfert radiatif dans un milieu semi-infini constitué de particules irrégulières, orientées aléatoirement et dont la taille est grande devant la longueur d'onde du rayonnement. On suppose que les particules sont suffisamment espacées pour qu'elles ne se fassent pas d'ombre mutuellement et que l'indice de réfraction du milieu est égal à 1 (air). La normale au milieu constitue l'axe  $z$ . Le milieu ( $z < 0$ ) est séparé de la couche d'air ( $z > 0$ ) par une surface non physique ( $z_0 = 0$ ). La situation est décrite dans la Figure 119. Le milieu est éclairé dans la direction  $\Omega'$  par un faisceau de lumière collimatée (rayons quasi parallèles) avec un éclairement  $J$  [ $W.m^{-2}$ ], et formant un angle  $i$  par rapport à la verticale ; il est observé dans la direction  $\Omega$  par un détecteur qui forme un angle  $e$  par rapport à la verticale. Soit  $d\omega$  l'angle solide sous lequel le détecteur voit la source de surface élémentaire  $dA$  à la distance  $R$  : par définition  $d\omega = dA/R^2$ . Soit  $d\omega'$  l'angle solide sous lequel la source voit le détecteur de surface  $da$  à la même distance : par définition  $d\omega' = da/R^2$ .

Les directions d'illumination et de visée forment un angle de phase noté  $g$ . La projection de ces deux directions sur le plan horizontal définit l'angle azimutal  $\phi$  de sorte que si  $\phi = \pi$ , alors  $g = i + e$ . On suppose que la source lumineuse est à l'infini et que le détecteur est situé à une distance  $R_0$  de la surface du milieu étudié ( $z_0 = 0$ ) et à une distance  $R$  d'un volume élémentaire  $dV$  de ce même milieu ( $z < 0$ ). On définit  $\mu_0 = \cos i$  et  $\mu = \cos e = \frac{dz}{dR}$ .

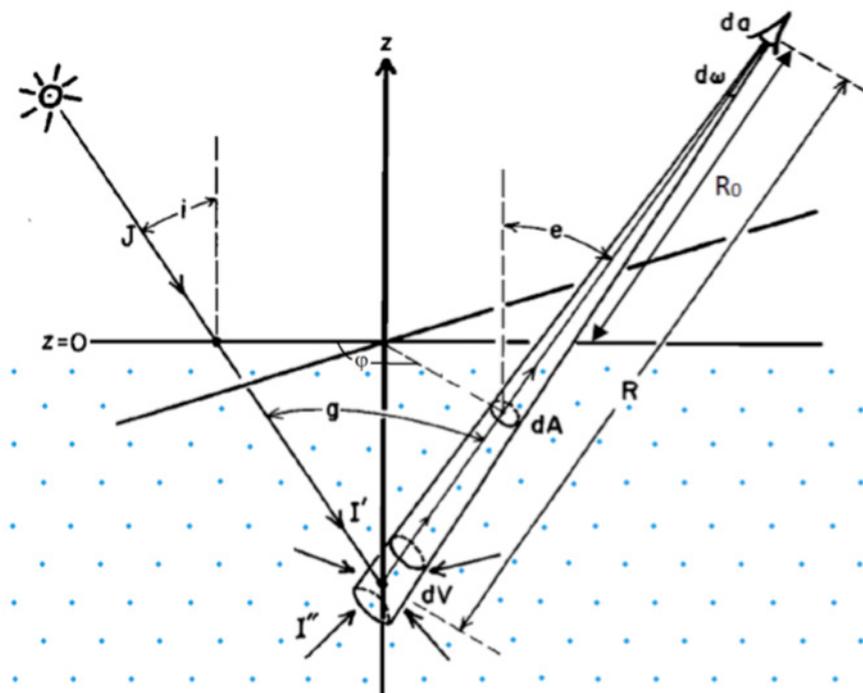


Figure 119 - Schéma représentant la situation photométrique pour la résolution de l'équation de transfert radiatif (d'après Hapke, 1981).

L'équation de transfert radiatif qui décrit le comportement de la luminance  $I(r, \Omega)$  émise dans une direction  $\Omega$  d'un milieu particulaire quelconque, sans source, se propageant dans la direction du capteur est définie par Chandrasekhar, (1960) :

$$\frac{dI(r, \Omega)}{ds} = -EI(r, \Omega) + \int_{4\pi} I(r, \Omega')G(\Omega', \Omega)d\Omega' \quad (\text{A.1})$$

où  $ds$  [m] est la longueur du chemin optique dans la direction de visée  $\Omega$ ,  $E$  [ $m^{-1}$ ] est le coefficient d'extinction linéique du milieu et  $G(\Omega', \Omega)$  [ $m^{-1}$ ] est le coefficient de diffusion volumique différentielle (Hapke, 1981).

Le coefficient d'extinction du milieu  $E$  [ $m^{-1}$ ] est la somme des coefficients de diffusion  $K_S$  [ $m^{-1}$ ] et d'absorption  $K_A$  [ $m^{-1}$ ] du milieu. L'albédo de diffusion simple noté  $w$  [sans dimension] est le rapport entre le coefficient de diffusion et le coefficient d'extinction. Il quantifie l'efficacité d'une particule à diffuser ou à absorber la lumière

$$w = \frac{K_S}{E} = \frac{K_S}{K_S + K_A} \quad (\text{A.2})$$

Le coefficient de diffusion volumique différentielle  $G(\Omega', \Omega)$  est la probabilité qu'un photon provenant de la direction  $\Omega'$  soit diffusé dans la direction  $\Omega$ . Si le milieu est constitué d'un mélange de grains, on a pour un type de grains  $k$

$$G(\Omega', \Omega) = \sum_k N_k \sigma_k Q_{sk} \frac{p_k(g)}{4\pi} \quad (\text{A.3})$$

avec  $\sigma_k$  [ $m^2$ ] la section géométrique des particules ( $\sigma_{sk} = \pi r^2$  dans le cas d'une particule sphérique de rayon  $r$ ),  $Q_{sk}$  [sans dimension] le facteur d'efficacité de diffusion,  $N_k$  [ $m^{-3}$ ] le nombre de particules par unité de volume (densité en nombre) et  $p_k(g)$  [sans dimension] leur fonction de phase. Par définition la section efficace de diffusion d'une particule  $\sigma_{sk}^{part}$  [ $m^2$ ] s'écrit  $\sigma_{sk}^{part} = \sigma_k Q_{sk}$  et le coefficient de diffusion du milieu  $K_{Sk}$  [ $m^{-1}$ ] s'écrit  $K_{Sk} = N_k \sigma_{sk}^{part} = N_k \sigma_k Q_{sk}$ . Si le milieu est constitué d'un seul type de particule, on a

$$G(\Omega', \Omega) = \frac{N \sigma Q_s p(g)}{4\pi} = \frac{K_S p(g)}{4\pi} = \frac{wE}{4\pi} p(g) \quad (\text{A.4})$$

La fonction de phase moyenne d'une particule  $p(g)$  décrit la distribution angulaire de la lumière réfléchiée dans différentes directions de l'espace. Elle équivaut à une fonction de densité de probabilité qui associe à un angle de phase  $g$  une probabilité de diffusion d'un photon. Par convention, l'intégrale de la fonction de phase sur une sphère ( $4\pi$  stéradians) est égale à 1

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(g) d\Omega' = 1 \quad (\text{A.5})$$

Dans l'équation (A.1), le premier terme à droite de l'égalité correspond au rayonnement absorbé ou diffusé dans la direction du capteur avec une efficacité  $E$ . Il s'agit donc d'une perte d'énergie. Le second terme correspond au rayonnement provenant de toutes les directions de l'espace et diffusé dans la direction du capteur. Il s'agit donc d'un gain d'énergie. On s'intéressera plus particulièrement à la résolution de l'équation (A.1) pour un élément de volume  $dV$  inscrit dans  $d\omega$  à une distance  $R$  du détecteur et une profondeur  $z$  :  $dV = dA dR = R^2 d\omega dR$ . Cet élément de

volume est illuminé par  $I(z, \Omega') d\Omega'$  dans la direction d'éclairément  $\Omega'$ . Sa puissance rayonnée  $dP_{dV} [W]$  dans la direction du détecteur s'écrit

$$dP_{dV} = \left[ \int_{4\pi} I(z, \Omega') G(\Omega, \Omega') d\Omega' \right] dV d\omega' \quad (\text{A.6})$$

On injecte l'équation (A.4) dans (A.6),

$$dP_{dV} = \frac{w}{4\pi} \left[ \int_{4\pi} I(z, \Omega') p(g) d\Omega' \right] E dV d\omega' \quad (\text{A.7})$$

puis on remplace  $dV$  et  $d\omega'$  par leur expressions respectives :

$$dP_{dV} = \frac{w}{4\pi} \left[ \int_{4\pi} I(z, \Omega') p(g) d\Omega' \right] E dR d\omega da \quad (\text{A.8})$$

Par définition, la luminance énergétique  $dI_{dV} [W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}]$  qui atteint le détecteur en provenance de  $dV$  est la puissance reçue par unité de surface du détecteur et par unité d'angle solide, de sorte que

$$dI_{dV} = \frac{1}{d\omega da} dP_{dV} = \frac{w}{4\pi} \left[ \int_{4\pi} I(z, \Omega') p(g) d\Omega' \right] E dR \quad (\text{A.9})$$

Le rayonnement en provenance de  $dV$  et capté par le détecteur est atténué selon une loi de Beer-Lambert lorsqu'il traverse le milieu particulaire. Soit  $I_{dV}$  la luminance énergétique reçue par le détecteur depuis cet élément de volume.

$$I_{dV} = \frac{w}{4\pi} \int_{R-R_0}^R \left[ \int_{4\pi} I(z, \Omega') p(g) d\Omega' \right] e^{-ER} E dR \quad (\text{A.10})$$

On fait le changement de variable  $z = -\mu R \Rightarrow R = -\frac{z}{\mu}$  et  $dR = -\frac{dz}{\mu}$ . La luminance totale incidente sur le détecteur correspond à la somme des luminances de tous les éléments de volume  $dV$  compris entre  $R - R_0 = 0$  et  $R = +\infty$  et l'équation (A.10) devient

$$I = \frac{w}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \left[ \int_{4\pi} I(z, \Omega') p(g) d\Omega' \right] e^{Ez/\mu} \frac{E}{\mu} dz \quad (\text{A.11})$$

La lumière incidente est constituée d'un faisceau collimaté (luminance  $I' d\Omega'$ ) et d'un faisceau diffus (luminance  $I'' d\Omega'$ ) :  $I(z, \Omega') d\Omega' = I'(z, \Omega') d\Omega' + I''(z, \Omega') d\Omega'$ . L'équation (A.11) peut être séparée en deux termes  $I_S$  et  $I_M$  qui sont calculés de façon indépendante.

$$I = I_S + I_M \quad (\text{A.12})$$

où  $I_S$  est le terme de diffusion simple

$$I_S = \frac{w}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \left[ \int_{4\pi} I'(z, \Omega') p(g) d\Omega' \right] e^{Ez/\mu} \frac{E}{\mu} dz \quad (\text{A.13})$$

et  $I_M$  le terme de diffusion multiple

$$I_M = \frac{w}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \left[ \int_{4\pi} I''(z, \Omega') p(g) d\Omega' \right] e^{Ez/\mu} \frac{E}{\mu} dz \quad (\text{A.14})$$

Terme de diffusion simple ( $I_S$ )

Pour résoudre analytiquement l'équation (A.13), on cherche à exprimer la relation entre  $I'(z, \Omega)$  et  $J$ . Comme précédemment, l'atténuation du rayonnement incident entre la surface et la profondeur  $z$  est décrite par une loi de Beer-Lambert. Par un raisonnement similaire à celui du passage de l'équation (A.10) à l'équation (A.11), on montre que ce terme d'atténuation s'écrit  $\exp(Ez/\mu_0)$ . Ainsi,

$$I'(z, \Omega') = J e^{\frac{Ez}{\mu_0}} \delta(i' = i) \delta(\phi' = 0) \quad (\text{A.15})$$

Les fonctions de Dirac permettent de ne prendre en considération dans la diffusion simple que la contribution du rayonnement incident dans la direction  $\Omega'$  ( $i' = i, \phi' = 0$ ), les autres directions contribuant à la diffusion multiple. De la définition de la fonction de Dirac et de l'équation (A.15), il découle que

$$\int_{4\pi} I'(z, \Omega') d\Omega' = J e^{Ez/\mu_0} \quad (\text{A.16})$$

L'équation (A.13) devient

$$I_S = J \frac{w}{4\pi} \frac{Ep(g)}{\mu} \int_{-\infty}^0 e^{Ez(\frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu})} dz \quad (\text{A.17})$$

puis

$$I_S = J \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} p(g) \quad (\text{A.18})$$

Terme de diffusion multiple ( $I_M$ )

On cherche désormais à exprimer analytiquement l'équation (A.14). La diffusion multiple dépend de la diffusion simple de  $dV$  mais aussi de celle de tous les autres éléments de volume du milieu en direction de  $dV$ . On réécrit l'équation de transfert radiatif (A.1) pour le terme de diffusion multiple :

$$\frac{dI''(z, \Omega)}{ds} = -EI''(z, \Omega) + \int_{4\pi} [I'(z, \Omega') + I''(z, \Omega')] G(\Omega', \Omega) d\Omega' \quad (\text{A.19})$$

On suppose que la diffusion est isotrope, c'est-à-dire que  $p(g) = 1$ , donc  $G(\Omega, \Omega') = \frac{S}{4\pi} = \frac{wE}{4\pi}$ . Par conséquent,

$$\frac{dI''(z, \Omega)}{ds} = -EI''(z, \Omega) + \frac{wE}{4\pi} \int_{4\pi} [I'(z, \Omega') + I''(z, \Omega')] d\Omega' \quad (\text{A.20})$$

Puis

$$\frac{1}{E} \frac{dI''(z, \Omega)}{ds} = -I''(z, \Omega) + \frac{w}{4\pi} \int_{4\pi} [I'(z, \Omega') + I''(z, \Omega')] d\Omega' \quad (\text{A.21})$$

Soit  $\tau$  l'épaisseur optique du milieu définie comme étant l'intégrale du coefficient d'extinction volumique  $E$ , supposé constant sur une couche d'épaisseur  $z$  :  $\tau = \int_z^0 E dz = - \int_0^z E dz = -Ez \Rightarrow d\tau =$

$-Edz$ . Ainsi si  $z \rightarrow -\infty$ ,  $\tau \rightarrow +\infty$  et si  $z = 0$  alors  $\tau = 0$ . Or  $dz = \mu ds$  donc  $d\tau = -E\mu ds$  et l'équation (A.21) devient

$$-\mu \frac{dI''(\tau, \Omega)}{d\tau} = -I''(\tau, \Omega) + \frac{w}{4\pi} \int_{4\pi} [I'(\tau, \Omega') + I''(\tau, \Omega')] d\Omega' \quad (\text{A.22})$$

Dans cette équation, on reconnaît le terme  $\int_{4\pi} I'(\tau, \Omega') d\Omega' = J e^{\frac{Ez}{\mu_0}} = J e^{\frac{-\tau}{\mu_0}}$  correspondant à l'équation (A.16). Ainsi, l'équation (A.22) se réécrit

$$-\mu \frac{dI''(\tau, \Omega)}{d\tau} = -I''(\tau, \Omega) + \frac{w}{4\pi} \int_{4\pi} I''(\tau, \Omega') d\Omega' + \frac{w}{4\pi} J e^{-\tau/\mu_0} \quad (\text{A.23})$$

Pour résoudre cette équation, [Hapke, \(2012a\)](#) utilise l'approximation de Schuster-Schwarzschild (*two-stream approximation*) qui suppose des flux isotropes de part et d'autre de l'élément de volume  $dV$ . On note  $\Omega_N$  l'ensemble des directions contribuant au rayonnement montant et  $\Omega_S$  l'ensemble des directions contribuant au rayonnement descendant. Les angles solides correspondant à ces directions sont  $\Delta\Omega_N = \Delta\Omega_S = 2\pi$ . Pour chaque contribution, on intègre l'équation (A.23) sur l'angle solide correspondant, et on divise chaque terme de l'équation par cet angle solide, de façon à obtenir le système suivant :

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\Delta\Omega_N} \frac{d}{d\tau} \int_{\Delta\Omega_N} \mu_N I''(\tau, \Omega) d\Omega \\ & = -\frac{1}{\Delta\Omega_N} \int_{\Delta\Omega_N} I''(\tau, \Omega) d\Omega + \frac{w}{4\pi} \frac{1}{\Delta\Omega_N} \int_{\Delta\Omega_N} \int_{4\pi} I''(\tau, \Omega') d\Omega' d\Omega \\ & \quad + \frac{1}{\Delta\Omega_N} \int_{\Delta\Omega_N} \frac{w}{4\pi} J e^{-\tau/\mu} d\Omega \\ & -\frac{1}{\Delta\Omega_S} \frac{d}{d\tau} \int_{\Delta\Omega_S} \mu_S I''(\tau, \Omega) d\Omega \\ & = -\frac{1}{\Delta\Omega_S} \int_{\Delta\Omega_S} I''(\tau, \Omega) d\Omega + \frac{1}{\Delta\Omega_S} \frac{w}{4\pi} \int_{\Delta\Omega_S} \int_{4\pi} I''(\tau, \Omega') d\Omega' d\Omega \\ & \quad + \frac{1}{\Delta\Omega_S} \int_{\Delta\Omega_S} \frac{w}{4\pi} J e^{-\tau/\mu} d\Omega \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Les quantités  $\mu_N$  et  $\mu_S$  représentent les cosinus moyens des directions de propagation montantes et descendantes :  $\mu_N = 1/2$  et  $\mu_S = -1/2$ . On note  $I_N$  et  $I_S$  les luminances moyennes correspondantes

$$\begin{cases} I_N = \frac{1}{\Delta\Omega_N} \int_{\Delta\Omega_N} I''(\tau, \Omega) d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} I''(\tau, \Omega) d\Omega \\ I_S = \frac{1}{\Delta\Omega_S} \int_{\Delta\Omega_S} I''(\tau, \Omega) d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} I''(\tau, \Omega) d\Omega \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

En ajoutant ces deux équations on obtient :

$$\int_{4\pi} I''(\tau, \Omega') d\Omega' = \int_{\Delta\Omega_N=2\pi} I''(\tau, \Omega') d\Omega' + \int_{\Delta\Omega_S=2\pi} I''(\tau, \Omega') d\Omega' = 2\pi [I_N + I_S] \quad (\text{A.26})$$

En remplaçant  $I''$  par ses valeurs moyennes montantes et descendantes, sachant que dans le cas d'une diffusion multiple isotrope les quantités  $I_N$ ,  $I_S$  et  $J e^{-\tau/\mu_0}$  ne dépendent pas de la direction

suivie par le rayonnement, et sont donc indépendantes des directions  $\Omega_N$  et  $\Omega_S$ , le système d'équations (A.24) s'écrit

$$\begin{cases} -\mu_N \frac{dI_N}{d\tau} = -I_N + \frac{w}{4\pi} 2\pi[I_N + I_S] + \frac{w}{4\pi} J e^{\frac{-\tau}{\mu_0}} \\ -\mu_S \frac{dI_S}{d\tau} = -I_S + \frac{w}{4\pi} 2\pi[I_N + I_S] + \frac{w}{4\pi} J e^{\frac{-\tau}{\mu_0}} \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

puis

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \frac{dI_N}{d\tau} = -I_N + \frac{w}{2} [I_N + I_S] + \frac{w}{4\pi} J e^{\frac{-\tau}{\mu_0}} \\ \frac{1}{2} \frac{dI_S}{d\tau} = -I_S + \frac{w}{2} [I_N + I_S] + \frac{w}{4\pi} J e^{\frac{-\tau}{\mu_0}} \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

Les conditions aux limites sont  $I_N(\infty) = I_S(\infty) = 0$  (la contribution des particules situées à une profondeur infinie est nulle) et  $I_S(0) = 0$  (il n'y a aucune source de diffusion au niveau de la surface du milieu particulaire). On pose

$$\begin{cases} x = (I_N + I_S)/2 \\ \Delta x = (I_N - I_S)/2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_N = x + \Delta x \\ I_S = x - \Delta x \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

En ajoutant les deux équations du système (A.28) on obtient immédiatement

$$-\frac{1}{2} \frac{d\Delta x}{d\tau} = -\gamma^2 x + J \frac{w}{4\pi} e^{-\tau/\mu_0} \quad (\text{A.30})$$

avec  $\gamma = \sqrt{1-w}$  le facteur d'albédo. De même en retranchant les deux équations du système d'équations (A.28), on obtient

$$\Delta x = \frac{1}{2} \frac{dx}{d\tau} \quad (\text{A.31})$$

Si l'on injecte maintenant (A.31) dans (A.30), on obtient

$$-\frac{1}{4} \frac{d^2 x}{d\tau^2} = -\gamma^2 x + J \frac{w}{4\pi} e^{-\tau/\mu_0} \quad (\text{A.32})$$

Il s'agit d'une équation différentielle linéaire d'ordre deux à coefficients constants. Son équation caractéristique associée admet deux racines réelles  $r = \pm 2\gamma$  donc une solution générale de l'équation homogène s'écrit sous la forme  $x = Ae^{-2\gamma\tau} + Be^{2\gamma\tau}$  avec  $(A, B) \in \mathbb{R}^2$ . Comme  $-1/\mu_0$  n'est pas solution de l'équation caractéristique, une solution particulière de l'équation différentielle s'écrit sous la forme  $x = Ce^{-\tau/\mu_0}$  avec  $C \in \mathbb{R}$ . Donc

$$x = Ae^{-2\gamma\tau} + Be^{2\gamma\tau} + Ce^{-\tau/\mu_0} \quad (\text{A.33})$$

On peut déterminer immédiatement  $C$  en écrivant  $x = Ce^{-\tau/\mu_0} \Rightarrow \frac{dx}{d\tau} = -\frac{1}{\mu_0} Ce^{-\tau/\mu_0} \Rightarrow \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{1}{\mu_0^2} Ce^{-\tau/\mu_0}$  et en remplaçant ces expressions dans l'équation (A.32) :

$$C = \frac{J}{4\pi} \frac{4w\mu_0^2}{4\gamma^2\mu_0^2 - 1} \quad (\text{A.34})$$

Les constantes  $A$  et  $B$  sont déterminées à partir des conditions aux limites. En remplaçant (A.33) dans (A.31), on obtient

$$\Delta x = -\gamma Ae^{-2\gamma\tau} + \gamma Be^{2\gamma\tau} - \frac{C}{2\mu_0} e^{-\tau/\mu_0} \quad (\text{A.35})$$

Si l'on récrit les solutions (A.33) et (A.35) en termes de  $I_N$  et  $I_S$ , il vient :

$$\begin{cases} I_N = A(1 - \gamma)e^{-2\gamma\tau} + B(1 + \gamma)e^{2\gamma\tau} + C \left(1 - \frac{1}{2\mu_0}\right) e^{-\tau/\mu_0} \\ I_S = A(1 + \gamma)e^{-2\gamma\tau} + B(1 - \gamma)e^{2\gamma\tau} + C \left(1 + \frac{1}{2\mu_0}\right) e^{-\tau/\mu_0} \end{cases} \quad (\text{A.36})$$

Les conditions aux limites  $I_N(\infty) = I_S(\infty) = 0$  impliquent que  $B = 0$  et la condition aux limites  $I_S(0) = 0$  équivaut à

$$A(1 + \gamma) + C \left(1 + \frac{1}{2\mu_0}\right) = 0 \quad (\text{A.37})$$

Soit

$$A = -\frac{1 + 2\mu_0}{2\mu_0(1 + \gamma)} C = -\frac{J}{4\pi} \frac{(1 - \gamma)2\mu_0(1 + 2\mu_0)}{4\gamma^2\mu_0^2 - 1} \quad (\text{A.38})$$

Reprenons maintenant l'équation (A.14) qui donne le terme de diffusion multiple  $I_M$ . Comme  $p(g) = 1$  et  $\int_{4\pi} I''(z, \Omega') d\Omega' = 2\pi(I_N + I_S)$ , elle devient

$$\begin{aligned} I_M &= \frac{w}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \left[ \int_{4\pi} I''(z, \Omega') p(g) d\Omega' \right] e^{Ez/\mu} \frac{E}{\mu} dz \\ &= \frac{w}{2} \int_0^\infty (I_N + I_S) e^{-\tau/\mu} \frac{1}{\mu} d\tau \\ &= \frac{w}{\mu} \int_0^\infty x(\tau) e^{-\tau/\mu} d\tau \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

La solution de l'équation (A.36) est donnée par

$$I_M = J \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} \left[ \frac{1 + 2\mu_0}{1 + 2\gamma\mu_0} \frac{1 + 2\mu}{1 + 2\gamma\mu} - 1 \right] = J \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} [H(\mu_0)H(\mu) - 1] \quad (\text{A.40})$$

L'expression de  $H(x) = \frac{1+2x}{1+2\gamma x}$  donnée dans l'équation (A.40) n'est qu'une approximation obtenue par la méthode des deux flux. [Hapke, \(2012a\)](#) utilise la méthode d'invariance pour retrouver l'expression exacte de la fonction  $H$ , appelée fonction de Chandrasekhar, qui est solution de l'équation différentielle

$$H(x) = 1 + \frac{w}{2} x H(x) \int_0^1 \frac{H(x')}{x + x'} dx' \quad (\text{A.41})$$

Sous cette forme elle ne peut être évaluée que numériquement. Afin de simplifier son modèle, [Hapke, \(2002\)](#) utilise une approximation linéaire donnée par la formule suivante et dont la précision est inférieure au pourcent :

$$H(x) = \left[ 1 - wx \left( r_0 + \frac{1 - 2r_0x}{2} \ln \left( \frac{1 + x}{x} \right) \right) \right]^{-1} \quad (\text{A.42})$$

avec  $r_0$  la réflectance diffuse définie comme  $r_0 = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}$  où  $\gamma = \sqrt{1-w}$ .

### Expression de la réflectance bidirectionnelle

Finalement, d'après (A.12), la luminance totale incidente sur le détecteur peut s'écrire

$$I = J \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} P(g) + J \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} [H(\mu_0)H(\mu) - 1] \quad (\text{A.43})$$

La réflectance bidirectionnelle de la surface, définie comme le rapport  $I/J$ , s'écrit alors

$$r(i, e, g) = \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} [p(g) + H(\mu_0)H(\mu) - 1] \quad (\text{A.44})$$

Hapke désigne l'équation (A.44) sous le modèle IMSA (*Isotropic Multiple Scattering Approximation*) en raison de l'hypothèse de départ stipulant une diffusion multiple isotrope.

### **Effet d'opposition (*hot spot*)**

L'équation (A.44) décrit la réflectance bidirectionnelle d'un milieu particulaire dispersé sans ombrage mutuel des grains. Cette hypothèse, valable dans l'atmosphère ou un nuage par exemple, ne l'est plus lorsqu'on s'intéresse à la réflectance d'un sol constitué d'un agrégat de particules individuelles. L'effet d'opposition consiste en une augmentation brusque de l'intensité de la lumière diffusée par une surface, à proximité de l'angle de phase nul. Cet effet, qui a été observé sur la plupart des corps du système solaire ([Hapke, 1986](#)), est dû à un rapprochement des particules du milieu observé. Deux nouveaux effets doivent être pris en compte :

- l'ombrage mutuel entre particules qui ne peut plus être négligé ;
- l'interférence cohérente avec les ondes diffusées lorsque les particules sont en contact.

### Effet d'ombrage ou SHOE (*Shadow Hiding Opposition Effect*)

Considérons un milieu particulaire semi-infini, éclairé par un faisceau de lumière collimatée. Les interstices entre les particules peuvent être assimilés à des tunnels dans lesquels pénètre la lumière. Pour des angles de phase élevés, l'intérieur de la plupart de ces tunnels se trouve à l'ombre ; pour des angles de phase faibles, les parois et le fond des tunnels sont éclairés, ce qui entraîne une augmentation de la luminance (Figure 120).

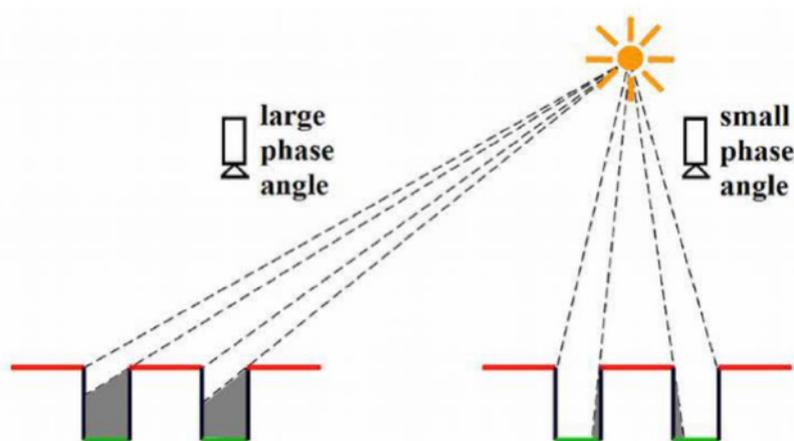


Figure 120 - Représentation schématique de l'effet d'opposition par effet d'ombrage (SHOE) (d'après [Wöhler, 2010](#)).

La largeur des tunnels est directement liée à la compacité du milieu. La prise en compte de l'effet de compaction du milieu particulaire nécessite de reconsidérer l'expression du coefficient d'extinction  $E [m^{-1}]$ . Par définition, ce dernier est le produit du nombre  $N [m^{-3}]$  de particules par unité de volume (densité en nombre) par la section efficace moyenne d'extinction  $\langle \sigma \rangle [m^2]$  des particules :

$$E = N \langle \sigma \rangle \quad (\text{A.45})$$

Hapke, (1986) a montré que l'équation (A.45) n'était valable que pour des milieux à forte porosité. Soit  $F$  le facteur de remplissage, fraction de volume occupé par les particules :  $F = 1 - P$  avec  $P$  la porosité. On a

$$F = N \langle V \rangle \quad (\text{A.46})$$

avec  $\langle V \rangle [m^3]$  le volume moyen des particules. Le coefficient d'extinction s'exprime donc désormais en fonction d'une densité effective notée  $N_e [m^{-3}]$

$$E = N_e \langle \sigma \rangle = -N \frac{\ln(1 - F)}{F} \langle \sigma \rangle \quad (\text{A.47})$$

Lorsque la porosité est élevée, c'est-à-dire lorsque  $F \ll 1$ ,  $\ln(1 - F) \cong -F$  et on retrouve bien l'équation (A.45). Lorsqu'elle est faible,  $F$  tend vers 1 et le milieu devient opaque.

Considérons une situation similaire à celle présentée par la Figure 119, mais cette fois-ci pour un milieu granulaire compact. Esposito, (1979) et Montgomery & Kohl, (1980) ont montré, respectivement par des calculs numériques et des expériences en lumière polarisée, que la diffusion multiple était très peu affectée par les phénomènes d'ombrage. Par conséquent, nous ne nous intéresserons qu'à la diffusion simple au sein du volume  $dV$ . On reprend l'équation (A.17) décrivant la diffusion simple, en introduisant l'épaisseur optique :

$$I_S = J \frac{w}{4\pi} \frac{p(g)}{\mu} \int_0^{+\infty} e^{-\tau(\frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu})} d\tau \quad (\text{A.48})$$

La résolution de cette équation n'est possible que dans le cas où les particules sont dispersées. Ceci reste vrai pour un milieu compact et pour des angles de phase importants. En revanche, lorsque  $g \rightarrow 0$ , c'est-à-dire lorsqu'on s'approche de la direction du *hot spot*, les termes de transmission ascendante et descendante dans l'intégrale de l'équation (A.48) ne sont plus indépendants. La solution peut alors être approchée par la fonction

$$B_S(g) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{h_s}\right) \tan\left(\frac{g}{2}\right)} \quad (\text{A.49})$$

avec

$$h_s = -\frac{\langle a \rangle E \ln(1 - F)}{2F} \quad (\text{A.50})$$

où  $\langle a \rangle$  est le rayon moyen des particules,  $F$  est le facteur de remplissage, et  $E$  est le coefficient d'extinction du milieu. Ainsi, le terme de diffusion simple prenant en compte l'effet d'opposition en fonction de l'angle de phase  $g$  s'écrit

$$I_S = J \frac{w}{4\pi} \frac{p(g)}{\mu} B_S(g) \quad (\text{A.51})$$

En additionnant les équations (A.18) et (A.48), la part de la diffusion simple dans la réflectance bidirectionnelle d'un milieu particulaire quelconque s'écrit

$$I_S = J \frac{w}{4\pi} \frac{p(g)}{\mu} B_{SHOE}(g) \quad (\text{A.52})$$

avec

$$B_{SHOE}(g) = 1 + B_{S0} B_S(g) \quad (\text{A.53})$$

$B_{S0}$  représente l'amplitude de l'effet d'opposition, définie comme le rapport entre la fraction de lumière diffusée à la surface d'une particule ( $S(0)$ ) sur la totalité de la lumière diffusée par cette particule, pour un angle de phase nul ( $wp(0)$ ).

$$B_{S0} = \frac{S(0)}{wp(0)} \quad (\text{A.54})$$

Il est évident que  $0 < B_{S0} < 1$ . Ce coefficient a été introduit car, jusqu'à présent, on supposait que la lumière était diffusée de manière ponctuelle par les particules du milieu. Or, ces dernières ont une taille finie et cette hypothèse de la diffusion ponctuelle n'est valide que si le rayonnement n'est diffusé qu'à la surface de la particule. En réalité, les photons peuvent pénétrer dans le grain et être légèrement déviés par rapport à la direction du rayonnement incident. Ceci a pour effet de réduire le covolume  $dV$ , et donc l'amplitude du *hot spot*.  $B_{S0}$  permet ainsi de la moduler.

#### Effet de rétrodiffusion cohérente ou CBOE (Coherent Backscattering Opposition Effect)

L'effet d'opposition par interférences cohérentes résulte du fait que certains rayons lumineux qui se propagent dans des directions opposées dans le milieu, mais selon le même chemin de diffusion simple ou multiple, interfèrent de manière constructive lorsqu'ils en ressortent avec un angle de phase proche de zéro. Tout comme l'effet d'ombrage (SHOE), le CBOE a été ajouté au modèle de Hapke à travers une fonction de rétrodiffusion, notée

$$B_{CBOE}(g) = 1 + B_{C0} B_C(g) \quad (\text{A.55})$$

avec

$$B_C(g) = \frac{1 + \frac{1 - e^{-\left(\frac{1}{h_C}\right) \tan\left(\frac{g}{2}\right)}}{\left(\frac{1}{h_C}\right) \tan\left(\frac{g}{2}\right)}}{2 \left[1 + \left(\frac{1}{h_C}\right) \tan\left(\frac{g}{2}\right)\right]^2} \quad (\text{A.56})$$

où

$$h_C = \frac{\lambda}{4\pi\Lambda} \quad (\text{A.57})$$

$B_{C0}$  est l'amplitude de l'effet d'opposition par interférence cohérente,  $h_C$  le paramètre de largeur angulaire,  $\lambda$  la longueur d'onde du rayonnement et  $\Lambda$  est le libre parcours moyen, défini comme la

distance moyenne parcourue par un photon dans le milieu avant qu'il ne soit dévié d'un angle de 1 radian.

### Effet de la porosité

Les milieux particuliers rencontrés dans la nature ne sont pas continus. Outre son influence sur l'effet d'opposition, la porosité peut être introduite dans l'équation de transfert radiatif via un facteur qui modifie la brillance générée dans le milieu.

Soient  $L$  [m] la distance moyenne entre particules,  $\sigma$  [m<sup>2</sup>] leur section efficace géométrique moyenne et  $Q_E = E/n\sigma$  le facteur efficace d'extinction du milieu.  $E$  est le coefficient d'extinction du milieu et  $n$  le nombre de particules par unité de volume. Un milieu poreux peut être assimilé à un maillage de cubes de côté  $L$ , contenant chacun une particule en leur centre. Les particules étant disjointes, chaque cube n'en contient qu'une seule. On considère un rayonnement se propageant dans le milieu avec une luminance  $I$  à travers une couche d'épaisseur  $L$  et de surface  $A$ , orientée perpendiculairement à la direction de propagation. La couche contient  $nAL$  particules. La quantité de lumière ayant subi une extinction en arrivant sur  $A$  est  $AIn\sigma Q_E = AILE$ . Celle qui passe à travers la couche par transmission vaut  $AI - A\Delta I_E = AI(1 - EL)$ . Ainsi, la fraction de la luminance transmise par la couche vaut  $1 - EL$ .

Les particules sont supposées être réparties de manière aléatoire, de telle sorte que la probabilité de transmission à travers plusieurs couches est égale au produit des probabilités de transmission à travers chacune des couches. Ainsi, la transmission de  $N$  couches d'épaisseur  $L$  est

$$T(s) = (1 - EL)^N = e^{(N \ln(1-EL))} = e^{-KENL} \quad (\text{A.58})$$

avec

$$K = -\frac{\ln(1 - EL)}{EL} \quad (\text{A.59})$$

La résolution de l'équation de transfert radiatif aboutit à

$$r(i, e, g) = K \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} [p(g) + H(\mu_0/K)H(\mu/K) - 1] \quad (\text{A.60})$$

Quand la taille des particules est unique, on a

$$K = -\frac{\ln(1 - 1.209F^{2/3})}{1.209F^{2/3}} \quad (\text{A.61})$$

où  $F$  est le facteur de remplissage du milieu, complémentaire de la porosité  $P$  ( $F = 1 - P$ ).

### Effet de la rugosité

La réflectance bidirectionnelle d'une surface rugueuse, notée  $r_r(i, e, g)$ , s'exprime comme le produit de la réflectance bidirectionnelle d'une surface lisse, notée  $r(i_e, e_e, g)$ , par une fonction d'ombrage, notée  $S(i, e, g)$ . On a

$$r_r(i, e, g) = r(i_e, e_e, g) \times S(i, e, g, \overline{\theta_H}) \quad (\text{A.62})$$

Le paramètre  $\overline{\theta_H}$  décrivant la rugosité de surface est défini par intégration sur toutes les échelles des pentes de chaque facette composant la surface :

$$\tan(\overline{\theta_H}) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} a(\theta) \tan(\theta) d\theta \quad (\text{A.63})$$

Le modèle géométrique choisi pour définir les termes  $\overline{\theta_H}$ ,  $i_e$ ,  $e_e$  et  $S(i, e, g, \overline{\theta_H})$  nécessite de respecter plusieurs hypothèses :

- la taille des facettes est grande devant la longueur d'onde du rayonnement incident, de sorte que les lois de la géométrie optique sont valides ;
- l'orientation des facettes est décrite par une distribution de pente bidimensionnelle  $a(\theta, \xi)$  où  $\theta$  est l'angle entre la normale à la facette et la verticale, appelé angle de pente, et  $\xi$  est l'angle azimutal de la normale à la facette ;
- la distribution de pente  $a(\theta, \xi)$  supposée isotrope, se réduit à  $a(\theta)$  ;
- la rugosité est caractérisée par l'angle de pente moyen des facettes, noté  $\overline{\theta_H}$ , et supposé être faible de sorte que la diffusion multiple entre les facettes est négligeable.

Les calculs menant aux expressions de  $i_e$ ,  $e_e$  et  $S(i, e, g, \overline{\theta_H})$  ne sont pas détaillé ici mais [Hapke, \(2012a\)](#) a proposé des solutions analytiques pour des angles  $i$  et  $e$  proches de  $\pi/2$ , puis proches de 0, pour finalement réaliser une interpolation entre les deux afin d'obtenir une expression valable quel que soit l'angle. Cette expression diffère entre le cas où  $i \leq e$  et où  $i > e$ . On note les expressions suivantes :

$$\chi(\overline{\theta_H}) = \frac{1}{1 + \pi \tan^2(\overline{\theta_H})} \quad (\text{A.64})$$

$$E_1(x) = \exp\left(-\frac{2}{\pi} \cot(\overline{\theta_H}) \cot(x)\right) \quad (\text{A.65})$$

$$E_2(x) = \exp\left(-\frac{1}{\pi} \cot^2(\overline{\theta_H}) \cot^2(x)\right) \quad (\text{A.66})$$

$$f(\varphi) = \exp\left(-2 \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right) \quad (\text{A.67})$$

### Cas où $i \leq e$

Les angles effectifs  $i_e$  et  $e_e$  sont donnés par :

$$\cos(i_e) = \mu_{0e}(i, e, \overline{\theta_H}) = \chi(\overline{\theta_H}) \left[ \cos(i) + \sin(i) \tan(\overline{\theta_H}) \frac{\cos(\phi) E_2(e) + \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) E_2(i)}{2 - E_1(e) - \left(\frac{\phi}{\pi}\right) E_1(i)} \right] \quad (\text{A.68})$$

$$\cos(e_e) = \mu_e(i, e, \overline{\theta_H}) = \chi(\overline{\theta_H}) \left[ \cos(e) + \sin(e) \tan(\overline{\theta_H}) \frac{E_2(e) - \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) E_2(i)}{2 - E_1(e) - \left(\frac{\phi}{\pi}\right) E_1(i)} \right] \quad (\text{A.69})$$

On définit alors la fonction

$$\eta(x) = \chi(\overline{\theta_H}) \left[ \cos(x) + \sin(x) \tan(\overline{\theta_H}) \frac{E_2(x)}{2 - E_1(x)} \right] \quad (\text{A.70})$$

Et, finalement la fonction d'ombrage s'écrit

$$S(i, e, g, \overline{\theta_H})_{i \leq e} = \frac{\mu_e \mu_0}{\eta(e) \eta(i)} \frac{\chi(\overline{\theta_H})}{1 - f(\phi) + f(\phi) \chi(\overline{\theta_H}) [\mu_0 / \eta(i)]} \quad (\text{A.71})$$

### Cas où $i > e$

Les angles effectifs  $i_e$  et  $e_e$  sont donnés par :

$$\cos(i_e) = \mu_{0e}(i, e, \overline{\theta_H}) = \chi(\overline{\theta_H}) \left[ \cos(i) + \sin(i) \tan(\overline{\theta_H}) \frac{E_2(i) - \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) E_2(e)}{2 - E_1(i) - \left(\frac{\phi}{\pi}\right) E_1(e)} \right] \quad (\text{A.72})$$

$$\cos(e_e) = \mu_e(i, e, \overline{\theta_H}) = \chi(\overline{\theta_H}) \left[ \cos(e) + \sin(e) \tan(\overline{\theta_H}) \frac{\cos(\phi) E_2(i) - \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) E_2(e)}{2 - E_1(i) - \left(\frac{\phi}{\pi}\right) E_1(e)} \right] \quad (\text{A.73})$$

Et, finalement la fonction d'ombrage s'écrit

$$S(i, e, g, \overline{\theta_H})_{i > e} = \frac{\mu_e \mu_0}{\eta(e) \eta(i)} \frac{\chi(\overline{\theta_H})}{1 - f(\phi) + f(\phi) \chi(\overline{\theta_H}) [\mu / \eta(e)]} \quad (\text{A.74})$$

### **Amélioration du modèle : diffusion multiple anisotrope**

L'expression analytique de la réflectance bidirectionnelle d'un milieu particulaire lisse et dont le terme de diffusion multiple est supposé isotrope est donné par l'équation (A.44) que nous pouvons récrire

$$r(\Omega_0, \Omega) = \frac{w}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} L(\mu_0, \mu) \quad (\text{A.75})$$

avec

$$L(\mu_0, \mu) = p(g) + H(\mu_0)H(\mu) - 1 \quad (\text{A.76})$$

Cette hypothèse d'isotropie a pour conséquence de surestimer l'amplitude de la réflectance due à la diffusion multiple lorsque les particules diffusent la lumière vers l'avant et de la sous-estimer lorsqu'elles la diffusent vers l'arrière. L'équation (A.76) tient compte de la diffusion simple liée à la fonction de phase  $p(g)$  et de la diffusion multiple pour le cas isotrope par le terme  $H(\mu_0)H(\mu) - 1$ . Afin de prendre en compte l'anisotropie dans la diffusion multiple, on cherchera une nouvelle expression du terme  $L(\Omega_0, \Omega)$ . [Hapke, \(2002\)](#) résout ce problème en utilisant le principe d'invariance (la réflectance d'un milieu particulaire semi-infini ne change pas si une couche optiquement fine, constituée des mêmes matériaux, lui est superposée). Le développement complet du calcul détaillé dans [Hapke, \(2012a\)](#) aboutit à

$$L(\mu_0, \mu) = p(g) + M(\mu_0, \mu) \quad (\text{A.77})$$

avec

$$M(\mu_0, \mu) = L_1(\mu_0)[H(\mu) - 1] + L_1(\mu)[H(\mu_0) - 1] + L_2[H(\mu) - 1][H(\mu_0) - 1] \quad (\text{A.78})$$

Dans le cas isotrope ( $p(g) = L_1 = L_2 = 1$ ), on retrouve bien  $M(\mu_0, \mu) = H(\mu_0)H(\mu) - 1$ . Les expressions des quantités  $L_1(\mu_0)$ ,  $L_1(\mu)$  et  $L_2$  sont évaluées à partir de la forme de la fonction de

phase. Les fonctions de phase utilisées pour décrire les milieux particuliers peuvent s'écrire sous la forme d'une somme infinie de polynômes de Legendre. On écrit alors

$$p(g) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n P_n(\cos g) \quad (\text{A.79})$$

où les coefficients  $b_n$  sont définis par la fonction de phase que l'on souhaite utiliser. [Hapke, \(2002\)](#) a montré que

$$L_1(\mu_0) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n b_n P_n(\mu_0) \quad (\text{A.80})$$

$$L_1(\mu) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n b_n P_n(\mu) \quad (\text{A.81})$$

$$L_2(\mu) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 b_n \quad (\text{A.82})$$

avec

$$\begin{aligned} A_n &= 0 && \text{si } n \text{ est pair} \\ A_n &= \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots n}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (n+1)} && \text{si } n \text{ est impair} \end{aligned} \quad (\text{A.83})$$

### Fonction de phase

La fonction de phase d'une particule est la probabilité qu'un photon incident dans une direction donnée soit diffusé dans une autre direction formant un angle de phase  $g$  avec la direction d'incidence ([Sharma, 2015](#)). Elle caractérise l'organisation spatiale de la diffusion et est normalisée de sorte que

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(g) d\Omega = 1 \quad (\text{A.84})$$

Pour décrire le comportement de diffusion d'une particule, [Henyey & Greenstein, \(1941\)](#) ont introduit une fonction de phase à un paramètre  $-1 < \xi < 1$ . Si  $\xi = -1$  la diffusion se fait vers l'arrière et est totale alors que si  $\xi = 1$ , elle se fait vers l'avant et est totale. Cette fonction a été largement utilisée pour décrire le pic de diffraction dans des travaux de photométrie sur les corps planétaires, notamment par [Lumme & Bowell, \(1981\)](#), [Buratti & Veverka, \(1985\)](#) et [Helfenstein et al. \(1988\)](#). On la note HG1 :

$$\text{HG1}(g) = \frac{1 - \xi^2}{(1 + 2\xi \cos(g) + \xi^2)^{3/2}} \quad (\text{A.85})$$

avec  $\xi = -\langle \cos g \rangle$  le cosinus moyen de l'angle de diffusion. On peut la récrire ([Kattawar, 1975](#)) :

$$\text{HG1}(g) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) (-\xi)^n P_n(\cos g) \quad (\text{A.86})$$

où

$$b_n = (2n + 1)(-\xi)^n \quad (\text{A.87})$$

La fonction HG1 ne permet pas de décrire complètement la diffusion d'une particule car elle ne génère qu'un seul lobe, alors que la plupart des particules en génèrent au moins deux. On introduit alors une fonction de Henyey-Greenstein double (notée HG2) composée de deux fonctions HG1 à symétrie opposée. La fonction de Henyey-Greenstein peut alors s'exprimer en fonction de deux (HG2) ou trois (HG3) paramètres. On a

$$\text{HG2}(g) = \frac{1+c}{2} \frac{1-b^2}{(1-2b \cos(g) + b^2)^{3/2}} + \frac{1-c}{2} \frac{1-b^2}{(1+2b \cos(g) + b^2)^{3/2}} \quad (\text{A.88})$$

et

$$\text{HG3}(g) = \frac{1+c}{2} \frac{1-b_1^2}{(1-2b_1 \cos(g) + b_1^2)^{3/2}} + \frac{1-c}{2} \frac{1-b_2^2}{(1+2b_2 \cos(g) + b_2^2)^{3/2}} \quad (\text{A.89})$$

Dans les deux expressions (A.88) et (A.89), le premier terme décrit le lobe de diffusion arrière et le second le lobe de diffusion avant. Les paramètres  $b$ ,  $b_1$  et  $b_2$  décrivent la largeur angulaire de chaque lobe, alors que le paramètre  $c$  quantifie l'amplitude du lobe de rétrodiffusion par rapport à celui de diffusion avant.  $b$ ,  $b_1$  et  $b_2$  sont contraints de telle sorte que  $0 \leq b < b_1$  et  $b_2 < 1$ . Il n'existe pas de contrainte sur  $c$  si ce n'est que  $\text{HG2}(g) \geq 0$  pour tout  $g$ .

Une des limites de la fonction HG2 réside dans la forme similaire des deux lobes de diffusion avant et arrière. Ce n'est pas le cas pour HG3 qui contrôle la diffusion de la particule avec un paramètre par lobe. [Domingue & Verbiscer, \(1997\)](#) et [Hartman & Domingue, \(1998\)](#) ont comparé la capacité des fonctions HG2 et HG3 à décrire les angles de phase de plusieurs types de matériaux : il ressort de ces travaux que malgré un ajustement meilleur avec trois paramètres, la différence n'est pas significative. La plupart des auteurs utilisent donc HG2 pour inverser le modèle de Hapke ([Cord et al., 2003](#) ; [Cord et al., 2005](#) ; [Johnson et al., 2006a,b](#) ; [Hapke, 2008](#) ; [Souchon et al., 2011](#) ; [Sato et al., 2014](#) ; [Fernando et al., 2015](#)).

La fonction HG2 représentée par l'équation (A.88) peut s'exprimer sous la forme d'une somme de polynômes de Legendre, selon

$$\begin{aligned} \text{HG2}(g) = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} (2 \times (2n) + 1) b^{2n} P_{2n}(\cos(g)) \\ - c \sum_{n=0}^{\infty} (2 \times (2n + 1) + 1) b^{(2n+1)} P_{2n+1}(\cos(g)) \end{aligned} \quad (\text{A.90})$$

La première somme de l'équation (A.90) représente la somme sur les indices pairs et la deuxième la somme sur les indices impairs. On a

$$b_n = c(2n + 1)b^n \text{ si } n \text{ est impair} \quad (\text{A.91})$$

$$b_n = (2n + 1)b^n \text{ si } n \text{ est pair} \quad (\text{A.92})$$



## Annexe B Sites d'étude dans le rift d'Asal-Ghoubbet

**Site A** : projections hyaloclastiques remaniées



**Site B** : lave cordée de type pahoehoe



**Site C** : plaques de calcaire induré



**Site D** : projections hyaloclastiques remaniées



**Site E** : blocs de lave centimétriques (hyaloclastite) sur sédiments lacustres



**Site F** : limons



**Site G** : champ de lave constitué de blocs poreux décimétriques



**Site H** : banquise de sel



**Site I** : scories sur sédiments lacustres



**Site K** : sable ; dépôts fluviaux



**Site M** : Croute de lave fissurée



**Site N** : lave ancienne (aphyrique) fracturée



**Site O : dépôts fluviaux**



**Site P : lave a'a**



**Site Q : lave basaltique porphyrique sous forme de dalles**



**Site R** : scories sur sédiments lacustres



**Site S** : lave aphyrique altérée, relativement lisse



**Site T** : calcaires lacustres pulvérulents, riches en coquilles de mollusque



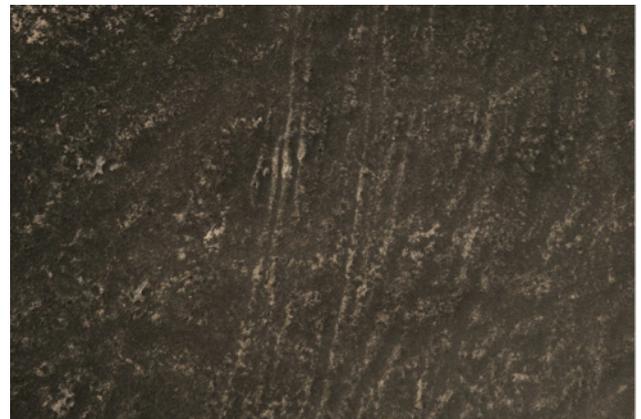
**Site U** : blocs de basalte à tendance alcaline de petite taille



**Site X** : dépôt de blocs de lave a'a sur sédiments lacustres



**Site Y** : projections hyaloclastiques remaniées



**Site Z : projections hyaloclastiques remaniées**

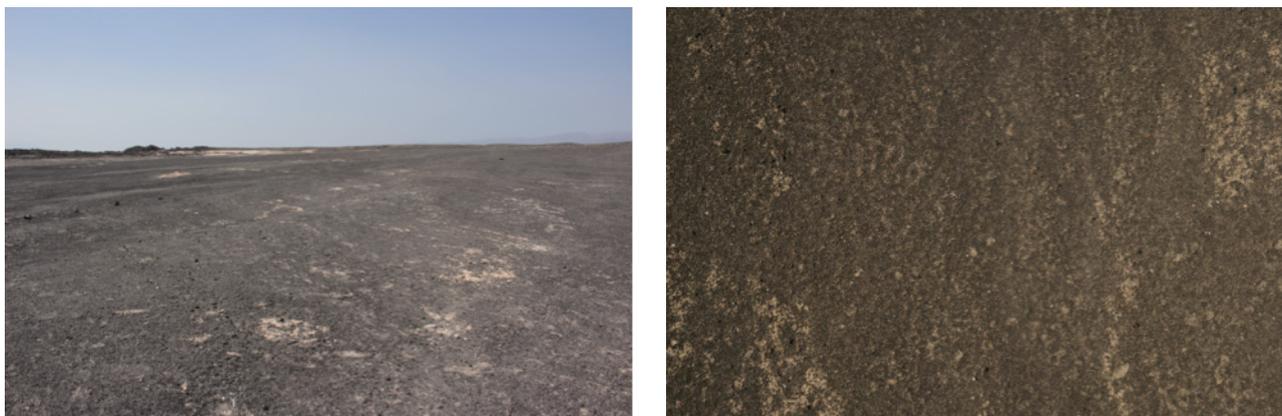


Figure 121 - Sites étudiés lors de la mission à Djibouti de février 2016. A gauche : vue d'ensemble ; à droite : vue rapprochée.

## Annexe C Calcul de la fonction de transmission atmosphérique

Considérons une bande spectrale de largeur  $\Delta\nu$  contenant  $n$  raies d'absorption. Chaque raie est caractérisée par sa fréquence centrale  $\nu_0$ , sa largeur à mi-hauteur  $w$ , son intensité  $S$  et un facteur de forme  $f$ . Un exemple de bande d'absorption spectrale pour un profil de Lorentz (équation (C.2)) est illustré en Figure 122.

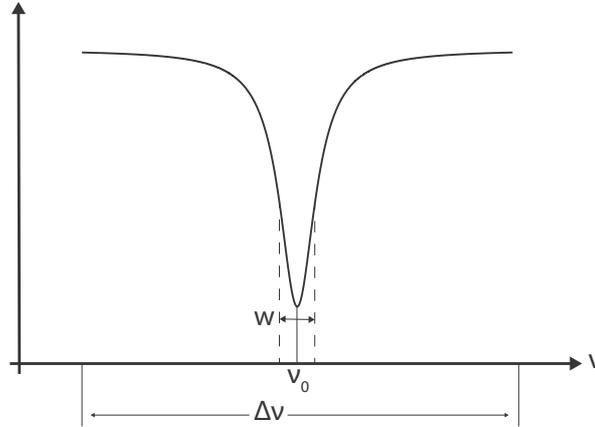


Figure 122 – Raie d'absorption spectrale de Lorentz.  $\Delta\nu$  correspond à la largeur de la bande spectrale,  $\nu_0$  est la fréquence centrale de la bande et  $w$  est la largeur à mi-hauteur.

Pour une couche d'atmosphère homogène, dont le coefficient d'absorption  $k$  ne varie pas le long du trajet du rayon lumineux, la fonction de transmission gazeuse de cette bande spectrale s'écrit

$$T_{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp(-ku) d\nu = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp(-uSf(\nu - \nu_0)) d\nu \quad (\text{C.1})$$

avec  $u$  la quantité de gaz absorbant. Afin de modéliser le spectre d'absorption sur la gamme spectrale  $\Delta\nu$ , on utilise un modèle de bandes aléatoires qui suppose que les lignes d'absorption sont distribuées de manière aléatoire et qu'elles sont caractérisées par un facteur de forme correspondant à un profil de Lorentz décrit par

$$f(\nu - \nu_0) = \frac{\alpha/\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2} \quad (\text{C.2})$$

avec  $\alpha$  la largeur à mi-hauteur. Les  $n$  lignes d'absorption sont séparées d'une distance moyenne  $\delta$ , de telle sorte que

$$\delta = \frac{\Delta\nu}{n} \quad (\text{C.3})$$

Les lignes d'absorption sont indépendantes les unes des autres mais ont des facteurs de forme  $f$  identiques définis par l'équation (C.2). L'intensité  $S_i$  de la  $i^e$  ligne est définie par une fonction densité de probabilité  $p(S_i)$ . La transmission moyenne sur toute la bande spectrale est calculée à partir du produit de la transmission due à chaque ligne d'absorption en intégrant l'équation (C.1) sur la distribution de probabilité d'intensité  $S_i$  des lignes.

$$T_{\Delta\nu} = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\Delta\nu} \int_0^{\infty} p(S_i) \int_{\Delta\nu} \exp(-uS_i f(\nu - \nu_{0,i})) d\nu dS_i \quad (\text{C.4})$$

Comme toutes les intégrales sont identiques, l'équation (C.1) devient

$$T_{\Delta\nu} = \left( \frac{1}{\Delta\nu} \int_0^{\infty} p(S) \int_{\Delta\nu} \exp(-uS f(\nu - \nu_0)) d\nu dS \right)^n \quad (\text{C.5})$$

que l'on peut récrire

$$T_{\Delta\nu} = \left( 1 - \frac{1}{\Delta\nu} \int_0^{\infty} p(S) \int_{\Delta\nu} 1 - \exp(-uS f(\nu - \nu_0)) d\nu dS \right)^n \quad (\text{C.6})$$

On note

$$\overline{W} = \int_0^{\infty} p(S) \int_{\Delta\nu} 1 - \exp(-uS f(\nu - \nu_0)) d\nu dS \quad (\text{C.7})$$

qui correspond à la largeur équivalente moyenne. D'après (C.6), la transmittance moyenne de la couche atmosphérique devient

$$T_{\Delta\nu} = \left( 1 - \frac{1}{n} \frac{\overline{W}}{\delta} \right)^n \quad (\text{C.8})$$

Comme  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{x}{n} \right)^n = \exp(-x)$ , on a

$$T_{\Delta\nu} = \exp\left(-\frac{\overline{W}}{\delta}\right) \quad (\text{C.9})$$

Les modèles de bandes aléatoires utilisés dans 6S sont celui de [Goody, \(1964\)](#) pour la vapeur d'eau et celui de [Malkmus, \(1967\)](#) pour les autres gaz atmosphériques ( $O_3$ ,  $O_2$  et  $CO_2$ ) car ce dernier présente une probabilité de lignes d'absorption faibles supérieure. Pour la vapeur d'eau on a

$$p(S) = \overline{S}^{-1} \exp(-S/\overline{S}) \quad (\text{C.10})$$

où  $\overline{S}$  est l'intensité moyenne définie par

$$\overline{S} = \int_0^{\infty} S p(S) dS \quad (\text{C.11})$$

Ainsi, pour une ligne définie par un profil de Lorentz (équation (C.2)), la fonction de transmission spectrale s'écrit

$$T_{\Delta\nu} = \exp\left(-\frac{\overline{S}u}{\delta} \left(1 + \frac{\overline{S}u}{\pi\alpha_0}\right)^{-1/2}\right) \quad (\text{C.12})$$

avec  $\alpha_0$  la largeur à mi-hauteur moyenne. Pour les autres gaz (modèle de Malkmus),

$$p(S) = S^{-1} \exp(-S/\overline{S}) \quad (\text{C.13})$$

et

$$T_{\Delta v} = \exp\left(-\frac{\pi\alpha_0}{2\delta}\left(\left(1 + \frac{4\bar{S}u}{\pi\alpha_0}\right)^{-1/2} - 1\right)\right) \quad (\text{C.14})$$

Dans (C.12) et (C.14), on a, pour  $S_i$  et  $\alpha_i$  l'intensité et la largeur à mi-hauteur de la  $i^e$  bande

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n} \quad (\text{C.15})$$

et

$$\frac{\bar{S}}{\pi\alpha_0} = \frac{1}{4} \left( \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n (S_i \alpha_i)^{1/2}} \right)^2 \quad (\text{C.16})$$

Les équations (C.12) et (C.14) sont valides pour une couche d'atmosphère homogène, pour laquelle la pression, la température et la concentration en gaz sont constantes. En réalité, ces grandeurs varient avec l'altitude (Figure 60). Pour tenir compte de cette variation, on utilise l'approximation de Curtis-Godson (Fu & Liou, 1992) qui consiste à réduire le problème de transfert radiatif à celui d'une atmosphère homogène en utilisant des valeurs moyennes pondérées de  $u$ ,  $P$  et  $T$ . Ainsi, on note  $\bar{m}$  la quantité de gaz absorbant pondérée par la température et  $\overline{m\phi}$  la quantité de gaz pondérée par la pression et la température

$$\bar{m}(z, z') = \frac{1}{\mu g} \int_z^{z'} \Phi(T(z)) q(z) dz \quad (\text{C.17})$$

$$\overline{m\phi}(z, z') = \frac{1}{\mu g} \int_z^{z'} \frac{P(z)}{P_0} \Psi(T(z)) q(z) dz \quad (\text{C.18})$$

où  $P$  est la pression à l'altitude  $z$  et  $P_0$  la pression dans les conditions standard,  $T$  la température,  $\mu$  le cosinus de l'angle de visée,  $q$  le rapport de mélange du gaz absorbant et  $g$  l'accélération de la pesanteur. Les fonctions de transmission gazeuse de la vapeur d'eau se récrivent

$$T_{\Delta v} = \exp\left(-\frac{\bar{S} \bar{m}}{\delta} \left(1 + \frac{\bar{S} \bar{m}^2}{\pi\alpha_0 \overline{m\phi}}\right)^{-1/2}\right) \quad (\text{C.19})$$

et pour les autres gaz

$$T_{\Delta v} = \exp\left(-\frac{\pi\alpha_0 \overline{m\phi}}{2\delta \bar{m}} \left(\left(1 + \frac{4\bar{S} \bar{m}^2}{\pi\alpha_0 \overline{m\phi}}\right)^{-1/2} - 1\right)\right) \quad (\text{C.20})$$

Les fonctions  $\Phi(T)$  et  $\Psi(T)$  sont approximées par

$$\Phi(T) = \exp(a(T - T_r) + b(T - T_r)^2) \quad (\text{C.21})$$

$$\Psi(T) = \exp(a'(T - T_r) + b'(T - T_r)^2) \quad (\text{C.22})$$

Le code 6S utilise les données spectroscopiques de l'AFGL *atmospheric absorption line parameters compilation*, en particulier la position, l'intensité et la largeur à mi-hauteur des lignes pour calculer les inconnues dans les équations (C.19) et (C.20) qui sont l'intensité moyenne des bandes  $\bar{S}$  (équation (C.15)), la largeur à mi hauteur moyenne des bandes  $\alpha_0$  (équation (C.16)) et les quantités de gaz absorbant  $\bar{m}$  et  $\overline{m\phi}$ , directement liées aux fonctions  $\Phi(T)$  et  $\Psi(T)$ . Ainsi les coefficients  $\bar{S}$ ,  $\pi\alpha_0$ ,  $a$ ,  $a'$ ,  $b$  et  $b'$  sont répertoriés dans des tables précompilées avec une résolution spectrale de 10

cm pour les différents gaz atmosphériques. Par intégration numérique de (C.19) et (C.20) et en utilisant (C.21) et (C.22), on peut calculer les quantités de gaz absorbant pour un modèle d'atmosphère donné. Chaque modèle est défini par un profil altimétrique de pression, température, concentration en vapeur d'eau et concentration en ozone. Les quantités  $\bar{m}$  et  $\overline{m\phi}$  calculées sont ensuite normalisées par les teneurs en vapeur d'eau ( $U_{H_2O}$ ) ou en ozone ( $U_{O_3}$ ) entrées par l'utilisateur, avant d'être intégrées dans (C.19) et (C.20) pour le calcul de la fonction de transmission gazeuse.