

THESE

Un automate cellulaire de l'espace réel pour l'étude des populations de dunes

Présentée au Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques de
l'Institut de Physique du Globe de Paris
par

Deguo Zhang

Pour obtenir le titre de Docteur de
de l'Université Paris VII - Denis Diderot

Rapporteur : M. VALANCE, Alexandre
Rapporteur : M. ALLEMAND, Pascal
Examineur : M. LAGRÉE, Pierre-Yves
Examineur : M. LOGNONNÉ, Philippe
Directeur : M. MÉTIVIER, François
Co-Directeur : M. NARTEAU, Clément

Résumé

Nous proposons et développons un nouvel automate cellulaire pour l'analyse des populations de dunes. La principale innovation de ce modèle numérique est de fusionner un gaz sur réseau avec un automate cellulaire asynchrone dédié au transport sédimentaire. A partir d'une représentation discrète de l'espace réel en 3D, notre système dynamique n'est régi que par des interactions entre des cellules voisines d'états différents. Nous tirons ainsi pleinement avantage d'une approche de type automate cellulaire et montrons que toutes les relations empiriques qui sont communément injectées dans les modèles traditionnels peuvent être reproduites a posteriori à partir des résultats de nos simulations. Nous en concluons que les mécanismes d'émergence sont les mêmes dans la nature et dans notre modèle. Par analogie avec les systèmes naturels, nous quantifions alors l'ensemble des comportements de notre automate cellulaire, du développement de l'instabilité dunaire jusqu'à la dynamique des champs de dunes complexes.

Nos études ont successivement porté sur des dunes se formant à partir d'écoulements monodirectionnels ou multidirectionnels. En faisant varier la quantité de sédiment disponible, nous reproduisons tous les types de dunes communément observés dans différents environnements terrestres mais aussi sur Mars, Vénus ou Titan, un des plus gros satellites de Saturne. Outre sa capacité à générer ces structures, la grande originalité de notre modèle est d'être le premier à produire de manière spontanée des dunes secondaires. Une fois encore, c'est parce que la relation entre la forme de l'écoulement et la topographie ne relève pas d'un mécanisme contraignant et arbitraire. C'est une propriété émergente du modèle qui permet de simuler toute une hiérarchie de structures dunaires à partir du même mécanisme d'instabilité.

Un autre avantage de notre automate cellulaire de l'espace réel est de prendre en compte l'épaisseur de l'écoulement. Nous pouvons donc étudier les lits sédimentaires dont les dimensions caractéristiques dépendent de la présence d'une couche limite. Nous prenons comme exemple les dunes étoiles, des dunes géantes communément observées sur Terre dans les zones de dépôt de déserts arides soumis à des vents multidirectionnels. Ces dunes n'avaient jamais été modélisées avec autant de détails dans le passé parce qu'un état stationnaire ne peut être atteint que lorsque les écoulements sont confinés en hauteur. En étudiant la formation et l'évolution des dunes étoiles, nous avons été capables de montrer que la morphodynamique dunaire ne dépend pas seulement de l'orientation moyenne des flux sédimentaires mais aussi de la fréquence avec lesquels ils changent de direction. Sur la base de ces résultats, nous suggérons que la morphologie des dunes pourrait être une importante source d'informations sur la variabilité des vents. Sur Terre, comme sur Mars, Vénus ou Titan, ceci serait une étape importante dans la résolution du problème inverse consistant à déterminer les conditions climatiques passées à partir de la forme des dunes.

Mots clés : Morphogénèse dunaire - automate cellulaire - dunes superposées - instabilité.

Abstract

We propose and develop a new cellular automaton dune model. The main innovation of this numerical approach is to merge a lattice-gas cellular automaton model with an asynchronous cellular automaton model dedicated to sediment transport. Using a discrete representation of 3D real-space, this dynamical system is entirely governed by interactions between neighboring cells of different states. Thus, we take full advantage of the cellular automaton approach and show that all the empirical relationships that are commonly injected into traditional models can be reproduced retrospectively from the output of our simulations. We infer that the emergence mechanisms are the same in nature and in our model. Then, by analogy with natural systems, we quantify the overall dynamics of our system from the linear aero/hydrodynamic instability responsible for the formation of dune.

We successively study dunes formed by unidirectional or multi-directional flow regimes. By varying sediment availability, we reproduce all types of dunes commonly observed in different environments on Earth but also on Mars, Venus or Titan, one of the largest moon of Saturn. Besides these structures, the main originality of our model is to spontaneously produce secondary bedforms. Again, this is because the relationship between the bed shear stress and the topography is not imposed by restrictive and arbitrary rules. Instead, there is a continuously-adapting dynamic equilibrium that allows to simulate a hierarchy of bedforms from the same instability mechanism.

Another advantage of our real-space cellular automaton is to take into account the thickness of the flow. We can therefore study sedimentary bedforms limited in height by the presence of a top boundary layer. For example, we study star dunes, giant dunes commonly observed on Earth in major depositional centres of arid deserts subject to multi-directional wind regimes. These dunes have never been quantitatively studied in the past because a stationary state cannot be reached without a top boundary layer. Studying the formation and evolution of star dunes in our model, we show that dune morphodynamics does not depend only on the average orientation of the sedimentary fluxes but also on the frequency with which they change direction. Therefore, dune morphology could be used to determine the variability of the flow. On Earth as on Mars, Titan or Venus, this would be an important step in solving the inverse problem consisting of determining past climatic conditions from dune shapes.

Keywords : Dune morphogenesis - cellular automaton - superimposed bedforms - instability.

TABLE DES MATIÈRES

Table des matières	vii
1 Introduction	1
1.1 La physique des dunes	1
1.1.1 La nature des écoulements à l'échelle des dunes	1
1.1.2 Mise en mouvement d'une particule élémentaire	7
1.1.3 Les modes de transport granulaires	9
1.1.4 Flux sédimentaires	13
1.1.5 De la formation des dunes aux mers de sable	15
1.2 Les dunes éoliennes sur Terre	17
1.2.1 Les déserts arides	17
1.2.2 Types de dunes élémentaires	19
1.2.3 Motifs et structures secondaires	25
1.2.4 Interaction des dunes avec leurs milieux naturels	28
2 Un automate cellulaire de l'espace réel pour l'analyse quantitative des formes du- naires.	35
2.1 Introduction	37
2.2 Dunes as the result of a linear instability – a brief review	39
2.2.1 Linear stability analysis	39
2.2.2 Dune instability mechanism	40
2.2.3 Saturation length and dune size	41
2.3 The model	42
2.3.1 A 3D cellular automaton model for sediment transport	42
2.3.2 A lattice gas cellular automaton model (LGCA)	44
2.4 Typical dune patterns of the cellular automaton model	47
2.5 Setting the length and time scales of the model	49
2.5.1 The linear stability analysis of a flat sand bed	50
2.5.2 Saturation length and flux	51
2.5.3 The characteristic length and time scales of the model	52
2.6 Conclusion and perspectives	53

3	Morphodynamique dunaire sous des conditions d'écoulement unidirectionnelles	63
3.1	Introduction	65
3.2	The cellular automaton dune model	67
3.2.1	A cellular automaton model for sediment transport	67
3.2.2	A lattice gas cellular automaton model	67
3.2.3	Feedback mechanisms	69
3.2.4	Scaling and flow strength	69
3.3	Morphodynamics of barchan dunes	70
3.3.1	Formation of steady-state barchan dunes	70
3.3.2	Morphodynamics of isolated barchan dunes with superimposed bedforms	73
3.3.3	Morphodynamics of a population of barchan dunes	77
3.4	Morphodynamics of transverse dune-fields	80
3.5	Concluding remarks	80
4	Écoulement, flux saturé et barkhanes, caractérisation des états statistiquement stationnaires du modèle	85
4.1	Caractérisation de l'écoulement	85
4.2	Caractérisation des flux de sédiment	87
4.2.1	Un modèle épuré	89
4.2.2	La longueur de saturation	91
4.2.3	Le flux saturé	94
4.2.4	Le temps de saturation et la densité de cellules de sédiment mobile	95
4.2.5	Discussion	97
4.3	Une barkhane modèle	98
4.3.1	Caractérisation d'un état statistiquement stationnaire	99
4.3.2	Dispositif de remise à l'échelle	100
4.3.3	D'une dynamique complexe à la barkhane modèle	104
4.4	Réconcilions physiciens et géographes	107
5	Morphodynamique dunaire sous des conditions d'écoulement multidirectionnelles	111
5.1	Flow calculation and wind speed in the real-space cellular automaton model	119
5.2	Length and time scales...	120
5.2.1	The elementary length scale	121
5.2.2	The elementary time scale	121
5.2.3	Model parameters	122
5.3	Morphodynamics of star dune arms	123
6	La mer de sable de Shanshan dans le bassin compressif de Turfan	129
6.1	Le contexte géologique et climatique	129
6.2	La taille des dunes élémentaires de la mer de sable de Shanshan	134
6.3	Une distribution granulométrique bimodale	136
6.4	Confrontations des mesures de terrains à la théorie	139
6.5	Perspectives pour de futures campagnes de mesures	141
	Conclusion Générale	143
	Bibliographie	149
	Bibliographie	149

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Les dunes ont toujours été un thème de recherche interdisciplinaire. Ces formes de lit sédimentaire se rencontrent dans des environnements très variés sur Terre (dunes éoliennes, dunes sous-marines, dunes froides) mais aussi sur d'autres corps planétaires qui peuplent le système solaire (ex. Mars, Titan, Vénus). Dans ce chapitre introductif, nous dresserons un état des connaissances sur la physique des dunes en faisant essentiellement référence aux dunes éoliennes terrestres. Ces dunes étant omniprésentes dans tous les déserts arides, elles constituent en effet les structures sédimentaire les mieux contraintes par les observations.

1.1 La physique des dunes

Les dunes sont le fruit de l'interaction entre un écoulement à l'origine du transport et un lit sédimentaire déformable dont la topographie détermine les zones de dépôt et d'érosion. La physique des dunes doit donc simultanément prendre en compte

- les modifications de l'écoulement induites par la topographie,
- les transferts de quantité de mouvement du compartiment fluide vers le compartiment granulaire.
- l'impact des grains en mouvement sur l'écoulement et le lit sédimentaire.

Si tous ces processus sont fortement imbriqués les uns dans les autres à l'échelle de la dynamique dunaire, il est utile de les appréhender de manière indépendante pour en mesurer l'influence relative.

1.1.1 La nature des écoulements à l'échelle des dunes

De l'échelle du grain ($\approx 200 \mu\text{m}$) à l'échelle des dunes géantes ($\approx 1\text{km}$), les écoulements s'organisent à partir d'un forçage de grande échelle que nous considérons ici constant et uniforme.

Comme les autres fluides, l'air a la propriété de résister aux écoulements. Par conséquent, des couches d'air voisines se déplaçant à des vitesses différentes créent localement une contrainte de cisaillement dont l'amplitude s'obtient directement à partir du produit entre le gradient de vitesse et une constante μ qui ne dépend que de la température. Par définition, cette grandeur est appelée viscosité dynamique ou viscosité cinématique ν si elle est divisée par ρ_f la masse volumique du fluide. A titre d'exemple, nous avons $\nu_{\text{air}} = 1.45 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ et $\rho_{\text{air}} = 1.23 \text{ kg}/\text{m}^3$ au niveau de la mer sur Terre pour une température de 15°C .

Pour un fluide animé de mouvements de vitesse moyenne U se propageant dans un système de longueur caractéristique L , le nombre de Reynolds

$$Re = \frac{LU}{\nu} \quad (1.1)$$

mesure le rapport entre les forces d'inertie ($\rho_f U^2/L$) et les force visqueuses ($\mu U/L^2$). Si $Re < 1$, les forces visqueuses dominent et l'écoulement est laminaire. Lorsque $Re > 1$, la stratification qui caractérise les écoulements laminaires disparaît progressivement au profit d'une instabilité qui, en se développant, génère de la vorticité à l'origine de mouvements tourbillonnaires [K  rman, 1934]. Pour $Re \gg 10^2$, l'écoulement devient totalement turbulent et on observe d'intenses fluctuations de vitesse se produisant sur une large gamme d'échelle spatiales et temporelles [Frisch, 1995]. Dans ce cas, les propriétés de transport sont fortement amplifiées et se caractérisent par une diffusivité turbulente η très supérieure à sa contrepartie moléculaire.

Dans les désert arides sur Terre, étant donnée la viscosité de l'air et la taille des dunes ($L \approx 10 \text{ m}$), nous avons $Re \gg 10^4$. Tous les processus éoliens sont donc très certainement dominés par la turbulence. Cependant, à l'échelle d'un grain posé sur un lit sédimentaire ou un socle rocheux de forte rugosité, une fine couche laminaire peut être observée. Elle est d'ailleurs prédite par la théorie si l'on considère un nombre de Reynolds de grain (voir Eqs. 1.2 et 1.14). On comprend alors que le principal challenge pour déterminer l'origine du transport sur une dune sera de mieux comprendre les gradients de vitesse près du lit en fonction (a) de la force de l'écoulement, (b) de la topographie et (c) de la rugosité du lit.

Vitesse de l'écoulement au dessus d'un lit sédimentaire

Lorsqu'un fluide visqueux s'écoule sur une surface solide, la vitesse du fluide augmente de zéro à la paroi¹ jusqu'à une valeur correspondant à celle de l'écoulement externe sans frottement. Dans un contexte turbulent, les échanges de masse et d'énergie sont tels que, près de la surface, les fluctuations de vitesse sont beaucoup plus importantes que dans un contexte laminaire.

Dans de nombreux environnements (géo)physiques, impliquant ou non un matériel granulaire, les expériences de laboratoire et les mesures de terrain révèlent que, pour une surface plane et un écoulement turbulent, le profil de vitesse suit le plus souvent une loi logarithmique de la forme

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right), \quad (1.2)$$

où z est la hauteur mesurée perpendiculairement à la surface, u la vitesse de l'écoulement parall  ment à cette surface, κ la constante de von K  rman, u_* la vitesse de cisaillement à la surface et z_0 la rugosité de la surface (Fig.1.1a). Pour dériver cette loi de manière théorique,

1. adhérence résultant des forces d'attraction intermoléculaires.

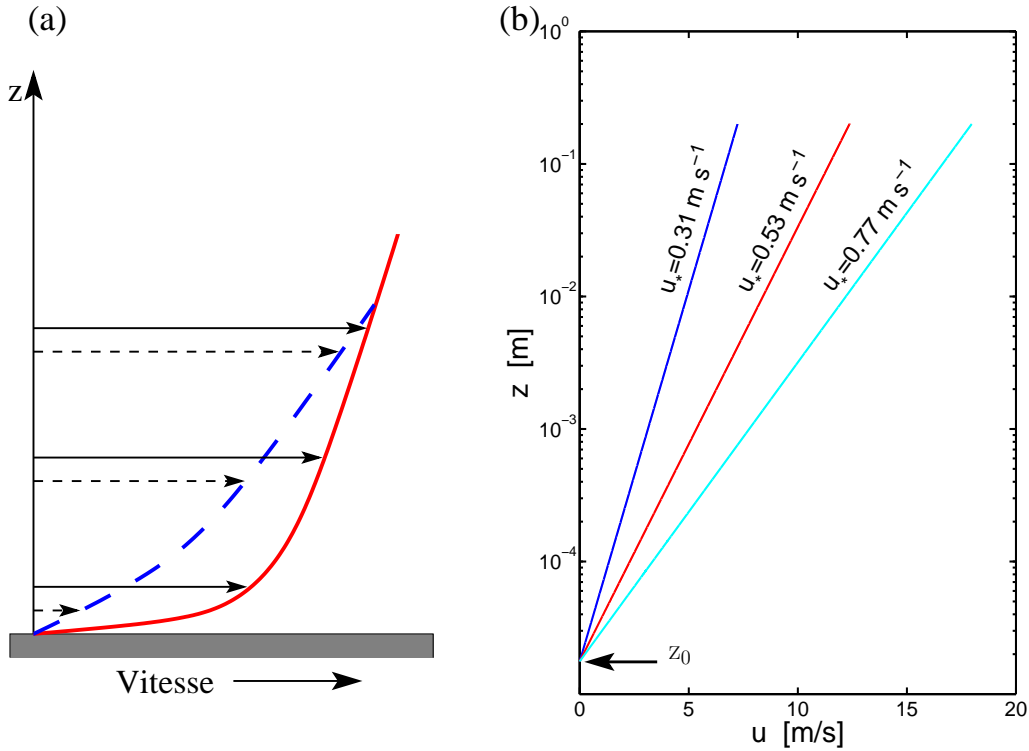


FIGURE 1.1 – **Vitesse d’un écoulement au dessus d’un lit sédimentaire.** (a) Profil de vitesse laminaire (bleu) et turbulent (rouge). Près de la surface, les variations plus brutales de vitesse dans le cas turbulent montrent l’efficacité des tourbillons à transférer de la quantité de mouvement. (b) Visualisation basique de la loi du mur. En traçant le logarithme de la hauteur en fonction de la vitesse de l’écoulement, la loi du mur prédit une pente inversement proportionnelle à la vitesse de cisaillement. L’intersection avec l’ordonnée donne la rugosité.

le champ de vitesse peut se décomposer en la somme d’un champ moyen de grande échelle et d’un champ fluctuant (“turbulent”) de petite échelle et de moyenne nulle :

$$\begin{cases} u = \bar{u} + u', \\ v = \bar{v} + v'. \end{cases} \quad (1.3)$$

La contrainte de cisaillement étant directement proportionnelle au transfert de quantité par unité de surface et par unité de temps, elle peut s’exprimer sous la forme d’une contrainte de cisaillement turbulente à partir des fluctuations de vitesse $\{u', v'\}$

$$\tau_t = \rho_f \overline{u'v'} \quad (1.4)$$

en combinant et moyennant leur impact sur l’écoulement [*Kármán, 1935; Prandtl, 1935; Sutton, 1953*]. Afin de relier ces fluctuations turbulentes au profil de vitesse moyenne, *Prandtl [1935]* introduisit le concept de la longueur de mélange. Notée l , cette grandeur mesure la distance qu’une masse de fluide doit parcourir pour être complètement assimilée par l’écoulement et perdre la mémoire de son environnement dynamique. Par soucis de simplicité, il considéra que cette longueur de mélange l variait linéairement avec la distance à la paroi et était bien entendu nulle sur cette dernière :

$$l = \kappa z. \quad (1.5)$$

La constante de von Kármán se définit alors comme le coefficient de proportionnalité entre la longueur de mélange et la distance à la paroi. En utilisant cette dépendance de la longueur de

mélange, les fluctuations de vitesse turbulente peuvent s'écrire en fonction de la distance à la paroi en considérant que

$$u' \sim v' = l \frac{d\bar{u}}{dz} = \kappa z \frac{d\bar{u}}{dz}.$$

En injectant ces relations dans l'Eq. 1.3, nous avons

$$\tau_t = \rho_f \kappa^2 z^2 \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{1}{\kappa z} \sqrt{\frac{\tau_t}{\rho_f}}. \quad (1.6)$$

La variable $\sqrt{\tau_t/\rho_f}$ a la dimension d'une vitesse. En considérant τ_0 comme la valeur limite du cisaillement sur la paroi ($z = 0$), on peut alors en déduire une vitesse limite

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_f}} \quad (1.7)$$

qui se définit comme la vitesse de cisaillement [Prandtl, 1935]. Sur la base d'un comportement asymptotique pour lequel τ_t ne varie pas dans la limite des $z \rightarrow 0$, il est possible d'introduire la vitesse de cisaillement dans l'Eq. 1.6 qui devient

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{\kappa z}. \quad (1.8)$$

Ainsi, tous les paramètres deviennent indépendants de la distance à la paroi, exceptée la longueur de mélange qui caractérise à elle seule tous les échanges de quantité de mouvement entre les différentes couches de fluide. En intégrant l'Eq. 1.8, on retrouve le profil logarithmique de vitesse communément appelé la “*loi du mur*”. De nos jours, cette loi logarithmique a été validée par plusieurs décennies d'observations sur le terrain et au laboratoire. Indirectement cela démontre la portée du concept de longueur de mélange proposé par Prandtl.

Pratiquement, la loi du mur est très facile à mettre en oeuvre lorsque l'on considère une valeur constante de κ . En effet, dans ce cas, u_* et z_0 sont deux variables indépendantes qui peuvent être déterminées graphiquement en traçant le logarithme de la distance à la paroi en fonction de la vitesse (Fig. 1.1b). Si la loi du mur est respectée, les données peuvent alors être approximées par une droite. Sa pente est inversement proportionnelle à la vitesse de cisaillement u_* ; son intersection avec l'axe des ordonnées donne directement la valeur de la constante d'intégration z_0 (voir Eq. 1.8). Le plus souvent, cette constante est assimilée à la rugosité de la paroi ou, en l'occurrence dans les cas qui nous intéressent, au diamètre médian des grains qui composent notre lit sédimentaire. Cependant, dans des contextes naturels, il s'agit plus d'une constante en dessous de laquelle le régime logarithmique du profil de l'écoulement disparaît. Nous verrons qu'à partir du moment où des grains commencent à être charriés par l'écoulement, ces changements de régime peuvent concerner toute l'épaisseur sur laquelle s'opère le transport solide.

Écoulement au-dessus d'une forme dunaire

Dès que des formes dunaires apparaissent, elles influencent l'écoulement et la notion de lit plat disparaît, au moins, comme nous le verrons, de manière temporaire (voir Sec. 1.1.5).

D'après le théorème de Bernoulli, le principal effet d'une topographie sur l'écoulement d'un fluide incompressible est d'en modifier simultanément les champs de pression et de vitesse. Par exemple, tout obstacle lisse de topographie positive fait l'effet d'un rétrécissement qui oblige le

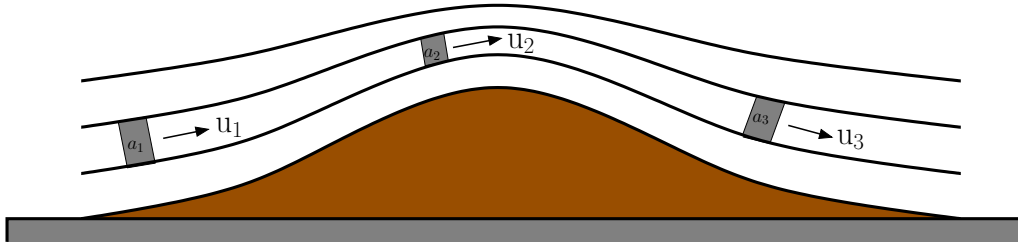


FIGURE 1.2 – **Écoulement autour d’une bosse.** Les lignes de champ du champ de vitesse se compactent en amont de l’obstacle pour se dilater en aval. Pour un fluide incompressible, le volume transporté reste constant ($u_i a_i = u_j a_j$), ce qui explique l’accélération et la décélération de l’écoulement respectivement en amont et en aval de l’obstacle.

fluide à accélérer et décélérer respectivement en amont et en aval du maximum topographique (Fig. 1.2). Si ces variations de vitesse sont bien entendu un contrôle au premier ordre de la distribution des zones d’érosion (accélération) et dépôt (décélération) sur les lits sédimentaires non-plats, elles s’accompagnent aussi de brusques variations du gradient de pression. Celles-ci expliquent notamment la formation de zones de recirculation lorsque le rapport d’aspect de l’obstacle devient trop important et que la décélération du champ de vitesse engendre une brutale augmentation de pression dans le sens de l’écoulement. Ce gradient de pression adverse propage et amplifie une couche limite au sein de laquelle la vitesse peut devenir nulle et même négative. On observe alors le décollement de la couche limite et la formation de bulles de recirculation en aval des maxima topographiques. Celles-ci sont de taille finie et, en aval, les lignes de champs se referment au niveau de points ou d’aires de recollement. A titre d’exemple, la Fig. 1.3 montre des détachements de couches limites, laminaires ou turbulentes, derrière des obstacles sphériques ainsi que la formation de zones de recirculation derrière un obstacle dunaire plongé dans un écoulement turbulent. Dans les déserts arides, en aval d’une dune de hauteur H_∞ se propageant à vitesse constante sur un lit plat, la longueur des bulles de recirculation est de l’ordre de grandeur de la taille de cette dune, disons de quelques H_∞ . Comme le montre la Fig. 1.3 cela peut dépendre de la rugosité et de la topographie de la zone sommitale². D’autre part, une couche limite mettant un certain temps à se développer et à atteindre une géométrie stationnaire, la longueur de la bulle de recirculation dépendra aussi énormément de la stabilité des écoulements tant en orientation qu’en vitesse.

Les équilibres entre les forces d’inertie et le gradient de pression suffisent donc à expliquer les principales fluctuations du champ de vitesse observées sur les formes de lits sédimentaires. Cependant, le maximum de vitesse se produisant systématiquement à la crête, ces équilibres ne peuvent expliquer seuls les mécanismes de croissance dunaire [Kennedy, 1963]. Pour cela, il faut faire appel à d’autres équilibres et notamment considérer une stratification verticale de l’écoulement [Engelund, 1970; Smith, 1970; Fredsøe, 1974]. Pour une bosse de forme sinusoïdale de rapport d’aspect extrêmement faible, Jackson & Hunt [1975] distinguent par exemple une couche externe d’une couche interne³. Dans la couche interne, au plus près de la topographie, le gradient de pression n’est plus compensé par des forces inertielles mais par l’effet des contraintes de cisaillement turbulentes. Le profil de vitesse suit donc a priori une loi logarithmique (Eq. 1.2) à partir de laquelle il est possible d’extraire une vitesse de cisaillement. Cependant, à l’interface

2. Le sommet de la face d’avalanche n’étant pas toujours le sommet de la dune, la géométrie des zones de recirculation peut varier.

3. Plus exactement, Jackson & Hunt [1975] distinguent trois couches en considérant aussi la rugosité de la surface solide sur laquelle s’écoule le fluide.

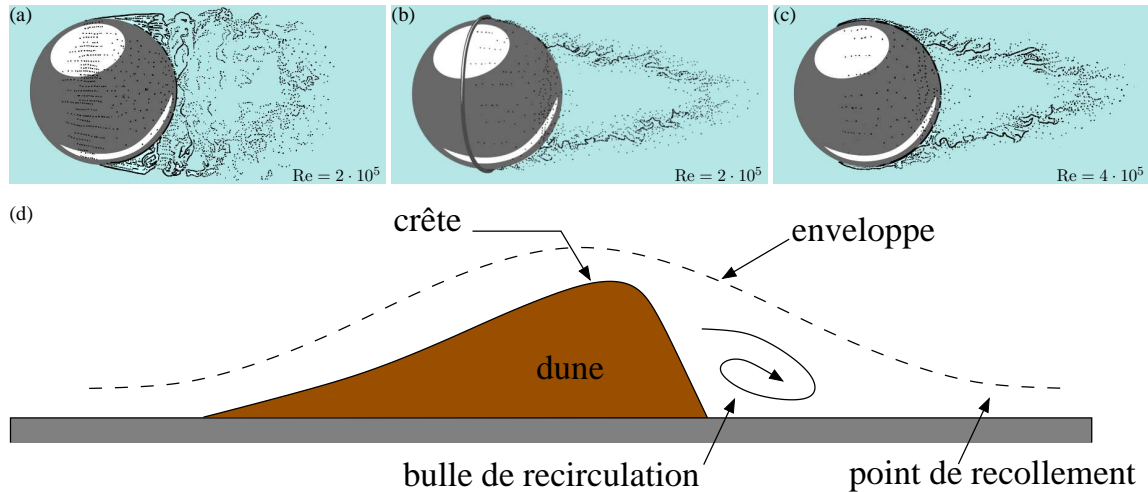


FIGURE 1.3 – **Formation de zones de recirculation.** Sous l’effet d’un gradient de pression positif transporté par l’écoulement, on observe la formation de zones de recirculation en aval des maxima topographiques. (a) Décollement de couche limite laminaire en aval d’un obstacle sphérique pour $Re = 2 \cdot 10^5$. (b) Décollement de couche limite turbulente en aval d’un obstacle sphérique pour $Re = 2 \cdot 10^5$. La seule différence entre (a) et (b) est la présence d’un fil sur la face amont de la sphère. Les mouvements turbulents générés par cette rugosité sont à l’origine de la transition laminaire-turbulent. (c) Décollement de couche limite turbulente en aval d’un obstacle sphérique pour $Re = 4 \cdot 10^5$. Les pertes d’énergies (i. e. la traînée) sont beaucoup moins importantes dans les cas turbulents car les tourbillons favorisent les échanges de quantité de mouvement et retardent le décollement de la couche limite. (d) Décollement de couche limite turbulente en aval d’une dune.

entre les couches interne et externe, la vitesse du fluide ne s’ajuste pas instantanément à la contrainte de cisaillement turbulente. Le maximum de contrainte se trouve alors décalé en amont du maximum de vitesse qui lui se positionne toujours autour du maximum topographique [Jackson & Hunt, 1975; Hunt et al., 1988]. Ainsi, le sommet de la dune se retrouve dans une zone de décroissance de la contrainte basale. Comme nous le verrons par la suite, cela favorise la croissance de la dune par déposition de part et d’autre de la crête.

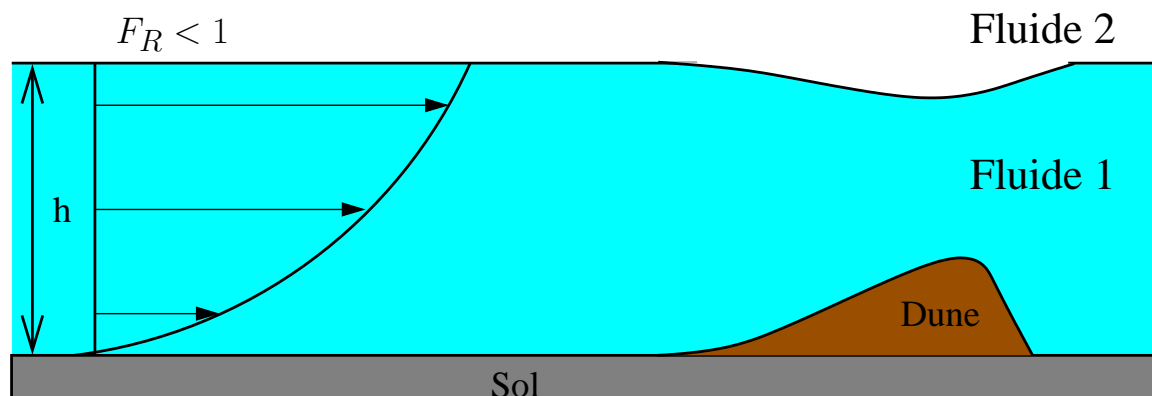


FIGURE 1.4 – **Écoulement confiné à petit nombre de Froude.** Les ondulations topographiques sont en opposition de phase avec les ondulations de la couche limite supérieure. A mesure que l’amplitude de la topographie approche l’épaisseur de l’écoulement, la couche limite supérieure modifie le cisaillement basal.

Afin d’être plus complet concernant la caractérisation des écoulements autour d’une forme dunaire, il est nécessaire d’aborder la problématique des écoulements limités en hauteur par la présence de surfaces libres ou de parois confinantes (couche limite atmosphérique dans les

déserts arides sur Terre; interface eau/air pour les dunes sous-marines). Dans la limite des petits nombres de Froude ($F_R = U/\sqrt{gh} < 1$), les ondes de surface peuvent se propager en amont de l'obstacle et y modifier les propriétés de l'écoulement. Au niveau d'une surface libre, cela se traduit par une dépression qui est alors en opposition de phase avec la topographie du lit (Fig. 1.4). A mesure que les formes dunaires se développent, les deux interfaces sédimentaire et fluide se rapprochent et modifient la stratification de l'écoulement en limitant l'épaisseur de la couche externe. Cela a pour effet de transférer le maximum de contrainte basale vers l'aval. Pour les dunes ayant une longueur d'onde proche de la hauteur de l'écoulement, les ondes de surface au niveau de l'interface fluide peuvent entrer en résonance de telle sorte que la déformation de la surface libre soit en quadrature avec la topographie du lit sédimentaire [Elbelrhiti et al., 2005; Fourrière et al., 2010]. Il s'ensuit une saturation de la taille des dunes non seulement par érosion des zones sommitales mais aussi par formation de dunes secondaires. Ces structures secondaires se propageant au détriment des dunes de plus grande taille sur lesquelles elles se développent, elles peuvent, par vieillissement (i. e. mûrissement ou coarsening), être à l'origine de toute une hiérarchie de structures dunaires.

1.1.2 Mise en mouvement d'une particule élémentaire

La mise en mouvement d'une particule posée sur un lit sédimentaire permet d'initier le transport. Il est donc primordial de déterminer les seuils de vitesse à partir desquels des grains d'une certaine taille pourront commencer à bouger. Dans ce but, la Fig. 1.5 dresse le bilan des forces s'exerçant sur une particule dont le diamètre médian est notée d . Décomposons les forces en deux catégories suivant qu'elles sont motrices ou résistantes.

- Les forces motrices résultent
 - des échanges de quantités de mouvement entre l'écoulement supposé turbulent et la particule. On parle alors d'une force d'entraînement \vec{F}_d dont l'expression ne dépend que de la surface de projection de la particule sur un plan perpendiculaire à l'écoulement, de la densité ρ_f du fluide et de la vitesse de cisaillement :

$$\vec{F}_d = \frac{1}{2} C_d \frac{\pi d^2}{4} \rho_f u_*^2 \vec{u}_x. \quad (1.9)$$

Dans cette expression, $0 < C_d < 1$ est une constante adimensionnée qui prend en compte la géométrie de la particule. Il s'agit d'un coefficient de traînée dont l'expression ne dépend que très peu de la vitesse dans la limite d'écoulements turbulents. Notons d'ailleurs que, sous la même condition, l'Eq. 1.9 exprime tout aussi bien la force de résistance imposée par le fluide sur une particule en chute libre.

- de la décompression superficielle résultant de l'accélération du fluide. On parle alors d'une force de soulèvement \vec{F}_1 qui est directement proportionnelle à la force d'entraînement

$$\vec{F}_1 = \gamma \|\vec{F}_d\| \vec{u}_z. \quad (1.10)$$

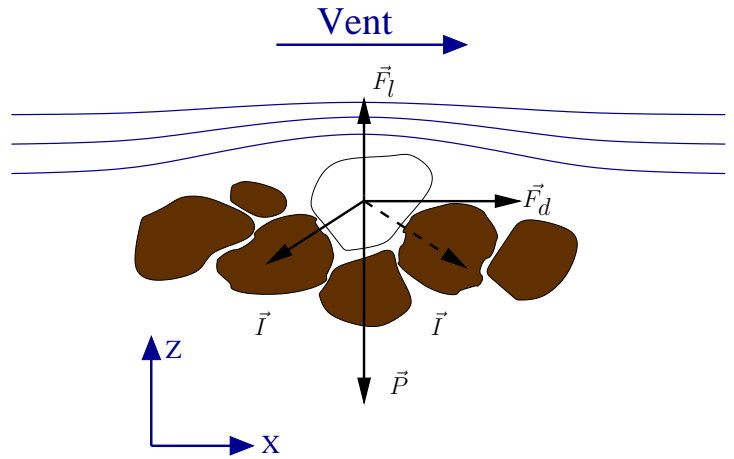
tout au moins pour les gammes morphologiques et l'amplitude des vitesses qui caractérisent le transport éolien dans les déserts arides sur Terre [Chepil, 1958].

- Les forces résistantes sont principalement reliées
 - à la plus forte densité ρ_g des particules solides et donc à leur poids

$$\vec{P} = \frac{\pi d^3}{6}(\rho_g - \rho_f)\vec{y}. \quad (1.11)$$

- aux forces de cohésion de grain à grain. Celles-ci peuvent être de plusieurs natures. Pour les grains de petites tailles, il est certain que les forces électrostatiques jouent un rôle non négligeable (force de van der Waals). Pour des grains de plus grande taille, la cohésion dépend aussi de la tension superficielle du liquide via la résistance des ponts liquides qui connectent les grains. Finalement, des forces de collage peuvent exister, notamment en présence de transitions de phase au sein du matériau granulaire. Cela peut par exemple être le cas des dunes froides sur Terre (fusion-solidification) ou des dunes d'hydrocarbures sur Titan.

FIGURE 1.5 – Forces s'exerçant sur un grain à la surface d'un lit sédimentaire. Afin de mettre en mouvement un grain les forces motrices \vec{F}_d (entraînement) et \vec{F}_l (soulèvement) doivent compenser le poids \vec{P} et les forces de cohésion \vec{I} inter-granulaire.



En l'absence de cohésion, ce bilan des forces nous permet d'obtenir un seuil de mise en mouvement pour la vitesse de cisaillement

$$u_c = \sqrt{\frac{\Delta\rho gd}{3(\sqrt{3} + \gamma)C_p}} \quad (1.12)$$

où $\Delta\rho = (\rho_g - \rho_f)/\rho_f$. Cette relation reste difficile à utiliser essentiellement à cause des valeurs des coefficients de proportionnalité $\{\gamma, C_p\}$. Le nombre sans dimension correspondant, le nombre de Shields,

$$\Theta = \frac{u_*^2}{\Delta\rho gd} \quad (1.13)$$

est par contre lui beaucoup plus intuitif car il quantifie le cisaillement qui s'exerce sur le grain par rapport à son poids. On peut alors mesurer la dépendance du nombre de Shields critique Θ_c en fonction du nombre de Reynolds de grain

$$Re_* = \frac{u_* d}{\nu} \quad (1.14)$$

pour définir les seuils de mise en mouvement des particules qui composent un lit sédimentaire (Fig. 1.6). L'application au terrain de ces lois n'est pas immédiat et de nombreuses controverses

résident dans le rôle des hétérogénéités. Celles-ci peuvent être d'origines compositionnelle (i. e. sédiment de différentes natures, présence de végétation), structurales (i. e. différents éléments architecturaux, mécanisme d'armurage) ou de nature hydro-aérodynamique (i. e. multiples fluctuations de l'écoulement tant en direction qu'en intensité). A ce stade, le seul consensus est d'admettre que ce seuil de transport est une variable aléatoire. Au delà, lorsque le mouvement est initié, la combinaison des modes de transport granulaire ajoute un niveau de complexité à l'étude du transport sédimentaire.

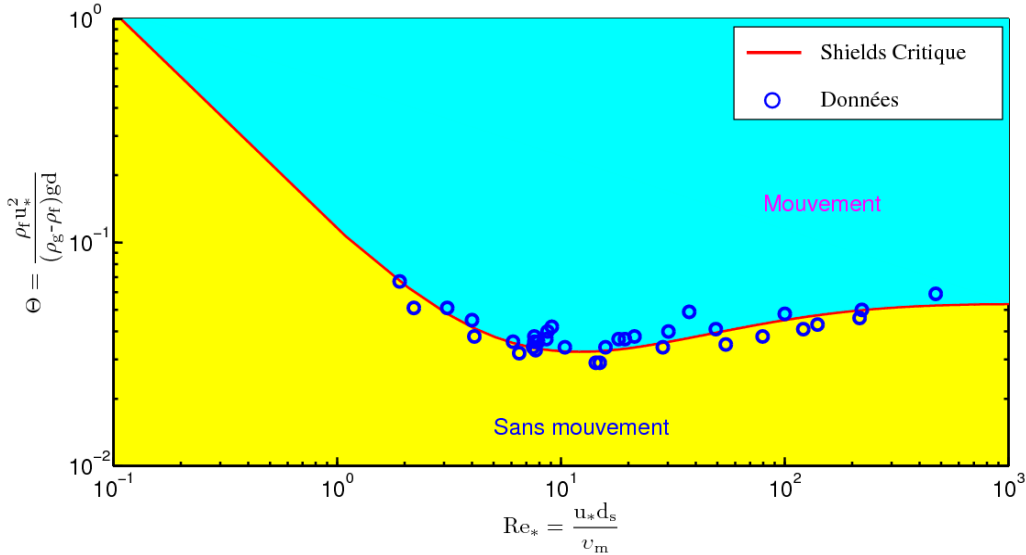


FIGURE 1.6 – **Le diagramme de Shields.** La relation entre le nombre de Shields critique Θ_c et le nombre de Reynolds de grain Re_* montre la variabilité des seuils de mise en mouvement. Historiquement, cette relation est utilisé pour caractériser les seuils de transport solide. On note que u_* et d interviennent à la fois dans Θ et Re_* . Cela rend son utilisation plus difficile. D'autres paramètres adimensionnés séparant la force de l'écoulement de la taille de grain pourraient être utilisés comme par exemple $u_*^2 g (\rho_f \mu^2 / (g(\rho_g - \rho_f)^2)^{1/3}$ et $d(\rho_f g (\rho_g - \rho_f) / \mu^2)^{1/3}$. C'est bien entendu une question de convention, le caractère aléatoire des seuils de mise en mouvement n'étant en rien modifié.

1.1.3 Les modes de transport granulaires

Dès la mise en mouvement d'un grain, le transport peut prendre différentes formes qui dépendent bien entendu de la force de l'écoulement mais aussi des différentes interactions entre les grains [Lajeunesse et al., 2010]. L'organisation des flux sédimentaires se développe donc à partir d'équilibres dynamiques entre le compartiment sédimentaire et le compartiment fluide. Dans ce milieu biphasique, plus la densité du matériau granulaire sera élevée, plus les modes de transports seront dominés par la gravité et les interactions de grains à grains ; plus la densité du fluide sera importante, plus les forces d'entraînement seront le mécanisme dominant. Nous pouvons ainsi explorer du haut vers le bas, les différents niveaux superposés d'écoulement de surface et de subsurface (Fig. 1.7).

Suspension

Loin du lit dans une zone où la vitesse du fluide n'est que très peu affectée par les conditions aux limites, les particules solides peuvent être en suspension, entraînées au gré du courant.

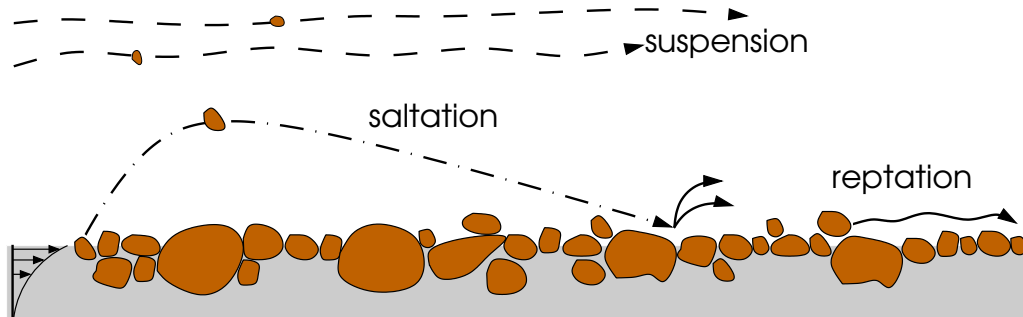


FIGURE 1.7 – **Modes de transport des grains.** Des grains en suspension sont transportés par l'écoulement. Des grains en saltation font des sauts à la surface du lit. L'impact de ces grains mobiles sur le lit peut induire des mouvements de reptation. Dans ce cas, les grains roulent, glissent ou rebondissent à la surface du lit sur une fine couche superficielle qui ne dépasse pas 2 diamètres de grain. Indépendamment, un transport par charriage maintenant les contacts grains-grains peut se produire sur la couche de subsurface du matériau granulaire. Ces différents modes de transport sont associés à une stratification verticale qui traduit l'influence relative des forces d'entraînement (en s'éloignant du lit) et du poids (en se rapprochant et même en pénétrant le lit).

Malgré la gravité, l'influence du mélange turbulent peut dominer et aboutir à des distances de transport qui ne sont plus régies que par la nature des écoulements de grande échelle (Fig. 1.8). Les flux sédimentaires résultant de particules en suspension agissent certainement peu sur la dynamique dunaire. Cependant, l'inverse n'est pas vrai et les dunes jouent à n'en pas douter un rôle très important dans les processus de mise en suspension. De plus, la suspension concerne essentiellement les particules les plus fines qui, comme nous l'avons vu ci-dessus, sont celles pour lesquelles les forces cohésives ne peuvent être négligées.

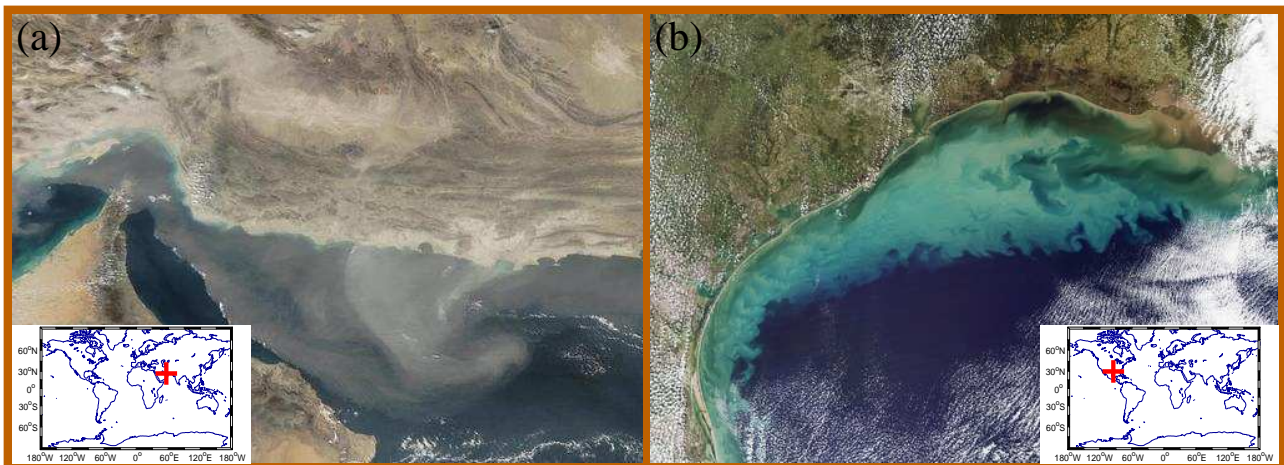


FIGURE 1.8 – **Transport en suspension dans l'air et dans l'eau.** (a) Tempête de sable au dessus du Golfe d'Oman. (b) Sédiment en suspension dans le golfe du Mexique sous l'effet des courants marins générés par une tempête tropicale.

Saltation

Losrqu'une particule solide est mise en mouvement, les forces de soulèvement et d'entraînement se combinent pour éjecter la particule du lit. Si sa vitesse augmente et se stabilise

sous l'effet de la traînée. la particule subit aussi l'effet de son poids et finit par retomber sur le lit en décrivant le plus souvent une trajectoire globalement asymétrique dans le sens de l'écoulement. En impactant le lit sédimentaire, ces saltons peuvent rebondir et/ou mettre en mouvement d'autres grains. Ce transfert de quantité de mouvement peut être local ou non-local suivant l'organisation des lignes de forces au sein du milieu granulaire. L'amplitude du rebond de la particule impactante et le nombre de particules mobilisées par cette collision dépendent aussi énormément de la nature du fluide interstitiel. Cela constitue d'ailleurs une différence majeure entre les processus de saltation éolien et aquatique. En effet, plus la viscosité du fluide est grande, plus les collisions sont amorties et plus la probabilité de rebond du salton diminue.

Pour un flux sédimentaire statistiquement stable, la saltation peut être appréhendée comme une pluie uniforme de grains isolés n'interagissant pas les uns avec les autres. C'est dans tous les cas le principal mécanisme qui contrôle les échanges énergétiques entre le compartiment sédimentaire et le fluide sur une couche limite dont l'épaisseur peut être près de 10^3 fois supérieure au diamètre moyen des particules en mouvement. Les mêmes ordres de grandeur se retrouvent pour la distance caractéristique de saltation (≈ 10 cm pour les déserts arides terrestres).

Reptation

Lorsque des saltons impactent le sol, ils mettent en mouvement d'autres grains qui n'auront pas forcément la trajectoire "*balistique*" des particules en saltation. On qualifie alors de mouvements de reptation ces déplacements impliquant des glissements, des roulements ou des rebonds dont la hauteur ne dépassent pas quelques diamètres de grain. La vitesse de ces reptons est très inférieure à la vitesse moyenne des saltons. De même, leurs mouvements sont beaucoup plus chaotiques. Par conséquent, les reptons ne se déplacent que sur de faibles distances, en tous cas très inférieures aux distances de saltation.

Charriage

La couche superficielle du lit est un milieu poreux dans lequel peuvent se produire des écoulements de subsurface. Sous l'effet du cisaillement du fluide et/ou de la pente plusieurs couches de grains peuvent simultanément être mises en mouvement. Ces déplacements sont dominés par la friction de grain à grain et la vitesse des particules chute rapidement avec la profondeur. Dans un contexte éolien, ces processus sont essentiellement observés durant les écoulements gravitaires sur les faces d'avalanche.

Selon le critère de Coulomb, les mouvements gravitaires au sein des milieux granulaires se déclenchent lorsque le rapport entre les forces de cisaillement et les forces normales dépasse un seuil critique défini comme le coefficient de friction statique. Il correspond à un angle critique θ_s au-dessus duquel un grain ou un ensemble de grains chute sous la seule action du poids. Ce ou ces grains peuvent alors entraîner d'autres grains dans des avalanches qui modifieront la pente locale du lit. Finalement, la pente s'équilibre autour d'une valeur correspondant à un angle de friction dynamique $\theta_d < \theta_s$. Durant les avalanches, la physique de l'écoulement est d'une grande complexité notamment à cause de l'étalement des grains perpendiculairement à la pente (Fig. 1.9a) et de la formation de levées. Nous ne détaillerons pas ici cette dynamique tridimensionnelle. Nous nous concentrerons sur d'autres phénomènes qui sont tout aussi spectaculaire en 2D et qui interpellent à la fois l'expérimentateur (Fig. 1.9b) et le géologue (Fig. 1.9c) : la stratification et la ségrégation. En présence d'hétérogénéités⁴, la dynamique des avalanches

4. La taille des grains est la principale source d'hétérogénéité. Cependant, il peut aussi s'agir de paramètres

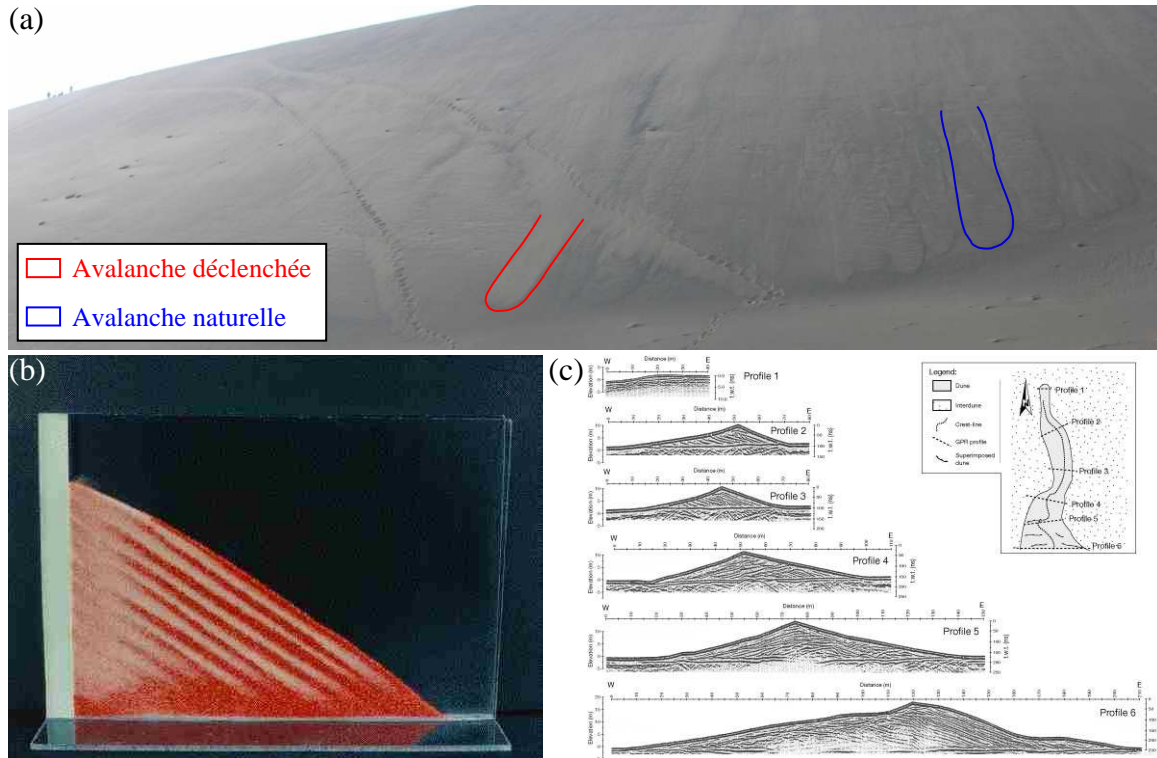


FIGURE 1.9 – **Avalanche, stratification et ségrégation granulaire.** (a) Avalanches naturelles (à droite) et provoquées (à gauche). Les traces de pas donnent l'échelle. (b) Ségrégation et stratification granulaire entre deux plaques de plexiglass séparées de 5 mm [Makse *et al.*, 1997]. Les grains blancs sont des grains sphériques, de 0.27 mm de diamètre avec un angle au repos de 26° ; les grains rouges sont des grains cubiques de 0.8 mm de diamètre avec un angle au repos de 39° . Ces hétérogénéités en taille et en forme sont à l'origine des mécanismes de ségrégation et de stratification granulaire, (c) Couches sédimentaires au sein d'une dune transverse dans le désert de Namibie obtenues par imagerie radar [Bristow *et al.*, 2000]. La ségrégation granulaire et la stratification changent la porosité des couches sédimentaires et potentiellement leur perméabilité. Ce sont ces discontinuités structurales qui sont visibles à l'imagerie radar. Les différents pendages soulignent la variabilité de la direction des vents.

favorise les clivages entre les différents types de grains. Prenons comme exemple les instabilités gravitaires se produisant au sein de distributions granulométriques bimodales. Durant toutes les phases de glissement et de roulement, les petits grains s'infiltreront entre les plus gros pour créer une couche de fines qui servira de tapis roulant aux plus gros grains. Chaque avalanche crée donc deux niveaux superposés qui diffèrent de par leurs compositions mais aussi de par leurs structures. En plus de cette ségrégation granulaire d'origine dynamique, la répétition des avalanches favorise la stratification et la formation d'une structure en peau de zèbre différenciant les gros grains des petits. Finalement, l'inertie des plus gros grains, couplée à la faible rugosité de la couche mobile de grains fins sur laquelle ils s'écoulent, favorise aussi l'écoulement de ces particules de plus grande taille qui se retrouvent naturellement en avant des faces d'avalanche (Fig. 1.9b).

morphologiques (Fig. 1.9b) ou d'écarts de densité.

1.1.4 Flux sédimentaires

Comprendre l'origine des flux sédimentaires et les relier à la vitesse de l'écoulement et aux modes de transport est un problème fondamental de la physique dunaire. Nous négligerons ici les mécanismes de charriage et de suspension pour nous concentrer sur les mécanismes de saltation et de reptation. Dans ce cas, le flux saturé et la longueur de saturation sont deux quantités essentielles pour la caractérisation du transport sédimentaire.

Le flux saturé

Avant de présenter des relations empiriques qui caractérisent les flux sédimentaires en fonction de la vitesse de l'écoulement, il est utile de décrire la notion de flux saturé à l'échelle des processus élémentaires qui contrôlent le mouvement des grains.

Lorsque le transport de masse s'initie et que le premier salton s'extirpe du lit, deux régimes peuvent être envisagés. Le premier, dans la limite des écoulements faibles, correspond à un régime intermittent pour lequel l'impact du salton ne déstabilise pas le lit. En d'autres termes, la probabilité de rebond de la particule impactante et le nombre de reptons produits par chaque impact sont quasiment nuls. Si ce n'est pas le cas et que le salton rebondit avec une forte probabilité, un second régime conduit à la mise en place d'un régime de transport statistiquement stationnaire se construisant autour des échanges de quantité de mouvement entre l'écoulement et les grains en mouvement [Andreotti, 2004a].

Dans la limite des écoulements forts, les saltans peuvent donc rebondir un grand nombre de fois en conservant une vitesse après rebond qui est directement proportionnelle à leur vitesse d'impact [McEwan et al., 1992; Rioual et al., 2000; Werner & Haff, 1988; Anderson & Haff, 1988; Anderson, 1991]. Chaque collision génère alors des reptons qui se propageront à la surface du lit. A mesure que le nombre de saltans et de reptons augmente, ils diminuent la contrainte basale en freinant l'écoulement ou en écrantant le lit. Au dessus d'une certaine limite, la vitesse de cisaillement sur le lit passe sous le seuil de mise en mouvement et aucun nouveau salton ne peut alimenter le transport. Il existe donc une solution d'équilibre pour laquelle le nombre de saltans qui se mettent au repos est exactement compensé par le nombre de particules mises en mouvement par l'écoulement. Cette solution est associée à un flux de saltans et de reptons que l'on qualifie de saturé et que l'on note Q_{sat} .

Plusieurs lois de transport empiriques relient la vitesse de cisaillement au flux saturé. Parmi celles-ci, les relations proposées par [Lettau & Lettau, 1978]

$$Q_{\text{sat}} = \begin{cases} 0 & \text{if } u_* < u_c. \\ C_L \frac{\rho_g}{g} u_*^2 (u_* - u_c) & \text{if } u_* \geq u_c. \end{cases} \quad (1.15)$$

et Sørensen [1991]

$$Q_{\text{sat}} = \begin{cases} 0 & \text{if } u_* < u_c. \\ C_S \frac{\rho_g}{g} u_* (u_* - u_c) (u_* + 7.6u_c + 2.05) & \text{if } u_* \geq u_c. \end{cases} \quad (1.16)$$

furent utilisées avec succès pour prédire les flux mesurés dans différents contextes éoliens [Sauer-mann et al., 2003]. Dans les Eqs. 1.15 et 1.16, les paramètres $C_L = 4.1$ et $C_S = 4.8$ furent obtenus par White & Mounla [1991] dans des expériences de soufflerie pour des grains de 200 μm de diamètre et une vitesse de cisaillement critique $u_c = 0.28$ m/s.

La longueur de saturation

Si l'existence d'un flux saturé permet théoriquement d'estimer le transport sédimentaire à partir de n'importe quel écoulement, cette solution d'équilibre n'est pas atteinte immédiatement et ne peut être observée que sur un lit parfaitement plat et uniforme. En effet, le transport ne s'adapte pas automatiquement aux variations locales du lit (topographie, composition) et de vitesse de l'écoulement. Au contraire, il existe une longueur de saturation l_{sat} sur laquelle les flux se stabilisent vers leurs solutions stationnaires. Cette longueur est bien entendu associée à un temps de saturation qui traduit les mêmes mécanismes de mise à l'équilibre.

Avant de discuter le rôle fondamental de cette longueur de saturation dans la physique dunaire, essayons d'en appréhender l'origine à partir des différents ingrédients qui contribuent au transport. Ainsi, il est raisonnable de considérer que la valeur de l_{sat} puisse dépendre (1) de la distance parcourue par un grain à chaque saut [Charru, 2006], (2) de la distance requise pour éjecter de nouveaux grains [Sauermann et al., 2001; Parteli et al., 2007a], (3) de l'inertie du fluide lorsqu'il se réadapte à un changement de flux [Andreotti, 2004b], (4) de l'inertie des grains lorsqu'ils se mettent en mouvement [Andreotti et al., 2002a; Hersen et al., 2002; Andreotti & Claudin, 2007]. Parce que tous ces ingrédients interviennent de manière indépendante, c'est le plus lent d'entre eux qui imposera la valeur de l_{sat} . Celle-ci reste encore très largement débattue dans la communauté et elle constitue aujourd'hui un thème de recherche relativement ouvert. Il convient de noter le travail de Andreotti et al. [2008] qui montre très clairement deux régimes pour l'établissement d'un flux saturé. Le régime initial dépend de la force de l'écoulement et semble donc relié aux mécanismes qui contrôlent l'éjection des grains. Le second montre une relaxation exponentielle ne dépendant pas de la force de l'écoulement. Ce régime est probablement dominé par l'inertie des grains et donc par la distance que met un grain pour atteindre une vitesse stationnaire, typiquement celle de l'écoulement à la hauteur maximum que peut atteindre un grain en saltation. Dans un régime turbulent de vitesse U , l'inertie s'équilibre avec la traînée de telle sorte que

$$\frac{1}{6}\rho_g\pi d^3\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}C_d\frac{\pi d^2}{4}\rho_f|U - v|(U - v). \quad (1.17)$$

Dimensionnellement, on peut donc raisonnablement faire l'hypothèse que le grain atteindra une vitesse stationnaire lorsqu'il aura parcouru une distance proportionnelle à

$$l_{\text{drag}} = \frac{\rho_g}{\rho_f}d. \quad (1.18)$$

Expérimentalement, depuis le travail précurseur de Bagnold [1941], les paramètres de saturation de l'écoulement se mesurent à partir d'une discontinuité de lit plat entre un fond rocheux et un lit sédimentaire. Ainsi, le flux initialement nul sur le fond rocheux relaxe vers sa valeur saturée sur le lit sédimentaire. En laboratoire et sur la base de mesures in situ cette relaxation suit un régime exponentiel de la forme

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{q - Q_{\text{sat}}}{l_{\text{sat}}} \quad (1.19)$$

Dans cette équation, la longueur de saturation est le seul paramètre libre. Dans un contexte éolien et pour des grains d'environ $250 \mu\text{m}$, Bagnold [1941] and Elbelrhiti et al. [2005] ont montré que

$$l_{\text{sat}} \approx 4 l_{\text{drag}}. \quad (1.20)$$

1.1.5 De la formation des dunes aux mers de sable

Nous venons de décrire un grand nombre de phénomènes physiques qui se combinent pour (1) développer une instabilité dunaire sur un lit plat, (2) développer un champ de dunes complexe par vieillissement et formation de structures superposées. Développons un peu ces phénomènes.

Une taille élémentaire à partir de l'instabilité de lit plat

Sur un lit sédimentaire, une perturbation topographique positive s'amplifie et est instable si, au niveau de la crête, la déposition domine. Ceci se produit lorsque le flux de sédiment décroît et que la contrainte de cisaillement diminue dans le sens de l'écoulement. À l'inverse, toute forme dunaire se dissipera si, au niveau de la crête, l'érosion domine (i. e. le flux de sédiment augmente sous l'effet d'un accroissement de la contrainte de cisaillement).

Pour une perturbation sinusoïdale à la surface d'un lit sédimentaire, les processus gravitaires limitent le développement d'une instabilité de petite longueur d'onde. Par contre, à plus grande échelle (i. e. pour de plus grande longueur d'onde) l'instabilité peut se développer (ou non) sous la combinaison de deux effets. Le premier est purement d'origine hydrodynamique et concerne le décalage vers l'amont du maximum de cisaillement par rapport au maximum de topographie (voir Sec. 1.1.1). Notons ce décalage δ_x . Le second fait appel au retard de la charge sédimentaire sur la vitesse de l'écoulement et donc à la longueur de saturation l_{sat} . Deux configurations sont alors possibles :

- $l_{sat} > \delta_x$: le maximum de flux sera en aval de la crête et le système sera stable et dissipera l'instabilité dunaire. C'est le cas pour les dunes de petites tailles, δ_x étant directement proportionnel à la longueur d'onde de la perturbation initiale (voir l'analyse de stabilité linéaire d'[Andreotti et al. \[2002a\]](#)).
- $l_{sat} < \delta_x$: le maximum de flux sera en amont de la crête, la configuration sera instable et l'amplitude de la forme dunaire pourra croître aboutissant au développement d'une face d'avalanche et à la formation d'une dune. C'est le cas pour des perturbations sinusoïdales de plus grande taille, δ_x étant directement proportionnel à la longueur d'onde de la perturbation initiale.

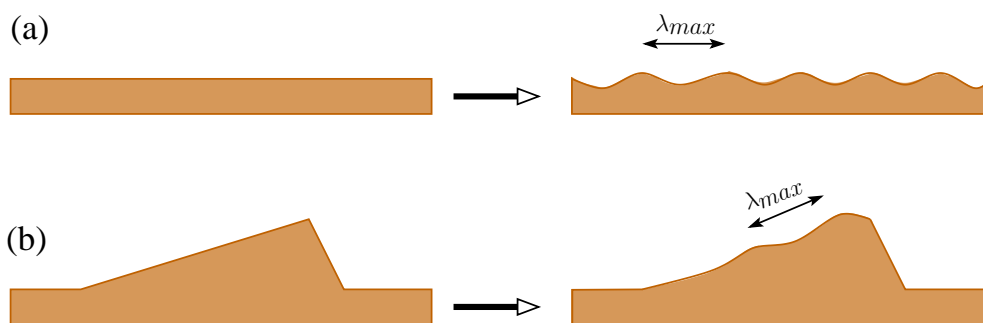


FIGURE 1.10 – **Une taille de dune élémentaire** (a) Formation de dune sur lit plat. (b) Formation de dunes secondaires sur le dos des structures de plus grande taille. Dans les deux cas, une longueur caractéristique λ_{max} apparaît. Elle correspond au mode le plus instable de l'instabilité dunaire et peut directement se déduire de la longueur d'inertie (Eq. 1.18) et de la longueur de saturation (Eq. 1.19).

En fonction de l_{sat} et de la longueur d'onde λ de la perturbation sinusoïdale, on peut donc explorer tous les taux de croissance de l'instabilité dunaire, qu'ils soient positifs ou négatifs. Le plus important est bien sûr qu'il existe une valeur seuil de l_{sat}/λ au-dessus de laquelle les dunes

ne peuvent se développer. En dessous, parce qu'il est toujours plus difficile d'exciter les grandes longueurs d'ondes que les petites, il existe forcément une valeur de λ pour laquelle le taux de croissance de l'instabilité dunaire sera maximum. On note λ_{\max} cette longueur d'onde. C'est la longueur d'onde la plus instable et, pour cette raison, ce sont les dunes de cette taille qui auront le plus de chance d'apparaître sur un lit plat soumis au forçage d'un fluide (Fig. 1.10a). Il existe donc une taille élémentaire pour les dunes. D'après l'analyse de stabilité linéaire développée par *Andreotti et al.* [2002a], cette échelle de longueur qui caractérise la formation des dunes est directement proportionnelle à l_{sat} .

Dans un contexte éolien aride, *Elbelrhiti et al.* [2005] proposent que

$$\lambda_{\max} \approx 12 l_{\text{sat}}. \quad (1.21)$$

Dès lors, en tirant avantage des Eqs. 1.18 et 1.20, nous avons

$$\lambda_{\max} \approx 48 \frac{\rho_g}{\rho_f} d, \quad (1.22)$$

et l'on peut donc, quel que soit le contexte naturel, relier les propriétés des compartiments fluide et granulaire à la taille élémentaire des dunes [*Claudin & Andreotti, 2006*].

Vieillessement dunaire et taille limite

Nous avons vu ci dessus que les dunes pouvaient se former à partir d'une perturbation sinusoïdale ayant une longueur d'onde suffisamment grande par rapport à la longueur de saturation (≥ 10 m dans les déserts arides sur Terre). Lorsque la dune grossit en maintenant constant le rapport d'aspect entre sa hauteur et sa longueur, il n'y aucune raison que les conditions de croissance changent. Par conséquent, si la dune continue d'être alimentée en sédiment, elle continue de croître en se propageant dans le sens du vent⁵. Il se produit alors des mécanismes de vieillissement/mûrissement qui font appel à de nombreuses interactions hautement non-linéaires. Celles-ci proviennent non seulement du milieu granulaire et des collisions dune-dune mais aussi des interactions entre l'écoulement et la topographie qui deviennent elles aussi forcément plus complexes. Finalement, la dynamique de mûrissement accélère la croissance des dunes et des structures de très grande taille peuvent apparaître par amalgamation.

S'il existe de très grandes dunes (i. e. mégadunes), il est bien évident qu'à la surface du globe celles-ci sont limitées en taille. C'est bien entendu le cas pour les dunes aquatiques qui ne peuvent plus grandir lorsqu'elles subissent l'influence de la surface de l'eau et que les conditions de l'écoulement sont modifiées. Dans le cas éolien, partout où les mégadunes ont été observées, elles révèlent aussi une distribution en taille laissant à penser qu'elles ont stoppé leur croissance. La relation de proportionnalité entre la hauteur de ces dunes et l'épaisseur de la couche limite atmosphérique⁶ confirme cette impression [*Andreotti et al., 2009*]. Elle souligne qu'une fois de

5. Lorsqu'une dune est à l'équilibre (i. e. apport = perte) ou qu'une dune n'est plus alimentée en sédiment mais qu'elle recycle l'ensemble des sédiments qui passent à la crête dans une face d'avalanche, elle avance à vitesse constante $c \sim Q_{\text{crest}}/h$, et l'équation de conservation de la masse devient $\partial_t h = -c \partial_x h$. Ces relations sont discutées dans le plus grand détail Chaps. 2 et 3. Il existe aussi le cas, où la dune, souvent de petite taille, n'arrive pas à compenser ces pertes par des apports de sédiment. Elle commence alors à fondre accentuant le processus qui mène à sa disparition.

6. La couche limite atmosphérique (*Atmospheric Boundary Layer* ou *ABL*) constitue l'interface entre le sol et une couche atmosphérique stratifiée (*Free Atmosphere* ou *FA*) dans laquelle le gradient de température est constant. Cette couche limite se caractérise par des mouvements convectifs issus du chauffage du sol. Ceux-ci sont potentiellement turbulents et amplifient les propriétés de mélange sur une épaisseur qui est directement proportionnelle à la température. Plus il fait chaud, plus l'épaisseur de la couche limite est importante et plus les dunes géantes seront grandes.

plus les mêmes mécanismes sont à l'oeuvre sous l'eau et dans les désert arides; comme à la surface de l'eau, des ondes gravitaires peuvent se propager à la surface de la couche limite atmosphérique et modifier localement l'écoulement. Les plus grandes dunes éoliennes sont alors limitées en taille par (a) le changement des conditions de cisaillement dans leur partie sommitale et (b) la déstabilisation des pentes les plus douces (Fig. 1.10(b)). On qualifiera ces dunes de "géantes".

Dunes et complexité

Les récentes découvertes résumées ci-dessus suggèrent donc que les dimensions des dunes sont limitées à une gamme d'échelles de longueur, de la taille élémentaire à laquelle elles se forment jusqu'à leur taille géante définie à partir de l'épaisseur de l'écoulement. Sur cette gamme de longueur, la dynamique dunaire est d'une grande richesse et une des plus belles expressions de la complexité en géomorphologie. En effet, si la structure élémentaire est très bien contrainte lorsqu'on l'étudie de manière isolée, la dynamique des interactions de dunes est encore un sujet qui demande à être exploré. De même, il reste beaucoup à faire pour comprendre comment réagiront les dunes soumises à différents types de forçage d'origine physique (changements climatiques, modifications anthropiques) ou biologique (végétation, faune). Il est prématuré de faire ici l'état de l'art de ces thématiques scientifiques car, finalement, nous ne les avons pas encore pleinement abordées. Cependant, il est primordial de souligner que ce sont ces cas d'étude qui ont motivé le travail de cette thèse, le modèle que nous avons développé pouvant apporter une contribution majeure aux efforts de recherche dans ce domaine.

1.2 Les dunes éoliennes sur Terre

Notre planète est recouverte à 67% par des océans et à 25% par des zones désertiques (Fig. 1.11). Un désert est une zone stérile ou peu propice à la vie en raison d'un sol impropre et/ou de la faiblesse des précipitations (moins de 250 mm par an). Il existe divers types de déserts tels que les déserts froids (Antarctique) ou les déserts chauds (Sahara). Si des dunes sont observées dans ces deux environnements, nous nous concentrerons ici sur les déserts chauds dans lesquels la dynamique dunaire est beaucoup mieux contrainte par les observations.

1.2.1 Les déserts arides

La majorité des déserts chauds est localisée à proximité des Tropiques ($\approx 23^\circ$ de latitude Nord et Sud) L'aridité de ces zones s'explique par les mouvements atmosphériques globaux et en particulier par les cellules de Hadley. Les parcelles d'air chaud et humide provenant de la zone équatoriale se refroidissent en se déplaçant vers les pôles. En retombant, elles suivent un gradient de température adiabatique qui fait qu'elles se réchauffent et que leur humidité relative chute. Cela crée de grandes zones anticycloniques chaudes propices à la désertification. Ce mécanisme est amplifié par le déficit pluviométrique sur les côtes occidentales des continents. Dans ces régions, l'océan est particulièrement froid car la force de Coriolis favorise des courants vers l'est et ces courants ont tendance à être plus forts en surface qu'en profondeur. S'ensuit la remontée des eaux profondes qui, froides, participent à leur tour à la stabilité thermique de l'atmosphère sur les côtes. Pour cette raison, les plus grand déserts chauds sur Terre se situent sur la bordure occidentale des continents au niveau des tropiques. C'est par exemple le cas pour les déserts du Sahara Occidental, de Namibie, du Nord Chili, du Pérou et de la Californie

du Sud (Fig. 1.11). Notons cependant que d'autres raisons, telles que la topographie ou une position ultra-continentale, peuvent expliquer le développement de zones désertiques. Le plus bel exemple est certainement le désert du Taklamakan situé à l'ouest de la Chine dans une zone protégée de toutes parts des perturbation océaniques.

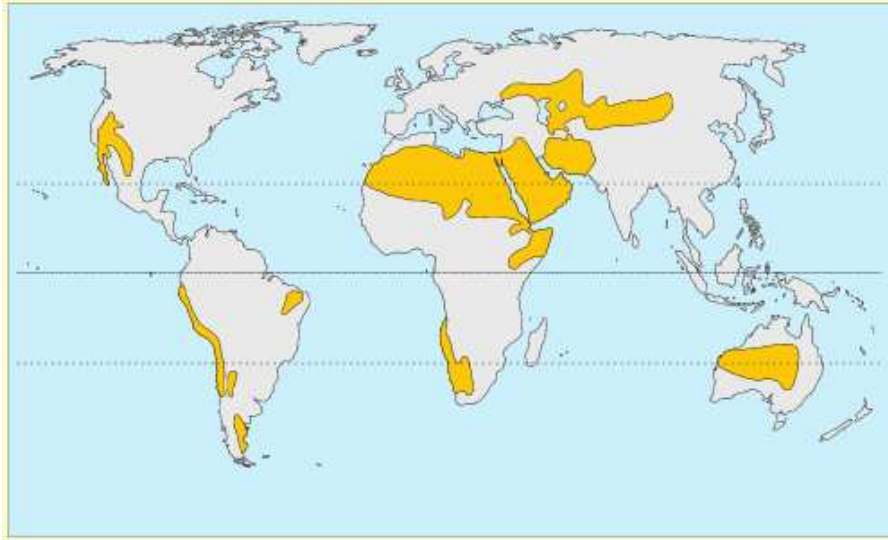


FIGURE 1.11 – Répartition des déserts arides et chauds sur Terre. Sous l'effet de contrainte climatique globale, la majorité de ces désert se situe sur les côtes occidentales des continents au niveau des Tropiques ($23^{\circ}26'$ de latitude Nord et Sud).

Les vents sur Terre ne sont pas uniformes en direction et en intensité. Ils sont forts au niveau des pôles (> 20 m/s en moyenne) sous l'effet combiné des gradients de température et du forçage radiatif. Ils sont aussi plus forts sur les océans qui peuvent être appréhendés comme des surfaces lisses et homogènes. Finalement, les contrastes de température entre les continents et les océans produisent aussi des vents relativement puissants susceptibles de changer d'orientation à l'échelle du cycle journalier (Fig. 1.12). Ces fluctuations d'intensité soulignent que les flux sédimentaires ne seront pas équivalents dans tous les déserts arides sur Terre, et même au sein du même désert si celui s'étend du pourtour côtier vers l'intérieur des terres. Cela explique en partie pourquoi, au sein du même désert, peuvent se succéder des zones de transport, de dépôt et d'érosion.

Comme nous le verrons ci-dessous, un autre point très important pour la morphodynamique dunaire est la variabilité des vents en direction et, bien entendu, en intensité lorsqu'on les utilise pour estimer des flux sédimentaires (Eqs.1.15 et 1.16). Les cycles orbitaux et les conditions climato-atmosphériques qui leur sont associées deviennent alors des paramètres de contrôle de la géométrie des dunes. Sur Terre, le cycle des saisons et l'alternance jour/nuit sont certainement les deux principaux battements qui affectent l'orientation des vents dans les déserts. Cependant, à l'échelle des plus grands champs de dunes, des variations climatiques sur de plus grandes échelles de temps peuvent aussi avoir des conséquences dramatiques notamment dans tous les problèmes de désertification.

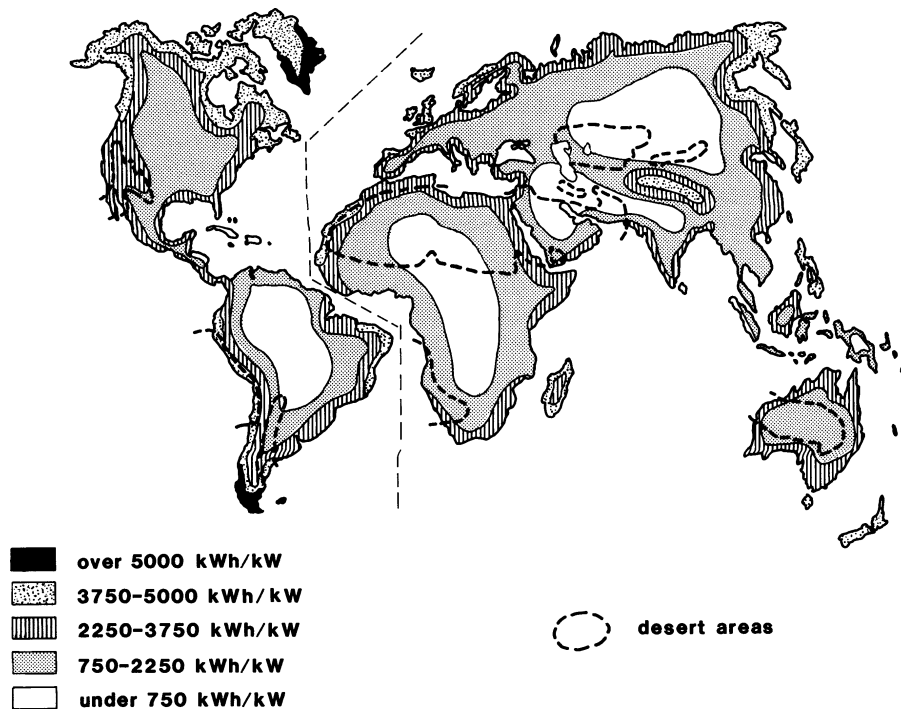


FIGURE 1.12 – Répartition de l’énergie éolienne sur les continents. Cette énergie éolienne exprime le rapport entre la puissance produite par le vent et celle produite par une éolienne fonctionnant à une vitesse de vent constante de 11 m/s [Eldridge, 1980]. Notons la prédominance des vents forts sur les côtes et dans les régions de hautes latitudes.

1.2.2 Types de dunes élémentaires

Deux variables jouent un rôle majeur sur la morphodynamique dunaire : la quantité de sédiment mobilisable et la variabilité des vents (Fig. 1.12). Décrivons les différentes formes dunaires en fonction de ces deux paramètres en partant des structures les plus simples pour aboutir aux structures les plus complexes. Avant de faire cela, il est important de préciser que toute cette description se fera indépendamment du critère de la taille. C’est un vice de raisonnement lorsque les vents changent de direction parce que, dans ce cas, il est toujours nécessaire de prendre en compte les temps caractéristiques de retournement des vents et les temps caractéristiques de la dune⁷.

Les barkhanes

Une barkhane⁸ est une dune en forme de croissant possédant deux bras, aussi appelés cornes, qui s’allongent dans la direction du vent (Fig. 1.14a). Les faces orientées contre le vent ont des pentes faibles inférieures à 10°. Elles forment le dos de la dune. Les faces orientées dans le sens du vent sont de manière quasi-systématique des faces d’avalanche formant un angle proche de 30° avec l’horizontale. Entre ces deux faces, la crête définit une zone sommitale qui est, elle aussi, en forme de croissant. Le maximum topographique est atteint dans la partie centrale de la dune, à égale distance des deux bras. La crête ne correspond pas systématiquement avec le

7. Dimensionnellement, il est normal de considérer un temps caractéristique de H^2/Q pour une dune de hauteur H soumise à des écoulements imposant des flux sédimentaires proportionnels à Q .

8. En anglais nous l’écrivons “*barchan*” par convention

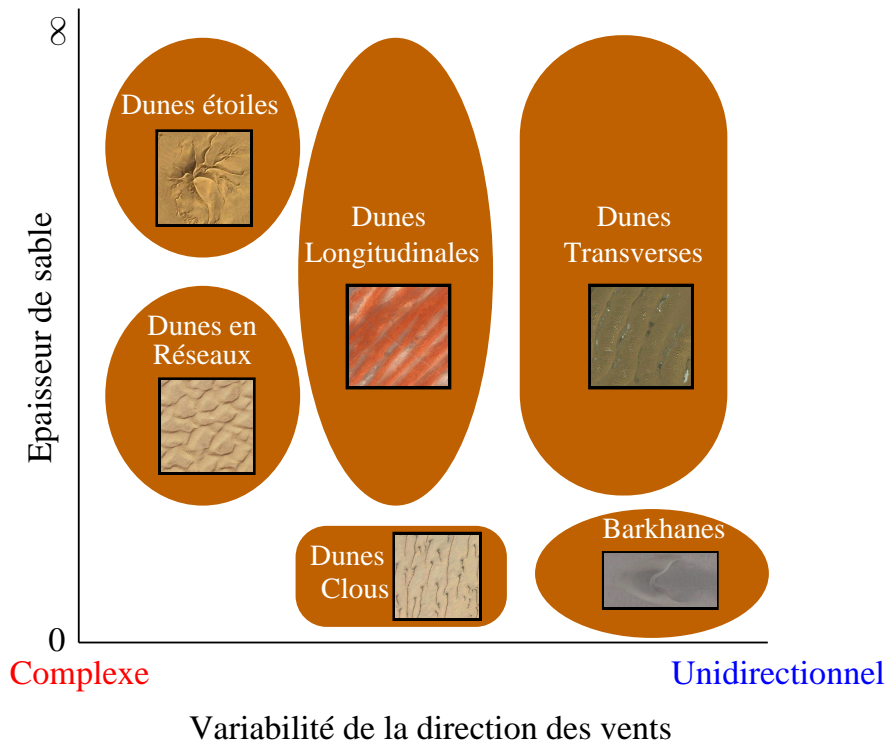


FIGURE 1.13 – **Influence de la variabilité des vents et de la quantité de sable disponible sur la morphologie dunaire.** Parmi la très large gamme de structures dunaires, on isole ici les principaux types en oubliant le facteur de la taille qui est toujours fondamental dès que les vents changent de direction. Les barkhanes sont les structures se formant sous des vents monodirectionnels dans des zones de transports. Les dunes longitudinales et transverses sont des dunes linéaires se développant sous des vents bidirectionnels formant respectivement des angles supérieurs ou inférieurs à 90°. La quantité de sable importe peu. Les dunes étoiles se forment sous des conditions de vents multidirectionnels dans des zones de dépôts. Les réseaux de dunes peuvent avoir de multiples géométries.

haut de la face d’avalanche mais la forme générale de la barkhane minimise, à n’en pas douter, la force de traînée qui s’exerce sur elle. Le plus souvent la distribution granulométrique au sein des barkhanes est monodisperse.

Les barkhanes s’observent dans des conditions d’écoulement⁹ monodirectionnel lorsque la quantité de sable mobilisable est faible (Fig. 1.14b). Elles se forment souvent à partir d’une zone source où le sédiment s’accumule : plage, bordure des mers de sables. Sous l’effet de l’instabilité dunaire, elles sont alors émises par chapelets pour former de longs couloirs pouvant s’étendre sur des centaines de kilomètres. Dans ces couloirs de dunes, les plus petites structures étant plus rapides que les grandes, les collisions sont fréquentes et d’une grande diversité. Suivant la distance qui les sépare et leur taille, deux dunes peuvent en effet fusionner, s’apparier ou produire toute une hiérarchie de plus petites barkhanes. Ce mécanisme de fusion-appariement-émission est d’ailleurs la meilleure hypothèse pour expliquer que, tout le long des couloirs de dunes, leur distribution en taille reste globalement similaire. D’autres études soulignent aussi le rôle des événements climatiques extrêmes (tempêtes, fluctuations brutales de l’orientation des vents) pour expliquer cette organisation des barkhanes à l’échelle d’une population.

9. Comme souvent, nous parlerons d’écoulement plutôt que de flux sédimentaire oubliant ainsi toute la complexité de la loi de transport. Cette note est faite pour garder à l’esprit cet abus de langage si commode lorsqu’il s’agit de décrire les formes dunaires.

La barkhane est l'objet d'étude idéale pour tester les modèles numériques car sa morphodynamique 3D peut être entièrement contrainte à partir d'un petit nombre de processus physiques [Momiji et al., 2002; Andreotti et al., 2002a; Hersen, 2004]. Nous reviendrons plusieurs fois sur ces équilibres physiques dans les Chaps. 2 et 3 mais nous préférons ici nous concentrer uniquement sur l'origine de la forme en croissant. Sur le plan horizontal, toutes les rondeurs de la barkhane proviennent de la diffusion des grains perpendiculairement à la direction des vents. Cette diffusion résulte à la fois des mouvements de grains latéraux induits par les collisions entre les saltons et le lit, mais aussi des processus gravitaires sur la face d'avalanche et sur les flancs de la dune. Finalement, dans des plans verticaux parallèles à la direction de l'écoulement, les différentes sections de dunes sont des barkhanes dont la hauteur diminue à mesure que l'on s'écarte du sommet de la dune. Lorsque cette hauteur passe sous celle des dunes élémentaires (Sec. 1.1.5), la structure bidimensionnelle redevient stable, la face d'avalanche disparaît et la forme dunaire fond à mesure qu'elle se propage. Ainsi la barkhane perd de la masse dans ces cornes lorsque celles-ci passent sous une hauteur limite. Pour maintenir son état d'équilibre cette perte de masse est compensée par les flux latéraux résultant de la diffusion. De la même manière, ce sont ces flux qui expliquent comment deux sections de barkhane de hauteurs différentes peuvent se propager à la même vitesse.

Les dunes linéaires transverses

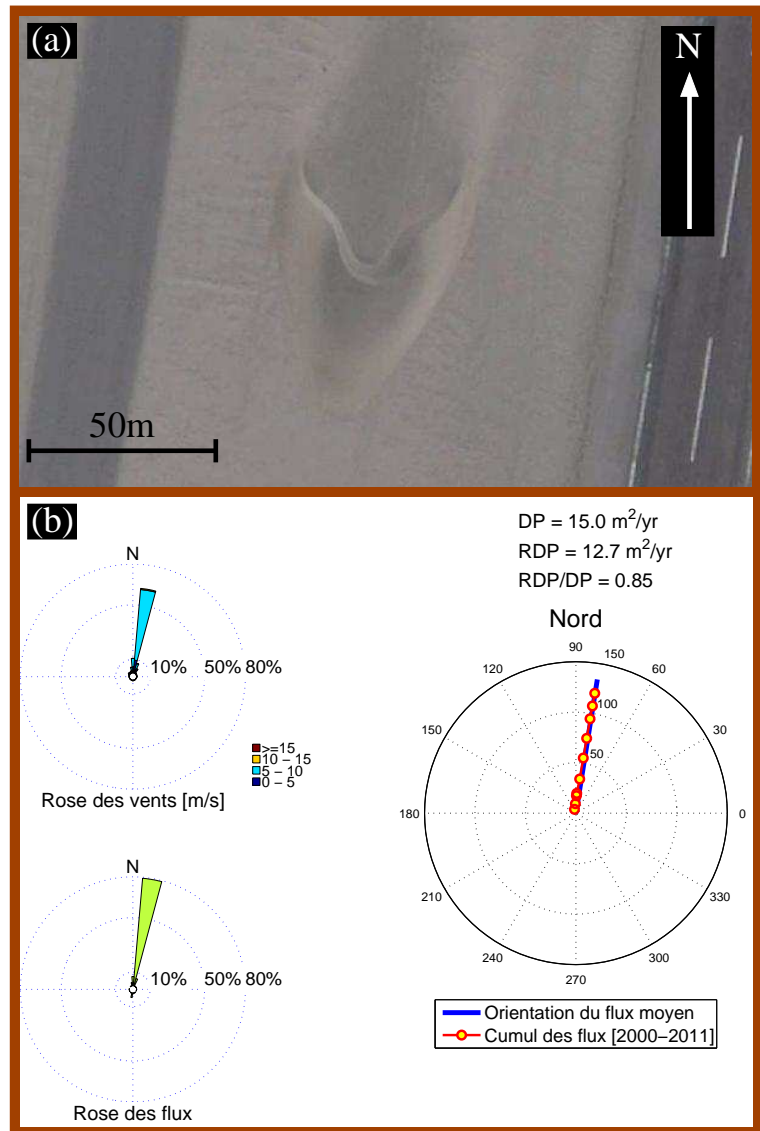
Dans une section verticale parallèle à la direction de l'écoulement rien ne différencie les dunes transverses des barkhanes. Comme elles, elles se forment dans des régions où les vents sont plutôt monodirectionnels et une crête sépare un dos de faible pente d'une face d'avalanche. Par contre, elles se rencontrent dans des zones où de grosses quantités de sable sont mobilisables. Elles forment donc de longues barres de sable qui, de manière très idéalisée, n'ont pas de terminaisons (Fig. 1.15a). Il s'agit donc de dunes linéaires qualifiées de transverses à cause de leur longues crêtes perpendiculaires à la direction de l'écoulement.

Les champs de dunes transverses se caractérisent par une succession de structures ayant des distance de crêtes à crêtes quasiment constante. Cela donne bien entendu une taille qui peut être mise en relation avec la hauteur des dunes. Dans ce cas, et afin d'évaluer si ces structures sont des dunes géantes (Sec. 1.1.5), il faudra distinguer si les dunes transverses reposent ou non sur un réservoir de sédiment. Si c'est le cas, il est probable qu'elles aient atteint leur taille géante. Sinon, rien n'indique que les processus de vieillissement (appariement/ fusion) soient arrivés à leur terme.

Dans la réalité, les dunes transverses ne sont, bien entendu, pas une série de barres dunaires parfaitement parallèles les unes aux autres. Il existe des défauts dont la dynamique joue certainement un rôle fondamental dans la géométrie finale du champ de dune [Werner & Kocurek, 1997]. Plus exactement, il faut parler de terminaisons qui, comme les bras des barkhanes, auront tendance à se propager plus rapidement que la structure linéaire de la dune transverse. Lorsque ces terminaisons rentrent en collision avec les dunes transverses qui les précèdent elles déstabilisent la topographie et freinent localement, de par l'apport de sédiment, la propagation des dunes. Les défauts peuvent alors se propager latéralement et, ainsi, de dunes en dunes à traverser l'intégralité du champ. Il est clair que cette dynamique relativement simple à l'échelle d'une terminaison peut rapidement devenir complexe lorsque ces défauts sont multiples.

A ce stade, il est important de souligner que la diffusion est un mécanisme très efficace pour annihiler les défauts. Dès lors, et cela peut apparaître paradoxal, tous les mécanismes dispersifs (avalanches, collisions granulaires) auront plutôt tendance à homogénéiser la structure

FIGURE 1.14 – **Barkhane et caractérisation du transport éolien au Pérou.** (a) Image Google Earth d'une barkhane ayant les coordonnées $9^{\circ}08'40.25''$ Sud et $78^{\circ}31'45.28''$ Ouest. (b) Rose des vents incluant les distributions de vitesse dans chaque quadrans (en haut à gauche). Les coordonnées de la station météorologique d'où sont issues les données sont de $9^{\circ}10'$ Sud et $78^{\circ}31'$ Ouest. A partir de l'Eq. 1.16 nous calculons l'orientation des flux sédimentaires (en bas à gauche) et leur expression cumulée du 1/01/2000 au 1/01/2011 (à droite). Le rapport RDP/DP entre le flux sédimentaire total (DP, Eq. 5.8) et la norme du vecteur flux cumulé (RDP, Eq. 5.9) révèle la monodirectionnalité des vents.



transverse. Si l'intensité de ces processus varie avec la hauteur des dunes, il pourrait donc y avoir une rétroaction de la taille des dunes sur la structure globale du champ de dunes transverses (Chap. 3).

Dunes linéaires longitudinales

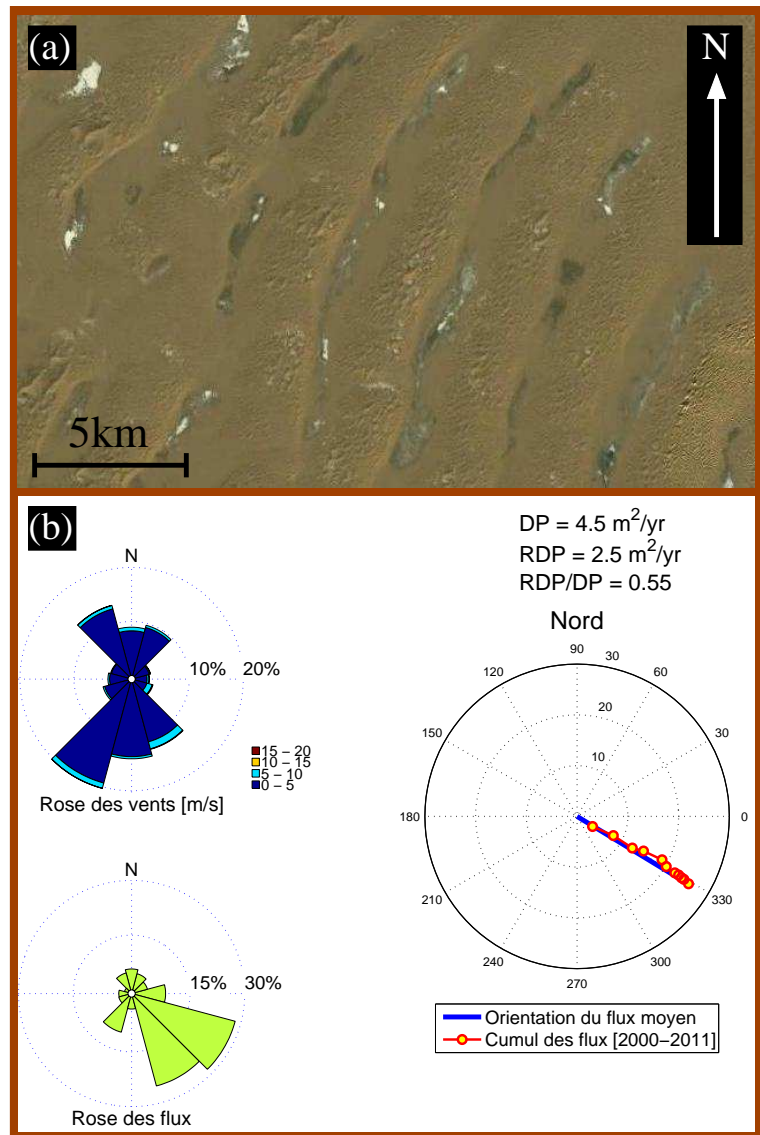
Nous abordons ici les structures se formant sous des conditions de vents variables. Pour illustrer notre propos, il est bon de considérer le cas le plus simple pour lequel la distribution de l'orientation des écoulements est parfaitement bimodale : deux vents de même force soufflent suivant deux directions durant les mêmes périodes de temps. Dans une configuration de vents périodiques, trois paramètres caractérisent de tels conditions de forçage : U la vitesse des vents, T_{Θ} la période de réorientation des vents et Θ l'angle entre les deux vents. Nous ne discuterons ici que de l'influence de Θ , ce travail de thèse consistant en partie à analyser le rôle déterminant de T_{Θ} (voir Chap. 5).

Sur le terrain, expérimentalement et numériquement, il a été montré que

- Si $\Theta < 90^{\circ}$, les dunes ont des formes barkhanoïdes ou transverses suivant la quantité de

FIGURE 1.15 – Dunes linéaires transverses et caractérisation du transport éolien dans le Yinchuan en Chine.

(a) Image Google Earth de dunes linéaires transverses ayant les coordonnées $38^{\circ}31'23.91''$ Nord et $105^{\circ}05'40.97''$ Est; (b) Rose des vents incluant les distributions de vitesse dans chaque quadrans (en haut à gauche). Les coordonnées de la station météorologique d'où sont issues les données sont de $38^{\circ}29'$ Nord et $106^{\circ}13'$ Est. A partir de l'Eq. 1.16 nous calculons l'orientation des flux sédimentaires (en bas à gauche) et leur expression cumulée du 1/01/2000 au 1/01/2011 (à droite). Le rapport RDP/DP entre le flux sédimentaire total (DP, Eq. 5.8) et la norme du vecteur flux cumulé (RDP, Eq. 5.9) est relativement faible pour des dunes transverses et explique la présence de multiple structures superposées. La différence entre la rose des vents et la rose des flux souligne l'importance du seuil de mise en mouvement des grains.



sable disponible. Dans tous les cas, leurs crêtes sont perpendiculaires à la résultante des deux vents.

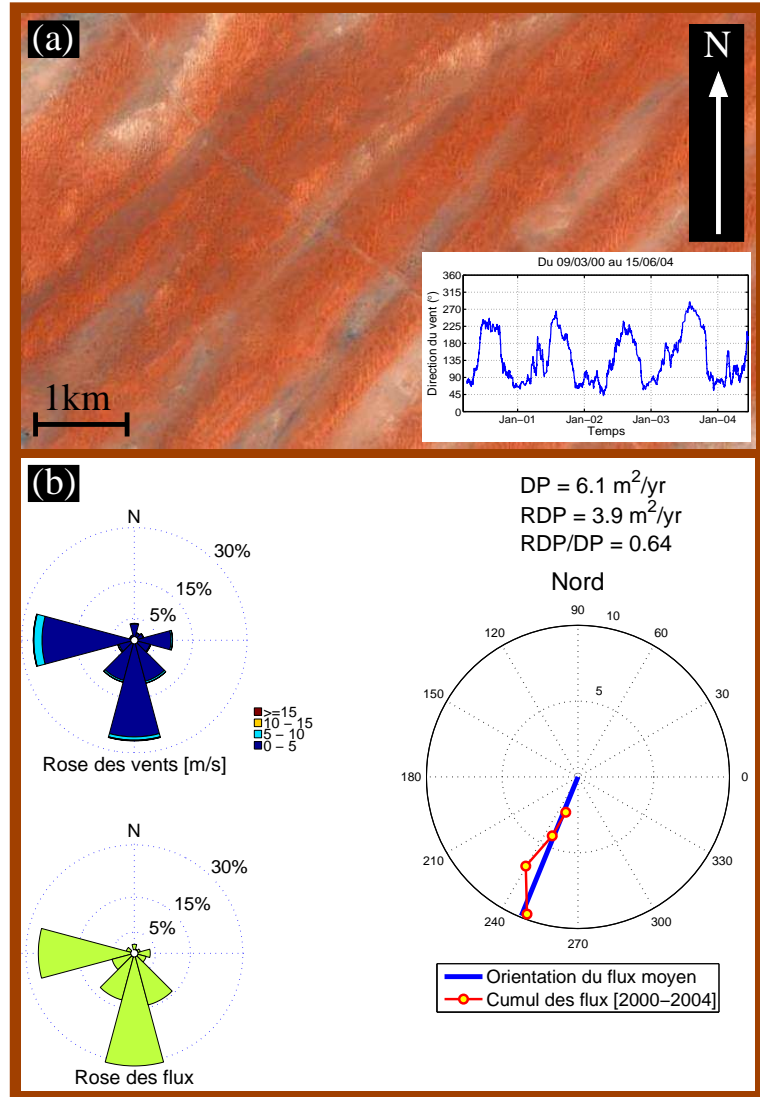
- Si $\Theta > 90^{\circ}$, les dunes s'allongent non plus perpendiculairement à la résultante des vents mais parallèlement à celle-ci. Il s'agit alors de dunes linéaires longitudinales (Fig. 1.16a).

Les dunes linéaires longitudinales sont omniprésentes dans les déserts arides à cause des rythmes saisonniers ou journaliers qui imposent de fortes variations de l'orientation des vents. Comme les dunes transverses, elles peuvent être recouvertes de structures secondaires. Cependant, ces défauts cassent rarement la structure primaire et il est commun de pouvoir suivre la même dune longitudinale sur des dizaines de kilomètres. Souvent, les sinuosités de la crête sont associées aux différentes périodes de vent stable. Néanmoins, aucune étude n'a jusqu'à maintenant relié quantitativement ces propriétés morphologiques à la structure temporelle de l'écoulement.

En étudiant la formation et l'évolution des dunes linéaires pour une large gamme de valeurs de Θ , *Reffet et al.* [2010] montrent que la stabilité et les mécanismes de mûrissement des dunes transverses et longitudinales diffèrent significativement : (1) les dunes longitudinales se forment beaucoup plus rapidement que les transverses ; (2) les dunes longitudinales sont beaucoup plus résistantes que les transverses lorsque celles-ci sont soumises à des conditions de vents différentes

ou à des modification de ressources sédimentaires. Pour expliquer ces phénomènes, *Reffet* [2010] montre le rôle déterminant de la pente apparente dans la dynamique des dunes linéaires. Dans tous les cas, ses observations justifient la plus forte proportion des dunes longitudinales sur Terre et potentiellement sur d'autres planètes.

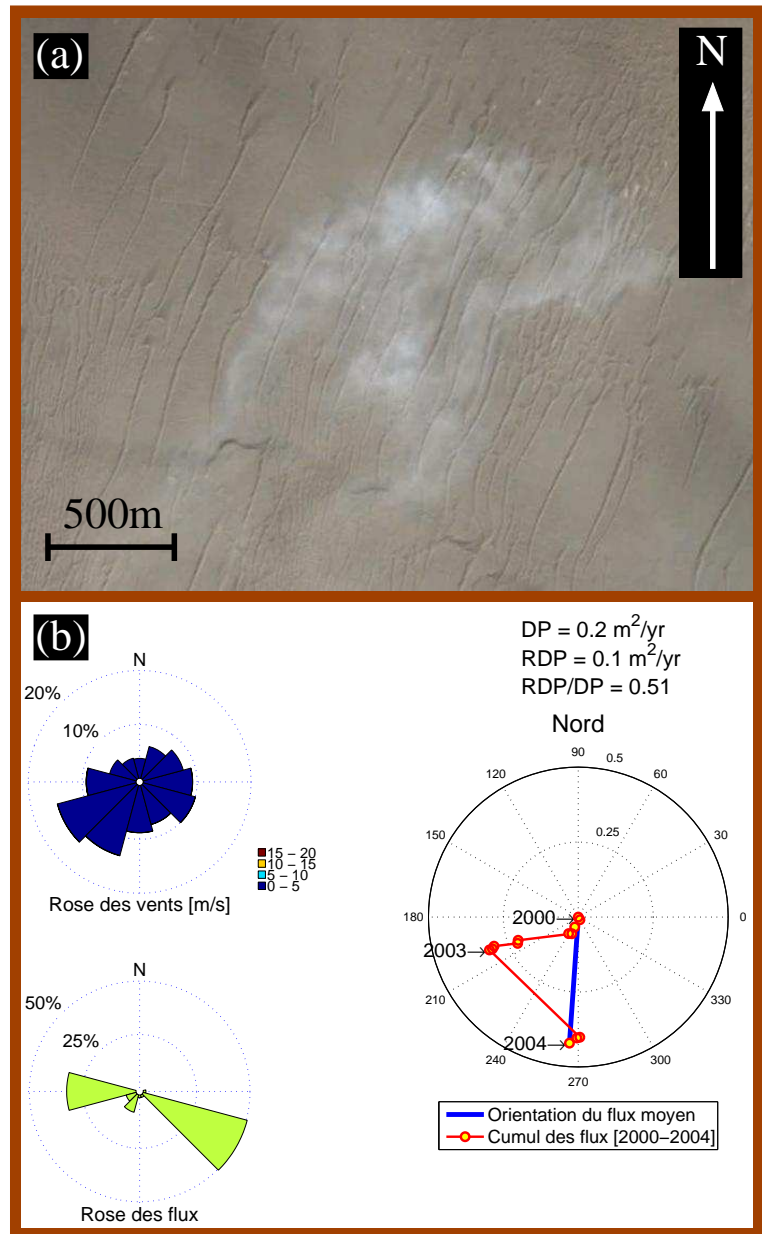
FIGURE 1.16 – **Dunes linéaires longitudinales dans le Boutilimit en Mauritanie** (a) Image Google Earth de dunes linéaires longitudinales ayant les coordonnées 17°34'58.99" Nord et 14°45'32.36" Ouest. (b) Rose des vents incluant les distributions de vitesse dans chaque quadrans (en haut à gauche). Les coordonnées de la station météorologique d'où sont issues les données sont de 17°32' Nord et 14°41' Ouest. A partir de l'Eq. 1.16 nous calculons l'orientation des flux sédimentaires (en bas à gauche) et leur expression cumulée du 1/01/2000 au 1/01/2005 (à droite). On observe la distribution bimodale de l'orientation des vents et du transport sédimentaire qui correspondent au cycle des saisons dans cette partie d'Afrique occidentale (voir encadré dans (a)). Le rapport RDP/DP entre le flux sédimentaire total (DP, Eq. 5.8) et la norme du vecteur flux cumulé (RDP, Eq. 5.9) est relativement fort pour des dunes linéaires.



Dunes clous

Finalement, il nous paraît important de noter l'existence de dunes clous dans notre description des types de dunes élémentaires (Fig. 1.17(a)). Ces dunes isolées constituées d'une tête imposante et d'une longue queue semblent être l'équivalent pour les dunes longitudinales des dunes barkhanes pour les transverses. Ainsi, elles seraient susceptibles d'être observées dans des conditions de forte variabilité angulaire des vents et de faible apport sédimentaire. La morphodynamique de ces structures est très peu contrainte par les observations et les modèles. C'est certainement parce qu'elles prennent souvent l'allure de barkhanes asymétriques. Toutefois, elles développent des bras qui ont toutes les caractéristiques des dunes longitudinales (Fig. 1.17(b)).

FIGURE 1.17 – Dunes clous près de Naoqi dans le Xinjiang en Chine (a) Dunes clous ayant les coordonnées 37°19'57.23" Nord et 83°38'55.36" Est. (b) Rose des vents incluant les distributions de vitesse dans chaque quadrans (en haut à gauche). Les coordonnées de la station météorologique d'où sont issues les données sont de 37°55'52.94" Nord et 83°38'55.36" Ouest. A partir de l'Eq. 1.16 nous calculons l'orientation des flux sédimentaires (en bas à gauche) et leur expression cumulée du 1/01/2000 au 1/01/2005 (à droite). On observe la distribution bimodale de l'orientation des vents et du transport sédimentaire. Dans cette partie très reculée du continent asiatique, Les flux sédimentaires sont extrêmement faibles et le rapport RDP/DP entre le flux global (DP, Eq. 5.8) et la norme du vecteur flux cumulé (RDP, Eq. 5.9) est typique des dunes longitudinales. Les dunes clous pourraient être l'équivalent pour les dunes longitudinales des dunes barkhanes pour les transverses.



1.2.3 Motifs et structures secondaires

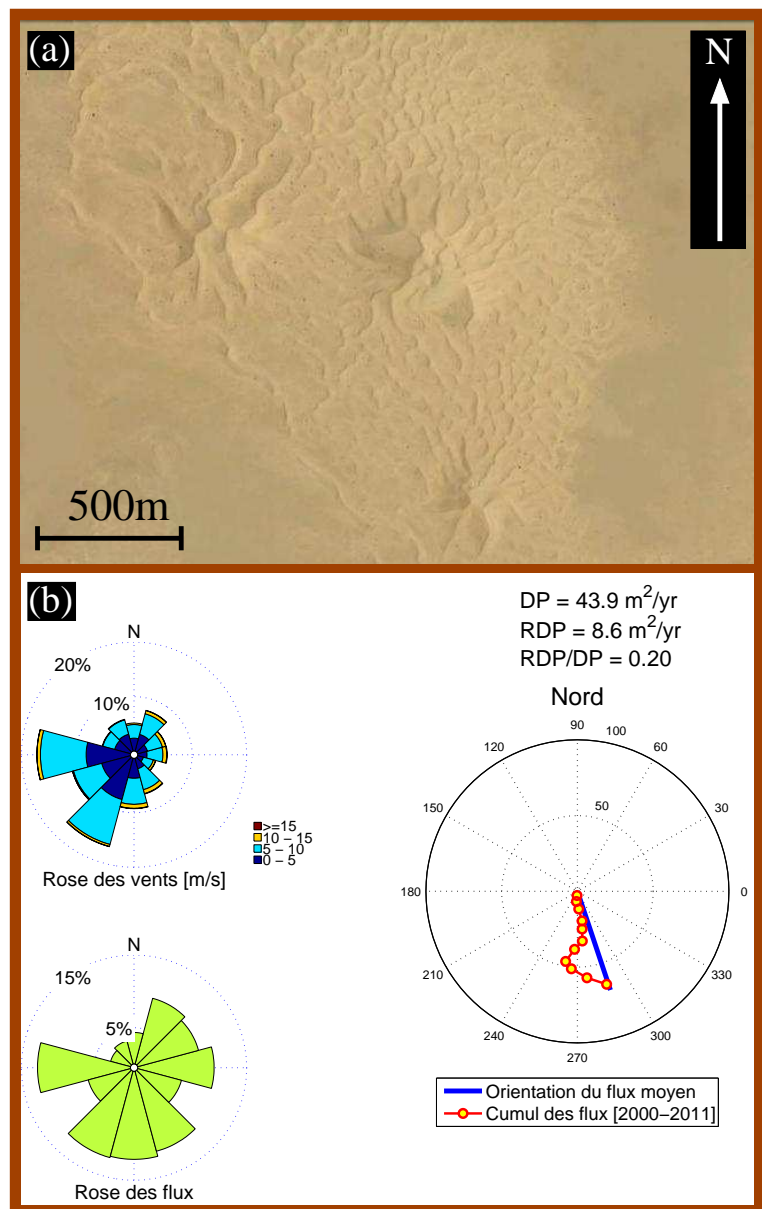
Les quatre types de dunes élémentaires que nous venons de présenter de manière idéalisée se combinent dans la nature pour former des structures complexes.

Dunes étoiles

Pour identifier les dunes linéaires, transverses ou longitudinales, nous nous sommes placés dans la configuration la plus simple d'écoulements ayant une distribution d'orientation bimodale. Si cette distribution devient multimodale et que la quantité de sable disponible est sans limite, on observe alors de majestueuses dunes en forme d'étoiles 1.18. C'est par exemple le cas dans toutes les zones de dépôts des mers de sables modernes (e. g. Grand Erg en Algérie, Rub'al Khali en Arabie Saoudite, Taklamakan en Chine).

Les dunes étoiles sont de très grande taille¹⁰ et se caractérisent par des crêtes et des faces d’avalanche dans de multiples directions. Il s’agit réellement d’un dôme de sable sur lequel se superpose une multitude de formes n’ayant apparemment aucune orientation privilégiée. Certainement parce qu’elles sont colossales et d’une grande complexité, ces structures n’ont fait l’objet que d’une poignée d’études [*Clemmensen, 1987; Nielson & Kocurek, 1987; Lancaster, 1995*]. La majorité de ces études font appel à des écoulements secondaires qui, en fonction de la topographie, se présentent sous la forme de recirculations dans des plans perpendiculaires à l’écoulement principal. Ces recirculations seraient à l’origine de la croissance des bras et contrôleraient la forme finale des dunes. Notre travail va à l’encontre de cette hypothèse et montre que les dunes étoiles pourraient permettre d’appréhender de manière indirecte la variabilité de l’orientation des vents.

FIGURE 1.18 – Dunes étoiles près d’Hassi-Messaoud en Algérie (a) Image Google Earth de dunes linéaires longitudinales ayant les coordonnées 31°32’32.52’’Nord et 6°01’58.28’’Est. (b) Rose des vents incluant les distributions de vitesse dans chaque quadrans (en haut à gauche). Les coordonnées de la station météorologique d’où sont issues les données sont de 31°40’Nord et 6°09’Est. A partir de l’Eq. 1.16 nous calculons l’orientation des flux sédimentaires (en bas à gauche) et leur expression cumulée du 1/01/2000 au 1/01/2011 (à droite). On observe la distribution multimodale de l’orientation des vents et du transport sédimentaire. Cela se traduit par un très faible rapport RDP/DP entre le flux sédimentaire total (DP, Eq. 5.8) et la norme du vecteur flux cumulé (RDP, Eq. 5.9).



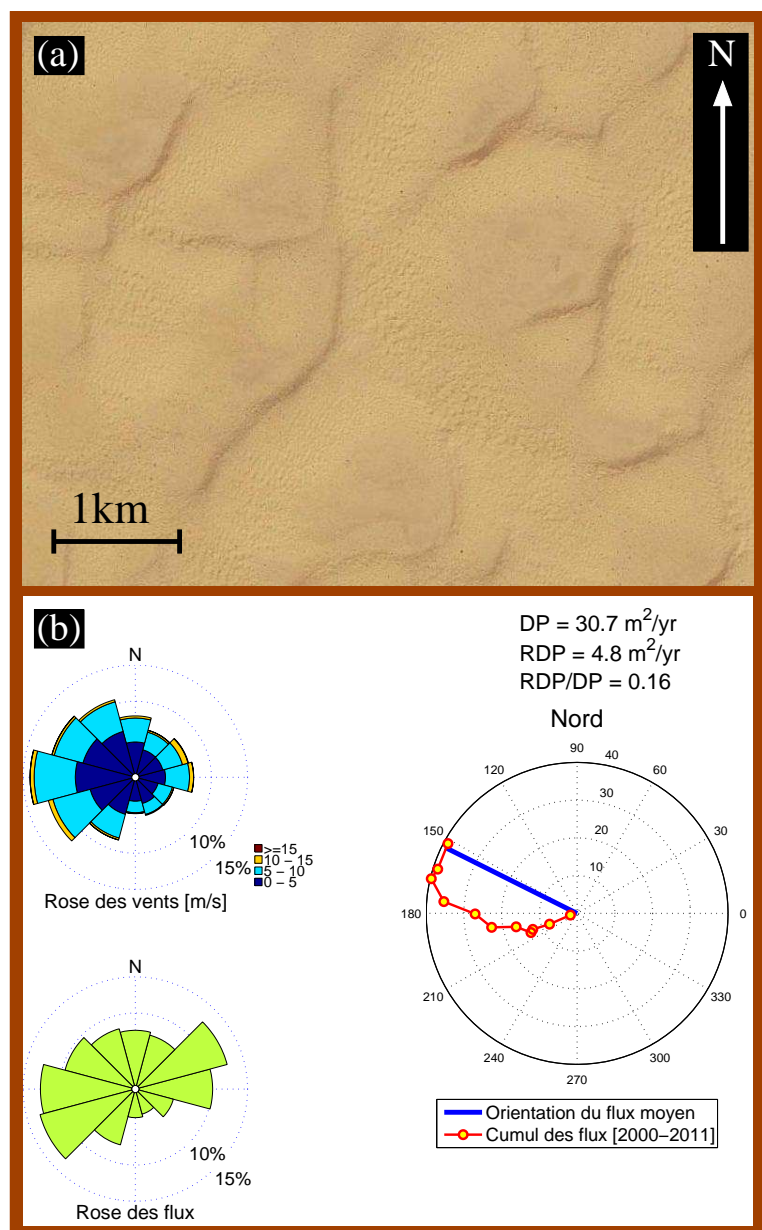
10. On évite volontairement le terme de “géantes”, la question de l’existence de dunes étoiles non-géantes restant ouverte.

Réseaux de dunes

Une des caractéristiques fondamentales des formes dunaires est de conserver une mémoire des vents sur des échelles de temps qui augmentent de manière parabolique en fonction de leur taille. Par conséquent, lorsque les structures se propagent et que les vents changent, de nouvelles formes peuvent apparaître alors que les anciennes sont encore présentes. Il peut donc se produire une coexistence des formes de lits qui, lorsque les structures ont atteint des tailles similaires, peuvent produire des réseaux (Fig. 1.19).

Ce type de réseau a été mis en évidence très clairement par des expériences de laboratoires consistant par exemple à faire évoluer un champ de dunes transverses en un champ de dunes longitudinales, ou inversement [Reffet *et al.*, 2010].

FIGURE 1.19 – Réseaux de dunes et caractérisation du transport éolien près de El borma en Tunisie. (a) Image Google Earth d'un réseau de dunes ayant les coordonnées 31°49'00.62" Nord et 9°17'10.77" Est. (b) Rose des vents incluant les distributions de vitesse dans chaque quadrans (en haut à gauche). Les coordonnées de la station météorologique d'où sont issues les données sont de 31°41' Nord et 9°12' Est. A partir de l'Eq. 1.16 nous calculons l'orientation des flux sédimentaires (en bas à gauche) et leur expression cumulée du 1/01/2000 au 1/01/2011 (à droite). On observe la distribution multimodale de l'orientation des vents et du transport sédimentaire. Cela se traduit par un très faible rapport RDP/DP entre le flux sédimentaire total (DP, Eq. 5.8) et la norme du vecteur flux cumulé (RDP, Eq. 5.9). Cependant, on peut aussi noter la dérive de l'orientation des vents qui pourrait avoir joué un rôle fondamental dans la formation de ce réseau.



Dunes secondaires et superposition de structures dunaires

Sur l'ensemble des types de dunes, si celles-ci sont suffisamment grandes pour que se développe l'instabilité dunaire, il est souvent possible d'identifier la formation de structures secondaires (Fig. 1.20). Elles apparaissent le plus souvent sous la forme d'ondulations dont la longueur d'onde est proche de la longueur d'onde la plus instable (Eq. 1.22). Ensuite, elles se développent, se propagent et interagissent les unes avec les autres suivant les mêmes mécanismes de vieillissement que sur lit plat. Finalement, sur les plus grandes dunes, toute une hiérarchie de structures peut être observée de la taille élémentaire qui caractérise l'instabilité dunaire jusqu'à la taille géante. Dans les déserts arides sur Terre, la morphodynamique dunaire peut donc être étudiée sur une gamme de périodes allant de la dizaine de mètres au kilomètre. Même si cela ne représente que deux ordres de grandeurs, la diversité des formes dunaires qui y sont produites y est impressionnante.

Comme pour la formation de réseaux de dunes, il convient de souligner que cette superposition de dunes de différentes tailles est encore plus marquée lorsque deux générations successives se forment sous différentes orientation de vents. En effet, sous l'effet d'une modification du vent, la pente apparente de la dune évolue et le plus souvent augmente, étant donné la mauvaise adéquation de la forme dunaire avec l'orientation de l'écoulement. Dès lors, les flux de sable sont plus forts et favorisent la formation rapide de dunes secondaires. La vitesse du vent étant elle aussi un facteur prépondérant pour l'amplitude des flux (Eq. 1.16), on se rend ici compte du rôle prépondérant des tempêtes de sable dans la dynamique des mers de dunes.

Les structures secondaires jouent aussi un rôle essentiel dans la dynamique globale des mers de sable. Par exemple, elles favorisent l'émission de petites dunes le long des cornes des barkhanes et donc les interactions dune-dune à l'échelle de la population. Sur les dunes linéaires, elles sont source de défauts qui peuvent, en se propageant de dune en dune, changer la dynamique globale du champ. Finalement, elles modifient aussi considérablement les propriétés de transport et notamment la variabilité des flux sédimentaires à la crête. Cela reste un sujet encore vierge malgré l'omniprésence des structures secondaires et leur importance, notamment en dynamique fluviale.

La superposition de structures dunaires de différentes tailles permet surtout d'explorer des conditions d'écoulement variées sur différentes échelles de temps.

1.2.4 Interaction des dunes avec leurs milieux naturels

La physique dunaire a récemment connu un grand développement sous l'impulsion des physiciens qui ont su, en s'inspirant du travail précurseur de *Bagnold* [1941], replacer l'objet dans des conditions expérimentales et numériques alliant simplicité et efficacité (e. g. lit plat, analyse de stabilité linéaire). Cependant, de tout temps, ce sont les interactions des dunes avec leurs milieux naturels qui ont concentré l'attention des populations. Ces interactions sont multiples et d'une grande diversité. Elles justifient donc tous les efforts de recherche et la philosophie de ce travail de thèse.

Dunes paraboliques et végétation

La végétation stabilise les lits sédimentaires par écrantage et augmentation de la cohésion au sein du milieu granulaire (racines, produits de décomposition végétale). A toutes les époques, les hommes ont donc pu stopper la propagation des dunes en les végétalisant. Lorsque le phénomène se produit sans intervention humaine, il offre un bel exemple de compétition entre

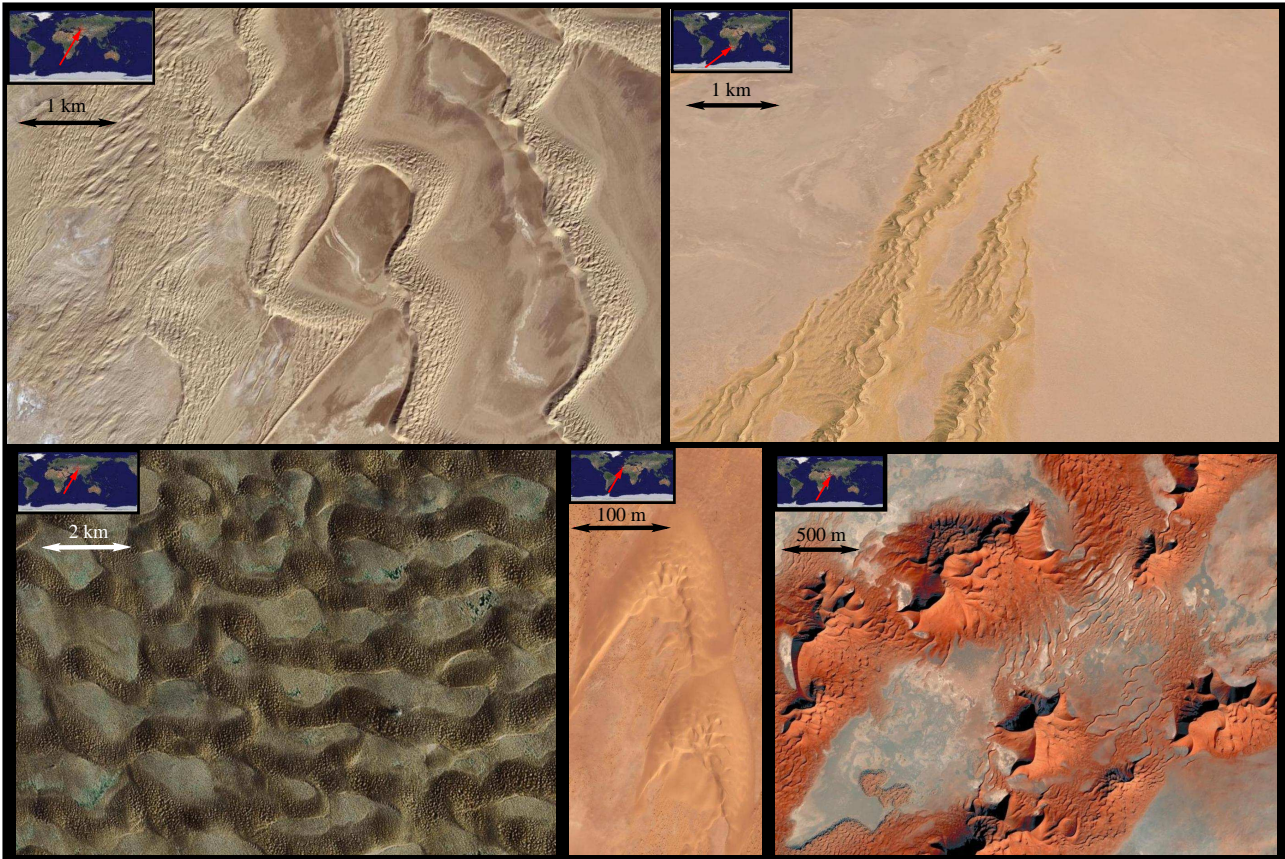


FIGURE 1.20 – **Structures secondaires et dunes superposées** Sur tous les principaux types de dunes les structures secondaires peuvent être observées. L’instabilité dunaire ne semble donc pas faire la différence entre un lit plat et le dos des dunes lorsqu’elles sont suffisamment grandes. De gauche à droite et de haut en bas nous avons des exemples de dunes superposées sur des mégabarkhanes (Turkménistan), des dunes longitudinales (Namibie), transverses (Chine), barkhanes (Mauritanie) et en étoiles (Arabie Saoudite).

deux processus de différente nature : les flux sédimentaires et le taux de croissance des plantes (Fig. 1.21). En effet, lorsque les plantes poussent vite par rapport au flux sédimentaire, les jeunes pousses peuvent efficacement diminuer la contrainte de cisaillement basal et ainsi faire chuter les flux. Cela amplifie alors le mécanisme qui conduit inexorablement à la végétalisation de la dune. Par contre, les formes dunaires restent actives si les flux sédimentaires permettent d’éliminer la végétation par étouffement ou abrasion.

Sur les dunes dans la nature, les flux ne sont uniformes et dépendent énormément du rapport d’aspect de la structure dans le plan vertical parallèle à l’écoulement. Par conséquent, il existe toujours des zones susceptibles d’être végétalisées. Dans des conditions d’écoulement monodirectionnel, c’est typiquement le cas des cornes de barkhanes et des terminaisons/défauts des dunes transverses. Ces plaques de végétation favorisent l’accumulation du sédiment et modifient la structure transverse de la dune en diffusant le motif (i. e. flux de sédiment latéraux). Cela peut conduire à une diminution des flux sédimentaires et, dans certains cas, à une végétalisation complète du champ de dune (Figs. 1.21). Celle-ci ayant lieu de l’extérieur vers l’intérieur de la dune, on observe alors tout un ensemble de structures paraboliques dont la forme ultime peut faire penser à des barkhanes s’étirant dans le mauvais sens. Il s’agit en fait d’une inversion de courbure de la ligne de crête qui peut prendre de nombreuses formes transitoires (Fig. 1.22).

FIGURE 1.21 – Dunes paraboliques près d’Antanamihitsa à Madagascar. Image Google Earth de dunes paraboliques ayant les coordonnées 25°01’41.04’’Sud et 44°11’11.97’’Est. En entrant dans les terres, les dunes accumulées sur la côte se couvrent de végétation et se stabilisent. *Durán & Herrmann [2006]* ont montré que cette couverture végétale n’est possible que dans les zones où le rapport entre le taux de croissance des plantes et le flux sédimentaire est élevé [*Reitz et al., 2010*]. C’est pour cette raison que ce sont d’abord les bras des dunes qui se stabilisent. Le centre de la dune continuant à se propager, la forme en croissant disparaît puis s’inverse. La figure montre clairement que ce mécanisme se généralise à l’échelle d’un champ de dune.



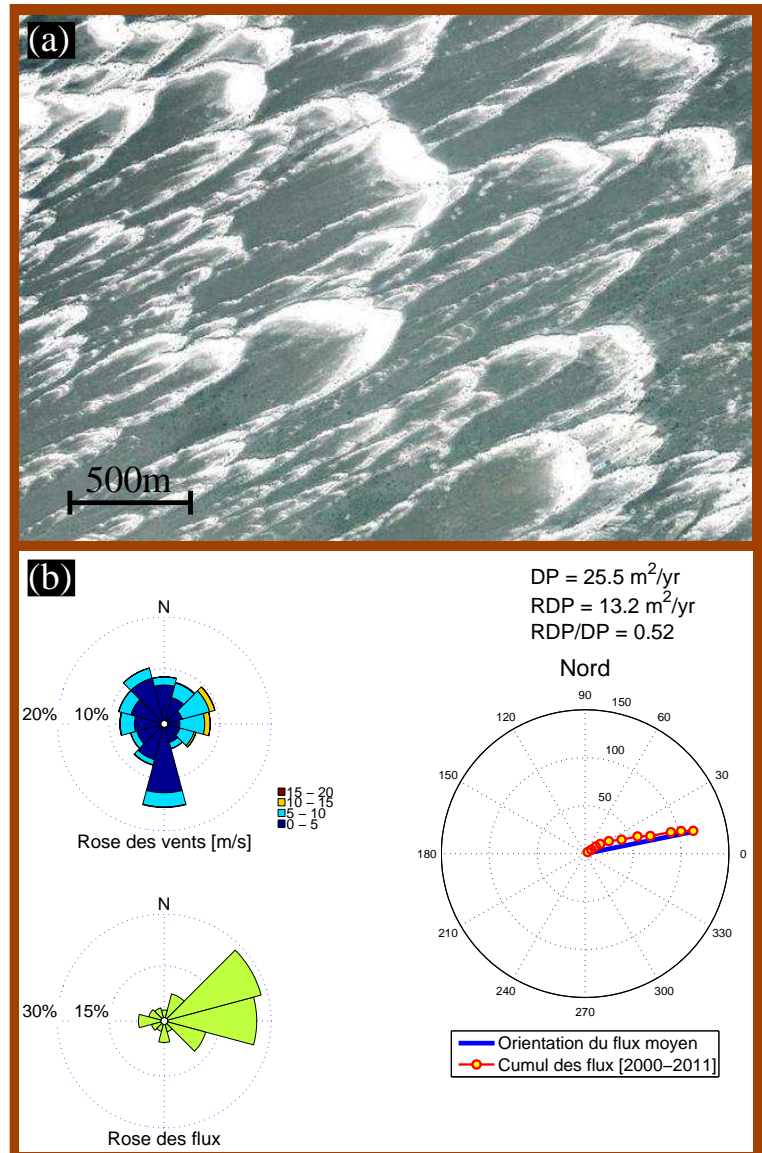
Dunes cohésives

La cohésion est un facteur déterminant pour les seuils de mise en mouvement des particules mais aussi pour les mécanismes de dépôt. En hydraulique, il est communément admis que les berges se stabilisent grâce à la cohésion et que celle-ci dépend essentiellement de la proportion de particules fines (i. e. argiles) et du couvert végétatif (racines, produits de décomposition végétale). Pour la dynamique des lits sédimentaires, il est donc logique de proposer que la cohésion joue aussi un rôle.

A partir d’expériences de laboratoires reproduisant le transport de sédiment argileux, *Schieber et al. [2007]* ont montré que la cohésion modifiait sensiblement les formes barkhanoïdes et pouvait même aboutir à leur disparition [*Schieber & Southard, 2009*]. Dans les systèmes naturels, c’est certainement aussi le cas, même si les exemples restent relativement rares. Confrontés à la problématique des dunes de Titan, *Rubin & Hesp [2009]* observèrent récemment une transition spontanée de la structure transverse à la structure longitudinale d’un champ de dunes linéaire dans le bassin du Qaidam en Chine (Fig. 1.23b). La direction du transport éolien étant orientée dans un plan transversal aux pentes d’un piedmont montagneux, les dunes situées le plus en aval de ce piedmont se propagent sur des lacs asséchés composés de particules fines et cohésives (évaaporites, argiles). Le mélange qui en résulte expliquerait alors le changement de morphologie des dunes.

Un aspect important de la cohésion est qu’elle est souvent associée à de fines particules susceptibles d’être mises en suspension dans l’écoulement. Elles se déposent donc en dernier lorsque la vitesse du fluide diminue, produisant le plus souvent une fine couche superficielle. Elles précipitent ensuite par évaporation, pour paver et durcir la surface du lit sédimentaire. Dans ce cas, ce n’est que la saltation des plus gros grains qui peut abraser cette couche superficielle et libérer du coup une très grande proportion de fines particules. Ce type de mécanisme, par exemple, a été suggéré pour expliquer l’émission de poussières de la dépression désertique de Bodélé au Tchad vers les confins de l’Amazonie [*Bristow et al., 2010*].

FIGURE 1.22 – Dunes paraboliques et caractérisation du transport éolien près de El Paso aux Etats-Unis. (a) Image Google Earth de dunes paraboliques ayant les coordonnées $32^{\circ}44'58.27''$ Nord et $106^{\circ}13'52.73''$ Ouest. (b) Rose des vents incluant les distributions de vitesse dans chaque quadrans (en haut à gauche). Les coordonnées de la station météorologique d'où sont issues les données sont de $31^{\circ}48'$ Nord et $106^{\circ}24'$ Ouest. A partir de l'Eq. 1.16 nous calculons l'orientation des flux sédimentaires (en bas à gauche) et leur expression cumulée du 1/01/2000 au 1/01/2011 (à droite). On observe la distribution monomodale de l'orientation des vents et du transport sédimentaire qui détermine la forme des dunes paraboliques. Cela se traduit par un très faible rapport RDP/DP entre le flux sédimentaire total (DP, Eq. 5.8) et la norme du vecteur flux cumulé (RDP, Eq. 5.9).



Dunes et topographie

La distribution géographique des champs de dunes est contrôlée au premier ordre par la topographie. Hormis les zones côtières pour lesquelles il est nécessaire de prendre en compte les courants océaniques, il s'agit le plus souvent de minima topographiques dans lesquels viennent s'accumuler les sables. A plus petite échelle, les socles rocheux sur lesquels se déplacent les dunes sont rarement parfaitement plats et de nombreuses formes dunaires résultent de la topographie locale.

Les exemples les plus courants sont les accumulations sableuses en aval d'accidents topographiques (ou d'arbustes). Ces obstacles sont communément appelées nebkhas. Le sédiment est piégé dans la zone de recirculation qui, tout naturellement, se déplace à mesure que le sédiment s'accumule. Suivant la hauteur de l'obstacle initial, ces structures dunaires peuvent se propager sur de longues distances (Fig. 1.24).

Les massifs montagneux sont des obstacles qui modifient localement l'écoulement et, par voie de conséquence, les formes dunaires. Inversement, la distribution du sédiment autour d'un massif pourrait être une source d'informations très utiles pour la caractérisation de l'écoulement.

FIGURE 1.23 – Effet de la cohésion sur les formes dunaires (a) Dunes d'argile dans une expérience de laboratoire [*Schieber et al.*, 2007; *Schieber & Southard*, 2009]. (b) Coexistence de structures longitudinales et transverses dans le bassin du Qaidam en Chine. Le centre de l'image Google Earth a des coordonnées de 36°45'24.14" Nord et 94°23'48.34" Est. *Rubin & Hesp* [2009] proposent que la transition de transverse à longitudinale s'opère suite à l'injection de matériau cohésif dans le granulaire.

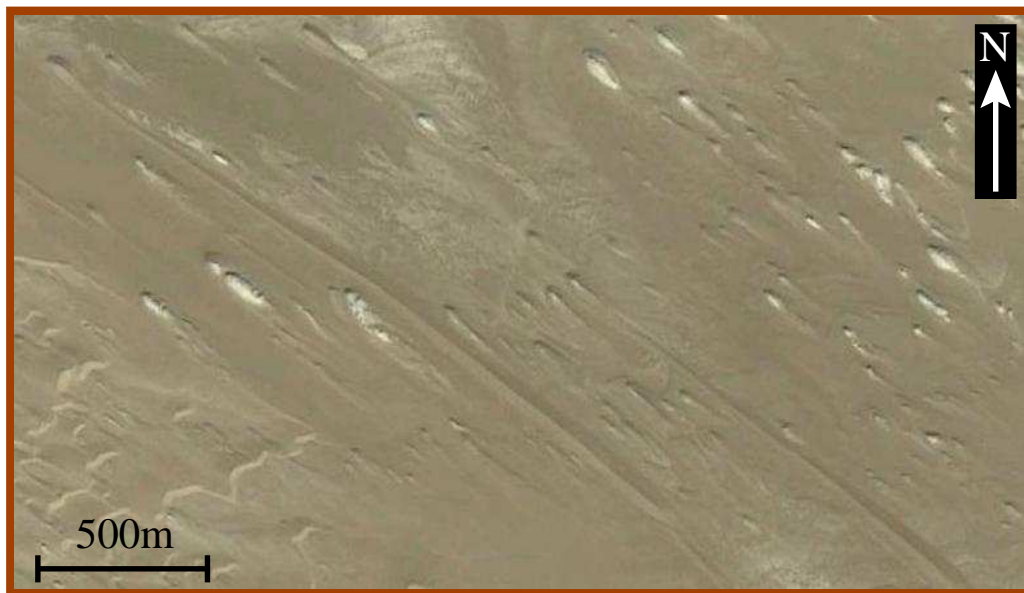
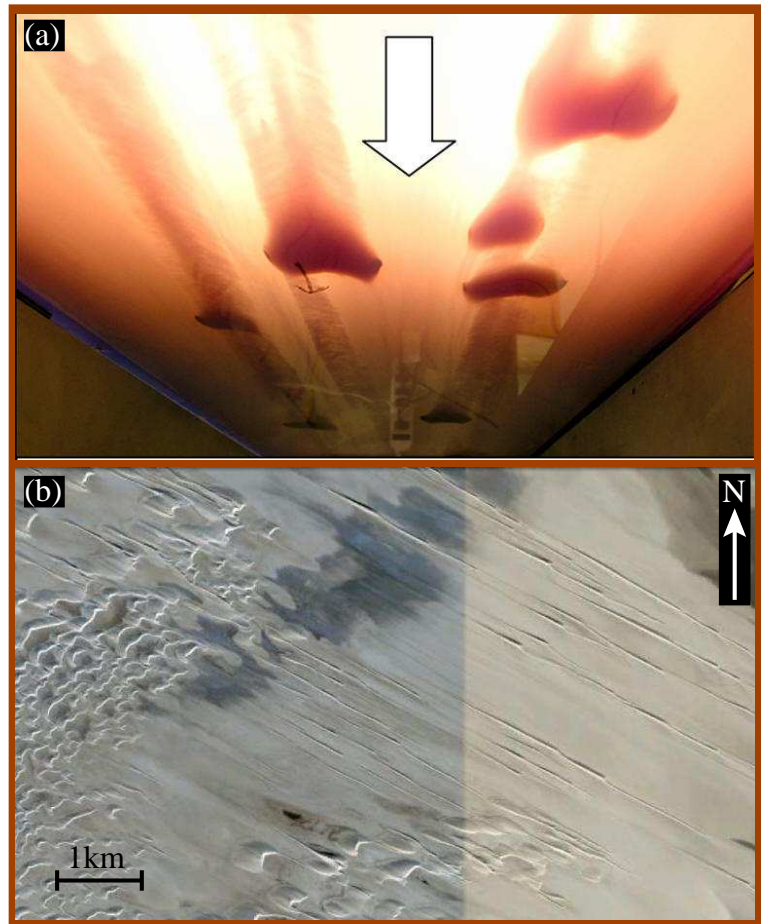


FIGURE 1.24 – Nebkhas dans le bassin du Qaidam en Chine. Image Google Earth d'accumulation sableuse ayant les coordonnées (37°10'22.95" Nord 95°13'12.79" Est) Ces accumulations sableuses se forment en aval d'accidents topographiques qui fonctionnent comme des pièges à sédiment [*Rubin & Hesp*, 2009].

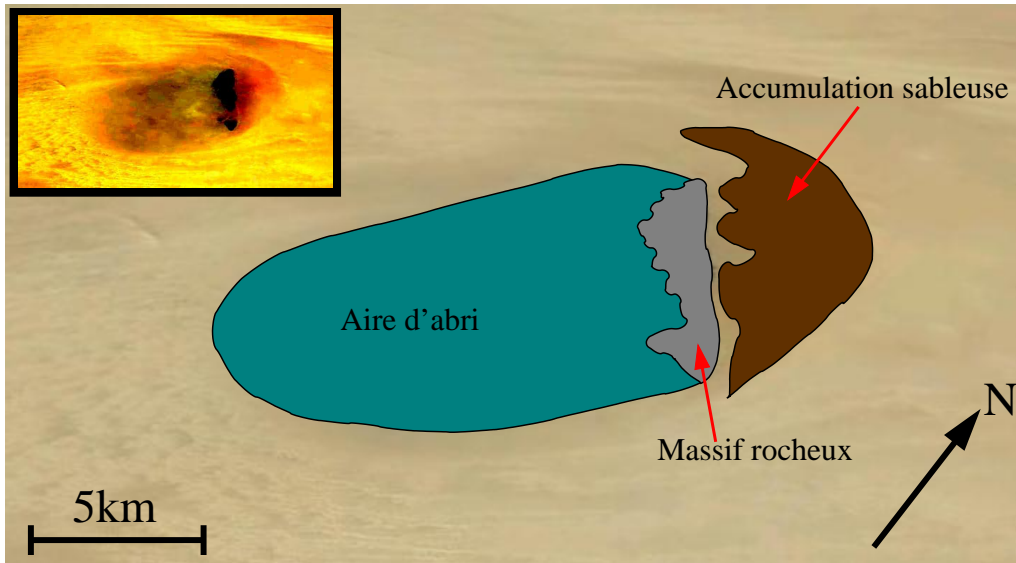


FIGURE 1.25 – **Interaction dunes-topographie à l'échelle de chaînons montagneux.** Schéma expliquant la répartition du sable de part et d'autre d'un méga-obstacle [Mainquet & Remini, 2004]. L'encadré montre l'image originale après saturation de l'échelle de couleurs pour faire ressortir les zones de dépôts et d'abris. Le massif montagneux de l'Adrar Madet (Niger) a pour coordonnées $18^{\circ}37'20.24''$ Nord et $10^{\circ}18'22.27''$ Est. En amont des méga-obstacles, la vitesse du vent diminue à cause de la surpression. Cela favorise l'accumulation du sable. En aval une zone d'abris résulte de la formation d'une zone de recirculation. Notons que ces phénomènes aéro/hydrodynamiques sont aussi observés à l'échelle de la dune (voir la Fig. 8 de Wiggs [2001]).

A titre d'exemple, la Fig. 1.25 montre une forte accumulation sableuse et une zone dépourvue de sable de part et d'autre d'un chaînon montagneux. La position relative de ces zones et la forme des dunes loin de l'obstacle indiquent très clairement une orientation des vents du nord-est vers le sud-ouest. En amont, la surpression résultant de la présence de l'obstacle se traduit par une chute de la vitesse de cisaillement et donc par l'accumulation du sable. En aval, la zone de recirculation explique la présence d'une zone dépourvue de sédiment. En effet, à la différence des nebkhas, les obstacles de grande taille sont eux totalement imperméables aux flux sédimentaires.

CHAPITRE 2

UN AUTOMATE CELLULAIRE DE L'ESPACE RÉEL POUR L'ANALYSE QUANTITATIVE DES FORMES DUNAIRES.

Résumé

Nous présentons un nouvel automate cellulaire 3D pour l'étude de la dynamique des formes de lits sédimentaires. Dans ce modèle numérique, les différents processus physiques tels que l'érosion, le transport et le dépôt sont mis en oeuvre par des interactions de plus proches voisins et un schéma temporel asynchrone. Simultanément, un gaz sur réseau simule l'écoulement et permet de quantifier la contrainte de cisaillement basale. En fonction de la topographie, la force de ce modèle réside dans l'émergence d'équilibres dynamiques entre le modèle de transport sédimentaire et le gaz sur réseau. Dans les simulations numériques et pour un écoulement monodirectionnel, on observe la formation et l'évolution de formes dunaires sur lesquels se développent des structures secondaires. L'analyse de stabilité linéaire nous permet d'identifier les régimes stables/instables d'un lit plat perturbé par une sinusoïde et d'explorer les mécanismes qui, à partir d'un système homogène, peuvent spontanément donner naissance à des formes dunaires. En comparant la longueur d'onde la plus instable dans le modèle avec la taille des dunes élémentaires dans la nature, nous déterminons les échelles de longueur et de temps de notre automate cellulaire. Cela nous offre la possibilité de comparer de manière quantitative nos résultats numériques à des observations de terrain et des expériences de laboratoire.

Setting the length and time scales of a cellular automaton dune model from the analysis of superimposed bedforms

C. Narteau

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

D. Zhang

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

O. Rozier

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

P. Claudin

Laboratoire de Physique et de Mécanique des Milieux Hétérogènes (PMMH, UMR 7636, CNRS, ESPCI, Univ. P6 & P7), 10 rue Vauquelin, 75231 Paris, Cedex 05, France.

Article publié dans
Journal of Geophysical Research, Earth Surface
114, F03006, 2009.

Abstract

We present a new 3D cellular automaton model for bedform dynamics in which individual physical processes such as erosion, deposition and transport are implemented by nearest neighbor interactions and a time-dependent stochastic process. Simultaneously, a lattice gas cellular automaton model is used to compute the flow and quantify the bed shear stress on the topography. Local erosion rates are assumed to be proportional to the shear stress in such a way that there is a complete feedback mechanism between flow and bedform dynamics. In the numerical simulations of dune fields, we observe the formation and the evolution of superimposed bedforms on barchan and transverse dunes. Using the same model under different initial conditions, we perform the linear stability analysis of a flat sand bed disturbed by a small sinusoidal perturbation. Comparing the most unstable wavelength in the model with the characteristic size of secondary bedforms in nature, we determine the length and time scales of our cellular automaton model. Thus, we establish a link between discrete and continuous approaches and open new perspectives for modeling and quantification of complex patterns in dune fields.

2.1 Introduction

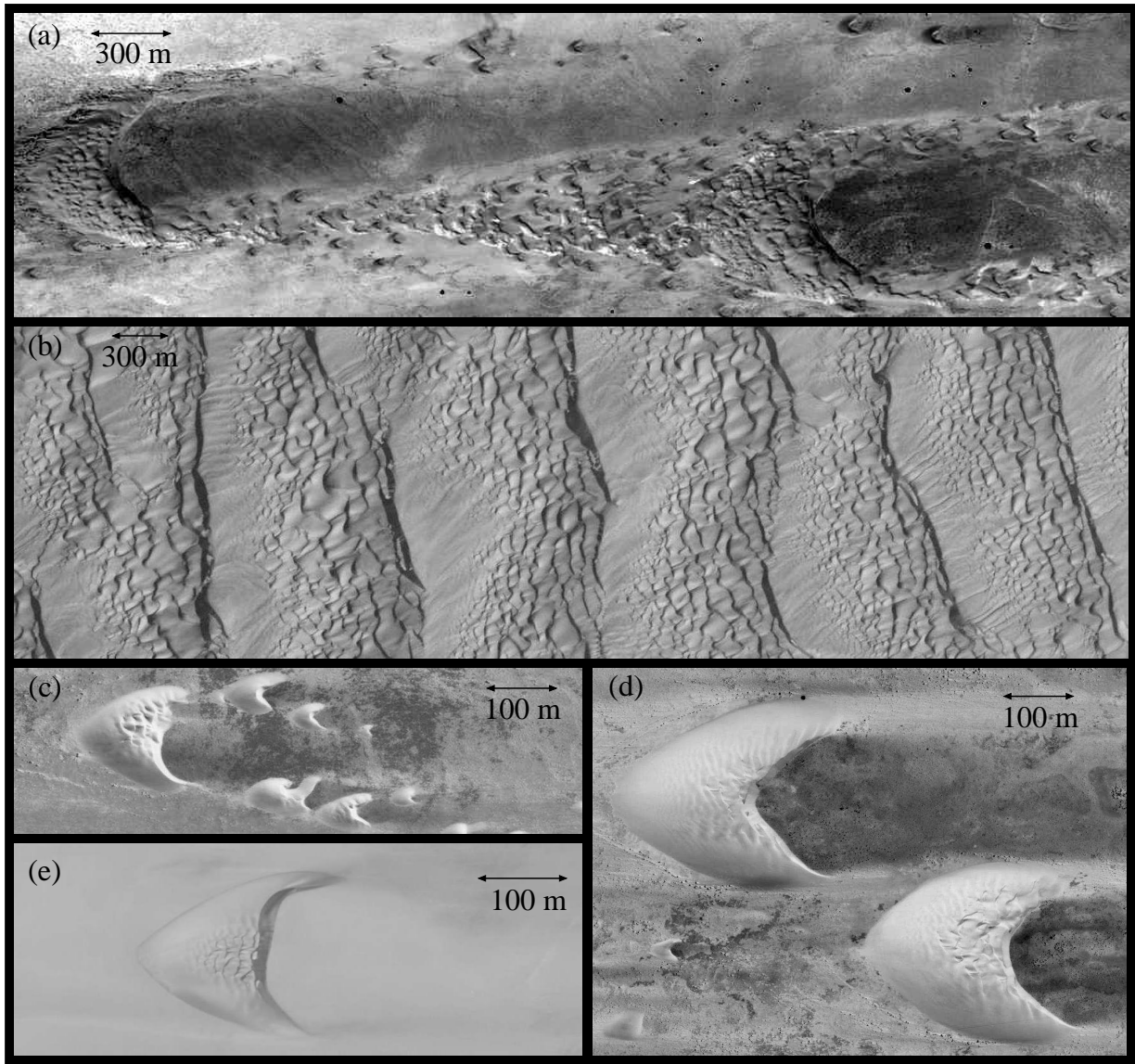


FIGURE 2.1 — Observations of superimposed dune patterns in nature : (a) Megabarchans in Peru ($6^{\circ}08'47.39''$ South $80^{\circ}50'25.47''$ West); (b) Transverse dunes in Namibia ($26^{\circ}6'26.21''$ South $15^{\circ}00'23.90''$ West); (c) Barchan dunes in Morocco ($27^{\circ}32'49.52''$ North $13^{\circ}12'40.15''$ West); (d) Barchan dunes in Morocco ($21^{\circ}36'51.45''$ North $16^{\circ}46'09.86''$ West); (e) Isolated barchan in Peru ($9^{\circ}5'0.58''$ South $78^{\circ}30'39.85''$ West).

Sand dunes form magnificent large patterns whose symmetries reflect those of the wind regime and whose appearance also depends on the amount of sand available for transport as well as the possible presence of vegetation [McKee, 1979; Breed & Grow, 1979; Lancaster, 1995; Bristow et al., 2000; Wiggs, 2001; Kocurek & Ewing, 2005; Ewing et al., 2006; Baas & Nield, 2007]. These dune patterns present various length-scales, from an ‘elementary’ size, on the order of 20 m, perceivable as the typical dimension of the smallest superimposed structures [Elbelrhiti et al., 2005], to the largest features, which can reach a kilometric scale (Fig. 2.1). Because smaller structures propagate faster, dunes interact with each other, leading to the emergence of complex patterns by amalgamation or nucleation of secondary bedforms [Kocurek

et al., 1991; *Elbelrhiti et al.*, 2005, 2008].

Continuous dune models have recently been developed and are able to generate realistic dune shapes under various conditions [*Kroy et al.*, 2002a,b; *Andreotti et al.*, 2002b; *Hersen*, 2004; *Durán & Herrmann*, 2006; *Parteli & Herrmann*, 2007]. They encode basic physical mechanisms responsible for the formation and propagation of dunes and, in addition to morphological features, they are also able to predict how the characteristic wavelength for the formation of dunes scales with physical properties of granular materials and fluids [*Claudin & Andreotti*, 2006]. However, the precise way in which dunes interact, amalgamate or calve is not well reproduced by these models [*Hersen et al.*, 2004; *Durán et al.*, 2005]. In particular, the modeling of secondary bedforms induced by collisions, which are probably important for size regulation in barchan fields, is presently an open issue [*Elbelrhiti et al.*, 2005, 2008]. A definite weakness in these models is the way the recirculation bubbles on the lee side of dunes are taken into account by means of an effective envelope – the complete determination of the flow over a complex topography is numerically too expensive. As a result, they cannot be run accurately over long time periods to investigate the dynamics of a significant portion of a dune field.

Cellular automaton (CA) dune models are more appropriate for this purpose [*Nishimori & Ouchi*, 1993; *Werner*, 1995; *Werner & Kocurek*, 1997; *Nishimori et al.*, 1998; *Momiji & Warren*, 2000]. These discrete models consist of 2D regular rectangular lattices in which the local height of sediment is measured as the accumulation of so-called ‘sand slabs’. The surface topography evolves through individual motion of these slabs according to a set of transition rules. Thus, CA dune models can be run in a very efficient way, and a large diversity of bedforms can arise spontaneously from collective behaviors of interacting cells over time. However, as for all CA approaches [*Wolfram*, 1986; *Chopard & Droz*, 1998], these discrete numerical simulations present two types of drawbacks. First, transition rules do not correspond to real physical mechanisms which would have an existence at microscopic length scales. Therefore, these rules are pure phenomenological parameters whose relevance is only controlled a posteriori by the effects they induce on the model outputs. The second flaw is due to the discrete structure of CA : nothing imposes what the size of a ‘sand slab’ must be. As a result, time and length scales are arbitrary inputs of CA dune models. This problem is particularly evident when, beyond the overall symmetry of the dune pattern, one wishes to address scale related issues such as coarsening (i.e. dune amalgamation).

In this paper we present a new class of cellular automaton model for sand dunes, which couples a modeling of ‘sand slabs’ in the spirit of traditional CA models and a lattice gas description of the turbulent air flow [*Frisch et al.*, 1986; *d’Humières et al.*, 1986]. Our model is powerful enough to generate realistic large barchan or transverse dunes with superimposed bedforms. As in nature, these superimposed structures appear at regular and well-defined intervals, and we can make use of this secondary bedforms to set the length scale of our model. With such a length scale, sand fluxes and shear velocity can be used to determine the time scale of this cellular automaton approach. This model at hand, we are then ready to investigate in a quantitative way the dynamics of dune fields, an issue which is however beyond the scope of this paper.

The rest of the paper is structured as follows. In order to state the physical concepts on which the analysis of this work is based, we start with a brief pedagogical review of dune formation as a result of a linear instability. In section 2.3, we describe the CA model and emphasize the differences and improvements with respect to the previous works. Nevertheless, most of the technical details of the numerical procedures are gathered in the Appendices. Then, we present some distinctive dune patterns produced by the model (Sec. 2.4). In connection to

the continuous approaches, the next section is devoted to the stability analysis of a flat sand bed in order to determine the most unstable wavelength in the model. Finally, we discuss the perspectives of this work, namely, as mentioned above, the emergence and the evolution of complex patterns in dune fields.

2.2 Dunes as the result of a linear instability – a brief review

As one of the main goal of this paper – the setting of the length and time scales of a CA dune model – is deeply linked to the analysis of dune formation as a linear instability, we devote a brief pedagogical section to the relevant physical mechanisms involved in this problem. Such a section is important because the community working on aeolian dunes is composed of scientists with various backgrounds, so that concepts and terminology can be rather varied. In what follows, the term ‘instability’ characterizes the emergence and growth of a pattern in an initially homogeneous system. Conversely, ‘stability’ refers to the ability of a system to stay in its homogeneous state, or to return to it when perturbed.

2.2.1 Linear stability analysis

The analysis of the time and length scales of instabilities by means of linearized equations is a standard approach in hydrodynamics and many other branches of physics. By identifying stabilizing and destabilizing terms, these analyses reveal the mechanisms that, starting from a homogeneous system, spontaneously generate periodic patterns. Examples of such instabilities are countless; the formation of an undulation along a flat interface between two fluids is a case in point.

In a vast majority of cases, the primary pattern emerges with a well defined wavelength λ . At the early stage of this instability (the linear regime) λ stays constant with time t , whereas the amplitude ζ of the pattern (the amplitude of the interface undulations in the above example) grows exponentially $\zeta(t) \propto \exp(\sigma t)$. In this expression, σ is the growth rate with units of frequency. In order to analyze such an instability and to understand why a particular wavelength is emerging, it is necessary to estimate the so-called dispersion relation $\sigma(k)$, which gives the growth rate value of a sinusoidal perturbation as a function of the wave-number $k = 2\pi/\lambda$. A positive σ -value corresponds to a perturbation that grows (unstable situation), whereas decaying (stable) perturbations have $\sigma < 0$. As an initial flat interface actually contains, in the form of an infinitesimal ‘noise’, all possible wave-numbers, the dominant wavelength of an emerging pattern corresponds to the most unstable mode, i.e. to the largest positive σ -value. We call this selected length scale λ_{\max} . The corresponding time scale is then $1/\sigma_{\max}$. Beyond this initial stage, the pattern usually exhibits coarsening of the wavelength and saturation of the amplitude that are not accounted for by this linear analysis. Indeed, numerical models have to come into play to explore complex dune interactions.

In nature and in laboratory experiments, it is usually possible to measure the values of λ_{\max} and σ_{\max} under various conditions. As the linear analysis of the governing equations permit the expression of these quantities as functions of the different parameters of the system, a direct test of understanding of the instability is to investigate whether or not they scale as predicted with these parameters.

2.2.2 Dune instability mechanism

In the context of sediment transport, linear stability analyses were performed several decades ago for the formation of ripples and dunes on the bed of sandy rivers [Kennedy, 1963; Reynolds, 1965; Engelund, 1970; Fredsøe, 1974; Richards, 1980; Engelund & Fredsøe, 1982]. These works have demonstrated that a key ingredient to understand how a flat sand bed can destabilize is the shift between the flux of sediment $q(x)$ and the topography $z(x)$, where x is the along-stream coordinate. Around a positive and smooth topographic feature such as a bump or a dune, the location of the maximum of q separates an up-stream erosion zone from a down-stream deposition zone. Then, a perturbation of the bed can grow if the crest is in the deposition zone. Therefore, all mechanisms that make the flux phase-advanced have a destabilizing action, whereas those by which q responds with a lag are stabilizing.

Determination of the maximum flux of sediment can be decomposed into two independent components. As the driving force that makes the sediment of the bed move is the basal shear stress, a first contribution is of pure aerodynamical nature : what is the shear stress imposed by the flow on the bed? The second one is a transport issue : how does the flux adjust to an imposed shear stress?

In order to study wind profiles over low hills, Jackson & Hunt [1975] and followers have developed a linear description of turbulent flows over flat obstacles [Sykes, 1980; Taylor et al., 1987; Hunt et al., 1988]. A robust feature is that the flow can be divided into three layers : (i) an outer layer, where the fluid can be considered as inviscid (the inertial terms balance the pressure gradient); (ii) an inner layer, where the inertial terms are negligible, (stress and pressure gradients balance); and (iii) a surface layer, which is responsible for the aerodynamical roughness. Due to turbulent dissipation and fluid inertia, an up-wind shift between the shear stress and the topography is generated at the matching region between the outer and the inner layers, so that the basal shear stress is in advance with respect to the bed.

Many studies have been devoted to the relation between shear stress and sediment transport, providing numerous models as well as empirical data fits [Meyer-Pander & Müller, 1948; Bagnold, 1956; Ungar & Haff, 1987; Anderson & Haff, 1988; Rasmussen et al., 1996; Sauermann et al., 2001; Andreotti, 2004a]. Regarding sediment transport, it is extremely important to distinguish between steady/homogeneous and transient situations. In steady state, one can evaluate the influence of the shear stress magnitude τ_s on the value of the sediment flux. One can also investigate the role of bed slope and cohesion on the threshold shear stress value for motion inception τ_c . In all cases, the sediment flux converges toward an equilibrium value which is described as being ‘saturated’. Then, transport laws precisely specify the expression of the function $Q_{\text{sat}}(\tau_s, \tau_c)$.

In non-homogeneous or unsteady situations, however, the actual flux q does not immediately adjust to the local value of the shear stress. It needs some space or time to reach its equilibrium value Q_{sat} . This phenomenon can be described as a relaxation process toward saturation of the sediment flux. It was early observed and measured by Bagnold [1941], and modeled by Sauermann et al. [2001] using a non-linear equation. Such a relaxation mechanism is not specific to the physics of sediment transport, but a rather generic behavior of out-of-equilibrium systems. Usually a single characteristic length (here the saturation length l_{sat}) or time is used to describe it as a first order process. Importantly, this relaxation cannot be correctly described purely by a shift between q and τ_s , as initially proposed by Kennedy [1963] in the context of river dune formation. Correcting this conceptual mistake, a linear first order saturation equation (an exponential relaxation towards equilibrium) was introduced by Parker [1975]. Such a linear

description of the saturation was also adopted by *Andreotti et al.* [2002b]. In summary, the sediment flux is always delayed with respect to the basal shear stress.

2.2.3 Saturation length and dune size

Combining these different ingredients in a set of differential equations, the linear stability analysis shows that the wavelength for the nucleation of dunes scales essentially with the saturation length $\lambda_{\max} \propto l_{\text{sat}}$ [*Andreotti et al.*, 2002b]. As turbulence is almost scale invariant, the aerodynamical roughness marginally affects the value of the most unstable mode [*Fourrière et al.*, 2008a,b]. Similarly, the effect of bed slope significantly modifies λ_{\max} only very close to the transport threshold [*Fourrière et al.*, 2008b; *Andreotti et al.*, 2008].

Discussion of the physical mechanisms responsible for the saturation, i.e. the determination of the parameters that control l_{sat} , is a separate issue. Grain inertia may be a relevant hypothesis as it explains the main difference of dune size in aeolian, sub-aqueous and Martian conditions [*Claudin & Andreotti*, 2006]. In this case, $l_{\text{sat}} \propto (\rho_s/\rho_f)d$, where ρ_s/ρ_f is the grain to fluid density ratio and d is the grain diameter. Nevertheless, other mechanisms have been proposed for sub-aqueous ripples by *Charru* [2006] and for Martian dunes by *Parteli & Herrmann* [2007] (see also *Andreotti & Claudin* [2007] and *Parteli et al.* [2007a]).

This important debate is however unrelated to the purpose of the present paper. Instead, as λ_{\max} and σ_{\max} are the natural length and time scales of the instability, the idea is to estimate the dispersion relation of our CA dune model. Then, the most unstable wavelength in the numerical simulations may be directly compared to in-situ measurements of this quantity.

How can one get a good estimate of λ_{\max} from field data? Once again, λ_{\max} is *not* the size of a single (developed) dune, but, strictly speaking, the wavelength of a dune pattern emerging from a flat bed. Emerging dunes are in fact generically present as superimposed patterns on the flanks of large enough dunes, such as barchans [*Elbelrhiti et al.*, 2005]. λ_{\max} can then be computed as an ensemble average of the crest to crest distances of these superimposed undulations. A typical value measured on the barchans of Atlantic Sahara is $\lambda_{\max} \simeq 20$ m.

That does not mean that smaller dunes can not be observed. As a result of a complex interaction between larger dunes, some small, disappearing structures may be observed locally. In addition, and more importantly for our present purpose, λ_{\max} is the wavelength of the most but not the only unstable mode. In fact, the unstable range includes all large wavelengths down to a cut-off λ_c , which corresponds to a vanishing growth rate, $\sigma(k_c) = 0$. Interestingly, λ_c also scales with l_{sat} as it is roughly a fraction (a half) of λ_{\max} [*Andreotti et al.*, 2002b]. This cut-off value can be interpreted as the typical size of the smallest dunes [*Kroy et al.*, 2002a,b]. This is consistent with Bagnold's observation that very small dunes are on the order of 10 m long [*Bagnold*, 1941]. On the other hand, after the superimposed pattern has emerged, it quickly leaves the linear regime and starts coarsening. This is why the measure of the average distance between secondary slip-faces superimposed on very large dunes can give larger values than the above 20 m. For example, we measured around 35 m on mega-barchans of Atlantic Sahara [*Elbelrhiti et al.*, 2005]. In summary, although the determination of the value of λ_{\max} from field data is inevitably subjected to some uncertainty, an average and typical value between 10 and 35 m seems to be reasonable.

2.3 The model

A cellular automaton for sediment transport is coupled with a lattice gas cellular automaton model (LGCA) in order to mimic the interplay between the bedform dynamics, the fluid flow and the bed shear stress. Despite the additional challenge we face in coupling both models together, a major advantage of such a hybrid modeling is to eliminate some arbitrary descriptions of the flow. Then, local dependencies on flow patterns and the impact of sediment motions on the transport capacity can be explicitly taken into account.

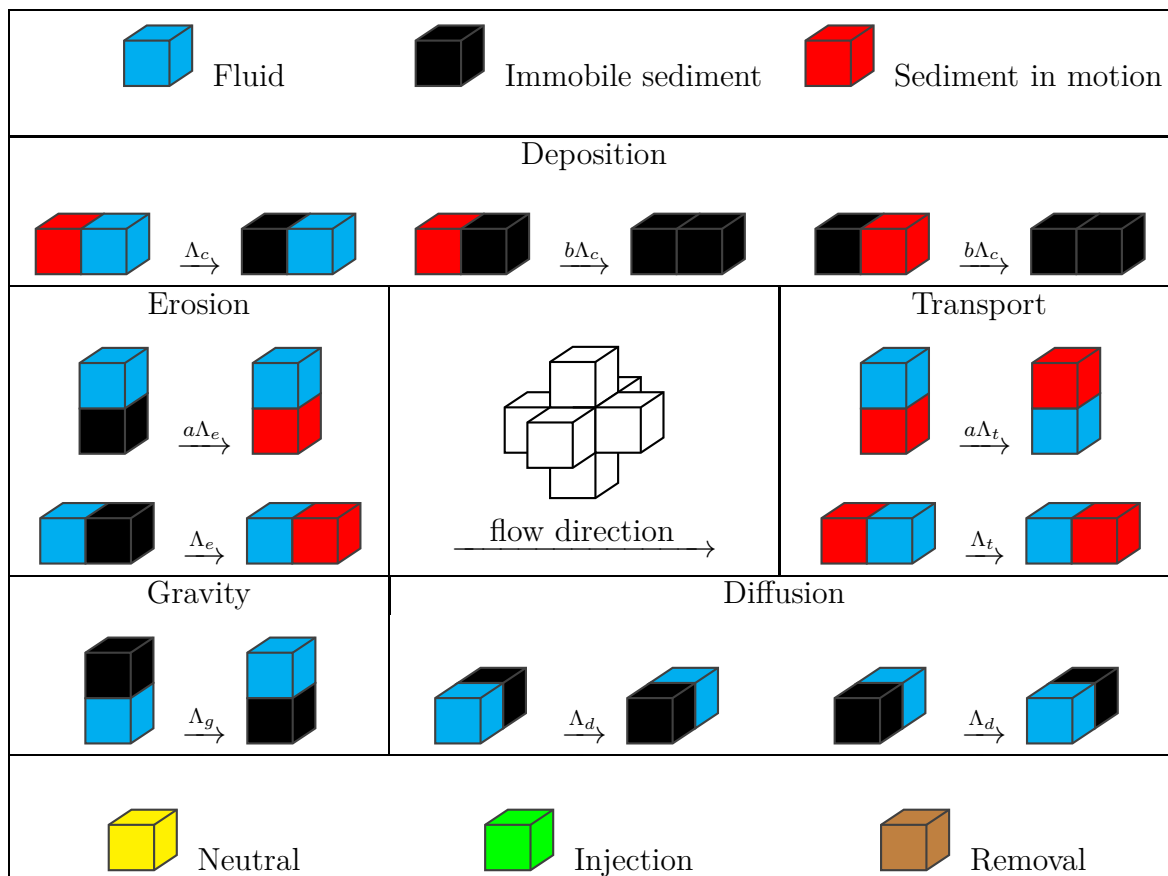





FIGURE 2.2 – Active transitions of doublets in the cellular automaton model for sediment transport. Different sets of transition are associated with deposition, erosion, transport, gravity and diffusion. $\{\Lambda_c, \Lambda_e, \Lambda_t, \Lambda_g, \Lambda_d\}$ are transition rates with units of frequency; a and b are positive constants. The central inset shows the direction of the flow and the orientation of the nearest neighbors in a regular cubic lattice.

2.3.1 A 3D cellular automaton model for sediment transport

A 3D regular rectangular lattice is used to compute the evolution of a layer of erodible sediment lying on a flat bedrock. The aspect ratio of an elementary cell is a parameter of the model (see Appendix 2.6). Here, for numerical efficiency in the coupling between this sediment transport model and the LGCA, an elementary cell is a cube of edge length l_0 and not a slab of sediment as is usually the case in cellular automaton models for dune dynamics [*Nishimori & Ouchi, 1993; Werner, 1995*].

The indices (i, j, k) , $i \in [1, L]$, $j \in [1, L]$, $k \in [1, H]$ are the labels of the Cartesian coordinates. The cell $c_{i,j,k}$ can be in one of the following three states :

-  a volume of fluid.
-  an immobile volume of sediment.
-  a volume of sediment in motion.

For the sake of simplicity, the two sedimentary states have the same density, and they differ only in their ability to move.

The entire dynamics are controlled by the three states through local interactions between neighboring cells. We consider only nearest neighbor interactions and an elementary cell may change state only if it shares a boundary with a neighboring cell in a different state. These pairs of nearest neighbor cells are called ‘doublet’. Thus, we analyze an evolving population of doublets over time. Nevertheless, all the possible configurations of doublet do not lead to a change in state, and with respect to the physics of sediment transport, we use only a limited number of transitions from one configuration to another. Overall, in order to ensure mass conservation, these transitions do not modify the number of sedimentary cells.

We isolate individual physical processes and associate each of them with a specific set of transitions according to the direction of the flow. Thus, erosion and deposition phases are not joined into a more general ‘saltation rule’ as is the case in classical cellular automaton models for dune dynamics. Instead, as shown in Fig. 2.2, we have transitions for

- Erosion : the initiation of movement of a sediment layer due to the bed shear stress imposed by the flow. This erosion process does not discriminate between different grain motions (i.e. saltation and reptation). Nevertheless, it involves transitions in horizontal and vertical directions to account for drag and lift forces that initiate grain movement.
- Transport : the motion of sediment. Mobile sediment layers can be transported upward and in the direction of the flow.
- Deposition : the end of sediment movement. This deposition process is enhanced by topographic obstacles and occurs faster on slopes of pre-existing structures.
- Gravity : the sediment falls under its own weight. Gravity prevents further motions and leads to deposition.
- Diffusion : random fluxes of sediment perpendicular to the flow disperses the grains and flattens the topography.

In this preliminary work, transitions are extremely simplified in order to reduce the number of parameters. It is clear that more realistic (complete) sets of transitions should be implemented in the future to concentrate on different aspects of sediment transport : saltation, reptation, armoring. However, considering all the physical mechanisms together, transitions cannot be examined in isolation because only their combined and repeated actions are able to reproduce realistic sediment transport properties when averaged over space and time. For example, vertical deposition rates are the result of transitions associated with deposition and gravity. Similarly, sediment transport occurs only after a sequence of transitions that reproduce the initiation of movement (erosion), transport, and the end of movement (deposition).

An important ingredient of the model is that each transition is characterized by a rate parameter with the dimension of a frequency. These transition rates introduce into the model the characteristic time scales of the physical mechanisms under consideration (Tab. 2.1). In practice,

the whole process can be described as a generalized Poisson process (see Appendix 2.6 and *Narteau et al. [2001]*). Given a doublet transition from configuration u to v and the associated rate parameter Λ , the probability that a doublet in configuration u undergoes a transition toward configuration v in the infinitesimal time interval dt is Λdt ; for n doublets in configuration u the probability to have one transition toward the configuration v in the infinitesimal time interval dt is $n\Lambda dt$. Extended to the entire population of doublets and all active transitions at a given time, the probability per unit of time to have a single transition is simply proportional to the sum of all the transition rates. In other word, the time delay before the next transition is inversely proportional to the sum of all the transition rates. Then, the main point in our algorithm is that at each iteration (i.e. time step) only one doublet (i.e. 2 cells) undergoes a transition from one configuration to another. The time step, the transition type, and the doublet that undergoes this transition are randomly chosen according to the present state of the system. This algorithm is therefore a time dependent stochastic process whose current rate is given by the number of active transitions over time (i.e. the sum of all transition rates of active doublets).

When the buildup of sediment exceeds the angle of repose, avalanches occur. These avalanches are introduced into the model via the dynamics of the *Bak et al. [1988]* sandpile model. If the height difference between two neighboring columns of sediment exceeds n_c cells, the highest sedimentary cells of the highest column are randomly redistributed onto the lower neighboring sites. As this redistribution alters the height differences, new redistributions of cells may occur, triggering a so-called cascade mechanism. As a result, a pile of sedimentary cells cannot have slopes steeper than a critical slope determined by the n_c -value (see Appendix 2.6).

All boundary conditions are incorporated into the sediment transport model by using a specific set of states and transitions :

- A neutral state is used to construct solid boundaries. Cells in a neutral state do not interact with their neighborhood and they are not involved in any transition. For example, the solid bedrock on which the sediment is moving is a horizontal plane composed of neutral cells.
- A removal state is used to introduce output fluxes of sediment. It requires at least one transition in which a sedimentary cell in contact with a removal cell is replaced by a fluid cell. Here, these removal states occur along the downwind border.
- An injection state is used to introduce input fluxes of sediment. It requires at least one transition in which a fluid cell in contact with an injection cell is replaced by a sedimentary cell. Here, these injection states occur along the upwind border.

Transitions involving removal/injection states are associated with different rates that control the intensity of output/input fluxes over time. Then, according to the orientations of these transitions, the magnitude of their transition rates, and the positions of neutral cells, we can accurately replicate almost any type of geometry and boundary condition.

2.3.2 A lattice gas cellular automaton model (LGCA)

Simultaneously with the evolution of the topography in the model of sediment transport, a LGCA is used to compute the flow (see *Hardy et al. [1976]*; *Frisch et al. [1986]* and references in *Chopard & Droz [1998]* and *Rothman & Zaleski [2004]*). This numerical method converts discrete motions of a finite number of fluid particles into physically meaningful quantities and offers an alternative to the full resolution of the Navier-Stokes equations. In addition, such a discrete model seems particularly useful to analyze bedform dynamics because it permits introduction

of changing boundary conditions (i.e. the evolving topography) that are extremely difficult to tackle with conventional techniques implementing a set of differential equations.

To reduce the computation time, we do not implement a 3D LGCA. Instead, we consider a set of uniformly spaced vertical planes parallel to the direction of the flow (this spacing $\Delta_s = 5$ cells is a parameter of the model). Each plane is composed by the square lattice of the model of sediment transport (see Appendix 2.6), and, confined to this plane, fluid particles can fly from cell to cell along the direction specified by their velocity vectors. Within this square lattice, we use a multispeed model taking into account motions of particles between nearest and next nearest neighbors [d'Humières et al., 1986] : slow speed particles are moving between nearest neighbors, fast speed particles are moving between next nearest neighbors (Fig. 2.3a). Two fluid particles cannot sit on the same site and interactions between particles take the form of local instantaneous collisions on sites with several particles (Fig. 2.3b). Then, the evolution of the system during one iteration (or motion cycle) consists of two successive stages : a propagation phase during which particles move from their cells to their neighbors along the direction of their velocity vectors, and a collision phase during which particles on the same cell may exchange momentum according to the imposed collision rules (Fig. 2.3b). These collision rules are chosen in order to conserve both mass and momentum.

All boundary conditions of the flow are described in Appendix 2.6. The most important for our interests is that fluid particles can move only within the fluid state of the cellular automaton of sediment transport. Other states are considered as boundaries on which the fluid particles are rebounding. Accordingly, motions of fluid particles adapt to changes in topography, and the flow field is strongly coupled to the bedform dynamics. In order to implement this feedback mechanism of the topography on the flow, we continuously monitor the evolution of the bed topography ; the height of the interface between the sediment and the fluid. Thus, we can evaluate the direction of the normal to this topography, \vec{n} , and determine locally how a fluid particle rebounds on a sedimentary cell (see Appendix 2.6).

In order to determine both components of the local velocity vector in each plane of the LGCA, velocity vectors of fluid particles are averaged over $l_w \times l_w$ cells and t_w consecutive motion cycles (here $l_w = 5$ and $t_w = 50$). This averaging is necessary to reduce the statistical noise, but similar results can be obtained with different sets of parameters $\{l_w, t_w\}$. If necessary, between two planes of the LGCA, each component of the local velocity vector is linearly interpolated from adjacent values along lines perpendicular to these planes. The velocity field \vec{V} , expressed in terms of a number of fluid particles, and normal to topography is then used to calculate the bed shear stress

$$\tau_s = \tau_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{n}}, \quad (2.1)$$

where τ_0 is the stress scale of the model.

Assuming a linear relation between bed shear stress and erosion rate, we consider that, in the model of sediment transport, the transition rate for erosion obeys the equation

$$\Lambda_e = \begin{cases} 0 & \text{for } \tau_s \leq \tau_1, \\ \Lambda_0 \frac{\tau_s - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{for } \tau_1 \leq \tau_s \leq \tau_2, \\ \Lambda_0 & \text{else.} \end{cases} \quad (2.2)$$

where Λ_0 is a constant rate, τ_1 is the threshold for motion inception and τ_2 is a slope parameter ($\tau_s < \tau_2$). $(\tau_s - \tau_1)$ is the excess shear stress from which we can account for the feedback

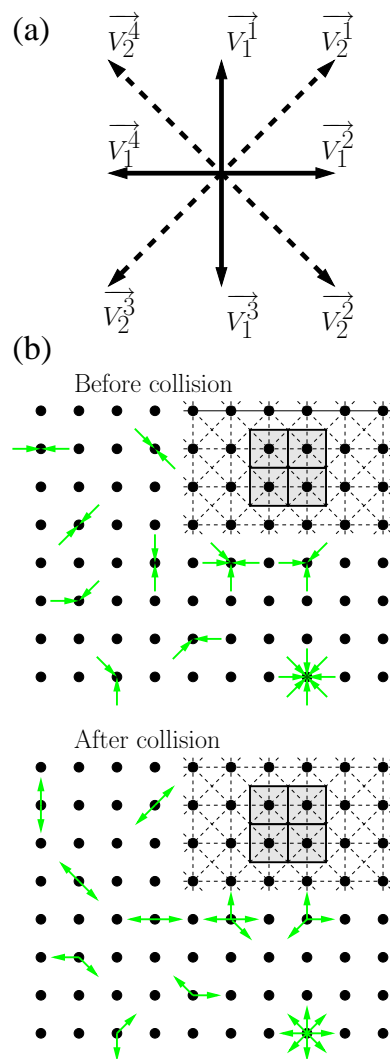


FIGURE 2.3 – (a) The different velocity vectors in the lattice gas cellular automaton model. We have $\|\vec{V}_2^i\| = \sqrt{2}\|\vec{V}_1^i\|$. (b) Different examples of collisions between fluid particles (see the entire list in *d’Humières et al.* [1986]). Particles and their velocity vectors are represented by arrows. Each dot represents the nodes of the LGCA and the center of the cells of the model of sediment transport. On the top-right, we show 4 of these cells in light gray and the connections along which the fluid particles are moving (dashed lines).

mechanism of the bed shear stress on the topography. During the numerical simulations, the only free parameter is τ_1 , the lower threshold of erosion. All the other parameters of the model are kept constant including $(\tau_2 - \tau_1)$. Thus, we modify the excess shear stress and we can associate changes in the τ_1 -value with variations in flow velocity : the higher the τ_1 -value is, the lower the flow velocity is.

Finally, the sediment transport and the LGCA are fully coupled via the rebounds of fluid particles on the sedimentary cells and the dependency of the erosion rate on the bed shear stress. As the density of sedimentary cells in motion is mainly controlled by the intensity of the erosion process, the flow also has an influence on transport and deposition processes. However, injecting more complete – but more complicated – feedback mechanisms is already possible, and, in the future, the flow properties (i.e. τ_s) can also play a role in altering the transition rates for transport, deposition and diffusion.

In practice, the numerical simulations consist of rapid switching between the model of sediment transport and the LGCA (see Appendix 2.6). In fact, we estimate the frequency at which the motion cycles of the LGCA should occur from the transition rates of erosion and deposition (Tab. 2.1) Thus, the flow is recalculated over time scales much shorter than the characteristic time required to move an individual sedimentary cell, and we compute the simultaneous evolution of topography and bed shear stress.

2.4 Typical dune patterns of the cellular automaton model

Elementary units		Units	
l_0	Length	[L]	
t_0	Time	[T]	
τ_0	Stress	[M][L] ⁻¹ [T] ⁻²	
Model parameters		Units	Value
L	System width and length	l_0	[400, 600]
H	System height	l_0	100
Λ_0	Transition rate for erosion	$1/t_0$	1
Λ_t	Transition rate for transport	$1/t_0$	1.5
Λ_c	Transition rate for deposition	$1/t_0$	0.5
Λ_g	Transition rate for gravity	$1/t_0$	10^5
Λ_d	Transition rate for diffusion	$1/t_0$	0.01
a	Erosion/transport coefficient	1	0.1
b	Deposition coefficient	1	10
$\tau_2 - \tau_1$	Erosion range	τ_0	100

TABLE 2.1 – Units and values of the parameters of the model of sediment transport. Transition rates for erosion, deposition and transport are chosen close to one with $\Lambda_c < \Lambda_0 < \Lambda_t$. Gravity (Stokes’ law) and diffusion are occurring over much shorter and longer periods of time, respectively. We chose $\Lambda_c \ll \Lambda_0 \ll \Lambda_t$. $a < 1$ corresponds to the ratio between vertical and horizontal transition rates for erosion and transport ; $b > 1$ corresponds to the ratio between deposition rates on flat and rough surfaces (see Fig. 2.2).

In the model of sediment transport, all parameter units are expressed in terms of l_0 , the elementary length of the cellular automaton, and $t_0 = 1/\Lambda_0$, the time scale for erosion (Tab. 2.1). We assume the transition rates for deposition and transport are slightly lower and higher respectively than the transition rate for erosion. Thus, there are always sedimentary cells in motion. As the transition rate for gravity is determined from the Stokes velocity, it is a few orders of magnitude larger than all the other transition rates. In contrast, the transition rate for diffusion is a few orders of magnitude smaller. In all the computations presented here, these various parameters are held constant. A systematic and quantitative analysis of the dune instability over the entire parameter space is planned in future work. We note, however, that initial tests show that the qualitative pattern does not change when parameter values are varied over an order of magnitude.

The characteristic length and time scales $\{l_0, t_0\}$ are discussed in Sec. 2.5 from the linear stability analysis of a flat sediment bed and comparisons between observations and model outputs. In this section, we present some distinctive morphological features of the model which are particularly relevant to this objective. A more complete description of the morphology of basic dune types generated by the model (i.e. barchan, linear and transverse dunes) as well as the influence of the bed shear stress on the dynamics of these dunes are analyzed in more detail in the future.

Fig. 2.4a shows the evolution of a square pile of sediment from $t/t_0 = 0$ to $t/t_0 = 3800$. In order to ensure mass conservation, each sedimentary cell ejected from the system in the

direction of the flow is reinjected randomly through the opposite boundary. Over a short time, from the transient growth of some perturbations, secondary structures appear and propagate on the flat surface at the top of the pile. Smaller structures being faster, they rapidly merge with larger ones to form superimposed transverse dunes. Meanwhile, the face oriented against the direction of the flow is accumulating all the sediment that is uniformly reinjected in the system. As a consequence, this face is continuously growing in height and the recirculation bubble is continuously increasing in length. Downstream of the highest zone of the dune, bed shear stress and sediment flux are much lower than on the side of the dune, and the superimposed transverse dune form horns, along which are concentrated most of the output sand fluxes. The face against the flow continues to grow until it entirely covers the initial pile of sediment. Simultaneously, horns grow from both sides of the dune, ejecting smaller dunes at regular time intervals. As this evolution proceeds, the structure moves in the direction of the flow and its shape converges toward a quasi-stationary equilibrium state which is commonly described as a crescentic barchan dune.

Dynamically, a typical feature of this barchan dune is the systematic occurrence of secondary structures on the surface of the dune. These superimposed bedforms nucleate at a constant rate on the face exposed to the flow. Then, they propagate and can grow by merging until they collapse when they reach the slip face of the major dune. Along transect lines parallel to the flow, the distance between two successive slip faces is almost constant and a characteristic wavelength of about $40 l_0$ is measured at different times. Not surprisingly, this is approximately the same wavelength as for the oscillations observed on the flat surface at the top of the initial sand pile.

Superimposed bedforms are distinct features that can be observed across almost all types of dunes (Fig. 2.1). In the model, this is also the case, and Fig. 2.4b illustrates how secondary structures nucleate and propagate over transverse dunes. In these numerical simulations, we use periodic boundary conditions in horizontal directions and the initial condition is a flat and thick layer of sedimentary cells. During the first phase, the destabilization of the flat layer of sediment, we observe the formation of small transverse dunes with a characteristic wavelength of about $40 l_0$. These transverse dunes are growing by merging until they reach a characteristic length of about $80 l_0$. During this growth phase, the number of terminations decreases and the density of secondary dune patterns on the faces exposed to the flow is almost always the same. These superimposed structures destabilize the dunes and generate defects from which terminations may appear or migrate from one dune to another.

The similarities between the elevation profile and bed shear stress indicate unambiguously that, in the model, these two parameters are highly coupled with one another (Figs. 2.4c and 2.4d). This is true at the length scale of the dune but also for the superimposed bedforms at smaller length scales. Most of the time, it is even easier to distinguish topographic irregularities from the stress field. For example, small waveforms in the bed elevation profile across a transverse dune field (Fig. 2.4c) correspond to similar but larger oscillations of the bed shear stress (Fig. 2.4d). In both cases, the oscillation has a wavelength of approximately $40 l_0$.

In the model, the superimposed dune patterns that are observed across barchan and transverse dunes are similar in many respects. More interestingly, there are also similarities in the destabilization of a flat sediment layer and the nucleation of superimposed structures. All these indices suggest that similar processes are operating during the nucleation of dunes and their destabilization by secondary bedforms. Consequently, the characteristic length scale for the formation of these structures give us the opportunity to set the characteristic length and time scales of the model from field observations (Fig. 2.1).

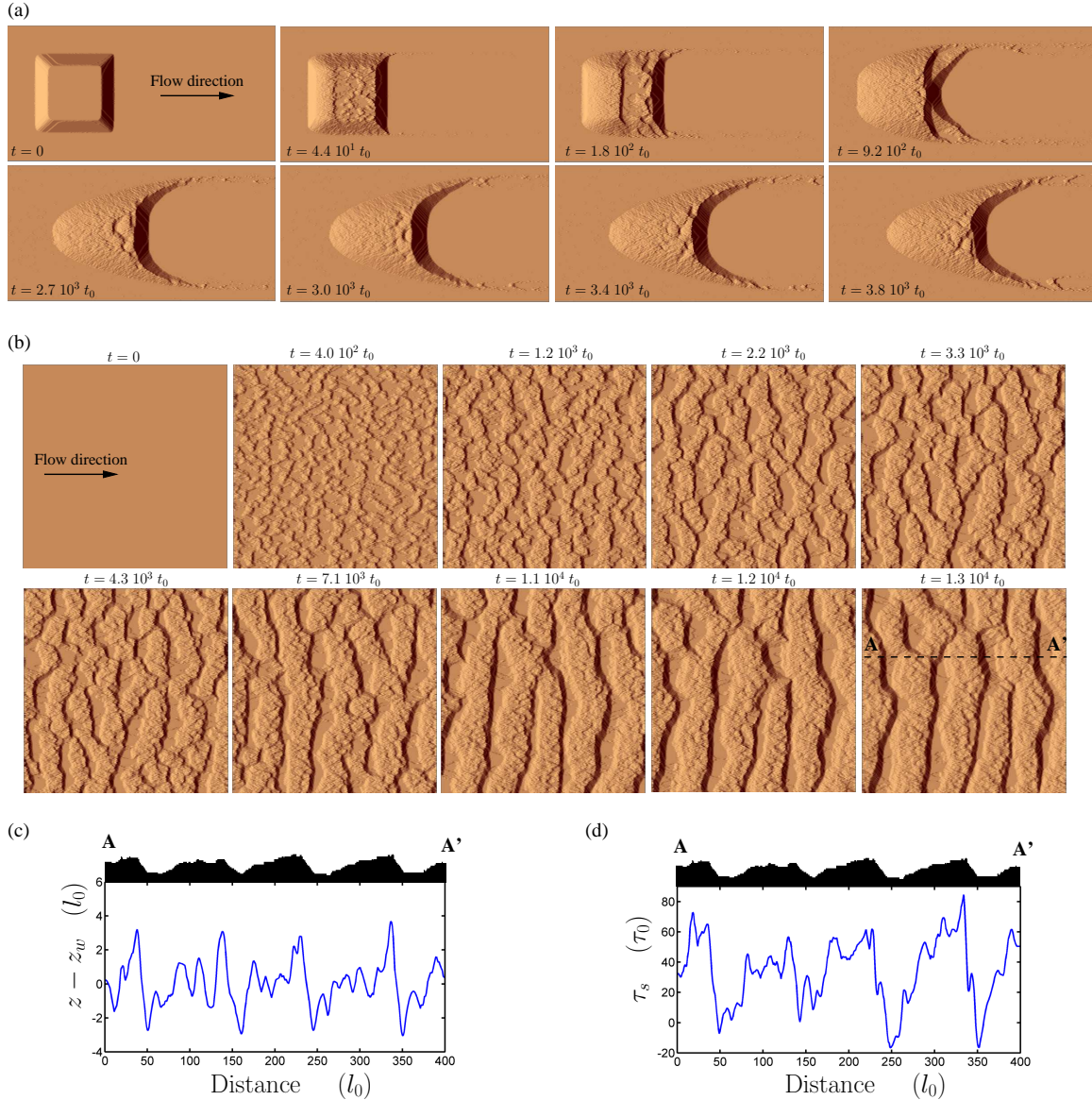


FIGURE 2.4 – (a) Evolution of a square sand pile until a crescentic barchan shape reaches a quasi-stationary equilibrium state ($H = 100 l_0$, $L = 600 l_0$). (b) Formation of a transverse dune field until it reaches a quasi-stationary equilibrium state ($H = 100 l_0$, $L = 400 l_0$). The average number of dunes, defects and terminations are almost constant despite some random fluctuations. In (a) and (b), $\tau_1 = 20 \tau_0$. Note the characteristic length scales for the nucleation of dunes over short time and the formation of secondary bedforms over long time. (c) Along a transect line parallel to the direction of the flow (see AA' in (b)), the difference between the elevation z and the local mean elevation z_w averaged over a sliding window of length $40 l_0$. (d) The bed shear stress at the solid-fluid interface along the same transect line. In (c) and (d), the elevation profile is shown in black at the top of the graph.

2.5 Setting the length and time scales of the model

In this cellular automaton approach, the macroscopic properties of sand transport result from the interactions between the elements of the system over time, and they cannot be derived analytically from the parameterization of the model. To set the length and time scales of the model, we run the model under specific conditions.

2.5.1 The linear stability analysis of a flat sand bed

As discussed in Sec. 2.2, the standard tool to investigate the properties of an instability is to perform the linear stability analysis. In order to compute the dispersion relation $\sigma(\lambda)$ in our model, we generate an entire range of bed elevation profiles by superimposing sinusoidal waves of wavelength λ and vanishing amplitude A onto a flat sand bed (Fig. 2.5). Above these beds, we stabilize the flow and, when a quasi-stationary equilibrium state is reached, at $t = 0$, we start the model of sediment transport. Then, at regular time intervals, we estimate the amplitude and the mean wavelength of the bed profile from the autocorrelation function (see caption of Fig. 2.5). For all wavelengths, we estimate the time period over which the initial wavelength of the perturbation remains unchanged. During this time period, we verify that the growth in amplitude is consistent with an exponential function, and, from the best-fit solution we estimate the growth rate (Fig. 2.5).

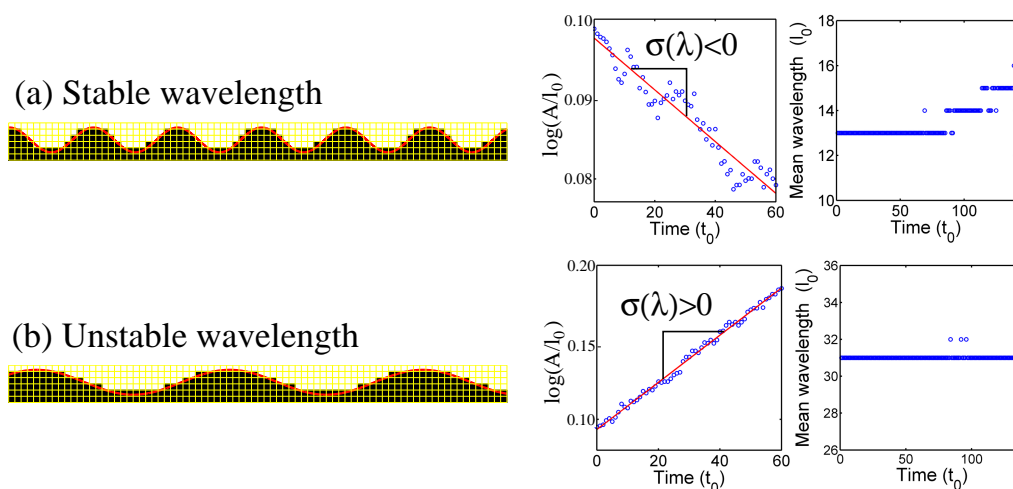


FIGURE 2.5 – Linear stability analysis in the model : examples of **(a)** stable and **(b)** unstable wavelengths. As shown on the left, the initial condition at $t = 0$ is a flat sand bed disturbed by a sinusoidal wave of wavelength λ ((a) $\lambda = 13 l_0$; (b) $\lambda = 31 l_0$). The solid line is the continuous profile from which the initial bed profile $h(\lambda, x, 0)$ has been discretized. The autocorrelation function of the bed profile $C(\lambda, l, t) = \langle h(\lambda, x, t)h(\lambda, x + l, t) \rangle - \langle h(\lambda, x, t) \rangle^2$, gives the amplitude $A(\lambda, t) = 2\sqrt{2C(\lambda, 0, t)}$ and the mean wavelength (the position of the first peak). Assuming a linear regime, $A(\lambda, t)$ is fitted by an exponential function of the form $\exp(\sigma(\lambda)t)$ during the period over which the mean wavelength remains unchanged. If $\sigma(\lambda) > 0$, the wavelength is unstable and the pattern is growing; if $\sigma(\lambda) < 0$, the wavelength is stable and the pattern is decaying. The most unstable wavelength λ_{\max} is the wavelength at which $\sigma(\lambda)$ reaches a maximum.

Fig. 2.6 shows the magnitude of the growth rate $\sigma(k)$ with respect to the wave number $k = 2\pi/\lambda$ for three different τ_1 -values. They all exhibit the same general shape, with a positive region for a finite range $0 < k < k_c$ and a negative one for $k > k_c$. Furthermore, one can identify a clear maximum corresponding to the fastest growing mode $k_{\max} = 2\pi/\lambda_{\max}$, which gives therefore the characteristic wavelength for the formation of dunes on a flat sand bed. To quantify this fastest growing mode, we fit our data points to the function

$$\sigma(k) = \sigma_0(\alpha k)^2 \frac{1 - \beta(\alpha k)}{1 + (\alpha k)^2}, \quad (2.3)$$

which is the analytical expression of the growth rate proposed by *Andreotti et al.* [2002b] (see

also *Claudin & Andreotti* [2006]; *Fourrière et al.* [2008b]). Using this equation, the three fitting parameters $\{\sigma_0, \alpha, \beta\}$ are determined by a nonlinear least squares fitting procedure.

From the best-fit solution shown in Fig. 2.6, we observe that the exact position of the maximum depends of the τ_1 -value : λ_{\max} is decreasing for an increasing wind strength (see discussion in Sec. 2.6). Nevertheless, we approximately get $\lambda_{\max} = 2\pi/k_{\max} \approx 40 l_0$. Interestingly, this value is very close to the characteristic length of secondary bedforms in Figs. 2.4a and 2.4b. More importantly, the λ_{\max} -value will be the key point of the scaling relation between the dunes in the model and those in the field.

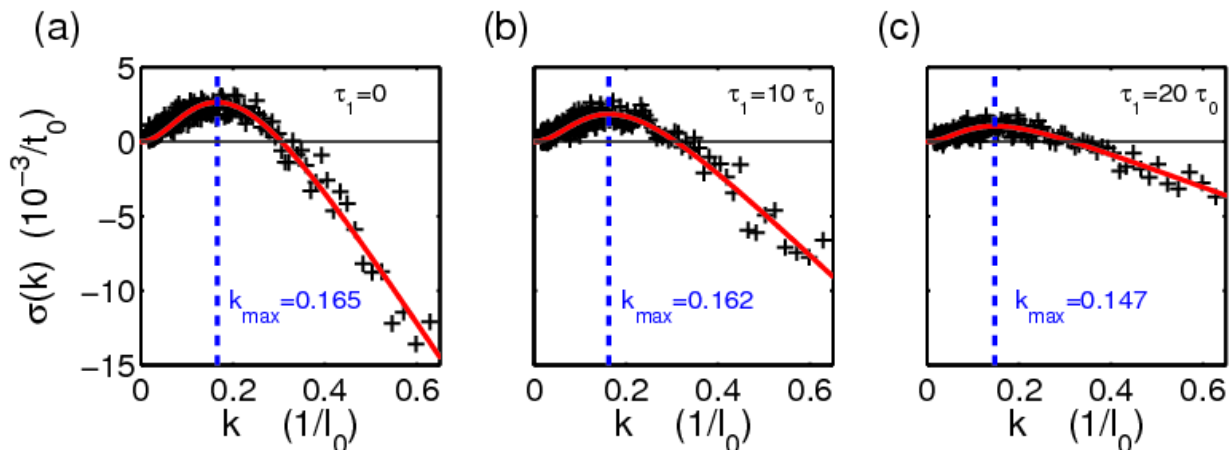


FIGURE 2.6 – Results of the linear stability analysis for (a) $\tau_1 = 0$, (b) $\tau_1 = 10 \tau_0$, (c) $\tau_1 = 20 \tau_0$. Symbols are the estimated growth rates as a function of the disturbance wave number $k = 2\pi/\lambda$ for wavelength in the range $10 l_0 < \lambda < 385 l_0$ by s of $0.5 l_0$. The red curve is the best fit of these data using Eq. 2.3. The set of adjustable parameters $\{\sigma_0, \alpha, \beta\}$ is (a) $\{14 \cdot 10^{-3} t_0^{-1}, 0.65, 5.0\}$, (b) $\{8.8 \cdot 10^{-3} t_0^{-1}, 0.59, 5.5\}$, and (c) $\{3.5 \cdot 10^{-3} t_0^{-1}, 0.41, 7.6\}$. The dashed line shows the position of the fastest growing mode $k_{\max} = 2\pi/\lambda_{\max}$.

Fig. 2.6 also shows that Eq. 2.3 fits the data points equally well for a wide range of τ_1 -values. Then, in addition to the determination of the maximum growth rate, it is possible to use Eq. 2.3 to interpret the values of the three fitting parameters $\{\sigma_0, \alpha, \beta\}$ with respect to continuous models for sand transport and dunes [*Andreotti et al.*, 2002b]. As a matter of fact, σ_0 is proportional to the input sand flux, β encodes hydrodynamics effects that determine variations of the flow velocity above the elevation profile [*Jackson & Hunt*, 1975; *Fourrière et al.*, 2008a] and α is related to the saturation length l_{sat} of the sand flux. From the amplitude of the dispersion relation, we consistently observe, for instance, that the σ_0 -value is decreasing with an increasing τ_1 -value (i.e. a decreasing flow strength).

2.5.2 Saturation length and flux

Due to the negative feedback of the moving grains on the flow, a wind of a given strength can only transport a limited amount of sediment. Furthermore, transport is observed only if the shear stress τ_s applied by the fluid on the bed is above a threshold τ_c . As a consequence, generic transport laws are of the form

$$Q_{\text{sat}} = \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_s \leq \tau_c, \\ \tau_s^\gamma (\tau_s - \tau_c) & \text{if } \tau_s \geq \tau_c. \end{cases} \quad (2.4)$$

where γ is a positive (or null) constant [*Bagnold, 1956; Anderson & Haff, 1988; Ungar & Haff, 1987; Rasmussen et al., 1996; Andreotti, 2004a*]. In our model, we can directly compute this saturation flux on a flat sand bed, and Fig. 2.7 shows how the Q_{sat} -value is decreasing with respect to a decreasing flow strength (i.e. an increasing τ_1 -value). In addition to this direct measurement, the exact relation can be derived from Eq. 2.2, an expression which can be changed in the future to adapt to various transport laws.

As described in Sec. 2.2, the space lag l_{sat} between the actual flux and its ‘saturated’ value can be modeled by a first-order relaxation which can be expressed as

$$\partial_x q \sim \frac{Q_{\text{sat}} - q}{l_{\text{sat}}}. \quad (2.5)$$

This saturation length can also be extracted from the linear stability analysis because, in Eq. 2.3, $\alpha = l_{\text{sat}}/l_0$. As shown in the caption of Fig. 2.6, the best-fit value of the parameter α indicates that $l_{\text{sat}} \approx 6 l_0$ with a slight tendency to decrease with increasing flow strength.

In order to check consistency, we use our model to perform a direct calculations of this saturation length, and we consider a numerical setup which is directly inspired from experimental data [*Bagnold, 1941; Elbelrhiti et al., 2005; Andreotti et al., 2008*]. Indeed, in these simulations, the initial condition is characterized by a transition from a flat bedrock to a flat sand bed close to the boundary across which the flow is injected (Fig. 2.8a). In addition, the boundary conditions are such that sand flux is null above the bedrock. Then, for a given flow strength (i.e. τ_1 -value), we calculate the sand flux above the sand bed and along the direction of the flow. Then, over short time, we estimate how the sand flux changes from zero to its equilibrium value. Fig. 2.8b show these calculations for $\tau_1 = 0$ (symbol). We then fit to these points using an exponential law of the form $q/Q_{\text{sat}} = 1 - \exp(-(x - x_0)/l_{\text{sat}})$, which is the solution of Eq. 2.5. The best fit gives $l_{\text{sat}} = 6.9 l_0$, a value which is in good agreement with the α -values that have been obtained in the linear stability analysis from the fit of the dispersion relations (Fig. 2.6).

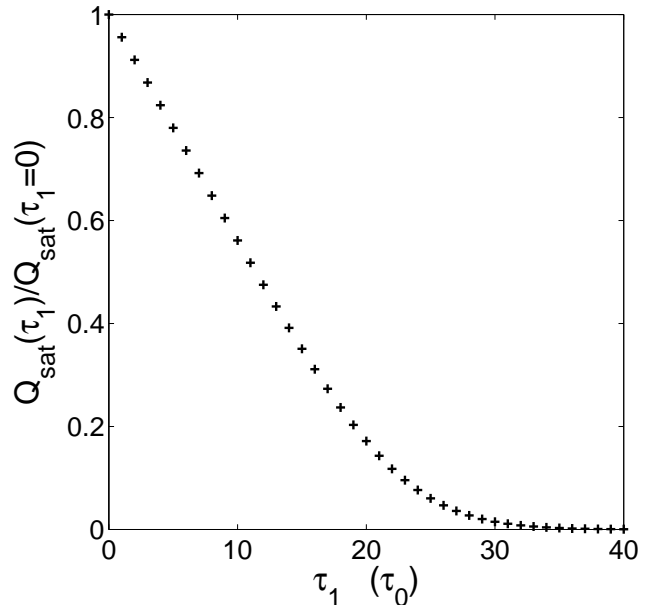
2.5.3 The characteristic length and time scales of the model

We are now ready to set the characteristic length and time scales of our model. *Elbelrhiti et al. [2005]* have shown that the windward slope and the flanks of barchans behave as flat beds and generically show superimposed bedforms as soon as they are large enough. The analysis of the wavelength distribution of these secondary structures gives a characteristics value on the order of 20 m. This value is not specific to the Atlantic Sahara where these measurements were performed. Except in some places where the wind hardly exceeds the transport threshold [*Andreotti et al., 2008*], it is rather typical and may be representative of the smallest bedforms in dune fields. Following the linear stability analysis, we can then associate this length scale with λ_{max} . As we found $\lambda_{\text{max}} \approx 40 l_0$ in the model, we must therefore set in our cellular automaton approach

$$l_0 \approx 0.5\text{m}. \quad (2.6)$$

It is important to emphasize that this value depends on the specific λ_{max} -values estimated in our model and observed in nature. As these values may vary within the entire parameter space of the model and in different types of natural environments [*Claudin & Andreotti, 2006*], an l_0 -value of 0.5 m does not have any kind of generality and should not be considered as a definitive value for this CA dune model.

FIGURE 2.7 – The saturated flux with respect to the τ_1 -value. $Q_{\text{sat}}(\tau_1)$ is normalized by its value $Q_{\text{sat}}(\tau_1 = 0)$. Note that an increasing τ_1 -value corresponds to a decreasing flow strength.



From the elementary length scale l_0 , it is now possible to set the characteristic time scale t_0 . One more time, we achieve this with respect to experimental observations, and more precisely from the relationship between the wind velocity and the saturated flux. First, from Eq. 2.4, it is possible to compute the ratio between the saturated flux Q_{sat} and its value Q_{sat}^0 for $\tau_c = 0$. Introducing the shear velocity $u_* \equiv \tau_s^{1/2}$, we get

$$\frac{Q_{\text{sat}}}{Q_{\text{sat}}^0} = 1 - \left(\frac{u_c}{u_*}\right)^2. \quad (2.7)$$

Wind velocity time series allow us to compute the average value $\langle u_*/u_c \rangle$, which would correspond to a constant wind strength producing the same sediment flux. From this shear velocity ratio, we can compute the value of $Q_{\text{sat}}/Q_{\text{sat}}^0$ with Eq. 2.7. Consistently, we choose the same value for $Q_{\text{sat}}(\tau_1)/Q_{\text{sat}}(\tau_1 = 0)$. Then, from Fig. 2.7 we can read the corresponding τ_1 -value. Finally, matching the average saturated flux in the model to that in the dune field, we get

$$t_0 = \frac{Q_{\text{sat}}(\tau_1)}{\langle Q_{\text{sat}} \rangle} l_0^2. \quad (2.8)$$

In this formula, $Q_{\text{sat}}(\tau_1)$ is the saturated flux in the model, measured in units of t_0 and l_0 , and $\langle Q_{\text{sat}} \rangle$ is the saturated sand flux measured from the wind data.

For example, in the Atlantic Sahara (Fig.2.1d), the wind data give $\langle u_*/u_c \rangle \approx 1.6$ and $\langle Q_{\text{sat}} \rangle \approx 100 \text{ m}^2/\text{yr}$ [Elbelrhiti et al., 2005] and we obtain $\tau_1 \approx 9 \tau_0$. Inversely, for $\tau_1 = 20 \tau_0$, the value used for the numerical simulations shown in Fig. 2.4, we obtain $\langle u_*/u_c \rangle \approx 1.1$. For grains of $180 \mu\text{m}$ such as those of the desert in Atlantic Sahara, this ratio corresponds to $\langle Q_{\text{sat}} \rangle \approx 12.5 \text{ m}^2/\text{yr}$ [Andreotti, 2004a]. Then, Eq. 2.8 gives $t_0 \approx 7.8 \times 10^{-4} \text{ yr}$ and the simulations shown in Fig. 2.4a and 2.4b last for 3 yrs and 11 yrs, respectively.

2.6 Conclusion and perspectives

We propose a new model for bedform dynamics, which relies on couplings between a cellular automaton for sediment transport and a lattice gas cellular automaton for flow dynamics. By

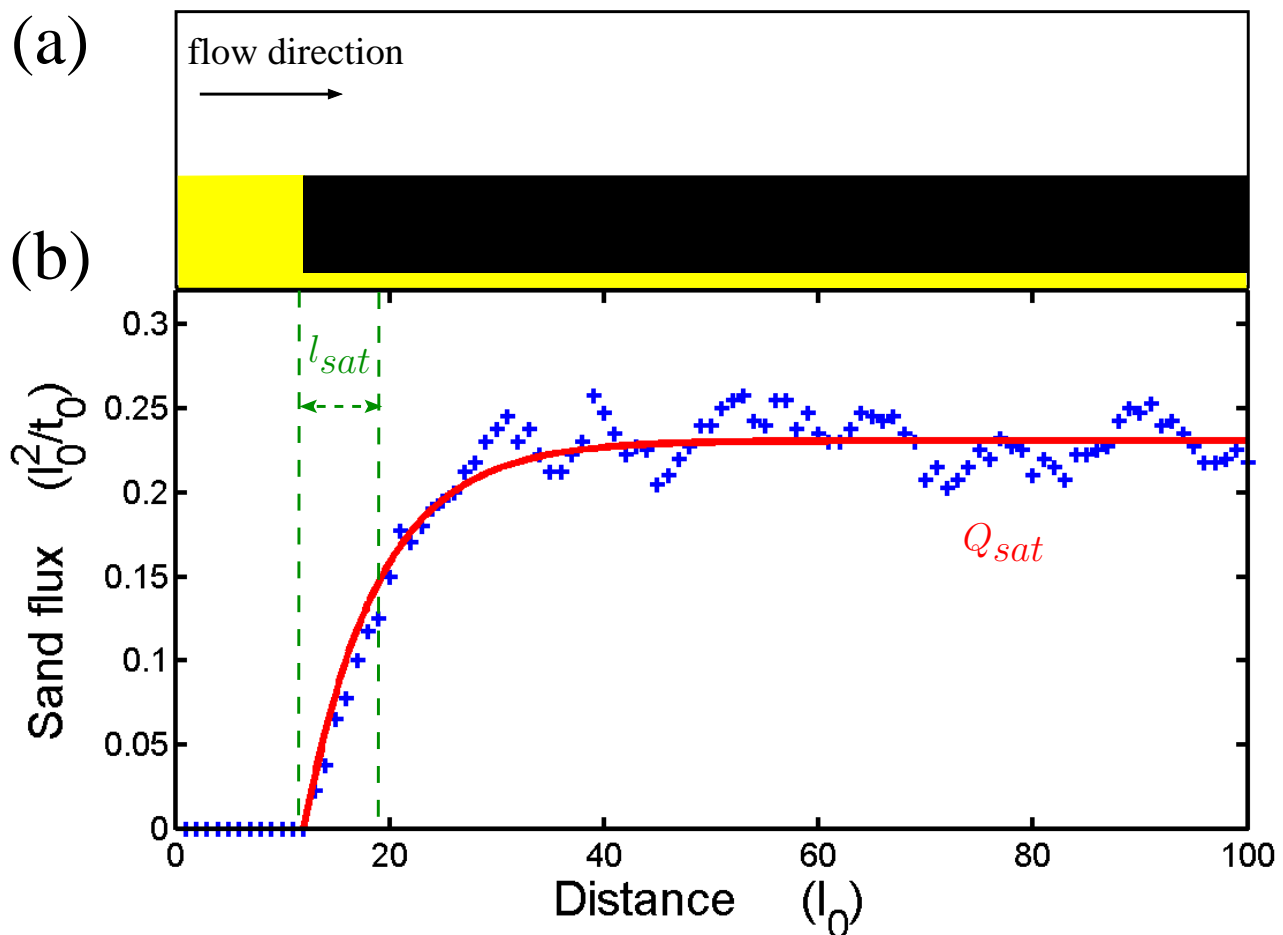


FIGURE 2.8 – Estimations of saturation length and saturated flux in the model for $\tau_1 = 0$. (a) Initial condition of the model of sediment transport : close to the boundary across which the flow is injected, there is a transition from a flat bedrock to a flat sand bed located at $x_0 = 12 l_0$. (b) Sand flux over a short time period along the direction of the flow (symbol) and best exponential fit to these data in relation to Eq. 2.5 (see text). The fit gives $Q_{sat} = 0.23 l_0^2/t_0$ and $l_{sat} = 6.9 l_0$.

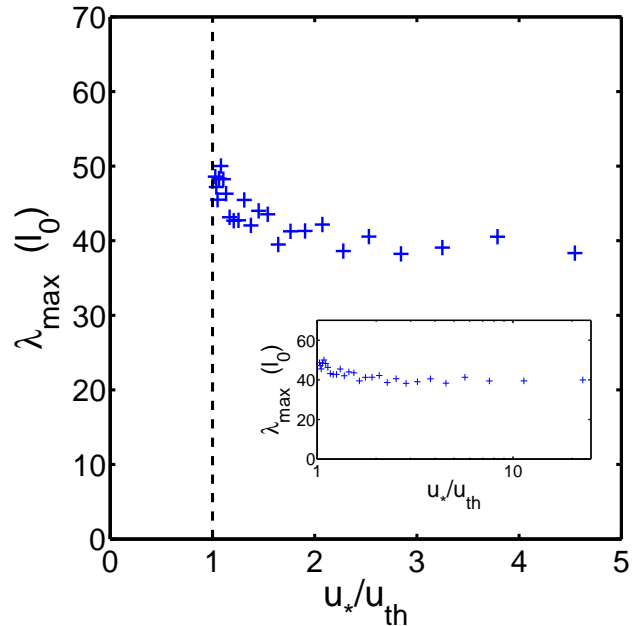
construction, this model allows independent investigations of the different types of transport, erosion and deposition processes. Here, we focus on the hydrodynamic instability induced by the relationship between the bed shear stress and the topography.

From observations of our numerical dune fields and a linear stability analysis, we have clearly identified a characteristic length scale λ_{max} for the formation of dunes in the model. The same instability is also responsible for the nucleation of secondary bedforms and their propagation on faces of dunes exposed to the flow. From comparisons with dune field measurements, we deduce a unit length scale l_0 for our discrete model. Not surprisingly, this length scale is few times lower than the saturation length l_{sat} , the relevant length scale for dunes.

The discussion of scale setting in the previous section was implicitly based on a fixed value $\lambda_{max} \approx 40 l_0$. However, as shown in Fig. 2.6, the position of the maximum growth rate depends on the τ_1 -value. Recalling that this parameter encodes the value of the ratio u_*/u_c , we can compute the wavelength of the most unstable mode as a function of the wind strength, which is displayed in Fig. 2.9.

λ_{max} has a gentle trend to decrease with u_*/u_c , and reaches a plateau at the value $40 l_0$

FIGURE 2.9 – Evolution of the most unstable wavelength with respect to the flow velocity adimensionalized by the threshold velocity for sediment transport. The inset shows the same figure for a wider range of velocity in a logarithmic scale. Note the well-defined plateau when $u_*/u_c \rightarrow \infty$.



as soon as the velocity ratio is around 1.5. This general decreasing trend is in agreement with recent studies [Parteli *et al.*, 2007b; Andreotti & Claudin, 2007; Parteli *et al.*, 2007a; Andreotti *et al.*, 2008]. Nevertheless, further investigation is needed to attribute this behavior to a precise mechanism in the model.

In this cellular automaton approach, the ratio λ_{max}/l_{sat} between the characteristic length scale for the formation of dunes and the saturation length is on the order of 6.5. This value is less by a factor of 3 than what we estimated from field and experimental measurements [Andreotti *et al.*, 2008]. Similarly, the value for the fitting parameter β in the dispersion relation (Eq. 2.3) is off by a factor of 4 in comparison with what we can compute within a complete hydrodynamical model [Fourrière *et al.*, 2008a]. These quantitative discrepancies may be partly attributable to the simple linear closure (see Eq. 2.2) that we have taken to relate the basal shear stress to the velocity gradient. This relation could be replaced by a more sophisticated function that better describes the turbulent nature of the flow above a rough topography.

Sediment transport and the subsequent presence of bedforms are observed on different planetary bodies (e.g. Earth, Mars, Titan), under water, in dry deserts as well as in Antarctica (see references in Claudin & Andreotti [2006]). In these different cases, the characteristic time and length scales associated with these bedforms can change by a few orders of magnitude, because of the different values of the relevant parameters – in particular fluid and sediment densities and grain size. However, we expect that some of these bedforms may be the result of the same instability mechanism [Claudin & Andreotti, 2006]. This means for example that, with respect to additional physical mechanisms related to specific environmental features, our model can be directly used to analyze dune fields on Earth and Mars. The only modification needed is the setting of the length and time scales $\{l_0, t_0\}$ to the correct values.

In all natural environments where the dune instability can be observed, our discrete model may therefore be a useful tool to quantify sediment fluxes. Most importantly, it retains all the advantages of discrete models in analyzing pattern formation, but also exhibits, with respect to the flow, the instability mechanism which is likely to govern the development of dune patterns and the nucleation of secondary bedforms as well as the selection of dune sizes (Sec. 2.2). Hence, it has to be developed to study a population of dunes and its stability under rotating wind

conditions and fluctuating wind strength.

Our cellular automaton is 3D and can therefore be used not only to describe surface processes, but also the internal sedimentary structure of the dunes [Bristow *et al.*, 2000, 2007]. In the future, these structures can be examined (1) to test different scenarios for the formation of dunes, (2) to determine accumulation features in the presence of secondary bedforms and also (3) to analyze the effect of collisions between dunes.

Finally, with our model, we establish a link between cellular automaton methods and continuum mechanics in such a way that we will be able to constrain structural complexity of dune fields by a set of well-defined physical quantities. We believe that the discontinuous nature of our model and the feedback mechanisms between topography and bed shear stress will allow this system to capture in more detail some of the most distinctive features of the evolution of complex dune fields in various natural environments.

Appendices

Geometric considerations

Regular lattices

We use a 3D cellular automaton model for sediment transport and a LGCA to compute the flow and quantify the bed shear stress. Therefore there are two independent lattices that need to be merged together.

In the model of sediment transport we have parameterized the aspect ratio between height and length. As in Baas & Nield [2007], an elementary cell has a square base of length l_0 and a height h_0 . By definition, $l_0 \geq h_0$ and the adjustable aspect ratio $\eta = l_0/h_0$ has to be an integer for the coupling between the model of sediment transport and the LGCA. If $\eta = 1$, the elementary cell has a cubic shape; if $\eta > 1$, the elementary cell has a slab shape as in classical cellular automata for dune dynamics [Werner, 1995]. Thus, the 3D lattice of cells can be decomposed into 2D horizontal square lattices and 2D vertical rectangular lattices.

In the LGCA, the collision rules conserve both mass and momentum in such a way that the velocities of fluid particles have to be the same in perpendicular directions (see Sec. 2.3.2). For this reason, motions of fluid particles are implemented on regular square lattices. These square lattices have to fit perfectly into the vertical rectangular lattices of the model of sediment transport. Hence, each cell of the model of sediment transport is vertically and horizontally decomposed into ν and $\nu\eta$ cells of the LGCA (see example in Fig. 2.10a). The positive integer ν is a parameter of the model that determines the edge length of one cell of the LGCA (i.e. h_0/ν).

Larger ν and η values allow for the modeling of smaller structures of the flow but require a longer computation time. Here, we take $\eta = \nu = 1$ for numerical efficiency. In this case, the two lattices overlap perfectly (see Fig. 2.3), and elementary cells in both models have a similar square shape with an edge length l_0 .

The angle of repose

The angle of repose Θ of the granular material that forms our sediment layer is determined with respect to a critical height difference between two neighboring piles of sediment. This height can be expressed as a number of slabs n_c and we have

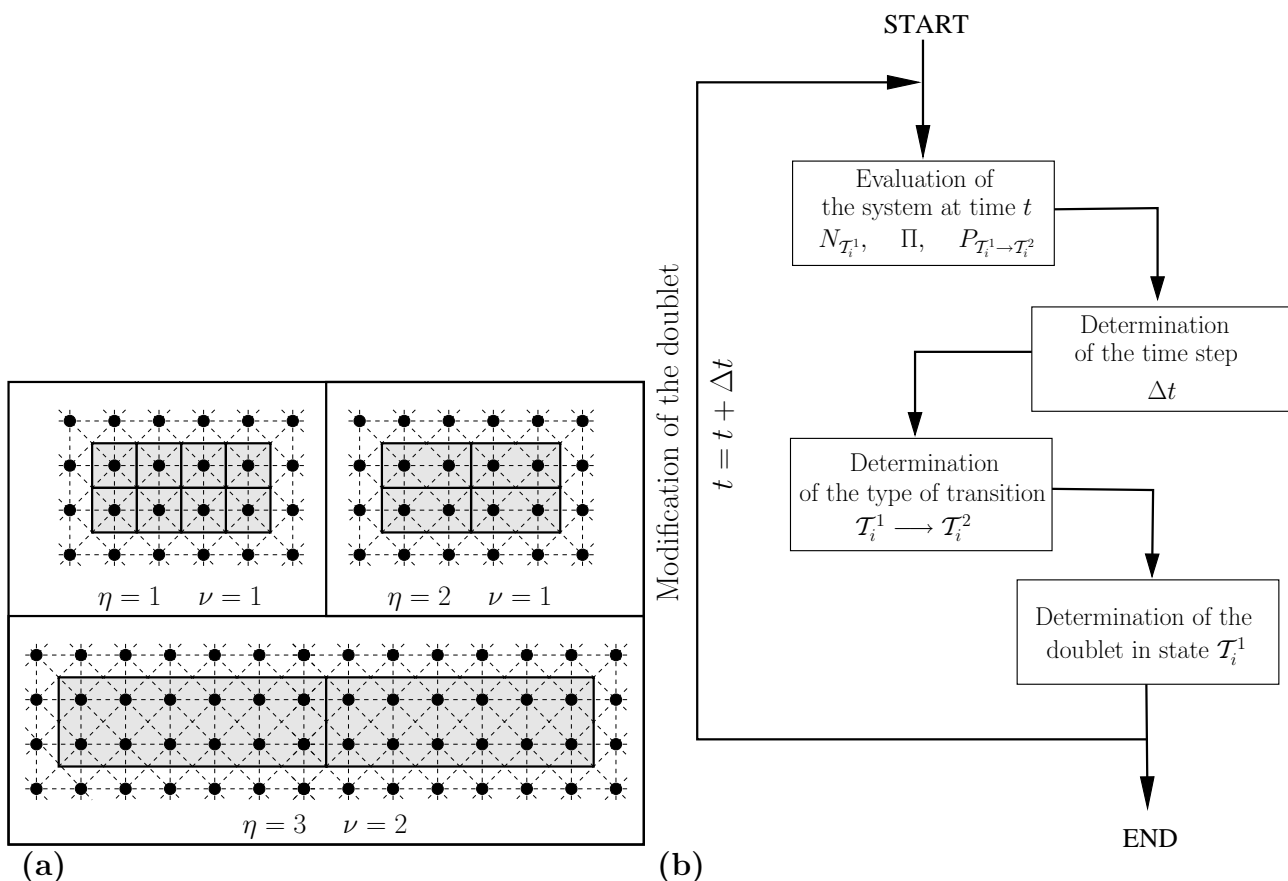


FIGURE 2.10 – (a). Examples of the overlapping lattices for different η and ν values : gray cells represent elementary structures of the model of sediment transport ; black dots and dashed lines represent the lattice nodes and the possible trajectories of fluid particles in the LGCA. (b). The algorithm of the model : $N_{\mathcal{T}_i^1}$ is the number of doublets in the configuration \mathcal{T}_i^1 ; $P_{\mathcal{T}_i^1 \rightarrow \mathcal{T}_i^2}$ is the probability for a transition from \mathcal{T}_i^1 to \mathcal{T}_i^2 to occur during the next time step Δt ; Π is the total transition rate of the system. At each iteration, or time step, a single doublet (i.e. 2 cells) changes of configuration. The time step, the transition type and the doublet are successively chosen according to the present state of the system and three random numbers (see text).

$$\tan \Theta = n_c \frac{h_0}{l_0} = \frac{n_c}{\eta}. \quad (2.9)$$

Most of the time, due to the discrete nature of the system, it is necessary to choose the nearest positive integer to determine the n_c -value. This is for example the case here when we choose $n_c = 1$ from $\eta = 1$ and $\Theta = 34^\circ$ (the angle of repose of dry sand). Unfortunately, it gives an apparent angle of repose of 45° . To simulate more realistic angles of repose in the future, one solution is to approach the critical slope with integer values of η and n_c (e.g. $\tan(34^\circ) \approx 2/3 \Leftrightarrow n_c = 2$ and $\eta = 3$, see Appendix 2.6). However, there are always 3D artifacts in discrete methods that calculate height differences between nearest or next-nearest neighbors.

The algorithm of the model for sediment transport

All transitions of doublets occur sequentially over time according to the present configuration of doublets across the entire system (Fig. 2.10b). Thus, the system dynamics can be regarded as a Markov chain, a time dependent stochastic process without memory. Practically,

the whole process is defined in terms of a Poisson process. This is not only an extremely common distribution observed in nature (i.e. exponential distribution of inter-event times), this is also the simplest, as it only depends on one rate parameter. In addition, it possesses the elegant and useful additive property : the sum of two independent Poisson random variables with rates Λ_1 and Λ_2 is also a Poisson random variable with rate $\Lambda_1 + \Lambda_2$.

Let us consider that we have ϑ active transitions. An active transition $i \in [1, \vartheta]$ is notated \mathcal{T}_i , and \mathcal{T}_i^1 and \mathcal{T}_i^2 are the initial and the final configurations of the doublet ; $\Lambda_{\mathcal{T}_i^1 \rightarrow \mathcal{T}_i^2}$ is the transition rate associated with such a transition. $N_{\mathcal{T}_i^1}$ is the number of doublets in the configuration \mathcal{T}_i^1 and

$$N_{\mathcal{T}} = \sum_{i=1}^{\vartheta} N_{\mathcal{T}_i^1} \quad (2.10)$$

is the total number of active transitions.

For each active doublet in the configuration \mathcal{T}_i^1 , the occurrence of the transition \mathcal{T}_i obeys the Poisson distribution. Then, the waiting time t_t for this transition to occur is given by an exponential distribution characterized by a unique rate parameter $\Lambda_{\mathcal{T}_i^1 \rightarrow \mathcal{T}_i^2}$:

$$P(t_t > \Delta t) = \exp(-\Lambda_{\mathcal{T}_i^1 \rightarrow \mathcal{T}_i^2} \Delta t). \quad (2.11)$$

Generalizing the Poisson process to a population of active doublets, the distribution of the waiting times t_t until the next transition is given by

$$P(t_t > \Delta t) = \exp(-\Pi \Delta t). \quad (2.12)$$

where

$$\Pi = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{T}}} N_{\mathcal{T}_i^1} \Lambda_{\mathcal{T}_i^1 \rightarrow \mathcal{T}_i^2}. \quad (2.13)$$

is the total transition rate of the system.

For a given doublet configuration at time t , we first evaluate the number of doublets $N_{\mathcal{T}_i^1}(t)$ that can potentially change their configuration. Then, we calculate $\Pi(t)$ the total transition rate of the system. At each iteration only one doublet undergoes a transition to a new configuration. The time step Δt is therefore variable depending on the magnitude of $\Pi(t)$ (see Eq. 2.13). In practice, we draw at random a value r_1 between 0 and 1, and we consider that the waiting time for the next transition to occur is

$$\Delta t(t) = -\frac{1}{\Pi(t)} \ln(r_1). \quad (2.14)$$

During this time step, the transition that occurs is also randomly chosen with respect to a weighted probability determined from

$$P_{\mathcal{T}_i^1 \rightarrow \mathcal{T}_i^2}(t) = \frac{N_{\mathcal{T}_i^1}(t) \Lambda_{\mathcal{T}_i^1 \rightarrow \mathcal{T}_i^2}}{\Pi(t)}. \quad (2.15)$$

Numerically, we define a discrete cumulative distribution function for which s are proportional to the values of $P_{\mathcal{T}_i^1 \rightarrow \mathcal{T}_i^2}(t)$. Then, we draw at random a value r_2 between 0 and 1. This value is associated with a step of the cumulative distribution function which determines in turn the type of transition that occur. Thus, transitions with the highest rates have more chance to

be selected but transitions with small rates may also occur. Finally, when the transition i is selected, we draw at random an integer between 0 and $N_{\mathcal{T}_i^1}(t)$ in order to identify the unique doublet that undergoes this transition. Repeated a large number of times, such a procedure permits the continuous monitoring of the bedform dynamics.

Properties of the LGCA

Boundary conditions

In all computations, fluid particles are vertically confined between the sediment layer lying on flat bedrock and a flat ceiling. This confinement prevents dissipation of momentum by keeping the number of fluid particles constant. The density of fluid particles per site is taken equal to 1.5, the number of slow particles being twice the number of fast particles. Meanwhile, we use periodic boundary conditions in the horizontal direction so that fluid particles exiting from one side are instantaneously reinjected on the other. If the model of sediment transport uses non periodic boundary conditions, we have to reinject a uniform flow that does not depend on the topography. In this case, we filter the velocity vectors at the boundary across which the fluid particles are reinjected. This takes the form of permutations between particles in order to conserve the mean velocity. Moreover, in all cases, we impose a permanent forcing to simulate an unperturbed flow far above the bed. We achieve this by randomly replacing fluid particles moving along the opposite direction, by fluid particles moving along the prescribed direction of the flow. These replacements are homogeneously distributed within the entire system and concern 0.2% of the particles at each iteration.

Rebound dynamics

The normal vector \vec{n} is the vector perpendicular to the surface defined by sedimentary cells. Its three components are locally determined from the gradient using height differences between sedimentary cells located at $2l_0$ in all directions.

Usually in LGCA, no-slip boundary conditions are imposed along the solid boundaries of the system. Then, when a particle is colliding with a solid boundary, it returns along the path from which it approached (a rotation of π of the velocity vector). Here, we implement two different sets of rebounds in order to introduce free-slip boundary conditions along the ceiling and a turbulent boundary layer on an irregular bottom.

The top boundary conditions is therefore as follows : if the angle θ between the colliding particles and normal to the topography is between $-\pi/8$ and $\pi/8$, the particles return along the path from which they approached (a rotation of π of the velocity vector) ; if not, the colliding particle rebounds in a perpendicular direction according to the sign of θ (a rotation of $\pm\pi/2$ of the velocity vector). In comparison with a classical no-slip boundary condition, this rule introduces a free-slip boundary condition on a flat topography, as is the case along the ceiling.

Along the bed, we keep the no-slip boundary conditions. In addition, due to the permanent motions of sedimentary cells on the flat bedrock, a smooth and flat bedform is never met during the computation. There is always a small-scale roughness and the direction of the normal to the surface varies from point to point. As a consequence, motions and collisions of fluid particles create a boundary layer across which the fluid velocity gradually increases (Fig. 2.11).

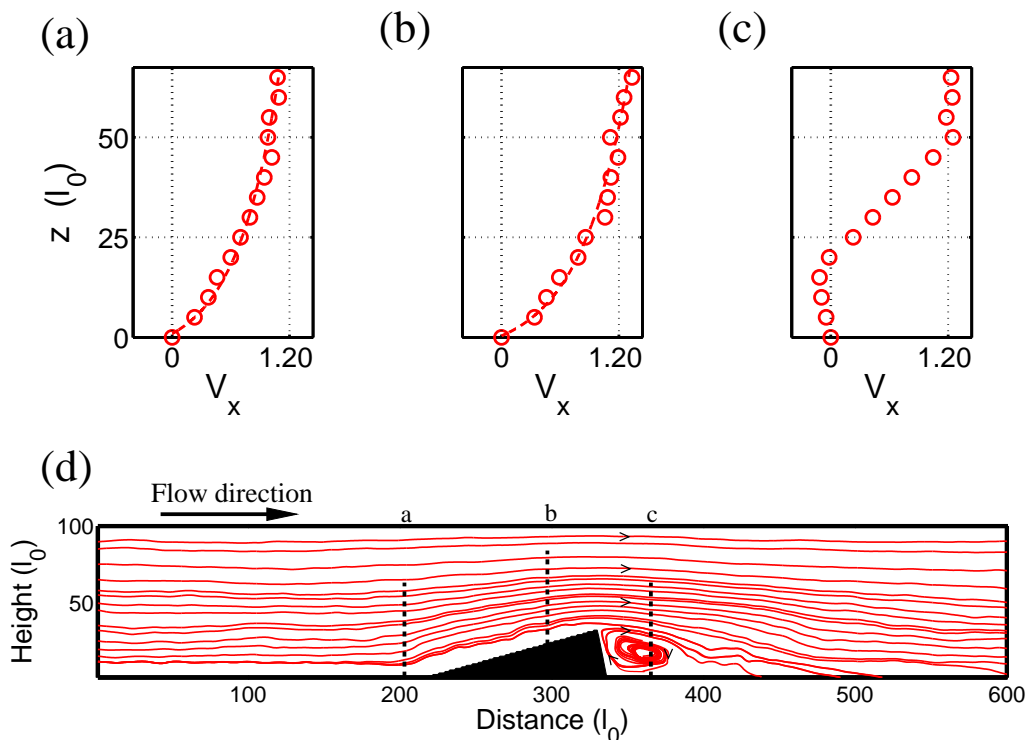


FIGURE 2.11 – Velocity profiles (a) before, (b) on the slope and (c) downwind of a dune. Note the free-slip boundary condition along the ceiling, the logarithmic velocity profile before the crest the dune (the dashed line in (a) and (b)) and the reverse flow in the recirculation zone after the dune. All profiles are shown in (d) with velocity streamlines. The unit of V_x is an averaged number of fluid particles per site flying along the direction of the flow.

Coupling between the model of sediment transport and the LGCA

In order to take into account the simultaneous evolution of the topography and the bed shear, there is a permanent coupling between the model of sediment transport and the LGCA. In this case, a major difficulty is to deal with the difference of time scales between the models. Some simplifications are required, and here we consider a time iteration scheme which is fully controlled by the model of sediment transport. In other words, there is no time delay associated with one motion cycle of fluid particles.

From the initial conditions, the standard procedure is as follows. First, at $t = 0$ avalanches may occur to generate the stable initial bed elevation profile. Then, we stabilize the flow over this topography. This requires a number of iteration which is proportional to L , the characteristic length of the system. From this configuration of the flow and the spatial distribution of the bed shear stress the model of sediment transport can start, modifying one by one the population of active doublets at the end of the successive time increments (see Appendix 2.6). With a return period T_r , avalanches may occur and one motion cycle of the lattice gas model is implemented. T_r is a parameter of the model, and here we chose $T_r = 0.1/\Lambda_0$, a value which is small compare to the characteristic time of erosion. Thus, the velocity field and the bed shear stress are regularly recalculated before they can be used to determine the future transitions of doublets.

In this procedure, between two motion cycles of fluid particles the number of transitions in the model of sediment transport is not constant, fluctuating according to the topography and the topology of active doublets. More importantly, the entire configuration of the flow is

recalculated over a time period which is much shorter than the time required to move one layer of sedimentary cells (i.e. $T_r \ll 1/\Lambda_e + 1/\Lambda_t + 1/\Lambda_c$). However, since the transitions of doublets are independent of fluid particles of the lattice gas model, a cell can undergo a transition from a fluid to a sedimentary state at sites where fluid particles are present. Where this happens, we consider that fluid particles are captured by the sedimentary cells, bouncing back and forth on the internal boundaries of these cells. When they undergo a transition from a sedimentary to a fluid state, fluid particles are released moving along the direction of their velocity vector at that specific time.

CHAPITRE 3

MORPHODYNAMIQUE DUNAIRE SOUS DES CONDITIONS D'ÉCOULEMENT UNIDIRECTIONNELLES

Résumé

Nous analysons la morphodynamique des dunes produites sous des conditions d'écoulement unidirectionnel par un automate cellulaire couplant un modèle de transport sédimentaire avec un gaz sur réseau. Dans nos simulations, la même instabilité est responsable de la formation des dunes sur lit plat et sur les dos des plus grandes dunes. Pour cette raison, nous observons et mesurons toute une hiérarchie de dunes superposées. Pour des champs de dunes transverses, les dunes secondaires augmentent la sinuosité des crêtes et le nombre de défauts. A l'opposé, les avalanches et la diffusion ont tendance à éliminer ces défauts pour produire des lignes de crêtes plus régulières. Le transport latéral est aussi fondamental pour la stabilisation de la forme des dunes barkhanes. Sur ces dunes en croissant, nous mesurons la vitesse de propagation des dunes secondaires et montrons comment elles contribuent à la formation et à l'émission de petites barkhanes le long des cornes. Le modèle prédit que les dunes barkhanes ne sont pas des structures invariantes d'échelle et que leurs formes varient en fonction de la vitesse de l'écoulement. Nous estimons alors les flux de sédiment à la crête des barkhanes en fonction de la force du vent et du rapport d'aspect des dunes. Ainsi, nous sommes capables de redimensionner la vitesse de propagation des différentes générations de dunes pour vérifier qu'elles sont dynamiquement identiques. Malgré des variations plus fortes que dans les cas des dunes barkhanes isolées, toutes ces relations sont aussi valides à l'échelle d'une population de barkhanes dans laquelle les interactions dune-dune jouent un rôle fondamental.

Morphodynamics of barchan and transverse dunes using a cellular automaton model

D. Zhang

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

C. Narteau

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

O. Rozier

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

**Article publié dans
Journal of Geophysical Research, Earth Surface
115, F03041, 2010.**

Abstract

We analyze the morphodynamics of bedforms produced under unidirectional flow conditions by a lattice gas cellular automaton designed to study sediment transport. In this model, the same instability is responsible for the formation of dunes on flat sand beds and the initiation of superimposed bedforms on dune slopes. In transverse dune-fields, secondary bedforms increase crestline sinuosity and number of defects (end of crestlines). On the other hand, avalanches and lateral grain motions tend to eliminate these defects to produce more regular crestlines. Lateral fluxes of sediment are also essential for stabilizing the shape of isolated barchan dunes. We measure the propagation speed of superimposed bedforms on steady-state barchan dunes, and show how they contribute to the formation and detachment of smaller barchans along horns. The model predicts that barchan dunes are not scale invariant and that their shape varies with respect to the strength of the flow. In addition, we show that the increase in bed shear stress between the ground and the crest is proportional to the dune aspect ratio. Finally, we present a general methodology for estimating the sediment flux over the brink from dune aspect ratio and flow velocity. Using these fluxes, we rescale the propagation speed of different generations of bedforms to verify that dunes and secondary bedforms are dynamically identical. Despite more fluctuations than in the case of isolated barchan dunes, all these geometric and dynamical relationships hold for a population of dunes with complex dune-dune interactions.

3.1 Introduction

Dune-fields are continuously shaped by a variety of factors, including flow strength and direction, sediment availability, topography and vegetation [McKee, 1979; Breed & Grow, 1979; Lancaster, 1995; Bristow et al., 2000; Wiggs, 2001; Ewing et al., 2006; Baas & Nield, 2007; Durán & Herrmann, 2006]. In addition, smaller dunes are faster and, within dune-fields, collisions are frequent and may result in the formation of larger structures by amalgamation or nucleation of secondary bedforms [Lancaster, 1992; Kocurek & Ewing, 2005; Elbelrhiti et al., 2005]. Such a pattern coarsening is eventually stopped as the flow depth provides an upper limit to dune size [Andreotti et al., 2009]. Simultaneously, other mechanisms of size regulation are likely to result from complex dune-dune interactions during collisions [Hersen & Douady, 2005] or specific wind conditions that amplify dune calving [Elbelrhiti et al., 2005]. These mechanisms may also explain why corridors of barchan dunes with a constant dune-size distribution over tens of kilometers are commonly observed [Hersen et al., 2004]. In all cases, populations of crescentic dunes show linear relations between height, length and width [Finkel, 1959; Hastenrath, 1967, 1987; Elbelrhiti et al., 2008] and various levels of complexity due to the presence of superimposed bedforms. Then, even under unidirectional flow conditions, there are considerable variations in dune morphodynamics (Fig. 3.1). A major challenge is now to model and predict these complex features as well as the constraints imposed at smaller length scale by local field measurements, laboratory experiments and theory.

During the last decades, dune-field patterns have been examined through different numerical methods, including sets of partial differential equations [Sauermann et al., 2001; Kroy et al., 2002b; Andreotti et al., 2002a; Fischer et al., 2008] and cellular automaton (CA) models [Nishimori & Ouchi, 1993; Werner & Gillespie, 1993; Werner, 1995; Nishimori et al., 1999; Momiji & Warren, 2000]. Continuous models are based on two major equations, one for the conservation of mass, one for the relation between the sediment flux and the elevation profile (e.g. slope, curvature). These equations may rely on various types of flux saturation mechanisms but, in a vast majority of cases, the flow separation and the recirculation eddy in the dune lee are not properly resolved. Instead, there is an envelope function or a separation streamline connecting the brink with a reattachment point. As a result, these models can hardly handle superimposed bedforms and complex flow structures. Moreover, computing power limits the size of the dune-fields that can be investigated.

The CA approach recently became a standard for the modeling of morphogenesis and the dynamics of complex systems [Chopard & Droz, 1998]. This has been especially true in the physics of sediment transport where CAs have shown to be particularly efficient to reproduce almost all types of dune patterns as well as the role of defects/terminations in the evolution of dune-fields [Werner & Kocurek, 1997]. Most of these discrete models consider instantaneous motions of the so-called “sand slabs” to mimic sediment transport. Nevertheless, the description of the flow is not precise enough to take into account changes in flow strength and the impact of sediment motions on the transport capacity. In addition, as for all CAs, some arbitrary length scales are involved in the modeling process (e.g. the elementary length scale of the CA, the saltation length of sand slabs). These are major limitations for the quantification of dune-field properties when dealing with real situations.

In order to bridge the gap between precise continuous approaches and functional CA models, Narteau et al. [2009] proposed a 3-D dune model that combines a CA model for sediment transport and a lattice gas CA for hydrodynamics (Sec. 3.2). In such an hybrid model, they observed the emergence of a dynamic equilibrium between flow and topography and set the length and

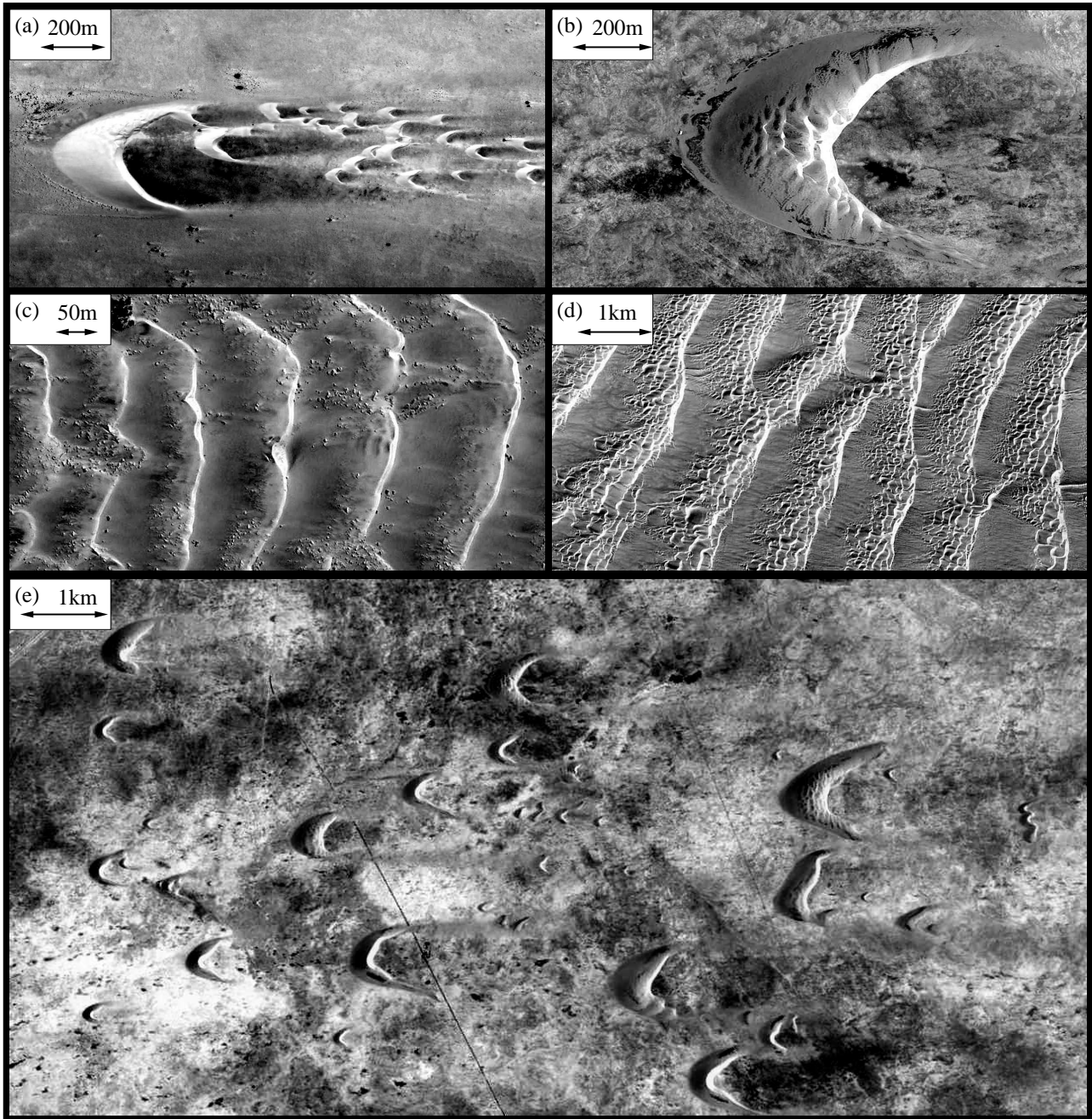


FIGURE 3.1 – Dune patterns under unidirectional flows. (a) Barchan dunes in Morocco ($21^{\circ}46'12.83''$ North, $16^{\circ}39'19.97''$ West). (b) Superimposed bedforms on a barchan dune in Qatar ($24^{\circ}59'43.20''$ North, $51^{\circ}22'18.63''$ Est). (c) Transverse dunes in Angola ($16^{\circ}04'19.15''$ South, $12^{\circ}05'58.98''$ Est). (d) Superimposed bedforms on transverse dunes in Namibia ($25^{\circ}51'20.30''$ South, $14^{\circ}57'15.25''$ Est). (e) A population of barchan dunes in Qatar ($24^{\circ}59'05.54''$ North, $51^{\circ}21'04.16''$ Est). We observed superimposed bedforms at a variety of scales, from an elementary size, on the order of 20 m, perceivable as the typical dimension of the smallest dunes.

time scales of the model from observations. This model can now be used for the modeling and quantification of complex dune-field patterns. In this paper, we start this work by presenting bedforms produced under unidirectional flow (barchan dunes in Sec. 3.3, transverse dunes in Sec. 3.4). Special attention is given to the origin and role of superimposed bedforms. Thus, we

analyze transport and hydrodynamic properties from a limited number of well-defined physical quantities (e.g. flow speed, bed shear stress) to demonstrate that all the specific emergent behaviors of this model are the expression of well-established physical processes. Finally, the numerical results are compared with observational data (Sec. 3.5) to show that this CA model can be used to predict sediment fluxes on dune slopes as well as in dune fields.

3.2 The cellular automaton dune model

In a CA model for sediment transport, individual physical processes such as erosion, deposition and transport are implemented by nearest neighbor interactions and a time-dependent stochastic process. Simultaneously, a lattice gas CA model is used to compute the flow and quantify the bed shear stress on the topography. Then, the dependence of the erosion rate on the bed shear stress as well as the rebounds dynamics of fluid particles on sedimentary cells ensure permanent feedback mechanisms between flow and topography. A complete description of this model can be found in *Narteau et al.* [2009]. We just recall here the main characteristics which are particularly relevant to the present study.

3.2.1 A cellular automaton model for sediment transport

We consider a 3-D square lattice with three states (fluid, immobile sediment, sediment in motion) and nearest neighbor interactions (Fig. 2.2). An elementary cell is a cube of edge length l_0 and pairs of nearest neighbor cells are called ‘doublet’. For each individual physical process that we take into account, there is a set of doublet transitions. We have transitions for erosion (immobile sedimentary cells in contact with fluid cells are set in motion), deposition (sedimentary cells in motion become immobile), transport (motions of sedimentary cells with respect to fluid cells) and diffusion (lateral motions of sedimentary cells). Each transition is associated with a rate parameter with units of frequency ($1/t_0$) that introduces into the model the characteristic time scale of the corresponding physical mechanism [*Narteau et al.*, 2001]. Doublets are all supposed to be independent and the occurrence of a transition of doublet is assumed to follow a stochastic Poisson process. In practice, an iteration of the model corresponds to a single transition of doublet and a specific time step which are randomly chosen according to the local and the overall transition rate, respectively (see appendice B in *Narteau et al.* [2009]). Thus, by changing doublet by doublet the configuration of cells, we can study the morphodynamics of bedforms produced by the evolution of the population of sedimentary cells.

To take into account gravitary effects (i.e. avalanches), we impose an angle of repose for the granular material. Actually, we do not allow two neighboring piles of sediment to have a height difference higher than l_0 (i.e. one cell). When it is the case, cells of the higher piles are redistributed and may produce avalanches according to the dynamics of the *Bak et al.* [1988] sand-pile model. Finally, in order to control all boundary conditions, we also use neutral cells to shape the geometry of our physical environment (e.g. solid bedrock, ceiling) as well as injection/removal cells to control the input/output fluxes of sediment, for example at the upstream/downstream borders.

3.2.2 A lattice gas cellular automaton model

The flow is modeled via a lattice gas CA model. This type of discrete hydrodynamical models are based on motions of fluid particles than move from one lattice node to its neighbor

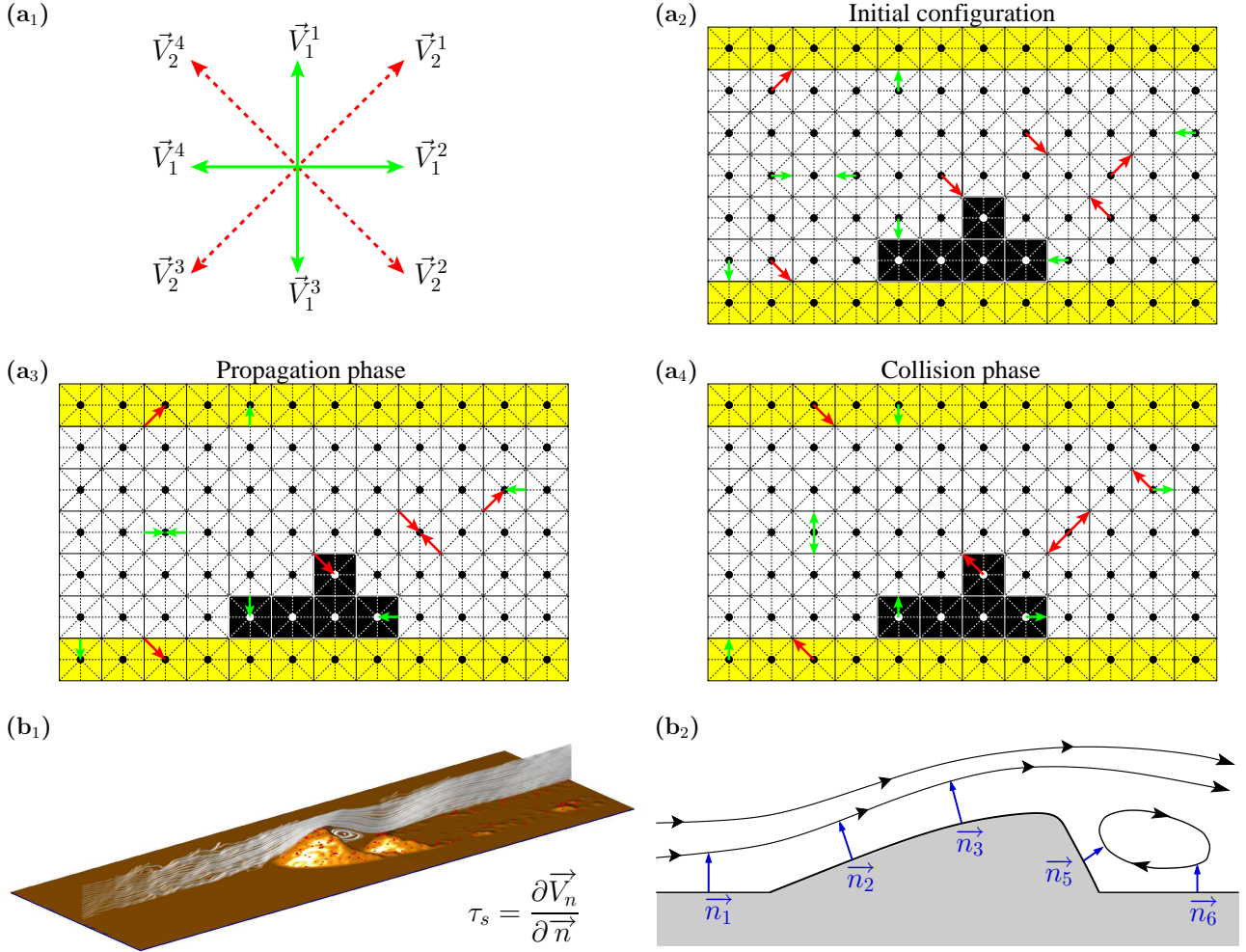


FIGURE 3.2 – The lattice gas cellular automaton. (a₁) The possible velocity vectors for a fluid particle, $\|\vec{V}_2^i\| = \sqrt{2}\|\vec{V}_1^i\|$. Starting from an initial configuration of fluid particles (a₂), an iteration of the model consist of a propagation phase (a₃) and a collision phase (a₄). Particles and their velocity vectors are represented by arrows. Each cell of the model of sediment transport is represented by a dot in the center of a solid square (neutral cells are shown in yellow). Dashed lines are for connections between nearest and next-nearest neighbors. (b₁) Velocity streamlines above a barchan dune. Red dots are for sedimentary cells in motion. We observe the contraction of streamlines upstream of the crest of the dune and the divergence of streamlines that set-up a recirculation zone above the slip face. (b₂) Schematic representation of the topography and the flow to show the normal to the topography along which we measure the bed shear stress.

in one unit of time [Frisch et al., 1986; d’Humières et al., 1986; Chopard & Droz, 1998]. Each particle has its own velocity vector (Fig. 3.2a₁) and two particles cannot sit simultaneously on the same node if their direction are identical. One iteration is divided in two phases : during the propagation phase the particles move from their node to the nearest neighbor in the direction of their velocity vectors (from Fig. 3.2a₂ to Fig. 3.2a₃); during the collision phase, particles on the same node exchange momentum if it is compatible with the imposed collision rules (from Fig. 3.2a₃ to Fig. 3.2a₄). Then, during the computation, we can measure the velocity of the flow by averaging over space and time the different motions of fluid particles.

For numerical efficiency, we only consider a set of equally spaced 2D vertical lattices aligned with the direction of the flow. Between two planes, the vertical and horizontal components of

the velocity field are obtained by linear interpolation.

3.2.3 Feedback mechanisms

The CA model for sediment transport and the lattice gas CA model can be used separately. Here, they are combined to simulate the complex interplay between a turbulent flow and a layer of erodible sediment lying on a solid flat bedrock (Fig. 3.2b₁). These interactions are taken into account as follows.

First, there is an effect of flow strength on the erosion rate Λ_e . In this purpose, we locally determine the bed shear stress :

$$\tau_s = \tau_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{n}}, \quad (3.1)$$

where τ_0 is the stress scale of the model, \vec{V} is the velocity field expressed in terms of a number of fluid particles and \vec{n} is the normal to topography (Fig. 3.2b₂). Then, we consider that the local erosion rate is proportional to the viscous drag force exerted by the fluid on the particles. For a turbulent flow, it is therefore linearly related to the bed shear stress τ_s by

$$\Lambda_e = \begin{cases} 0 & \text{for } \tau_s \leq \tau_1, \\ \Lambda_0 \frac{\tau_s - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{for } \tau_1 \leq \tau_s \leq \tau_2, \\ \Lambda_0 & \text{else.} \end{cases} \quad (3.2)$$

where τ_1 is a threshold of motion inception and τ_2 is a slope parameter. Note that, in practice, the erosion rate is not saturated because we always have $\tau_2 \gg \tau_s$. Thus, the characteristic time required to set in motion immobile sedimentary cells is inversely proportional to the excess shear stress value ($\tau_s - \tau_1$).

Second, there is an effect of topography on fluid flow through the rebound dynamics of the fluid particles. Indeed, these particles can only move within the fluid state of the CA of sediment transport. When they collide with the sedimentary or neutral cells that compose the bed, they rebound in the opposite direction in order to respect the conventional no-slip boundary conditions at a solid-fluid interface (Fig. 3.2a). Thus, any modification of the topography modifies the flow and subsequently the bed shear stress. On the other hand, because the flow is confined by a flat ceiling of neutral cells, the top boundary layer is set to free-slip conditions : rebounds are in the opposite direction for the vertical component of the velocity vector, but not for the horizontal component. Thus, fluid particles conserve their momentum in the direction of the flow (Fig. 3.2a).

Finally, using Eq. 3.2 and the different aspects of the rebound dynamics, we end-up with a fully coupled system where hydro- and morphodynamics result from a combination of interactions between the elements of the system over time.

3.2.4 Scaling and flow strength

As a preliminary work, *Narteau et al.* [2009] tested the stability of simple configuration of bedforms perturbed by sine wave to find the most unstable wavelength for the formation of dunes in the model. This wavelength expressed in units of cell length (i. e. l_0) can be compared with observations in order to determine the l_0 -value. Thus, the elementary length scale of

the CA dune model is dimensionalized with respect to the physical mechanism that select λ_{\max} , the characteristic length scales for the formation of dunes in nature. Then, in all natural environments where the dune instability can be observed, the l_0 -value can be calculated with respect to the magnitude of the parameters that control the λ_{\max} -value [Hersen *et al.*, 2002; Elbelrhiti *et al.*, 2005; Charru, 2006; Claudin & Andreotti, 2006]. For example, if the model is used to reproduce aeolian dunes in arid regions on Earth, we have $l_0 \approx 0.5$ m for a mean grain-diameter of $180 \mu\text{m}$.

For an ideally flat sand bed in a transport limited regime, a given flow velocity is associated with a constant bed shear stress and a quasi-stationary sediment flux, the so-called saturated flux Q_{sat} . We take advantage of these direct relationships to reproduce different flow conditions in the model. In practice, we only change the threshold shear stress value τ_1 . Thus, we modify the excess shear stress, $\tau_s - \tau_1$, the main ingredient that controls transport through the erosion rate Λ_e (Eq. 3.2). To relate the τ_1 -value to a given flow velocity u_* , Narteau *et al.* [2009] derived from theoretical transport relationships that

$$\frac{Q_{\text{sat}}}{Q_{\text{sat}}^0} = 1 - \left(\frac{u_c}{u_*}\right)^2. \quad (3.3)$$

where Q_{sat}^0 is the Q_{sat} -value for $\tau_1 = 0$ and u_c is a threshold velocity below which the flow cannot dislodge particles from the bed. Then, Eq. 3.3 and the $Q_{\text{sat}}(\tau_1)$ rating curve can be used to determine the flow velocity that corresponds to a specific τ_1 -value, and vice versa (see Narteau *et al.* [2009]). Using these values, we can determine the characteristic time scale of the model from a direct comparison of the sediment fluxes in the model and in nature. Practically, assuming that we already know the l_0 -value, the t_0 -value is derived from the equation that relates the simulated flux expressed in units of l_0^2/t_0 to an observed flux expressed in m^2/s .

3.3 Morphodynamics of barchan dunes

In 3-D simulations, we always consider a lattice of cells with a square base of side L_s and a height H_s (Fig. 3.3a). Except for the τ_1 -value that controls the strength of the flow, all the parameter values are kept constant (see Tab. 2.1) and equal to those used by Narteau *et al.* [2009].

3.3.1 Formation of steady-state barchan dunes

First, we describe the formation of a steady-state barchan dune in a tunnel. This tunnel has a flat bedrock, a ceiling and is laterally limited by two vertical walls of neutral cells facing each other at a distance of $L_s/2$. The downstream border is made of removal cells to eliminate all sedimentary cells that reach this limit. At the upstream border, a line of injection cell is inserted in the ceiling in order to reinject uniformly all the sedimentary cells that have been removed at the opposite border. The initial condition consists of a square pile of sediment with a side length of $L_s/4$ placed upstream in the center of tunnel (Figs. 3.3b and 3.3c).

Fig. 3.3d shows the evolution of this sediment pile for $\tau_1 = 0$. Over short time, avalanches produce a truncated pyramidal shape from which sedimentary cells are randomly dislodged. From these initial perturbations, elementary dune patterns grow and propagate on the pyramid's plateau. From a hydrodynamic point of view, stoss and lee slopes are characterized by

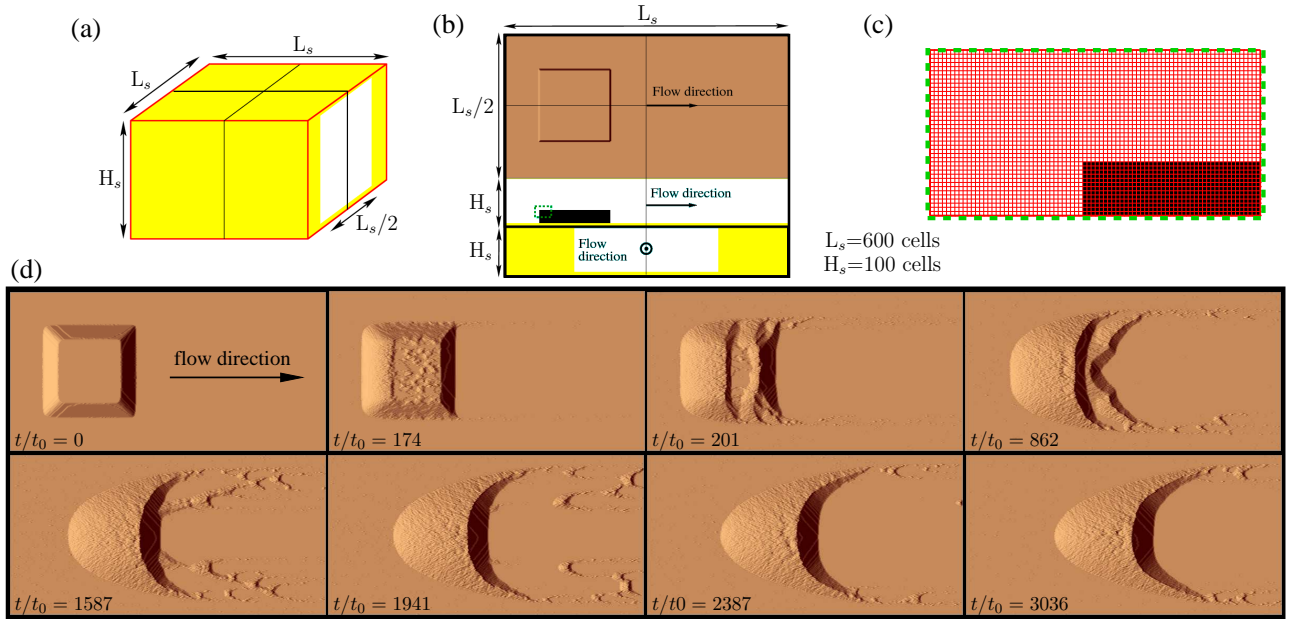


FIGURE 3.3 – Evolution of a square pile of sediment in a tunnel of length $L_s = 600 l_0$ and width $L_s/2$ for $\tau_1/\tau_0 = 0$. (a) Geometry of the tunnel in the 3-D lattice of cells (neutral cells are shown in yellow). (b) The initial topography in the tunnel (top) and two vertical layers of cells parallel (middle) and perpendicular (bottom) to the direction of the flow (these two planes are shown with black lines in (a)). (c) A zoom on the pile of sediment (see the dashed box in (b)) to distinguish active doublets at $t/t_0 = 0$. (d) Evolution of an initial square pile of sediment until the crescentic barchan shape reaches a steady-state (see text).

contraction and dilation of the velocity streamlines, respectively (Fig. 3.4a). As the superimposed dunes propagate and disappear, horns develop on both sides and the upstream face grows in height due to the accumulation of the sedimentary cells which are systematically reinjected into the system. Finally, a single surface area is exposed to the flow, a major slip face develop on the lee side and the entire structure rapidly reaches a steady state which is commonly describes as a crescentic barchan dune. As this evolution proceeds, secondary bedforms systematically develop along horns and smaller barchan dunes regularly form and detach.

Fig. 3.4b shows the velocity streamlines above the barchan dune. Not surprisingly, there is a convergence of streamlines on the face exposed to the flow. Downstream of the highest point, streamlines diverge and set-up a recirculation zone above the slip face. According to Eq. 3.1, these streamline patterns explain why the bed shear stress is continuously increasing on the upstream face and why it is so low, and even negative, downstream of the dune crest (Fig. 3.4c). Such variations are responsible for erosion and transport on the face exposed to the flow (i. e. Q_{sat} increases if $\partial\tau_s/\partial x > 0$) as well as for deposition on the slip face (i. e. Q_{sat} decreases if $\partial\tau_s/\partial x < 0$). Thus, the dune moves in the direction of the flow through the motion of grains from the bottom to the top of the upstream face and their accumulation on the lee side. As in nature, Fig. 3.4d shows also a reduction in shear stress at the toe and upstream of the dune [Howard et al., 1978; Wiggs et al., 1996; Sauermann et al., 2001].

Fig. 3.4c shows that oscillations of the bed shear stress at the top of the dune correspond to a similar but smaller waveform pattern in the topography (see Fig. 3.3d at $t/t_0 = 3036$). These secondary dune features have a wavelength of approximately $40 l_0$ similar to the initial length of the instability observed along the horns where smaller barchan dunes form and detach (Fig. 3.4e). According to Narteau et al. [2009], these observations suggest that different generations of dunes are governed by the same physical processes. Furthermore, it also indicates that

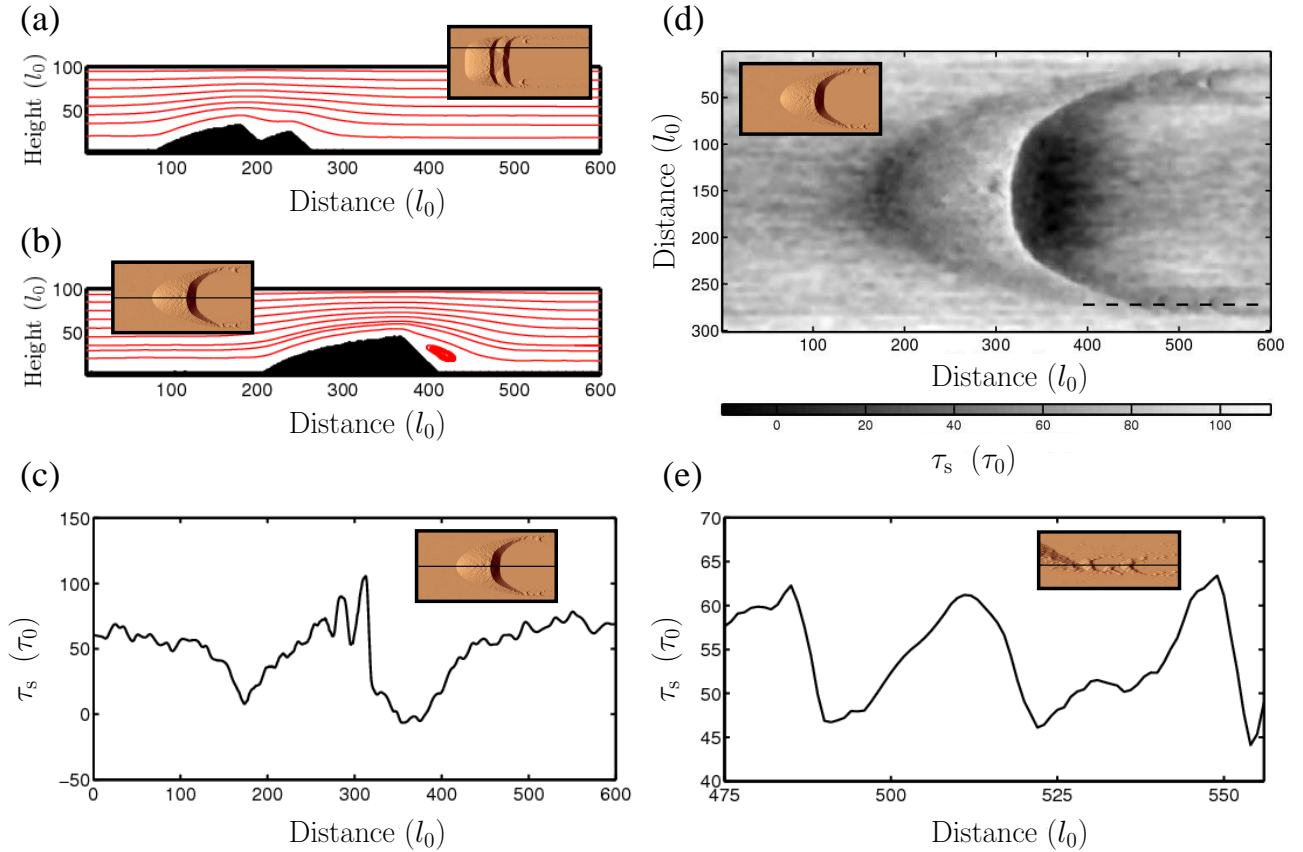


FIGURE 3.4 – Velocity streamlines and bed shear stress during the formation of the barchan dune shown in Fig. 3.3 : (a) Velocity streamlines in a vertical plane parallel to the direction of the flow at $t/t_0 = 460$. (b) Velocity streamlines in a vertical plane parallel to the direction of the flow at $t/t_0 = 4250$. (c) The bed shear stress along a vertical cross-section parallel to the direction of the flow ($t/t_0 = 3036$). (d) The bed shear stress across the entire domain ($t/t_0 = 3036$). (e) The bed shear stress along a vertical cross-section passing through a horn (see dashed line in (d)). For each figure, an inset shows the corresponding dune topography and, if necessary, the section along which the physical quantities have been evaluated.

the internal dynamic of dunes may lead to a hierarchy of structures [Andreotti et al., 2009].

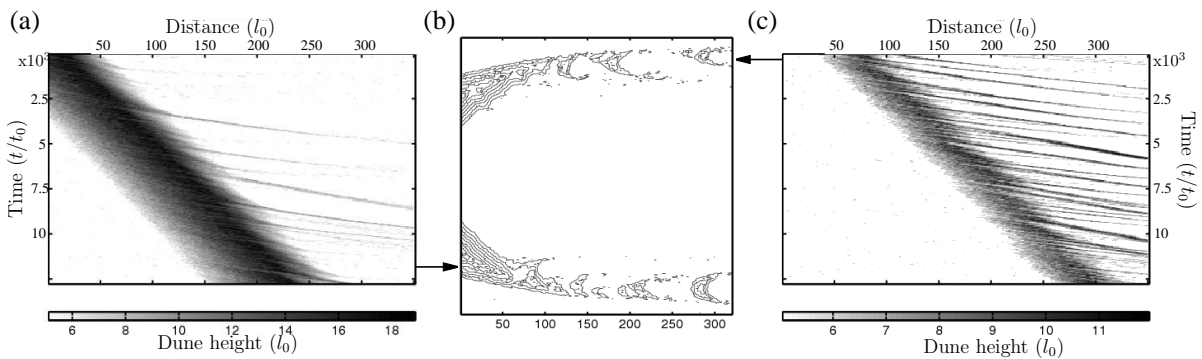


FIGURE 3.5 – Space-time diagrams of dune height along horns. (a) The topography measured along a vertical cross-section parallel to the direction of the flow at 100 cells from the center of the dune. The arrow between (a) and (b) shows the location of this plane. (b) a zoom on the dune patterns along the horns : smaller dunes form and detach as a result of the propagation of superimposed bedforms along the horns. (c) The topography is measured along a vertical cross-section parallel to the direction of the flow at 120 cells from the center of the dune. The arrow between (b) and (c) shows the location of this plane.

To examine dune calving and the origin of secondary bedforms, we plot space-time diagrams of the dune height along vertical cross-sections parallel to the direction of the flow and cutting through the horns (Fig. 3.5). In these diagrams, a diagonal stripe pattern confirms that the detachment mechanism is associated to superimposed bedforms that propagate along dunes. As pattern coarsening occurs during this propagation, this is only when these secondary bedforms have an amplitude comparable to dune height that smaller dune features can detach. For the same reason, superimposed dune patterns are more likely to be observed at the dune termination, where horns are lower and narrower (compare Fig. 3.5a and Fig. 3.5c).

Fig. 3.1 shows that similar dune patterns may be observed in nature. Nevertheless, changes in direction of the flow, variations in sediment supply and interactions with other dunes produce more complicated structures. It is not in the scope of the present paper to reproduce in details all these patterns. Instead, we investigate different flow strengths under which they are more likely to form.

In what follows, we see the effect of lower flow conditions taking $\tau_1/\tau_0 = 20$ and the same initial conditions than in Fig. 3.3. In comparison, Fig. 3.6a shows the steady shape of the barchan dune : its height is shorter and its main body is more elongated. The main reason for these changes in morphology is that the base of the dune is less frequently above the erosion threshold. Then, there is a higher increase in sediment flux between the dune toe and the crest with a decreasing flow strength. As a consequence, the dune is stretched in the direction of the flow.

Dynamically, the major difference at low flow is the increase in amplitude of the superimposed bedforms. In fact, these secondary dune patterns are enhanced by a more gradual slope along the upstream face. Fig. 3.6b shows that these new dunes form at a constant rate from the dune toe. Then, they propagate, grow and merge with each other until they collapse in the form of avalanches when they reach the main slip face. Along cross-sections parallel to the flow, we determine the position of the wave peaks of the bed shear stress at the top of the dunes (Fig. 3.6c). The distance between two peaks is almost constant and, one more time, a characteristic wavelength of about $40 l_0$ can be observed.

3.3.2 Morphodynamics of isolated barchan dunes with superimposed bedforms

To investigate the influence of flow strength and dune size on the morphodynamics of barchan dunes, we run a series of 2-D numerical simulations. Thus, there is no lateral flux of sediment, either through avalanches or diffusion [Hersen, 2004]. More importantly, we can directly compare our predictions with quasi 2-D subaqueous barchan dunes observed in laboratory experiments [Groh et al., 2008, 2009]. As in the model, these experiments have been conducted under confined and unidirectional flow conditions. Three Reynolds number regimes have been considered, $Re = \{25500, 27000, 28500\}$, using distilled water and glass beads with a density of 2.5 g/cm^3 and a mean diameter of $580 \mu\text{m}$. In our simulations, we use three threshold shear stress values, $\tau_1/\tau_0 = \{0, 10, 20\}$, to reproduce high, intermediate and low flow strengths. For each of them, we consider the same set of initial conditions to explore a range of dune size similar to that observed in the laboratory experiment. In practice, we take $l_0 = 1.7 \text{ mm}$. For this estimation, we use the characteristic length scale $\lambda_{\text{max}} \approx 40 l_0$ for the formation of dunes in the model [Nartea et al., 2009] and the scaling proposed by Claudin & Andreotti [2006] :

$$\lambda_{\text{max}} \approx 50 \frac{\rho_s}{\rho_f} d, \quad (3.4)$$

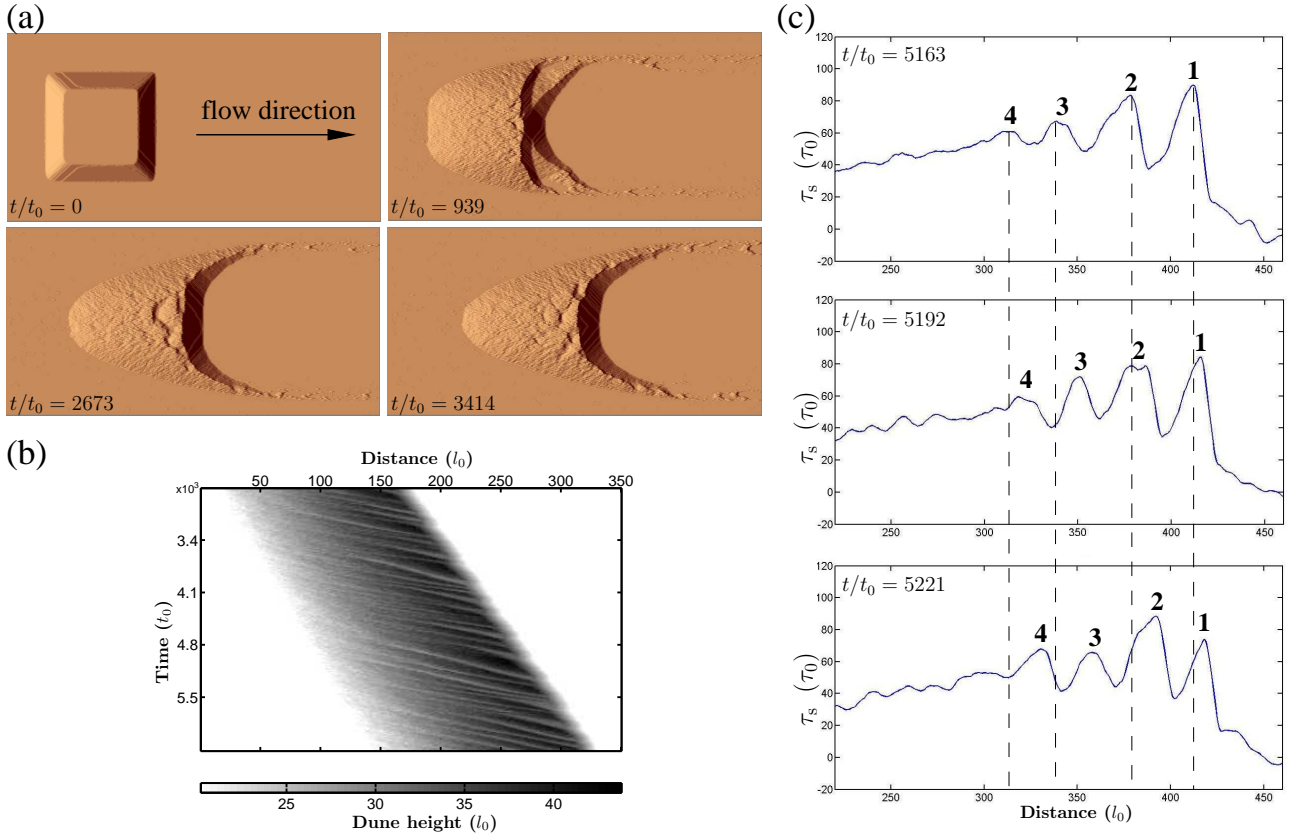


FIGURE 3.6 – (a) Evolution of an initial square pile of sediment until the crescentic barchan dune reaches a steady state for $\tau_1/\tau_0 = 20$. From the comparison with Fig. 3.3, we observe that, in the model, dune shape depends on flow strength. (b) Space-time diagram of the topography measured along a vertical cross-section parallel to the flow and cutting through the center of the dune. Each stripe can be associated to a superimposed dune. The propagation speed of this dune is given by the slope of the stripe. (c) The bed shear stress along a vertical cross-section parallel to the direction of the flow cutting through the center of the dune. With the numbers and the dashed lines we can follow four peaks at three different times and observe the propagation of superimposed bedforms.

where ρ_s/ρ_f is the sediment to fluid density ratio and d is the grain diameter (see also *Hersen et al.* [2002]).

As the simulation proceeds, the barchan shape emerges and the dune reaches a steady state characterized by its length L_∞ , height H_∞ , volume V_∞ , and velocity c . Fig. 3.7a shows the evolution of dune height with respect to dune length for the three different flow strengths. As in laboratory experiments (Fig. 3.7b), dune height increases with flow strength and there is not a linear relationship between dune length and dune height. Then, the aspect ratio H_∞/L_∞ is not a constant. It increases with the strength of the flow and, except for the smallest dunes, it decreases with the volume of the dune (Figs. 3.7c). These changes in morphology affect the velocity field and, for all steady-state barchan dunes, we measure the bed shear stress at the crest of the dune, τ_s^{crest} and upstream of the dune on a flat surface, τ_s^{flat} . Fig. 3.7d shows that the increase in bed shear stress between the ground and the crest is directly proportional to the aspect ratio of the dune :

$$\frac{\tau_s^{\text{crest}}}{\tau_s^{\text{flat}}} = 5.07 \frac{H_\infty}{L_\infty} + 2.30. \quad (3.5)$$

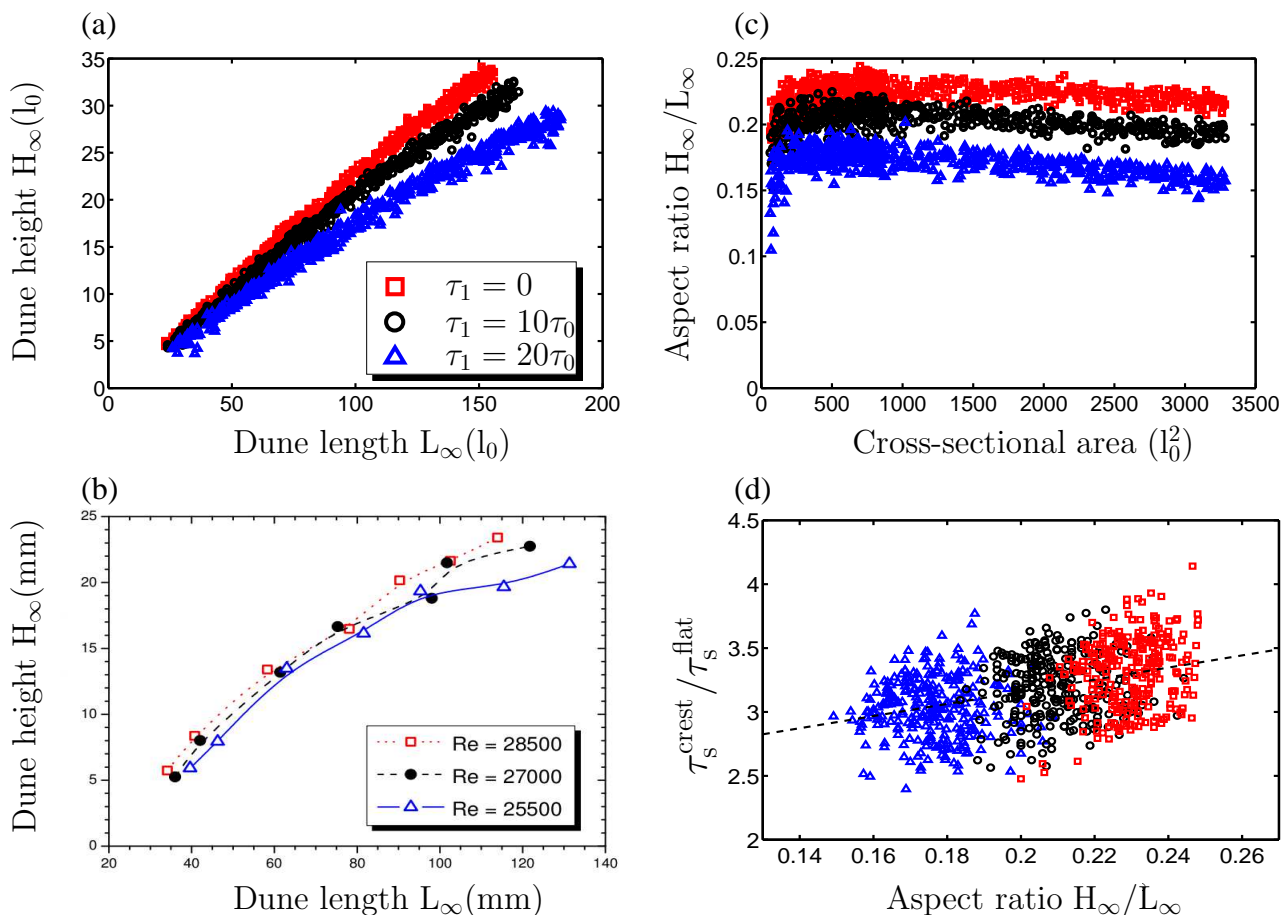


FIGURE 3.7 – Morphodynamics of 2-D barchan dunes in a steady state. (a) Dune height as a function of dune length. (b) Dune height as a function of dune length in laboratory experiments for three Reynolds number $Re = \{25500, 27000, 28500\}$ [Groh *et al.*, 2008]. (c) Dune aspect ratio as a function of the volume of the dunes. (d) Increase in bed shear stress at the top of the dunes as a function of their aspect ratio. The dashed line is the best regression line (Eq.3.5). As we average the bed shear stress over long time for a given topography, the dispersion of points is mainly due to the presence of superimposed bedforms. Except for (b), red squares, black circles and blue triangles are for τ_1/τ_0 -values equal to 0, 10 and 20, respectively.

Despite some fluctuations due to the presence of superimposed bedforms, this observation is in good agreement with theoretical predictions [Jackson & Hunt, 1975] and field observations [Lancaster, 1985].

Under unidirectional flows, it can be shown from the equation of mass conservation that stable dunes migrate in the downwind direction with a velocity that depends on their size [Bagnold, 1941]. For a dune with a well-established recirculation zone that captures all the sediment that pass through the crest, it is generally admitted that its migration speed c is inversely proportionnal to its height [Elbelrhiti *et al.*, 2005], length [Kroy *et al.*, 2002b] or width [Elbelrhiti *et al.*, 2008]. Unfortunately, the field data are not accurate enough to distinguish between these different length scales. Arbitrarily, we use here the height H and an inverse scaling of the form

$$c = \frac{Q_{\text{sat}}^{\text{crest}}}{H + H_0}, \quad (3.6)$$

where $Q_{\text{sat}}^{\text{crest}}$ is the saturated flux measured at the dune crest and H_0 is a height constant

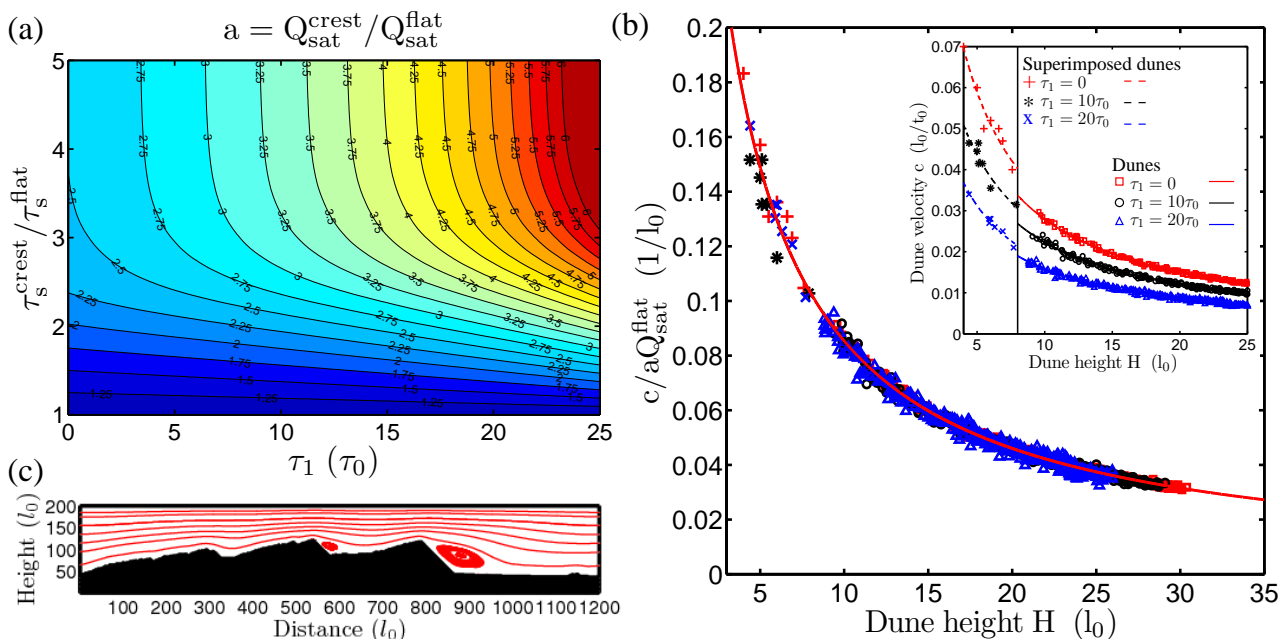


FIGURE 3.8 – (a) The increase in sediment flux between the ground and the crest as a function of 2 parameters : the flow strength (i. e. negatively correlated with τ_1) and $\tau_s^{\text{crest}} / \tau_s^{\text{flat}}$, the increase in bed shear stress between the ground and the crest. (b) The propagation speed of dunes ($H > 8$) and superimposed bedforms ($H \leq 8$) rescaled with respect to the sediment flux at the crest for three different flow strengths (red, black and blue symbols are for τ_1 / τ_0 -values equal to 0, 10 and 20, respectively). The line is the best fit of $1/(H + H_0)$ to the data with $H_0 = 1.71 l_0$. The inset shows the raw data without rescaling. Lines are the best fit of Eq. 3.6 to the data. For dunes and for an increasing flow strength, we have $Q_{\text{sat}}^{\text{crest}} = \{0.19, 0.26, 0.33\}$ in units of l_0^2/t_0 and $H_0 = \{1.9, 1.7, 1.8\}$ in units of l_0 . For superimposed bedforms, we have $Q_{\text{sat}}^{\text{crest}} = \{0.21, 0.30, 0.38\}$ in units of l_0^2/t_0 and $H_0 = \{1.6, 2.0, 1.5\}$ in units of l_0 . (c) Velocity streamlines above a giant dune with two generations of superimposed bedforms. Note the formation of a secondary recirculation zone.

that removes the singularity at $H = 0$. Physically, the H_0 -value can also be considered as the parameter that sets the velocity of the smallest dunes [Elbelrhiti et al., 2005]. Eq. 3.6 can be rewritten

$$c = \frac{a Q_{\text{sat}}^{\text{flat}}}{H + H_0}, \quad (3.7)$$

where $Q_{\text{sat}}^{\text{flat}}$ is the saturated flux measured upwind of the dune and a is the increase in flux between the ground and dune crest. Nevertheless, in this case, the a -value is supposed to be a constant directly related to the scale-invariant shape of dunes. In our model, the situation is different because we have shown that the dune aspect-ratio varies with respect to flow velocity and dune size (Fig. 3.7). Then, we directly compute the a -value with respect to the τ_1 -value (i. e. the flow strength) and with respect to the increase in bed shear-stress between the ground and the dune crest (Fig. 3.8a). Interestingly, we find that the a -value increases with decreasing flow strength and steeper stoss slopes.

The inset of Fig. 3.8b shows the velocity of steady-state dunes as a function of their heights for $H > 8 l_0$ and three different flow strengths. For $H < 8 l_0$, we also plot the propagation speed of superimposed bedforms on the top of these dunes (Fig. 3.8c). Not surprisingly, dunes are faster at higher flow velocities and Eq. 3.6 fits well with the numerical data. The $Q_{\text{sat}}^{\text{crest}}$ -

value increases with an increasing flow velocity (see values in caption of Fig. 3.8). For dunes and superimposed bedforms, H_0 -values do not depend of flow velocity and have a mean value of $1.7 \pm 0.2 l_0$. Because the bed shear stress increases on the upstream face of the dune, superimposed bedforms are faster than dunes with the same height propagating on a flat bedrock. As shown in Fig. 3.8, the dune velocity can be rescaled by $aQ_{\text{sat}}^{\text{flat}}$, the increase in flux between the ground and the crest (Eq. 3.7). In this case, dunes and superimposed bedforms follow the same law with the same parameter $H_0 \approx 1.7 l_0$, suggesting again that these dune features are different expressions of the same physical mechanisms.

These 2-D computations show that, if they were independent, different slices of 3-D barchan dunes would not propagate at the same speed. Hence, in order to reach a steady-state, lateral flux of sediment directed from higher (slower) to lower (faster) parts of the barchan are required. In the model, these lateral motions of sedimentary cells are provided by avalanches and diffusion (see Fig. 2.2). In practice, the diffusion rate constant Λ_d determines the stable slope profiles of dunes as in models that use a set of partial differential equations [Hersen, 2004]. Theoretically, it is because the time evolution of the probability density function associated with the position of the particle undergoing a Brownian movement can be well approximated by a diffusion equation. In Sec. 3.4, we use transverse dunes to illustrate in more details the impact of avalanches and diffusion on the dynamics of dune-fields.

3.3.3 Morphodynamics of a population of barchan dunes

In order to study the formation and the evolution of a population of barchan dunes, $9 \cdot 10^5$ sedimentary cells are randomly distributed on a square ground plane of side length $L_s = 10^3 l_0$. We use periodic boundary conditions and we stop computations when large dunes start to interact with themselves across the entire domain. Under the stationary conditions of the system (flat bedrock topography, constant flow strength and direction), collisions mainly result in the formation of larger structures by amalgamation. As a result, the average size of barchan dunes is always increasing (Fig. 3.9a) and Fig. 3.9a shows three different stages of dune growth. At each stage, as in Fig. 3.1e, we recognize complex dune-dune interaction with collisions, merging, lateral linking as well as repulsion [Kocurek & Ewing, 2005]. Superimposed bedforms are ubiquitous and, as for isolated barchans, the formation and the detachment of smaller barchans along horns are frequent. Such behavior is amplified by collisions and can produce swarms of smaller barchan dunes downstream (Fig. 3.1a). In addition, we can identify zones where the dunes are affected by perturbation of the flow induced upstream by other topographic features. This suggests that dune populations are not only controlled by mass exchanges during collision, but also by long-range interactions related to turbulent flow properties.

At different time and for the different flow strengths, we measure the height H , length L and width W of all the barchan dunes within the dune-field. Fig. 3.9(1) shows that linear relationships fit reasonably well the relations between H , L and W . It follows that the dune aspect ratio H/L can have a constant value with an increasing flow strength and for dunes of different sizes (Fig. 3.9a). Given the level of noise that result from complex dune-dune interactions, this result is not in contradiction with the result shown in Fig. 3.7a. It rather indicates that barchans are not in a steady-state because the dynamic equilibrium between flow and topography is permanently evolving in complex dune-fields. The most stable parameter is the volume of barchan dunes which always scales as the cube of H , L or W , the linear dimensions of the dunes (Fig. 3.9c). In addition, despite the fluctuations induced by collisions, the propagation speed of barchans rescaled by the sediment flux at the crest is inversely proportional to dune height

(Fig. 3.9d). Finally, the best fit of $1/(H + H_0)$ to the data gives a H_0 -value of approximately $1.9l_0$ for all flow strengths.

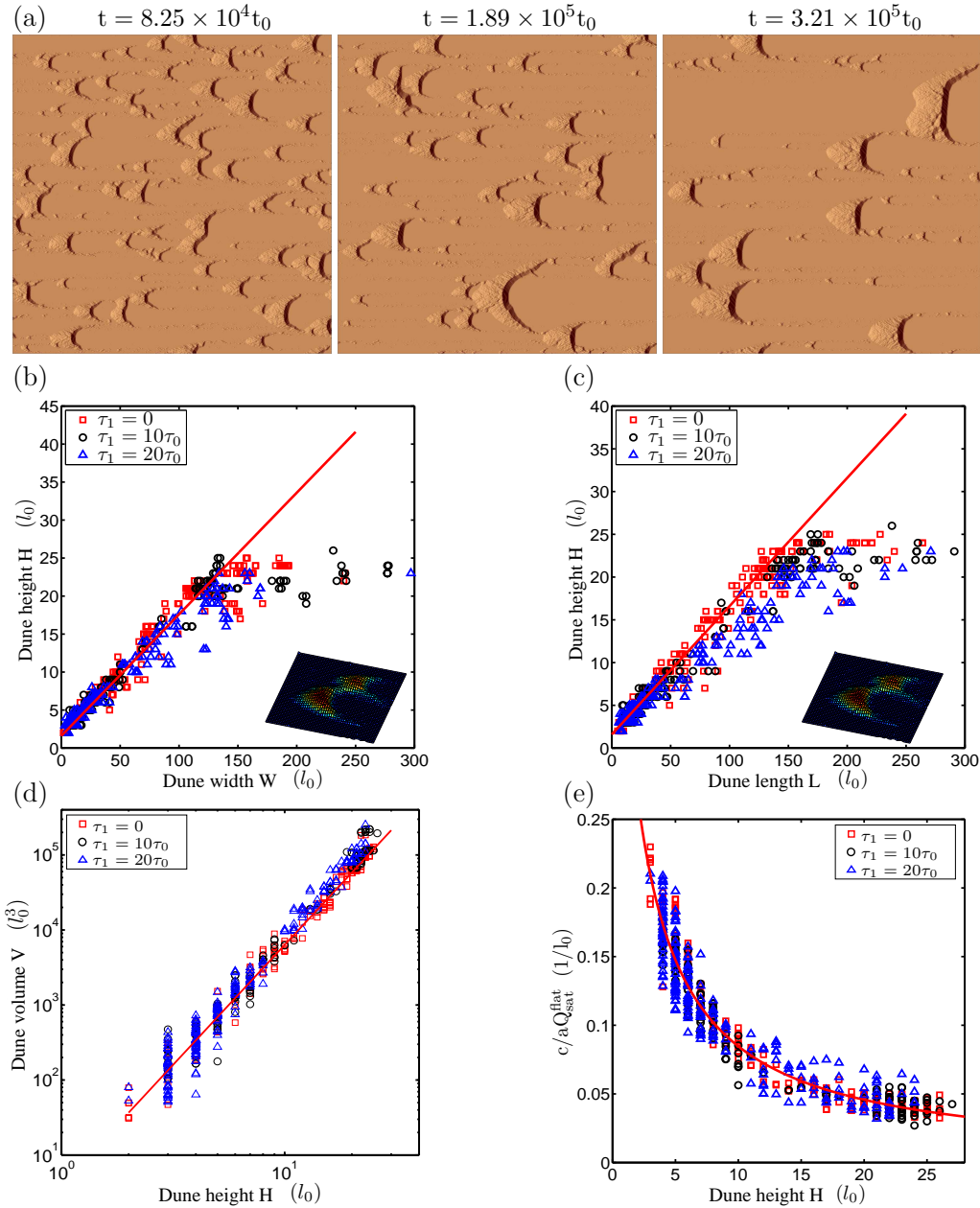


FIGURE 3.9 – Statistical relationships in barchan dune-fields for different flow strengths. (a) Formation and evolution of a barchan dune-field for $\tau_1/\tau_0 = 20$. (b) Dune height as a function of their width : the solid line is the best linear fit, $H = 0.14W + 1.5$. (c) Dune height as a function of their length : the solid line is the best linear fit, $H = 0.16L + 1.6$. As shown in the inset of (b) and (c), lateral linking explains largest width values. (d) Dune volume as a function of their height : the solid line is the best power law fit $V \approx 6.2H^3$. (e) Propagation speed rescaled by the flux at the crest as a function of dune height : the solid curve is the best fit with $c/(aQ_{\text{sat}}^{\text{flat}}) = 1/(H + 1.9)$. Red squares, black circles and blue triangles are for τ_1/τ_0 -values equal to 0, 10 and 20, respectively.

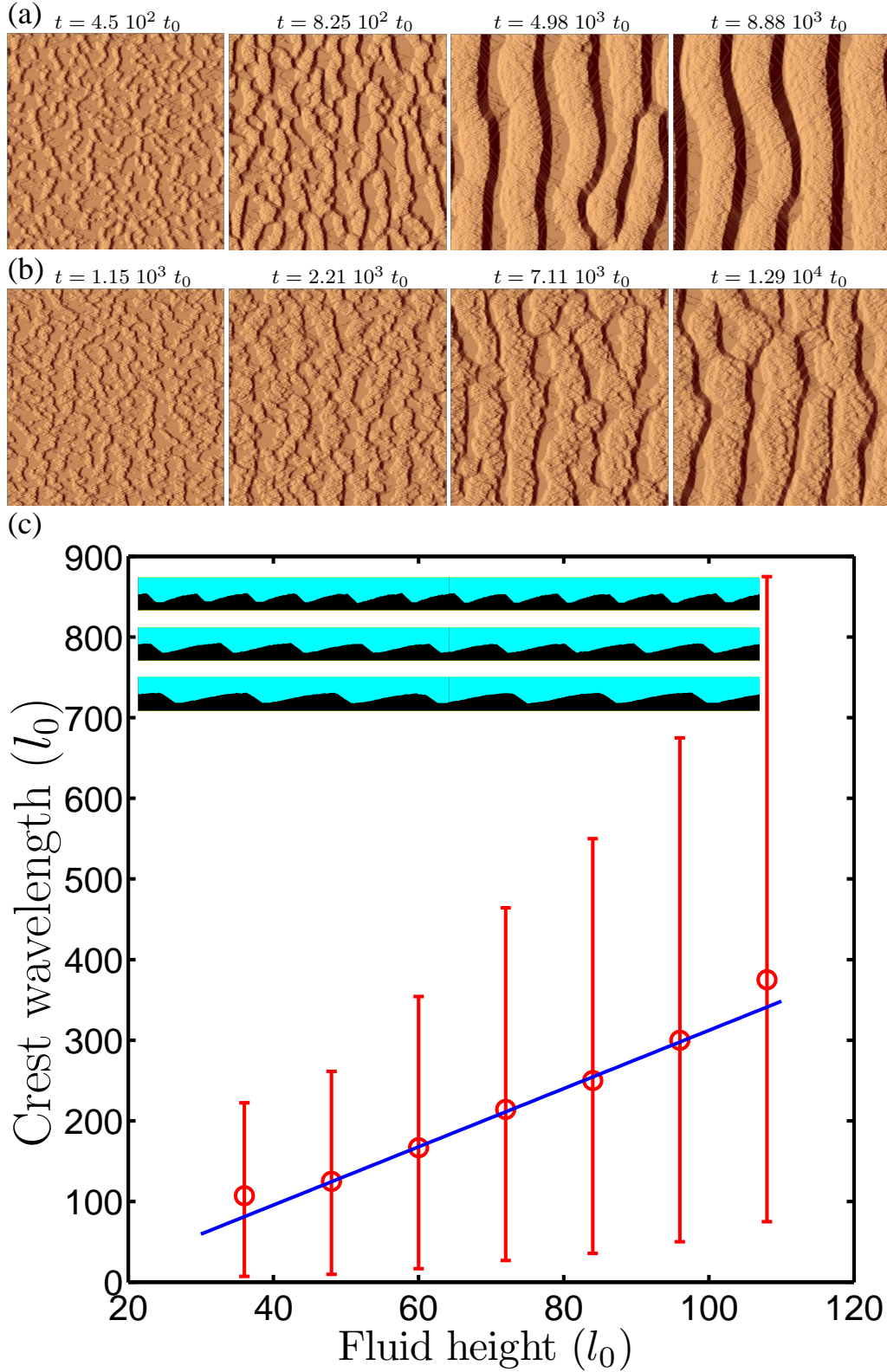


FIGURE 3.10 – Formation and evolution of transverse dune-fields for (a) $\tau_1/\tau_0 = 0$ and (b) $\tau_1/\tau_0 = 20$. (c) The crest-to-crest wavelength of stable transverse dune-fields as a function of flow depth in 2-D simulations. In practice, this wavelength is given by L/n_c where L and n_c are the length of the system and the number of crests in the direction of the flow (here $L = 1.5 \cdot 10^3 l_0$). Error bars correspond to $n_c \pm 1$ crests.

3.4 Morphodynamics of transverse dune-fields

Under uniform and unidirectional flow conditions without surface-limiting factors (e. g. vegetation), there is a continuous transition of barchan into transverse dunes-fields for an increasing sediment availability [*Livingstone & Warren, 1996*]. This is also the case in the model and Fig. 3.10 shows the formation and the evolution of transverse dune-fields for $L_s = 400 l_0$, $H_s = 100 l_0$, periodic boundary conditions and two different flow strengths ($\tau_1/\tau_0 = 0$ in Fig. 3.10a, $\tau_1/\tau_0 = 20$ in Fig. 3.10b). As for barchan dunes, we observe superimposed bedforms and pattern coarsening. However, over long time, transverse dune-fields reach a steady state that can be characterized by a mean amplitude, a crest-to-crest wavelength and a crestline sinuosity.

Here, it is important to note that the stabilizing process responsible for the limitation of dune size is not sediment availability. During the numerical simulations, transverse dunes always propagate on a deep layer of sedimentary cells and the solid bedrock is never exposed to the flow. Then, the key element for the limitation of dune size is the top boundary layer [*Andreotti et al., 2009*]. In fact, using a flat ceiling with a free-slip boundary condition, transverse dunes cannot grow indefinitely because of the confinement of the flow. Then, for an infinite sediment availability, the characteristic wavelength and the amplitude of steady state transverse dune-fields can be directly related to the average depth of the flow (Fig. 3.10c).

In the model, we observe that the sinuosity of crest lines strongly depend on the value of the lateral diffusion coefficient. For smaller value, when transverse fluxes are reduced, the bedforms three dimensionality increases because of defect migration and termination creation. Inversely, an increase of lateral fluxes limit height difference between two adjacent layers of cells and tend to form 2-D transverse dune-fields (i. e. regular crestlines perpendicular to the flow).

Fig. 3.11 shows typical transverse dune patterns with respect to the Λ_d and τ_1 -values to investigate the effect of diffusion and flow strength, respectively. In all cases, transverse dune-fields are in a quasi-stationary steady-state and, as in Fig. 3.10, the solid bedrock composed of neutral cells is never exposed to the flow. Overall, Fig. 3.11 shows that bedform three dimensionality is increasing with a decreasing diffusion rate and a decreasing flow strength. If the role of diffusion is straightforward from what has been said in the previous paragraph about lateral sediment motion, the influence of flow strength on bedforms is less direct because it involves the retroaction between flow velocity and dune morphology as well as the lateral spreading of avalanches. Two behaviors in particular have to be highlighted. (1) Dune height is greater under higher flow conditions. (2) The size of avalanches tends to increase with the size of the dune and there is therefore a positive correlation between dune height and lateral flux of sediment on the lee face slope. Combining these two behaviors, lateral flux of sediment increases with an increasing flow strength (i. e. lower τ_1 -value). Then, as for a decreasing diffusion rate, there is also a clear transition from 3-D to 2-D transverse dune fields when the flow velocity increases.

3.5 Concluding remarks

The present study focus on the morphodynamics of superimposed bedforms produced under unidirectional and confined flow conditions by a CA dune model. This model can be described as a real-space CA because the only information stored on each individual cell is a physical state which locally represents the different phases involved in the mechanics of sediment transport. In contrast with numerical methods that solve partial differential equations using a whole set of

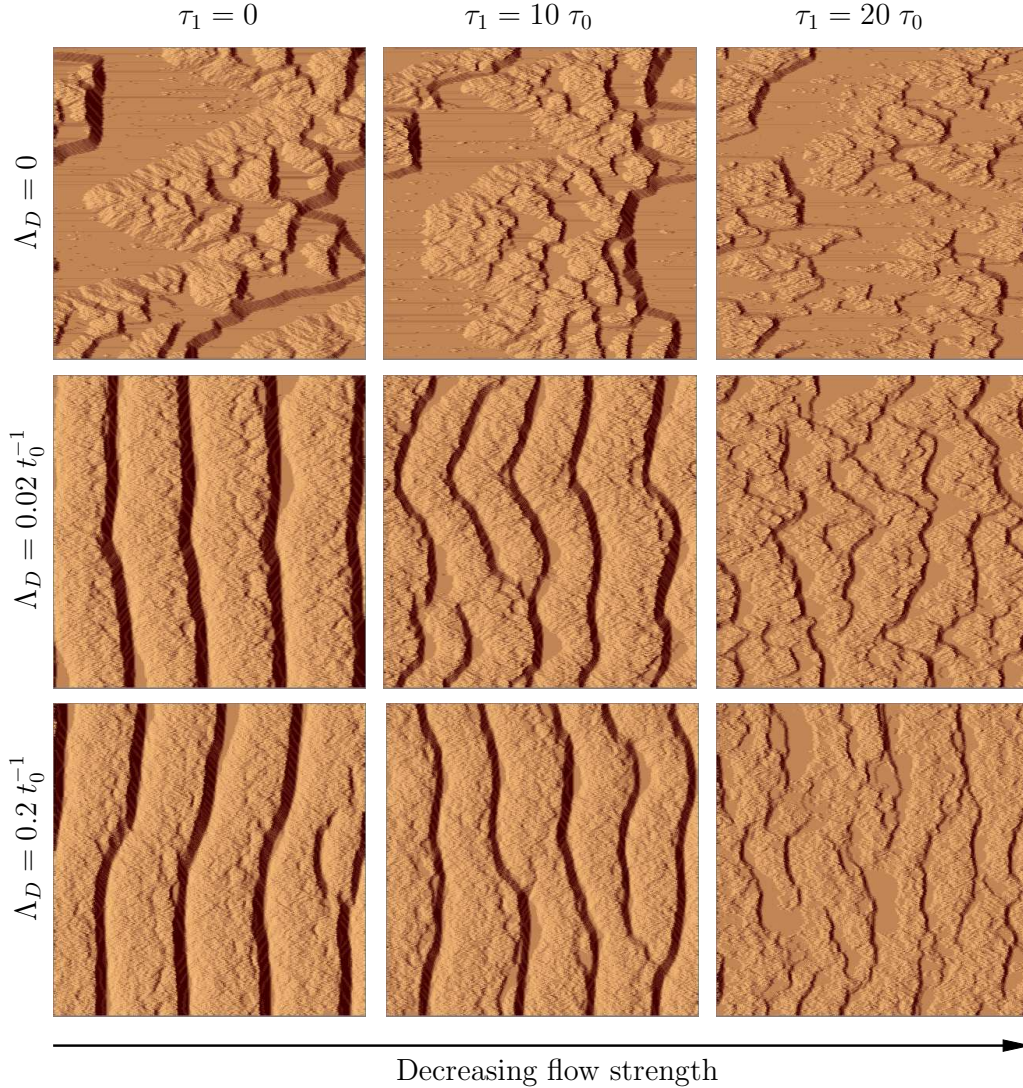


FIGURE 3.11 – Stable transverse dune fields as a function of Λ_d and τ_1 . Thus, we investigate the influence of diffusion (Λ_d) and flow strength (τ_1). Note the transition between 3-D and 2-D transverse dune fields as the lateral flux of sediment is increasing (see text for explanation).

physical variables, the real-space representation technique offers the opportunity to implement codes which are entirely based on a combination of interactions between the elements of the system over time. Moreover, as for the continuous methods, we are also able to describe the entire system in terms of well-defined physical quantities (e. g. bed shear stress, sediment flux). Using them, we show that emergent behaviors of our system satisfy relations based on the current understanding of the mechanics of sediment transport. Then, in order to compare the output of the model with specific dune features in natural environments, we try to isolate the effect of different factors on the statistical steady-state of dune-fields. Namely, we first concentrate on sediment availability, flow strength, flow depth and lateral sediment motions.

In the model, the amount of lateral sediment motion determines the stable shape of barchan dunes and transverse dune-fields. In nature, these lateral motions involve a large variety of physical processes including grain-grain collisions and 3-D turbulent fluid flows [*Hersen, 2004; Sauermann, 2001; Schwämmle & Herrmann, 2005*]. In our numerical simulations, the diffusion

rate combines all these processes together in a single parameter Λ_d . As a consequence, this parameter may be related to the flow strength as well as to any other parameter that participates to transport. For the sake of simplicity, we do not introduce such relations here; we prefer consider Λ_d as a constant. Nevertheless, different types of dependences of diffusion rate on flow velocity can be envisioned from the dune-field features exposed in Fig. 3.11. Interestingly, such dependences may lead to either an increase or a decrease of the three dimensionality of bedforms. However, the quantitative analyses of defect propagation in transverse dune-fields require an independent study in which the role of the top boundary layer in relation with the sediment availability needs to be addressed.

In our numerical simulations, the stability of transverse dune-fields results from a limitation in dune-size. Without such a limitation, pattern coarsening, termination creation and defect propagation lead to different dune features according to sediment availability.

(1) For an infinite amount of sediment, the only stable feature is a unique transverse dune with a height proportional to the size of the system. (2) If there is a limited amount of sediment, the bedrock will be exposed to the flow and the transverse dune-fields will ultimately transform into a finite number of giant barchan dunes.

This is for example the case for all transverse dune-fields produced by the Werner's CA dune model or any other model that does not encompass a direct control of the flow on transport properties. Analyzing the steady-state transverse dune-fields produced by our model, we show that the crest-to-crest wavelength scales linearly with flow depth. Given the free-slip boundary conditions at the top of the system, this limitation in dune-size results from the acceleration of the flow induced by the confinement as well as from changes in the distribution of the bed shear in the neighbourhood of the crests during dune growth. Nevertheless, the underlying physical mechanism responsible for this stabilizing process is not in the scope of this paper because it is likely that a full answer will require a dedicated study. In fact, an important element of the challenge is that hydrodynamical properties and the stability of the fluid-bed interface needs to be explored using a free boundary layer at the top of the system [*Kennedy, 1963; Andreotti et al., 2009*].

A fortiori, the role of flow depth is also critical for the stability of barchan dunes. However, the results presented here for barchan dunes have been obtained with a flow depth much higher than dune height in order to eliminate the effect of confinement. Then, we observe that steady-state barchan dunes are not scale invariant : their shape depend on flow strength and dune size. These changes in dune shape affect the dynamical behavior of dunes if, as predicted by *Jackson & Hunt [1975]*, the change in bed shear stress between the ground and the crest is directly proportional to the aspect ratio of the dune. Actually, this hydrodynamic property seems to be valid in our model despite rather large dune aspect ratios ($H/L > 0.1$) and the existence of flow separation zones with recirculation eddies above lee-sides. Hence, the simple scaling $c \sim 1/H$ between dune height and dune velocity is not valid any more. Instead, the migration speed of a steady-state barchan dune has to be inferred from the aspect ratio of the dune as well as from flow velocity and dune height.

Now that we have derived different phenomenological relationships from the outputs of the model, we can use them to quantify different aspects of the mechanics of dunes in nature. For example, we can compare the prediction of our model with some field data gathered by *Elbelrhiti [2005]* on a barchan dune in the South-West Morocco. In this region, the mean wind velocity u_* is approximately of $1.7 u_c$. The dune is 1.5 m tall and has a length of approximately 25 m in a central cross-section parallel to the direction of the wind. The increase in saturated flux from the ground to the crest of the dune is derived from wind velocity measurements. It gives $a \approx 2.75$.

Using only the mean wind velocity and the shape of the dune, we can calculate the a -value predicted by our model. First, we inject $u_*/u_c = 1.7$ in Eq. 3.3 to obtain $Q_{\text{sat}}/Q_{\text{sat}}^0 = 0.65$. Then, from the $Q_{\text{sat}}(\tau_1)$ relationship (see Fig. 7 in *Narteau et al.* [2009]), we determine the corresponding τ_1 -value which is approximately of $8 \tau_0$. Second, we find $\tau_s^{\text{crest}}/\tau_s^{\text{flat}} \approx 2.6$ by injecting the aspect ratio of the dune in Eq. 3.5. Finally, we use Fig. 3.8a to read the a -value that corresponds to these specific values of τ_1 and $\tau_s^{\text{crest}}/\tau_s^{\text{flat}}$. Here, we find $a = 2.8$, a value which is in perfect agreement with the field data. We can repeat the same comparison using the data collected by *Sauermann et al.* [2003] in northeastern Brazil on a much larger dunes : $L = 200$ m, $H = 34$ m, $u_*/u_c = 1.29$, $u_* = 0.36 \text{ m s}^{-1}$, $q_{\text{sat}}^{\text{crest}} \approx 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ and $a = q_{\text{sat}}^{\text{crest}}/q_{\text{sat}}^{\text{flat}} \approx 4.1$ (note that, as suggested by the authors, we use the relation between the shear velocity and the saturated sand flux proposed by *Sørensen* [1991] to estimate $q_{\text{sat}}^{\text{flat}} = 7.66 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$). Injected in our model, this dune morphology and this wind velocity correspond to $\tau_s^{\text{crest}}/\tau_s^{\text{flat}} = 3.2$ and $\tau_1 = 14 \tau_0$, respectively. In Fig. 3.8a, we read $a = 3.7$, a value which is again in reasonable agreement with observations. Finally, to get a third example and see if there is any tendency in the variation of the a -value, we compare the prediction of the model with a barchan dune in Mauritania studied by *Ahmedou et al.* [2007] : $L = 45$ m, $H = 3.4$ m, $u_*/u_c = 1.5$ and $a = q_{\text{sat}}^{\text{crest}}/q_{\text{sat}}^{\text{flat}} \approx 3$. In this case, we obtain $\tau_s^{\text{crest}}/\tau_s^{\text{flat}} = 2.6$, $\tau_1 = 11 \tau_0$ and $a = 3.02$, a value which is almost the same as the value inferred from the field data.

From direct measurements of sand flux on the stoss slope of a barchan dune, [*Lancaster et al.*, 1996] observe that the a -value tends to increase with a decreasing flow velocity. Our model (Fig. 3.8a) and the data analyzed in the previous paragraph confirm this observation. In addition, from the best fit of the dune height-velocity relationship in the model, we obtain a H_0 -value of approximately $1.7 l_0$. For aeolian dune-fields in arid desert on Earth and a mean grain diameter of $180 \mu\text{m}$, we have $l_0 \approx 0.5$ m [*Narteau et al.*, 2009]. In this case, the H_0 -value predicted by the model is consistent with the value of 0.87 m obtained by *Elbelrhiti et al.* [2005] from the dune height-velocity relationship in South-West Morocco. Furthermore, as for this specific set of data, we also find that, in the model, the H_0 -values for barchan dunes and superimposed bedforms are the same.

An originality of the model is to produce a hierarchy of dune features (Fig. 3.8c). We show that there is no difference in the morphodynamics of these different generation of dunes, and, because they result from the same instability, we can directly compare the initiation of bedforms on a flat bed with the formation and growth of secondary bedforms on upstream faces of larger dunes. Not surprisingly with respect to what have been learned from primary dunes, the morphodynamics of secondary bedforms may also vary according to flow strength and dune shape. For example, higher flows produce steeper slopes and superimposed bedforms may be blurred. Hence, large dunes in the model do not always have secondary bedforms (Fig. 3.11). In nature, where flow strength is highly variable over time, short period of very high flow may therefore limit the occurrence of superimposed bed forms on larger dunes as well. Furthermore, many small to medium sized dunes in the field do not exhibit prominent secondary structures. This is also the case in our model for dunes which have a total length smaller than twice the characteristic length scale λ_{max} for the formation of dune ($\lambda_{\text{max}} \approx 40 l_0 \approx 20$ m). In fact, in this case, the face exposed to the flow is too small to observe the emergence and growth of a dune pattern.

Our numerical results show that individual barchan dunes are not likely to reach a steady-state in dune-fields where complex dune-dune interactions and turbulent flow properties produce non-stationary input/output sediment fluxes. We infer that this unstable state should be rein-

forced in natural dune-fields where dunes are permanently subject to change in direction and strength of the flow. Nevertheless, now that we have quantitatively characterized steady-state regimes in the model, we can use them to describe transient behaviors in dune-fields. Then, we should be able to identify different ingredients that may control the quasi-stationary steady-state of barchan dune-fields in nature. More generally, because we now understand the role of diffusion, the effect of flow strength and how to limit dune-size in the model, we can use it under specific conditions to reproduce specific dunes features in different geophysical environments.

CHAPITRE 4

ÉCOULEMENT, FLUX SATURÉ ET BARKHANES, CARACTÉRISATION DES ÉTATS STATISTIQUEMENT STATIONNAIRES DU MODÈLE

Chaque modèle numérique a des caractéristiques qui lui sont propres et qui contrôlent, d'une manière ou d'une autre, les comportements macroscopiques qu'il est capable de reproduire. Nous présentons ici quelques-uns des états statistiquement stationnaires de notre automate cellulaire dans le but de pouvoir, un jour, comparer les équilibres dynamiques de notre modèle stochastique aux mesures de terrains et aux solutions stables des modèles déterministes.

4.1 Caractérisation de l'écoulement

Dans notre automate cellulaire, nous utilisons une technique de gaz sur réseau pour modéliser l'écoulement dans des couches de cellules verticales parallèles à la direction de l'écoulement. Si ces différentes couches sont complètement indépendantes d'un point de vue aéro/hydrodynamique, le transport prend, lui, en compte des aspects 3D. En effet, le calcul de la contrainte de cisaillement se fait perpendiculairement à la surface. Il est donc le résultat d'une interpolation au travers de plusieurs tranches de gaz sur réseau lorsque la normale à la topographie a une composante transverse à la direction principale de l'écoulement.

Les modèles de gaz sur réseau se construisent à partir d'un nombre restreint de particules qui sont entièrement caractérisées par leurs positions et leurs vecteurs quantité de mouvement (voir Sec. 2.3.2). La densité de cellules est un paramètre essentiel car elle est directement reliée à la viscosité du fluide et donc au nombre de Reynolds (Eq. 1.1). D'autre part, deux particules ne pouvant demeurer simultanément au même endroit, il existe, pour chaque itération du modèle, une probabilité d'avoir ou non une particule à un endroit donné. Par conséquent, la vitesse locale obtenue par moyennage spatio-temporel est donc, elle aussi, une variable aléatoire.

La Fig. 4.1 caractérise le profil de vitesse et la contrainte de cisaillement sur lit plat. Si l'on voit que la loi du mur est globalement respectée, celle-ci ne s'étend pas jusqu'au lit. Il existe toujours une rugosité résiduelle de l'ordre de quelques cellules. Pour cette raison, nous mesurons

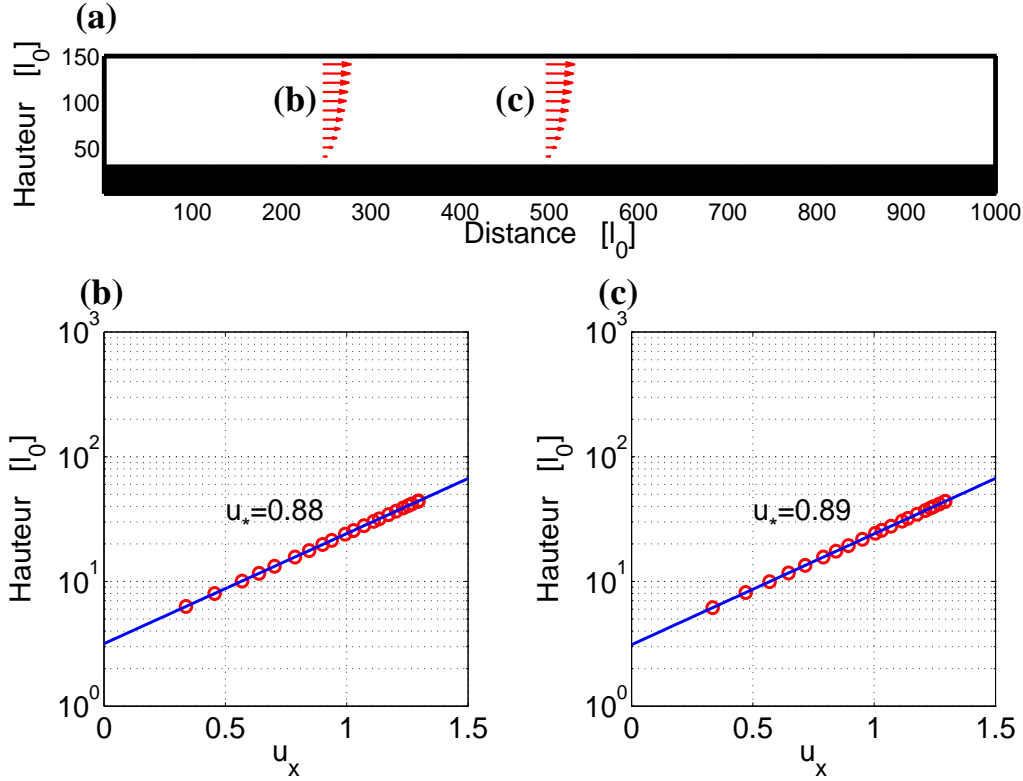


FIGURE 4.1 – **Profil de vitesse et cisaillement sur lit plat** (a) Profil de vitesse en fonction de la hauteur en deux points. (b-c) Lois du mur logarithmiques dont les pentes donnent directement la vitesse de cisaillement. Dans le modèle, la vitesse est calculée à partir des vecteurs quantité de mouvement des particules du gaz sur réseau et d'un moyennage spatio-temporel utilisant une maille carrée de 5×5 cellules et 25 itérations temporelles. Malgré ce moyennage, les deux exemples montrent que la vitesse de cisaillement reste une variable aléatoire. Comme le montre l'ordonnée à l'origine, le terme représentant la rugosité est au minimum de l'ordre de quelques cellules, même sur lit plat.

le cisaillement sur des épaisseurs supérieures à 5 cellules. Les Figs. 4.1b et 4.1c montrent aussi que la vitesse de cisaillement est une variable aléatoire. Afin d'en caractériser les propriétés statistiques, nous étudions les variations du profil de vitesse au cours du temps en un point (Fig. 4.2a) et le long du lit sur le même intervalle de temps (Fig. 4.2b). Dans les deux cas, nous observons que les profils de la moyenne et de l'écart-type des vitesses sont les mêmes (Figs. 4.2c et 4.2d), et que la distribution suit approximativement une loi normale (Figs. 4.2e et 4.2f). La distribution de la vitesse est donc ergodique. Ceci nous permet de statistiquement quantifier les taux d'érosion sur lit plat dans notre modèle. En effet, si l'on considère que nous avons une loi normale pour la vitesse et la contrainte de cisaillement, le taux d'érosion devient

$$\langle \Lambda_e \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{N}(\mu_{\tau_s}, \sigma_{\tau_s}) \Lambda_e(\tau_s) d\tau_s.$$

Dans cette équation $\mathcal{N}(\mu_{\tau_s}, \sigma_{\tau_s})$ est la loi normale qui décrit le cisaillement basal sur lit plat. $\Lambda_e(\tau_s)$ est donné par l'Eq. 2.2 et incorpore l'effet de la force du vent au travers d'un seuil de mise en mouvement τ_1 .

Sur un lit rugueux, la Fig. 4.3 montre que les propriétés statistiques de la vitesse de cisaillement changent peu. Par contre, il est clair que la rugosité apparente est plus forte et qu'il faut ajouter un terme qui prend en compte l'amplitude des fluctuations topographiques sur le lit.

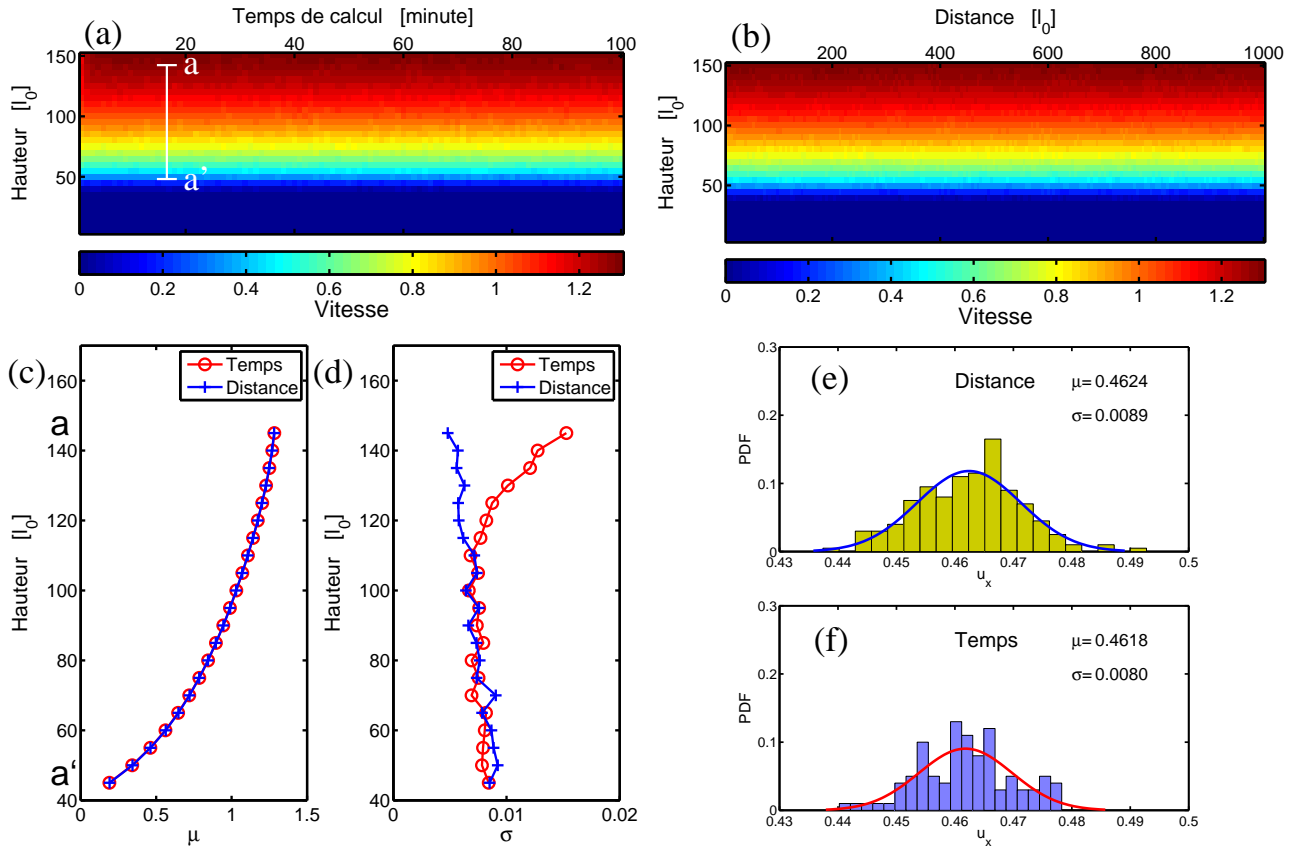


FIGURE 4.2 – **Distribution de la vitesse sur lit plat** (a) Evolution du profil de vitesse en fonction du temps en un point. (b) Evolution du profil de vitesse en fonction de la distance le long du lit. (c) Profil de la moyenne de la distribution des vitesses en fonction du temps et de l'espace. (d) Profil de l'écart-type de la distribution des vitesses en fonction du temps et de l'espace. (e-f) Distribution de la vitesse à $z = 58 l_0$ en fonction du temps de calcul (e) et de la distance (f) pour montrer le caractère normal des fluctuations de vitesse dans les deux cas.

De manière générale, les profils de vitesse sont beaucoup plus difficiles à interpréter en présence de formes dunaires de par la rétroaction de la topographie sur l'écoulement. La Fig. 4.4 montre qu'en amont de la dune le profil de vitesse peut se décomposer en deux lois du mur logarithmiques. En-dessous d'une hauteur qui correspond approximativement à la hauteur de la dune, la pente est forte. Cela confirme la chute de vitesse au niveau du pied de l'obstacle dunaire. Au-dessus, un autre profil montre une très forte accélération de l'écoulement. Au sommet de la dune, si, une fois encore, il est possible de décomposer le profil de vitesse en deux lois du mur logarithmiques, la tendance s'inverse : la vitesse de cisaillement est très élevée et la variation de vitesse est brutale sur la partie basse du profil ; sur sa partie haute, à cause de la présence du plafond et des conditions de glissement, les variations de vitesse sont faibles malgré leur très forte amplitude.

4.2 Caractérisation des flux de sédiment

Notre objectif est ici de quantifier les flux de sédiment et les longueurs de saturation de notre modèle pour ensuite les relier aux taux de transitions qui caractérisent les mécanismes

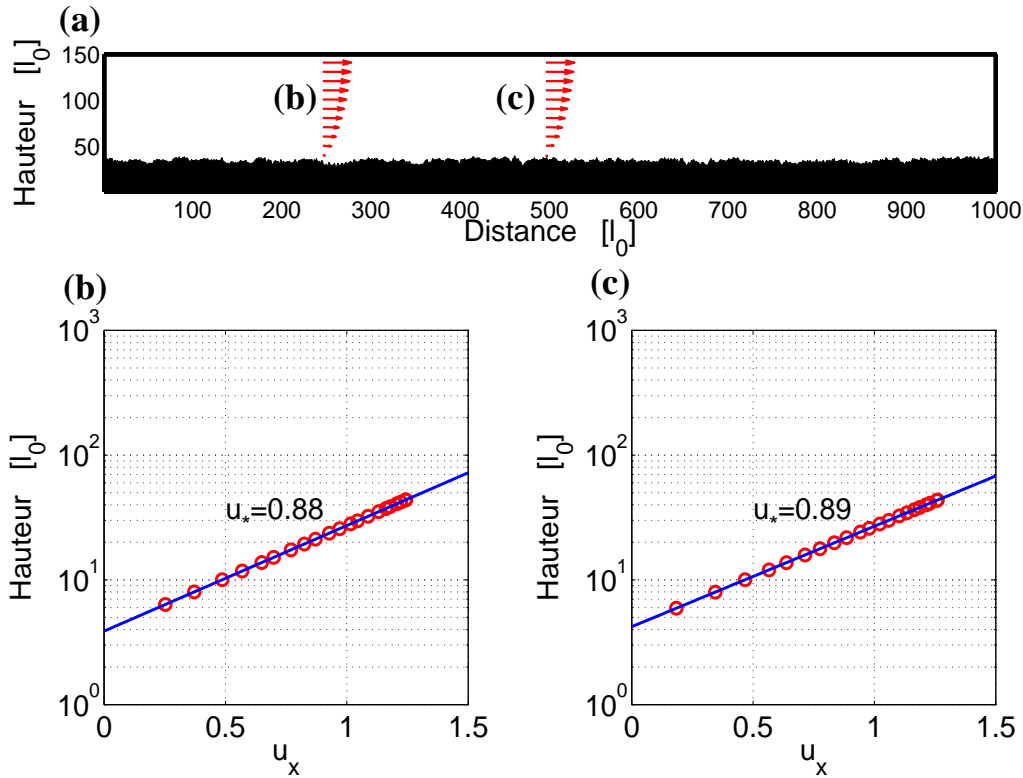


FIGURE 4.3 – **Profil de vitesse et cisaillement sur lit rugueux** (a) Profil de vitesse en fonction de la hauteur en deux points. (b-c) Lois du mur logarithmiques dont les pentes donnent directement la vitesse de cisaillement. Dans le modèle, la vitesse est calculée à partir des vecteurs quantité de mouvement des particules du gaz sur réseau et d'un moyennage spatio-temporel utilisant une maille carrée de 5×5 cellules et 25 itérations temporelles. La vitesse de cisaillement est du même ordre de grandeur que sur lit plat (Fig. 4.1). L'ordonnée à l'origine montre que la rugosité est supérieure à celle sur lit plat d'un incrément qui représente l'amplitude des fluctuations topographiques du lit ($\approx 4l_0$).

d'érosion, de transport et de dépôt à l'échelle élémentaire de notre automate cellulaire. Nous pourrions ainsi jouer avec notre paramétrisation pour comparer les résultats de nos simulations aux prédictions des modèles théoriques et aux mesures faites sur le terrain ou au laboratoire [Elbelrhiti et al., 2005; Andreotti et al., 2010].

Pour mesurer nos flux, nous adoptons ici le même protocole expérimental que celui proposé par Bagnold [1941]. Comme le montre la Fig. 4.5a, la condition initiale est un lit plat composé d'une couche très épaisse de sédiment. Ce lit sédimentaire est précédé d'un lit plat non érodable au-dessus duquel le flux de sédiment est nul. Lorsque l'écoulement, vierge de tout transport, arrive sur la partie érodable du lit, il se charge en sédiment. Le principe de l'expérience consiste alors à mesurer le flux de sédiment en fonction de la distance dans la direction de l'écoulement. En pratique, cette expérience est extrêmement délicate à mettre en place au laboratoire ou sur le terrain, en particulier parce qu'il est très difficile de maintenir un lit plat sur des échelles de temps suffisamment longues. En effet, on observe très rapidement

- la formation d'un front d'érosion au niveau de la discontinuité entre les zones érodables et non érodables du lit.
- la formation de structures sédimentaires telles que des rides ou des dunes.

Le même problème existe dans nos simulations. Il y est même plus marqué à cause du rapport entre notre échelle élémentaire ($l_0 \approx 0.5\text{m}$) et la taille des grains de sable dans la nature

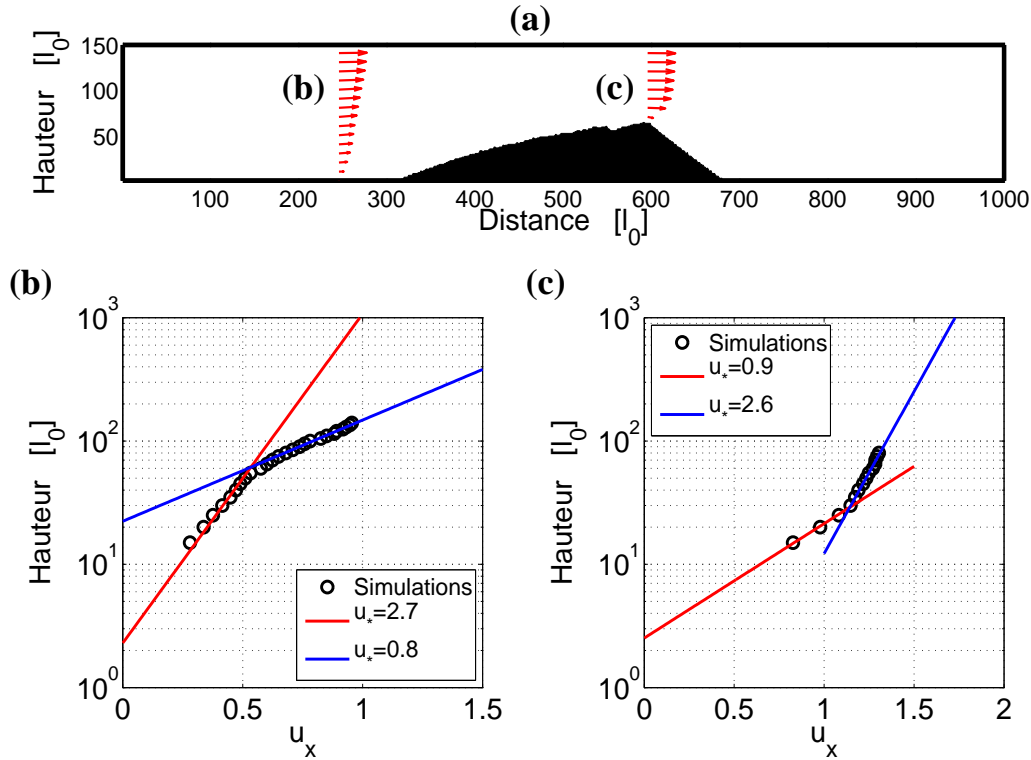


FIGURE 4.4 – Profil de vitesse et cisaillement en amont et au sommet d’une dune géante. (a) Profil de vitesse en amont et au sommet d’une dune géante. (b) Loi du mur logarithmique devant la dune : la vitesse de cisaillement est de faible intensité et on observe une forte discontinuité à une hauteur proche de celle de la topographie avoisinante. (c) Loi du mur logarithmique au sommet de la dune géante : la vitesse de cisaillement est très élevée et, une nouvelle fois, on observe une forte discontinuité à mi-hauteur. Au-dessus de cette discontinuité, l’amplitude de la vitesse croît beaucoup plus lentement mais reste très élevée sur une très grande épaisseur. Il s’agit très clairement de l’effet de la réduction de section d’un fluide confiné entre deux parois, en l’occurrence la topographie dunaire et le plafond.

($d \approx 200\mu\text{m}$). L’amplitude des plus petites variations de rugosité joue donc en notre défaveur dans le modèle. Par chance, notre approche numérique offre l’opportunité de contourner cet obstacle.

4.2.1 Un modèle épuré

Pour que les fluctuations topographiques du lit ne jouent aucun rôle, nous simplifions l’automate cellulaire de transport sédimentaire en n’utilisant qu’un nombre réduit de transitions de doublets (Fig. 4.6). Ce nouveau jeu de transitions présente l’énorme avantage de préserver la géométrie initiale du lit composé de cellules de sédiment stable. Par contre, il ne respecte le principe de conservation de la masse que si les cellules de sédiment mobile sont de densité nulle. Nous adopterons donc de manière transitoire cette hypothèse de travail. De manière imagée, elle consiste à admettre qu’à chaque fois qu’un grain se fait arracher et rentre en mouvement, il est immédiatement remplacé par un grain immobile ayant exactement les mêmes propriétés physiques. Par symétrie, lorsqu’un grain mobile se met au repos, il est immédiatement éliminé de la surface du lit sédimentaire. Dès lors, l’écoulement n’est perturbé que par le transport sédimentaire et ne subit pas l’influence de l’évolution de la topographie du lit. On peut ainsi se concentrer sur les mécanismes de mise à saturation de l’écoulement, sur l’évolution des

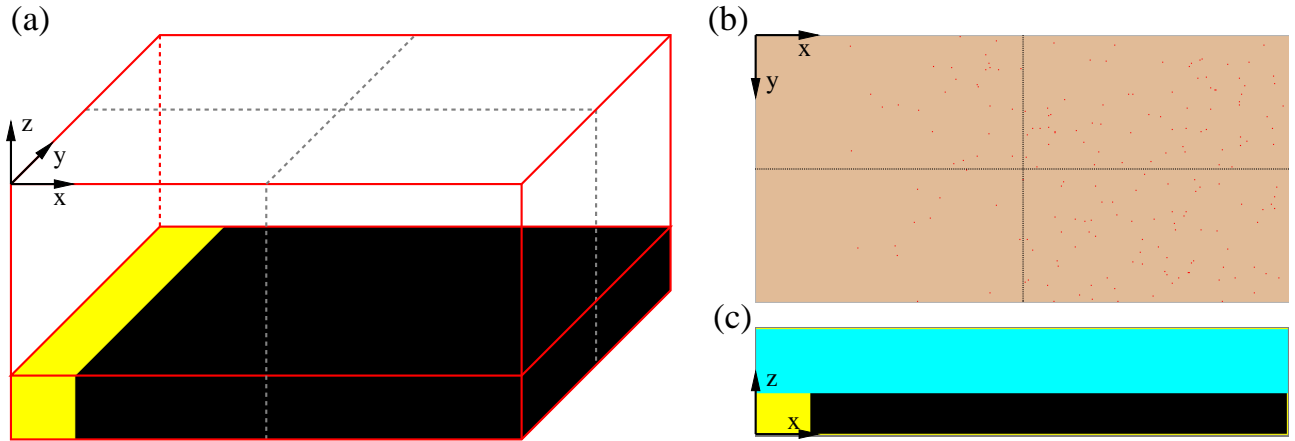


FIGURE 4.5 – L’automate cellulaire de transport sédimentaire pour l’étude de l_{sat} et Q_{sat} . (a) Condition initiale en 3D; par souci de lisibilité, les cellules fluides et les cellules neutres qui composent le plafond sont transparentes. (b) Topographie et cellules de sédiment mobile au temps t . Notez le nombre croissant de cellules de sédiment mobile dans le sens de l’écoulement. (c) Coupe centrale dans la direction de l’écoulement.

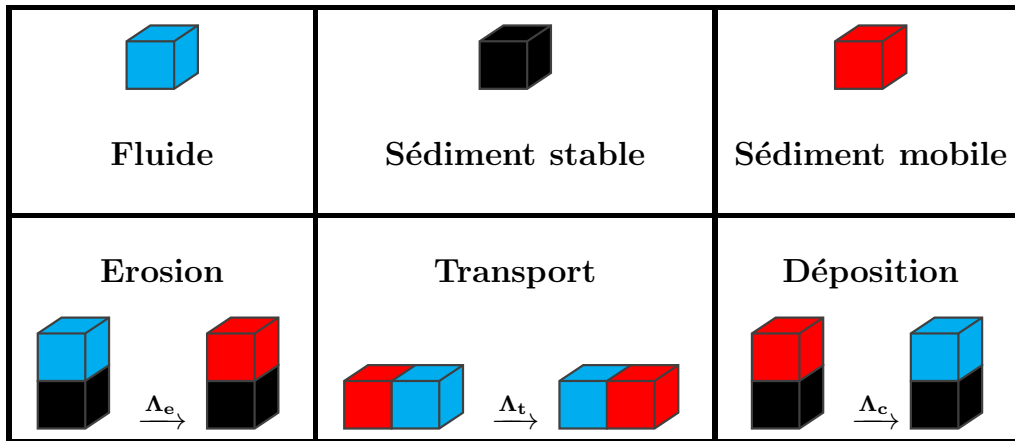


FIGURE 4.6 – Un modèle épuré. L’automate cellulaire de transport sédimentaire destiné au calcul de l_{sat} et Q_{sat} . Nous ne conservons qu’une transition pour les processus d’érosion, de transport et de déposition. $\{\Lambda_e, \Lambda_t, \Lambda_c\}$ sont des taux de transitions qui ont l’unité d’une fréquence $1/t_0$.

contraintes de cisaillement ou encore sur les mécanismes d’écrantage ou d’armage dynamique susceptibles de limiter l’érosion de la partie stable du lit. D’un point de vue théorique, la simplicité du nouvel automate cellulaire de transport sédimentaire nous permet aussi de dériver un certain nombre de relations analytiques permettant d’exprimer différentes variables physiques en fonction des paramètres du modèle (i. e. $\{\Lambda_e, \Lambda_t, \Lambda_c\}$).

Au début de chaque simulation, nous stabilisons l’écoulement du gaz sur réseau dans la partie fluide de l’automate cellulaire. Ensuite, lorsque l’équilibre aéro/hydrodynamique est atteint (Figs. 4.1 et 4.2), nous activons les transitions de doublets (Fig. 4.6) et comptons le nombre de transitions de transport à la verticale de chacune des cellules qui composent le lit. En intégrant ces nombres de transitions dans la direction perpendiculaire à l’écoulement et sur le temps de mesure, nous estimons les flux de sédiment dans la direction de l’écoulement. La Fig. 4.7 montre les premiers résultat pour $\Lambda_e t_0 = 4 \cdot 10^{-5}$, $\Lambda_t t_0 = 50$, $\Lambda_d t_0 = 2$. Au-dessus de la zone érodable

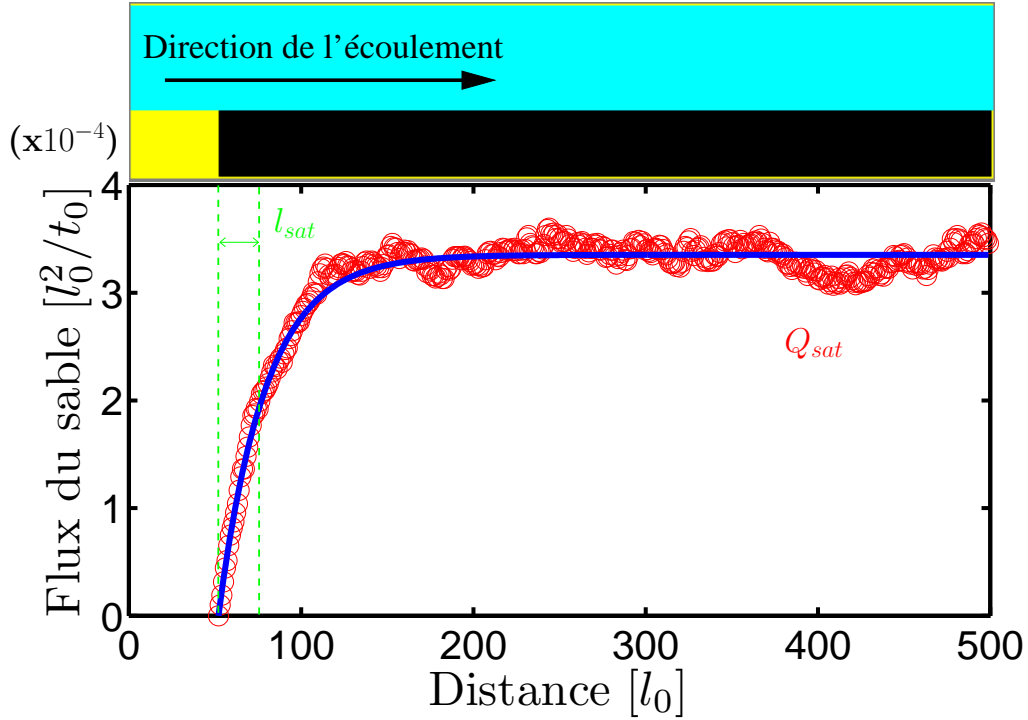


FIGURE 4.7 – **Longueur de saturation et flux saturé dans le modèle.** Evolution du flux de sédiment dans la direction de l'écoulement lorsqu'un fluide ne transportant rien s'écoule au-dessus d'un lit sédimentaire (ronds rouges). La discontinuité entre la zone non érodable et le lit sédimentaire se situe à $x_0 = 50 l_0$. La courbe bleue est la meilleure approximation par un processus de relaxation exponentielle de la forme $q(x) = Q_{\text{sat}}(1 - \exp(-(x - x_0)/l_{\text{sat}}))$. Ainsi, le flux converge vers sa valeur d'équilibre $Q_{\text{sat}} = 3.4 \cdot 10^{-4} l_0^2/t_0$ sur une longueur caractéristique $l_{\text{sat}} = 25 l_0$.

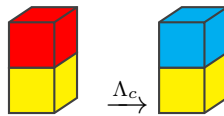
(i. e. $x > x_0$), nous observons que le flux se stabilise vers une valeur d'équilibre Q_{sat} sur une distance caractéristique l_{sat} . La qualité de l'approximation par une loi de la forme

$$Q(x) = Q_{\text{sat}} \left(1 - \exp\left(-\frac{x - x_0}{l_{\text{sat}}}\right) \right) \quad (4.1)$$

montre que nous avons bien un processus de relaxation exponentielle. Nous discutons ci-dessous les valeurs de Q_{sat} et l_{sat} en fonction des paramètres du modèle.

4.2.2 La longueur de saturation

Afin de mieux appréhender l'origine de l_{sat} dans notre modèle, nous prenons la même condition initiale que dans l'expérience numérique précédente, mais nous ajoutons en aval une partie non érodable. Techniquement, il est aussi nécessaire d'ajouter une nouvelle transition de doublet



pour que cette partie non érodable ait les mêmes propriétés de dépôt que le lit de sédiment stable (voir la transition de dépôt dans la Fig. 4.6). La Fig. 4.7 montre comment la charge sédimentaire s'annule lorsque l'écoulement atteint la zone non érodable en $x = x_1$. Sans surprise, une loi de

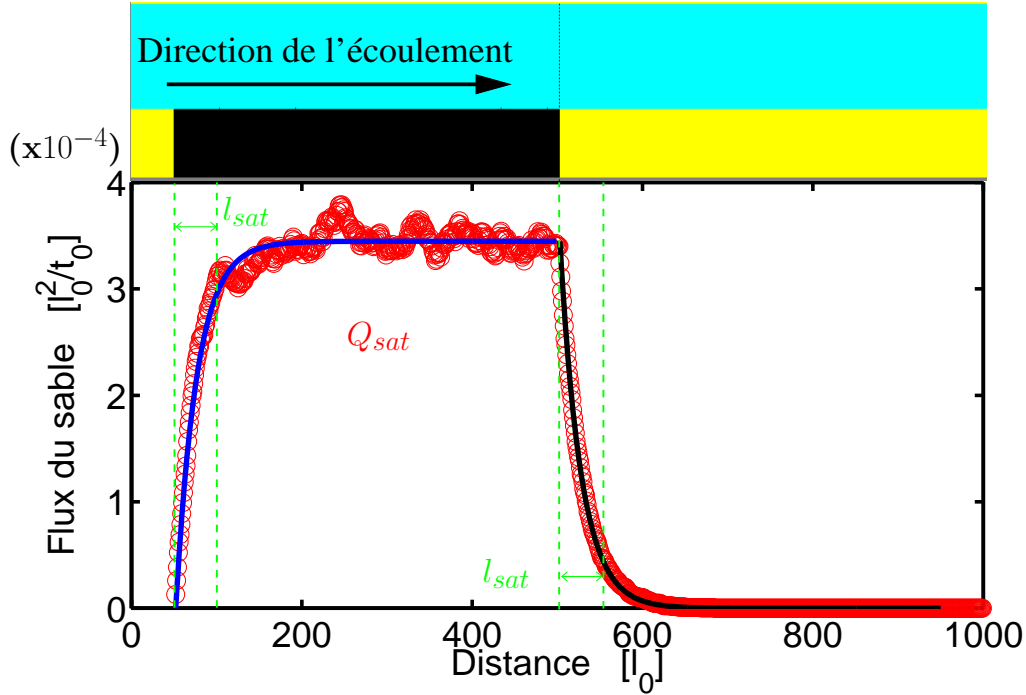


FIGURE 4.8 – **Charge et décharge sédimentaire dans le modèle.** Evolution du flux de sédiment dans la direction de l'écoulement lorsqu'un fluide ne transportant rien s'écoule au-dessus d'un lit sédimentaire puis de nouveau au-dessus d'un lit non érodable (ronds rouges). Les discontinuités entre les zones non érodables et le lit sédimentaire se situent à $x_0 = 50 l_0$ et $x_1 = 500 l_0$. Pour $x_0 \leq x \leq x_1$, la courbe bleue est la meilleure approximation par un processus de relaxation exponentiel de la forme $q(x) = Q_{\text{sat}}(1 - \exp(-(x - x_0)/l_{\text{sat}}))$. Ainsi, le flux converge vers sa valeur d'équilibre $Q_{\text{sat}} = 3.4 \cdot 10^{-2} l_0^2/t_0$ sur une longueur caractéristique $l_{\text{sat}} = 25 l_0$. Pour $x \geq x_1$, la courbe noire est la meilleure approximation par un processus exponentielle de la forme $q(x) = Q_{\text{sat}} \exp(-(x - x_1)/l_{\text{sat}}^1)$. Ainsi, la charge sédimentaire se dissipe sur une longueur caractéristique $l_{\text{sat}} = l_{\text{sat}}^1$. Il y a donc une symétrie parfaite entre les mécanismes de charge et de décharge sédimentaire.

la forme

$$Q(x) = Q_{\text{sat}} \exp\left(-\frac{x - x_1}{l_{\text{sat}}}\right) \quad (4.2)$$

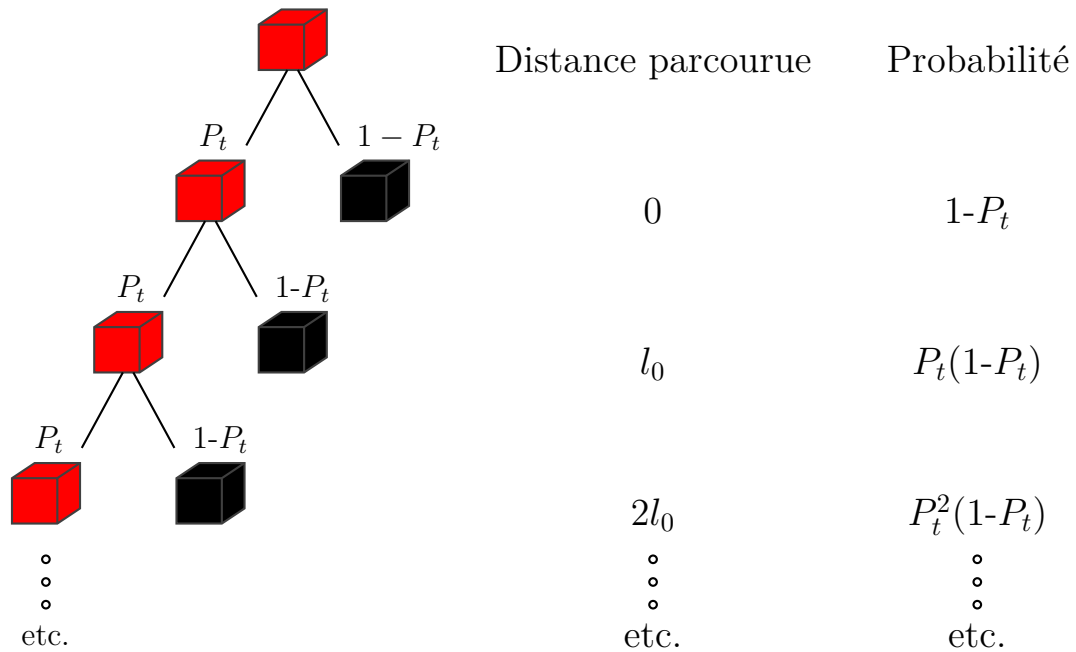
reproduit très bien l'évolution des flux de sédiment pour $x > x_1$. Une nouvelle fois, nous trouvons que la charge sédimentaire relaxe vers sa valeur d'équilibre sur la distance caractéristique l_{sat} . La perte de charge sédimentaire suit donc exactement le même processus de relaxation exponentielle que celui de la remise en charge sédimentaire. Par conséquent, dans notre modèle, la longueur de saturation l_{sat} est une distance caractéristique qui ne représente que la distance moyenne parcourue par une cellule de sédiment mobile.

Essayons de retrouver cette longueur moyenne à partir des paramètres du modèle. En considérant que la distance X parcourue par une cellule de sédiment mobile est une variable aléatoire discrète de densité de probabilité f , nous pouvons écrire

$$l_{\text{sat}} = \langle X \rangle = \sum_{X=0}^{\infty} X f(X). \quad (4.3)$$

Dans notre modèle, une cellule mobile ne peut évoluer que si elle participe à une transition de

(a)



(b)

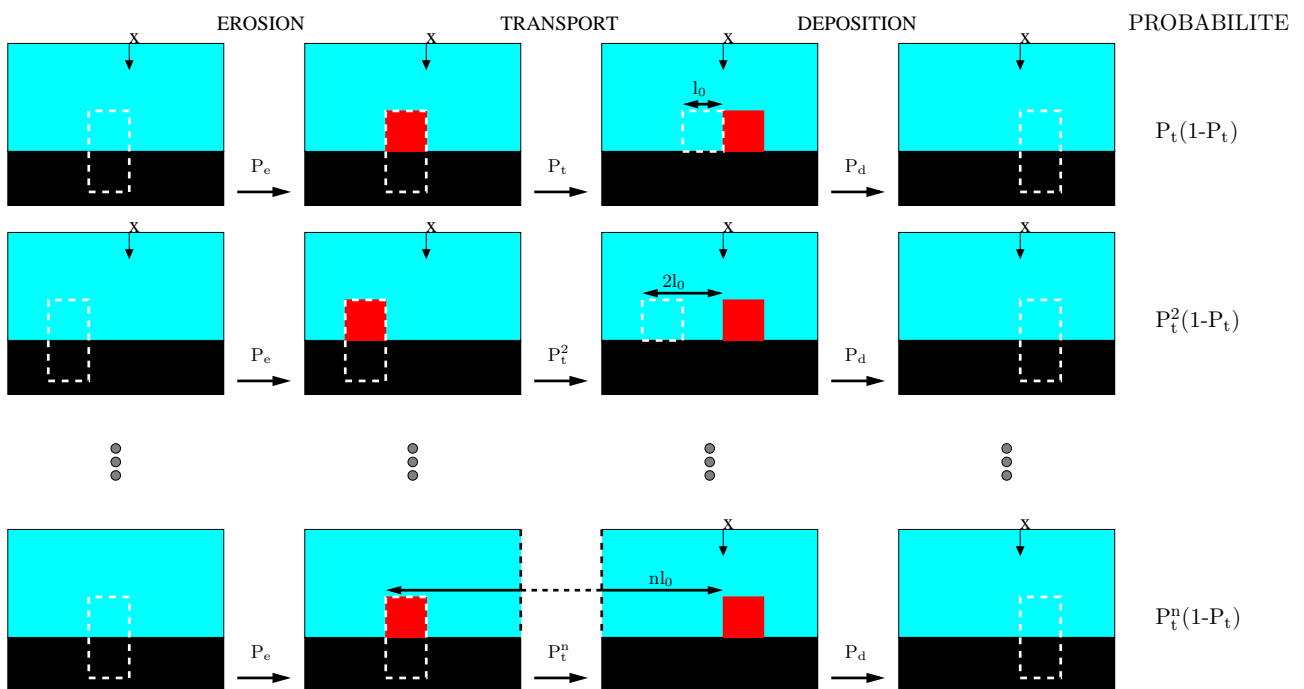


FIGURE 4.9 – Caractérisation du transport au sein de l’automate cellulaire de transport sédimentaire. (a) Arbre de probabilité d’une cellule mobile : lorsqu’une cellule est en mouvement, elle peut opérer une transition de transport avec la probabilité P_t ou devenir stable avec la probabilité $(1 - P_t)$. Elle parcourt donc une distance X avec la probabilité $P_t^X(1 - P_t)$. (b) Du haut vers le bas, les différents exemples montrent les jeux de transitions participant aux flux mesurés en $x = \{1, 2, \dots, n - 1, n\}$. Ils comprennent une transition d’érosion, une transition de déposition et respectivement 1, 2, ..., $n - 1$ et n transitions de transport.

transport ou à une transition de dépôt. Ces transitions se produisent avec les probabilités

$$P_t = \frac{\Lambda_t}{\Lambda_t + \Lambda_d} \quad \text{et} \quad P_d = \frac{\Lambda_d}{\Lambda_t + \Lambda_d}$$

Par définition, nous avons

$$P_t + P_d = 1. \quad (4.4)$$

En utilisant ces probabilités et l'arbre de probabilité de la dynamique d'une cellule mobile (Fig. 4.9), on obtient

$$f(X) = P_t^X (1 - P_t) = P_t^X P_d. \quad (4.5)$$

En combinant les Eqs. 4.3 et 4.5 puis en simplifiant termes à termes, nous obtenons

$$\begin{aligned} l_{\text{sat}} &= \sum_{X=0}^{\infty} X P_t^X (1 - P_t) = l_0 \sum_{X=1}^{\infty} P_t^X \\ &= \frac{P_t}{1 - P_t} l_0 \\ &= \frac{\Lambda_t}{\Lambda_d} l_0 \end{aligned}$$

La longueur de saturation est donc directement le rapport entre les fréquences caractéristiques de transport et de déposition. C'est la distance moyenne parcourue par un cellule de sédiment mobile. Pour une vitesse d'écoulement donnée, cette dépendance est exactement la même que celle des modèles continus d'érosion et de déposition [Charru, 2006]. La Fig. 4.10 montre que les solutions numériques vérifient la solution analytique.

4.2.3 Le flux saturé

Pour estimer le flux de sédiment moyen sur le lit érodable, il suffit de dénombrer les jeux de transitions susceptibles de participer au transport en un point donné. Grâce à la Fig. 4.9, on peut voir que le flux en un point donné dépend uniquement d'une transition d'érosion en amont et ensuite d'un nombre suffisant de transitions de transport. En tous points, le flux saturé peut donc s'écrire

$$\begin{aligned} \frac{Q_{\text{sat}}}{l_0^2} &= \sum_{X=1}^{\infty} \Lambda_e P_t^X \\ &= \Lambda_e \frac{P_t}{1 - P_t} \\ &= \frac{\Lambda_e \Lambda_t}{\Lambda_d} \end{aligned}$$

Cette formule montre que le flux saturé est directement le produit du taux d'érosion par la distance moyenne parcourue par une cellule de sédiment mobile. La Fig. 4.11 montre que les solutions numériques vérifient cette solution analytique.

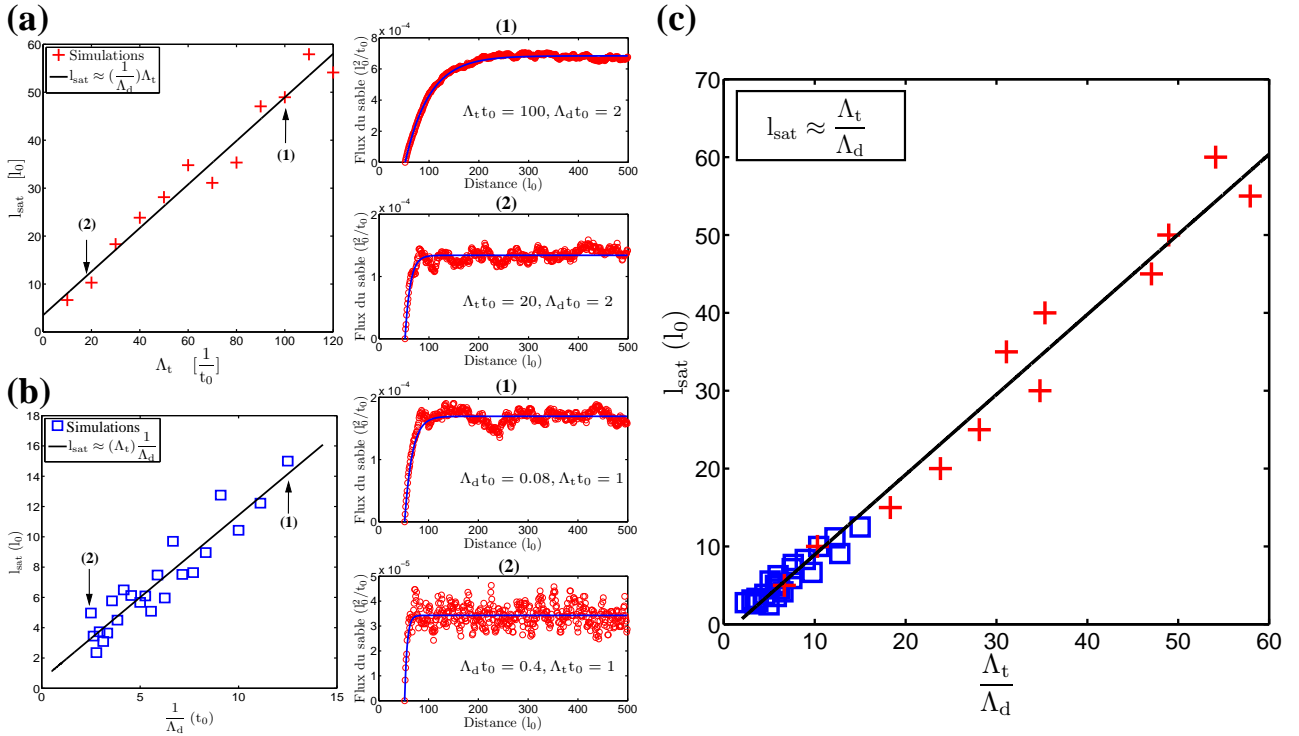


FIGURE 4.10 – La valeur de l_{sat} en fonction des paramètres du modèle. (a) Relation entre l_{sat} et Λ_t pour $\Lambda_d t_0 = 2$. Deux exemples montrent le flux en fonction de la distance pour (1) $\Lambda_t t_0 = 100$ et (2) $\Lambda_t t_0 = 20$. (b) Relation entre l_{sat} et $1/\Lambda_d$ pour $\Lambda_t t_0 = 1$. Deux exemples montrent le flux en fonction de la distance pour (1) $\Lambda_d t_0 = 0.08$ et (2) $\Lambda_d t_0 = 0.4$. Dans tous ces exemples la discontinuité de lit plat se situe comme auparavant à $x_0 = 50 l_0$. (c) l_{sat} est égal au rapport Λ_t/Λ_d . C'est donc tout simplement la distance moyenne parcourue par une cellule de sédiment mobile.

4.2.4 Le temps de saturation et la densité de cellules de sédiment mobile

Si les flux sédimentaires mettent un certaine distance à s'équilibrer autour de leurs valeurs statistiquement stationnaires, ils mettent aussi un certain temps, localement, pour atteindre ces valeurs. Pour estimer ce temps, décrivons notre système dynamique en ne considérant que le nombre N_m de cellules de sédiment mobile sur le lit et le nombre N_s de cellules de sédiment stable encore érodable. Cette décomposition n'est possible que parce que les cellules de sédiment mobile ne sont pas animées de mouvements verticaux et que, par conséquent, elles ne peuvent se mouvoir qu'à la surface du lit. Nous pouvons alors écrire

$$\begin{cases} \frac{dN_m}{dt} = -\Lambda_d N_m + \Lambda_e N_s, \\ \frac{dN_s}{dt} = \Lambda_d N_m - \Lambda_e N_s. \end{cases} \quad (4.6)$$

Ce système d'équations linéaires couplées peut se résoudre en adoptant une méthode matricielle. On obtient alors facilement l'équation caractéristique donnant les valeurs propres de ce système :

$$(\Lambda_d + s)(\Lambda_e + s) - \Lambda_e \Lambda_d = s^2 + s(\Lambda_d + \Lambda_e) = 0.$$

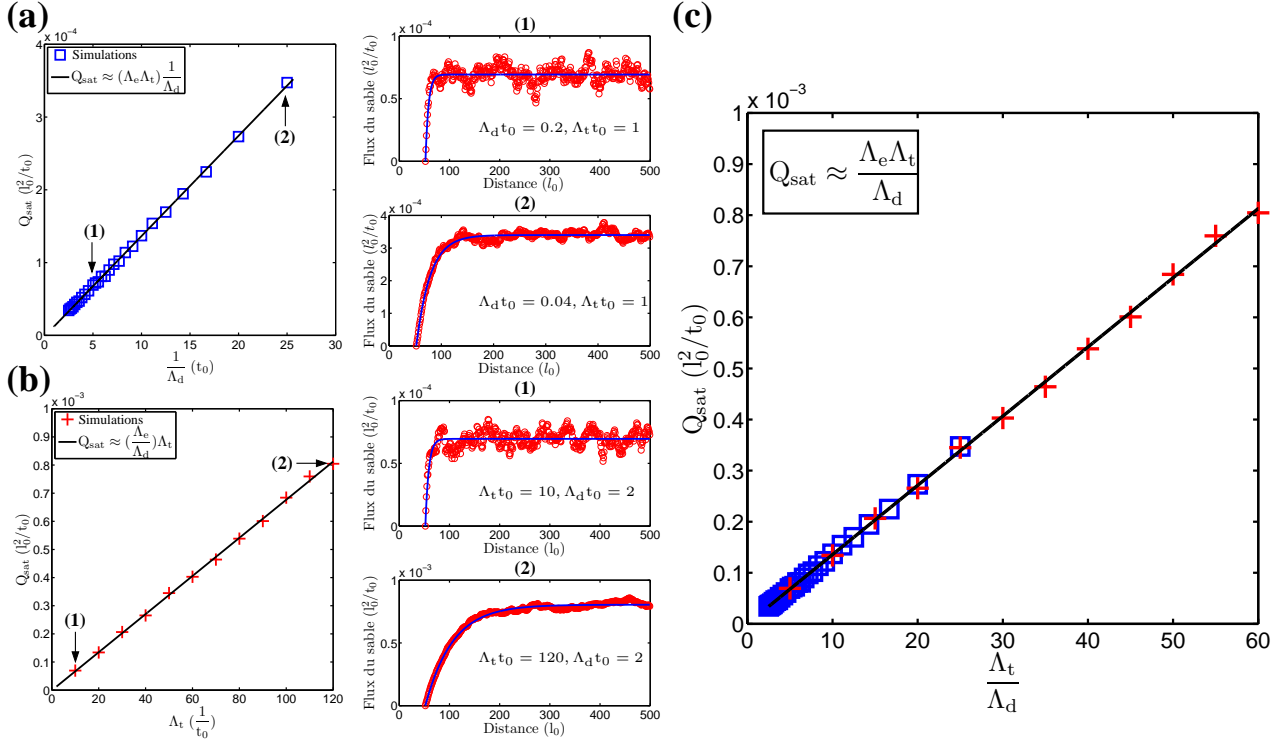


FIGURE 4.11 – La valeur de Q_{sat} en fonction des paramètres du modèle. (a) Relation entre Q_{sat} et $1/\Lambda_d$ pour $\Lambda_e t_0 = 1$ et $\Lambda_t t_0 = 1$. Deux exemples montrent le flux saturé en fonction de la distance pour (1) $\Lambda_d t_0 = 0.2$ et (2) $\Lambda_d t_0 = 0.04$. (b) Relation entre Q_{sat} et Λ_t pour $\Lambda_e t_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ et $\Lambda_d t_0 = 2$. Deux exemples montrent le flux saturé en fonction de la distance pour (1) $\Lambda_t t_0 = 10$ et (2) $\Lambda_t t_0 = 120$. Dans tous ces exemples, la discontinuité de lit plat se situe comme auparavant à $x_0 = 50 l_0$. (c) Q_{sat} est égal au rapport $(\Lambda_e \Lambda_t)/\Lambda_d$. C'est donc tout simplement le taux d'érosion multiplié par la distance moyenne parcourue par une cellule de sédiment mobile.

La seule racine non nulle de ce système est réelle et vaut $-(\Lambda_d + \Lambda_e)$. Le nombre de cellules de sédiment mobile au sein du système relaxe donc exponentiellement vers sa valeur d'équilibre sur un temps caractéristique

$$t_{\text{sat}} = \frac{1}{\Lambda_d + \Lambda_e}. \quad (4.7)$$

Grâce à la Fig. 4.12, nous vérifions numériquement ce processus de relaxation exponentiel quelle que soit la valeur du flux lors de la mise en charge sédimentaire de l'écoulement.

La solution d'équilibre de notre système 4.6 est simplement

$$\frac{N_m}{N_s} = \frac{\Lambda_e}{\Lambda_d}. \quad (4.8)$$

Etant donné que la densité de cellules de sédiment mobile sur le lit peut s'écrire

$$d_s = \frac{N_s}{N_s + N_m} \quad (4.9)$$

nous avons

$$d_s = \frac{\Lambda_e}{\Lambda_e + \Lambda_d}. \quad (4.10)$$

La Fig. 4.13 nous permet de vérifier numériquement cette relation.

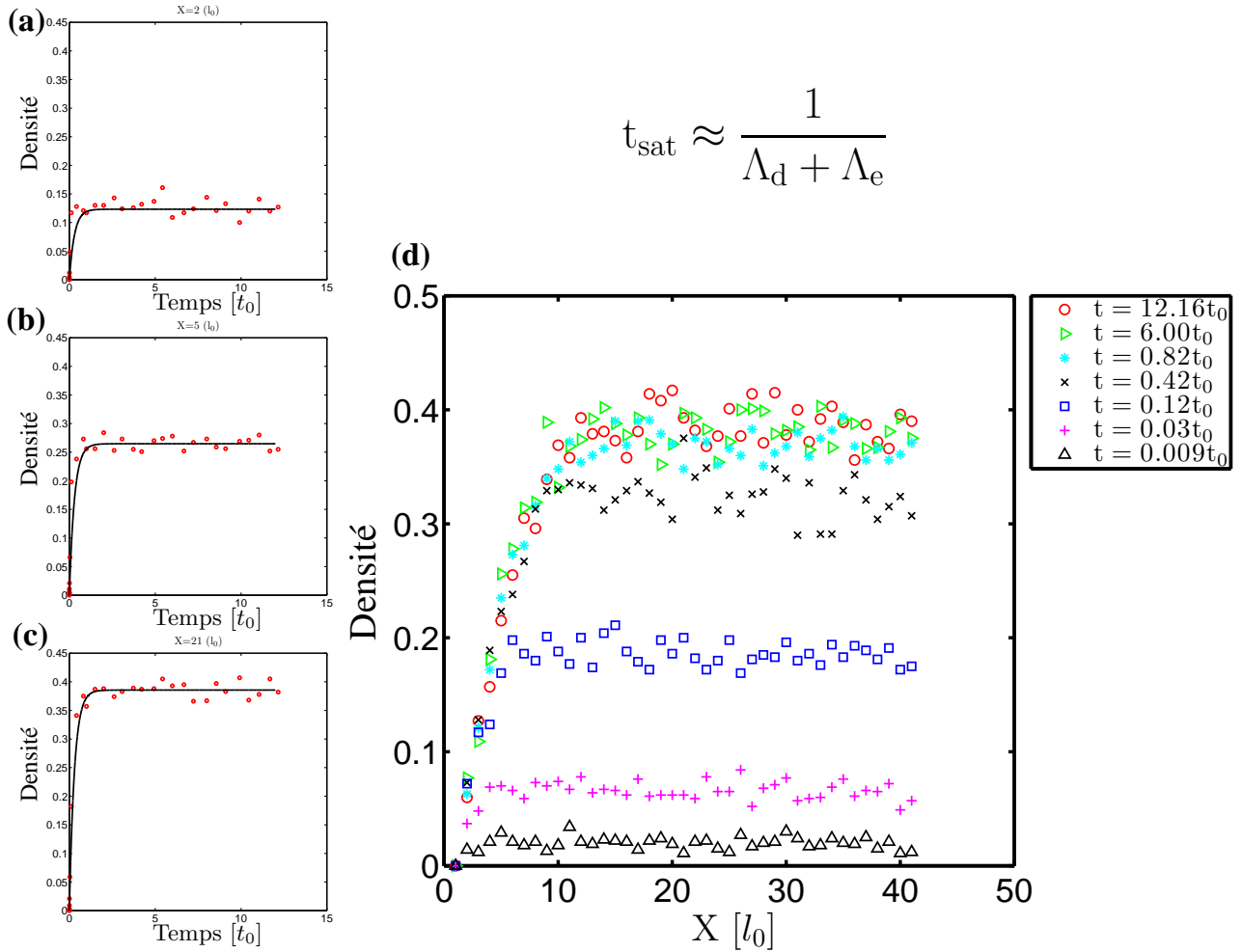


FIGURE 4.12 – **La valeur de t_{sat} en fonction des paramètres du modèle.** t_{sat} est le temps caractéristique de mise en place des flux saturés. (a-c) En tous points de l'espace, les flux sédimentaire relaxent vers leurs valeurs stationnaires suivant une loi de la forme $Q(t) = Q_{\text{sat}}(1 - \exp(-t/t_{\text{sat}}))$. (d) Stabilisation des flux dans le cas de la discontinuité de lit plat. Dans cet exemple, la discontinuité de lit plat se situe à l'origine à $x_0 = 0$. Nous montrons que $t_{\text{sat}} = 1/(\Lambda_d + \Lambda_e)$.

4.2.5 Discussion

La comparaison entre nos estimations de Q_{sat} et l_{sat} et des modèles théoriques tels que celui développé par *Charru* [2006] nous permet de mieux appréhender les ingrédients qui manqueraient à notre modèle pour décrire à l'échelle du grain la dynamique du transport sédimentaire. Par exemple, il est évident qu'il serait nécessaire d'injecter une dépendance entre Λ_t et la force de l'écoulement pour prendre en compte la vitesse des particules dans notre modèle. Dans ce cas très précis, le même type de dépendance à la contrainte basale que pour Λ_e (Eq. 2.2) nous permettrait facilement de mettre en place la relation linéaire qui est communément observée entre la longueur de saturation et la vitesse de l'écoulement [*Lajeunesse et al.*, 2010].

Dans le but d'étudier des lits polydispersés avec notre modèle, différents taux de transition pourront être assignés aux divers états granulaires. Dans ce cas, les modèles théoriques et les observations pourront nous servir pour contraindre la valeur de ces taux de transition en fonction des caractéristiques du milieu granulaire (densité, taille de grain). Comme *Charru*

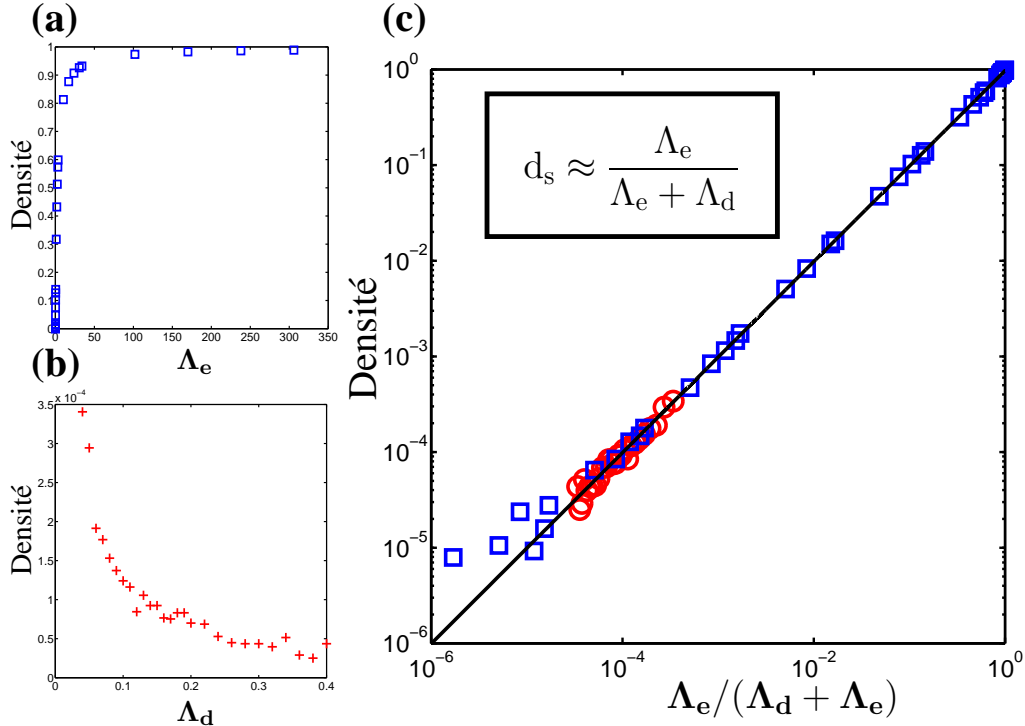


FIGURE 4.13 – **Densité de grains mobiles en fonction des paramètres du modèle.** d_s est la proportion du lit couverte par des grains mobiles. $(1 - d_s)$ est donc la proportion du lit érodable. (a) Relation entre d_s et Λ_e pour $\Lambda_d t_0 = 2$. (b) Relation entre d_s et Λ_d pour $\Lambda_e t_0 = 4 \cdot 10^{-5}$. (c) Sur plus de 5 ordres de grandeur, d_s est égale au rapport $\Lambda_e / (\Lambda_e + \Lambda_d)$.

[2006], nous pourrions prendre

$$\Lambda_d \sim \sqrt{\frac{\Delta \rho g}{d}} \quad \text{et} \quad \Lambda_e \sim \frac{\tau_s}{\rho_g \sqrt{\Delta \rho g} d^{3/2}} \quad (4.11)$$

pour directement redéfinir l'ensemble des taux de transition en fonction de la taille de grain d et de leur densité ρ_g .

Finalement, et c'est là un point essentiel, les expressions que l'on obtient pour l_{sat} et Q_{sat} ne sont valides que si la transition de transport peut s'effectuer. Cependant, lorsque la densité de cellules mobiles augmente, il arrive de plus en plus fréquemment que deux d'entre elles soient alignées dans la direction de l'écoulement empêchant une transition de transport de la cellule amont de se produire. Il y a donc une rétroaction de la densité de cellule mobile sur les propriétés du transport. Si cette rétroaction peut s'avérer très utile dans beaucoup de cas, il est aussi possible d'en modifier l'expression en prenant en compte des mouvements verticaux de particules mobiles. C'est un nouveau niveau de complexité inutile pour l'étude de la dynamique dunaire tant que $d_s \leq 0.1$.

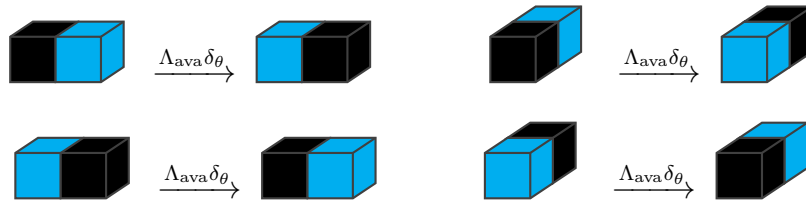
4.3 Une barkhane modèle

Nous explorons ici les états statistiquement stationnaires d'une barkhane au sein de notre automate cellulaire de l'espace réel. Nous produisons ainsi toutes les données qui permettront dans le futur de réaliser des tests comparatifs avec des barkhanes naturelles ou des objets

similaires observés au laboratoire ou dans d'autres modèles numériques. Avec cet objectif en ligne de mire, nous changeons le module d'avalanche du modèle afin d'éliminer certains artefacts géométriques résultant du maillage cubique de notre automate cellulaire.

Auparavant, le mécanisme d'avalanche consistait à ne pas autoriser que la différence de hauteur entre deux colonnes voisines soit supérieure à un seuil [*Narteau et al., 2009*]. Notre modèle étant discret, il s'agissait bien entendu d'un nombre de cellules. Si le seuil était dépassé, des cellules de la plus haute colonne étaient redistribuées dans les colonnes les plus proches. Cette redistribution pouvant induire de nouvelles différences de hauteur supérieures au seuil, "l'avalanche" pouvait alors, de proche en proche, se propager sur de très longues distances [*Bak, 1997*]. Au sein du modèle globale, la principale faiblesse de ce module d'avalanche était de ne pas pouvoir considérer tous les angles d'avalanche mais d'être limité aux valeurs discrètes associées aux nombres de cellules seuils.

Dans ce chapitre, le mécanisme d'avalanche est régi par une règle de diffusion à seuil. En pratique, nous mesurons la pente θ en tous points de notre topographie dunaire et considérons 4 nouvelles transitions



pour lesquelles

$$\delta_{\theta} = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta \leq \theta_c, \\ 1 & \text{si } \theta > \theta_c. \end{cases} \quad (4.12)$$

θ_c est alors un angle d'avalanche pouvant prendre n'importe quelle valeur entre 0 et $\pi/2$. Afin que ce processus gravitaire soit rapide par rapport aux autres processus nous prenons $\Lambda_{ava} \gg \Lambda_e$ (voir Tab. 2.1).

4.3.1 Caractérisation d'un état statistiquement stationnaire

Nous avons montré Chap.3 que la géométrie des barkhanes n'était pas invariante d'échelle et que leurs formes changeaient en fonction de leurs tailles et de la force de l'écoulement. Les Figs. 4.14 et 4.15 montrent ces variations pour deux barkhanes soumises respectivement à des écoulements de forte et de faible intensité ($\tau_1/\tau_0 = \{1, 20\}$). En comparant ces barkhanes aux dunes produites dans les mêmes conditions d'écoulement par l'ancienne version du module d'avalanche (Figs. 3.3, 3.6), on peut observer que nous simulons maintenant beaucoup mieux les rondeurs de la dune, en particulier dans les zones où les cornes se connectent au reste de la structure.

Comme nous l'avons étudié auparavant, la dynamique de la barkhane se caractérise, quelle que soit la force des vents, par l'émission de sédiment au niveau des cornes et la formation de dunes secondaires sur la face amont. Il s'agit dans tous les cas de l'expression continue de l'instabilité dunaire (Chap. 2). La géométrie de la dune évolue donc en permanence et elle n'atteint jamais une configuration stable aux échelles caractéristiques de l'instabilité dunaire ($\approx \lambda_{max}$). Par contre, à plus grande échelle, si la taille de la dune le permet, elle peut atteindre une configuration statistiquement stable. Elle se retrouve alors dans un équilibre dynamique que l'on peut caractériser par une longueur L_{∞} , une largeur W_{∞} , une hauteur H_{∞} et une vitesse

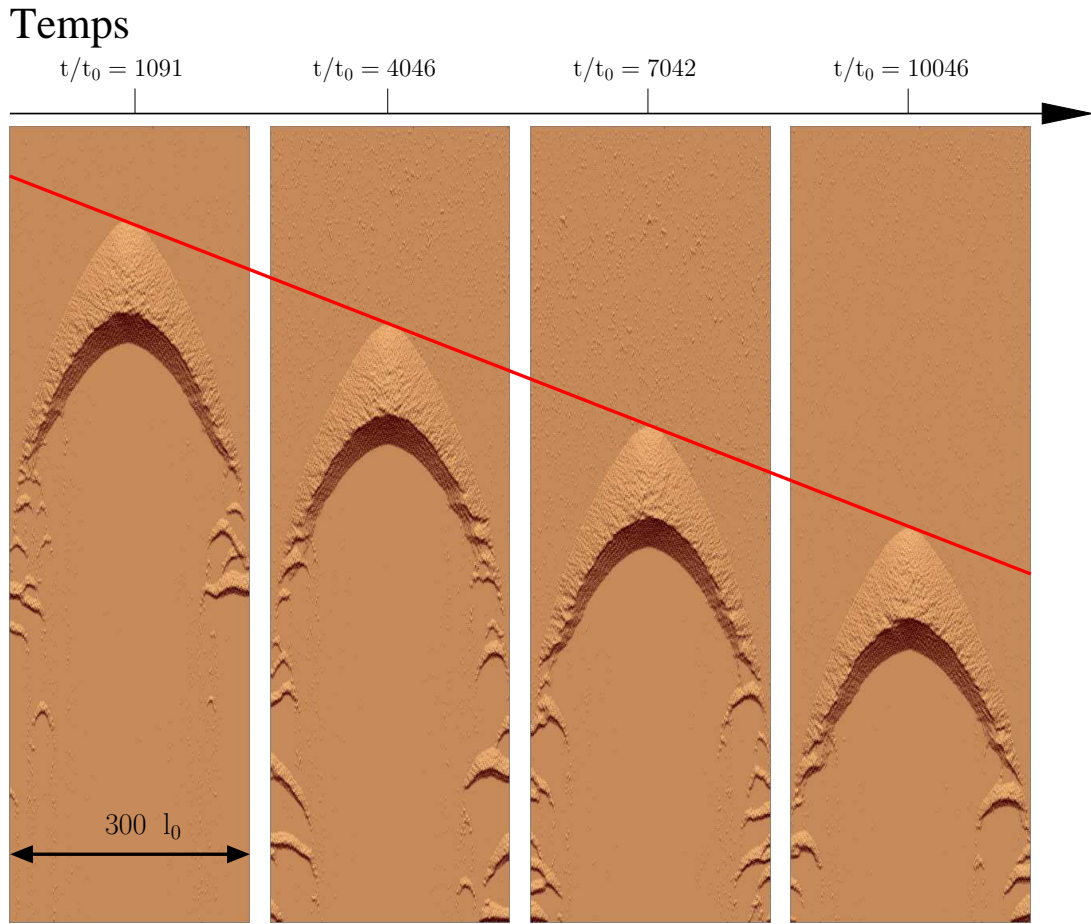


FIGURE 4.14 – **Dynamique d’une barkhane autour de son état stationnaire pour une vitesse d’écoulement de forte intensité.** Le sens de l’écoulement est du haut vers le bas et $\tau_1/\tau_0 = 1$ (Eq. 2.2). Les conditions aux limites imposent que le sédiment qui sort du domaine en aval soit réinjecté aléatoirement en amont. Sur la dune, cette recharge sédimentaire uniforme s’équilibre avec les pertes de sédiment s’opérant au niveau des cornes. La barkhane conserve ainsi sa forme et sa vitesse (trait rouge, $c = 0.043 l_0/t_0$). On note l’émission de petite barkhanes qui se génèrent au niveau des cornes sous l’effet de l’instabilité dunaire.

c. Pour des conditions d’écoulement faible (Fig. 4.15, $\tau_1/\tau_0 = 20$), la Fig. 4.16 montre comment toutes ces variables convergent vers leurs valeurs d’équilibre en partant d’un tas de sable ayant une forme conique tronquée.

4.3.2 Dispositif de remise à l’échelle

Comme nous l’avons démontré dans le Chap. 2, nous pouvons maintenant utiliser ces résultats numériques pour prédire la dynamique des barkhanes dans différents environnements géophysiques. Pour cela, il suffit de redimensionner les dunes de notre modèle en fonction des échelles de longueur et de temps des systèmes dunaires que l’on désire étudier. Ces échelles sont respectivement fournies par l’observation de la taille des dunes élémentaires dans le système et par la mesure directe des flux à saturation. Cependant, il est souvent plus facile de les estimer à partir de formules théoriques et/ou empiriques. La Tab. 4.1 décrit les différentes étapes qui participent à ce dispositif de remise à l’échelle des dunes de notre modèle. A titre d’exemple, nous effectuons cette remise à l’échelle pour des

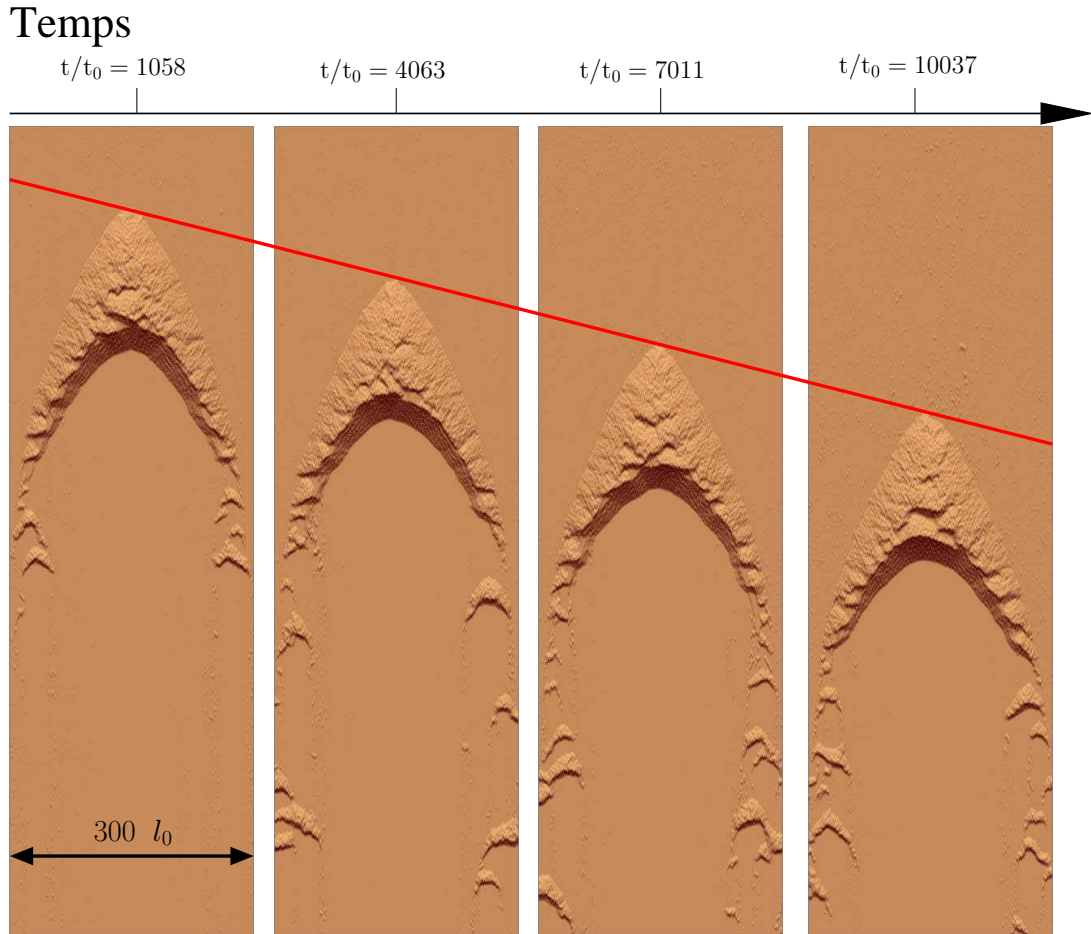


FIGURE 4.15 – **Dynamique d’une barkhane autour de son état stationnaire pour une vitesse d’écoulement de faible intensité.** Le sens de l’écoulement est du haut vers le bas et $\tau_1/\tau_0 = 20$ (Eq. 2.2). Les conditions aux limites imposent que le sédiment qui sort du domaine en aval soit réinjecté aléatoirement en amont. Sur la dune, cette recharge sédimentaire uniforme s’équilibre avec les pertes de sédiment s’opérant au niveau des cornes. La barkhane conserve ainsi sa forme et sa vitesse (trait rouge $c = 0.028 l_0/t_0$). On note la formation de structures secondaires sur le dos de la dune et le long des cornes sous l’effet de l’instabilité dunaire. La comparaison avec la Fig. 4.14 montre l’effet de l’écoulement sur la forme des dunes.

- dunes éoliennes dans les déserts arides sur Terre.
- dunes subaquatiques sur Terre.
- dunes éoliennes sur Mars.

En analysant le Tab. 4.1, il est possible d’explorer la morphodynamique dunaire pour des vitesses d’écoulement de forte et de faible intensité dans tous ces environnements (voir Fig. 4.14 et 4.15). Ainsi, avec la même simulation dans laquelle nous imposons $\langle u_*/u_c \rangle = 1.1$ (i. e. $\tau_1/\tau_0 = 20$, Fig. 4.15), nos résultats numériques prédisent que, pour les mêmes conditions d’écoulement sur Terre, des dunes éoliennes de 12 m de haut se propagent à une vitesse de 17 m/an, des dunes sous-marines de 13 mm de haut se propagent à une vitesse de 10 m/h, et que, sur Mars, des dunes éoliennes de 375 m de haut se propagent à une vitesse de 9 cm/an.

Bien entendu, pour faire ces remises à l’échelle, nous supposons que, dans tous ces environnements, les processus physiques à l’origine des formes dunaires sont similaires. Nous sommes bien conscients que ce n’est pas systématiquement le cas. Nous discuterons en conclusion la manière dont notre modèle pourra intégrer des mécanismes propres à la dynamique des systèmes que nous désirons étudier.

	Dune © Modèle	Dune ⚡ déserts arides	Dune ⚡ subaquatique	Dune ⚡ Martienne
Taille dune élémentaire (λ_{\max}^\dagger)	40 l_0	20 m	$2 \cdot 10^{-2}$ m	600 m
Echelle de longueur \implies	l_0	0.5 m	$5 \cdot 10^{-4}$ m	15 m
Seuil de mise en mouvement \ddagger	τ_1/τ_0	0.19 m/s	0.0062 m/s	0.69 m/s
Vitesse d'écoulement rapide $\tau_1/\tau_0 = 1$ (Fig. 4.14)				
Longueur barkhane L_∞	323 l_0	161.5 m	0.16 m	4845 m
Largeur barkhane W_∞	279 l_0	139.5 m	0.14 m	4185 m
Hauteur barkhane H_∞	29 l_0	14.5 m	0.015 m	435 m
$Q_{\text{sat}}/Q_{\text{sat}}^0$ (Fig. 2.7)	0.95	∅	∅	∅
u_*^\S	∅	0.85 m/s	0.03 m/s	3.09 m/s
Q_{sat}^\P	$0.22 l_0^2/t_0$	$10^3 \text{ m}^2/\text{an}$	$883 \text{ m}^2/\text{an}$	$204 \text{ m}^2/\text{an}$
Echelle de temps $\parallel \implies$	t_0	$5.3 \cdot 10^{-5} \text{ an}$	$6.2 \cdot 10^{-11} \text{ an}$	0.24 an
Vitesse barkhane c	$0.043 l_0/t_0$	406 m/an	345 km/an	2.69 m/an
Vitesse d'écoulement lente $\tau_1/\tau_0 = 20$ (Fig. 4.15)				
Longueur barkhane L_∞	322 l_0	161 m	0.16 m	4830 m
Largeur barkhane W_∞	266 l_0	133 m	0.13 m	3990 m
Hauteur barkhane H_∞	25 l_0	12.5 m	0.013 m	375 m
$Q_{\text{sat}}/Q_{\text{sat}}^0$ (Fig. 2.7)	0.17	∅	∅	∅
u_*^\S	∅	0.21 m/s	0.01 m/s	0.75 m/s
Q_{sat}^\P	$0.04 l_0^2/t_0$	$12.5 \text{ m}^2/\text{an}$	$63.10 \text{ m}^2/\text{an}$	$1.94 \text{ m}^2/\text{an}$
Echelle de temps $\parallel \implies$	t_0	$8.0 \cdot 10^{-4} \text{ an}$	$1.58 \cdot 10^{-10} \text{ an}$	4.64 an
Vitesse barkhane c	$0.028 l_0/t_0$	17.5 m/an	88.6 km/an	0.09 m/an

TABLE 4.1 – Remise à l'échelle des variables du modèle pour différents environnements géophysiques. Sur Terre, nous prenons $d = 200 \mu\text{m}$, $\rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{eau}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{g}} = 2.5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ et $g = 9.81 \text{ m/s}^{-2}$. Sur Mars, nous prenons $d = 87 \mu\text{m}$, $\rho_{\text{f}} = 0.02 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{g}} = 3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ et $g = 3.7 \text{ m/s}^2$ [Claudin & Andreotti, 2006]. Même si nous sommes conscients que ces lois peuvent évoluer d'un environnement géophysique à un autre, nous prenons systématiquement

$$\dagger \lambda_{\max} = 50 \frac{\rho_s}{\rho_f} d \text{ (Eq. 5.4).} \quad \ddagger u_c = 0.1 \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_f} g d} \text{ (Eq. 5.6).} \quad \S u_* = \frac{u_c}{\sqrt{1 - \frac{Q_{\text{sat}}}{Q_{\text{sat}}^0}}} \text{ (Eq. 5.3).}$$

$$\P Q_{\text{sat}} = 22 \frac{\rho_f}{\rho_s} \sqrt{\frac{d}{g}} (u_*^2 - u_c^2) \text{ (Eq. 5.7).} \quad \parallel t_0 = \frac{Q_{\text{sat}}(\tau_1)}{Q_{\text{sat}}} l_0^2 \text{ (Eq. 5.10).}$$

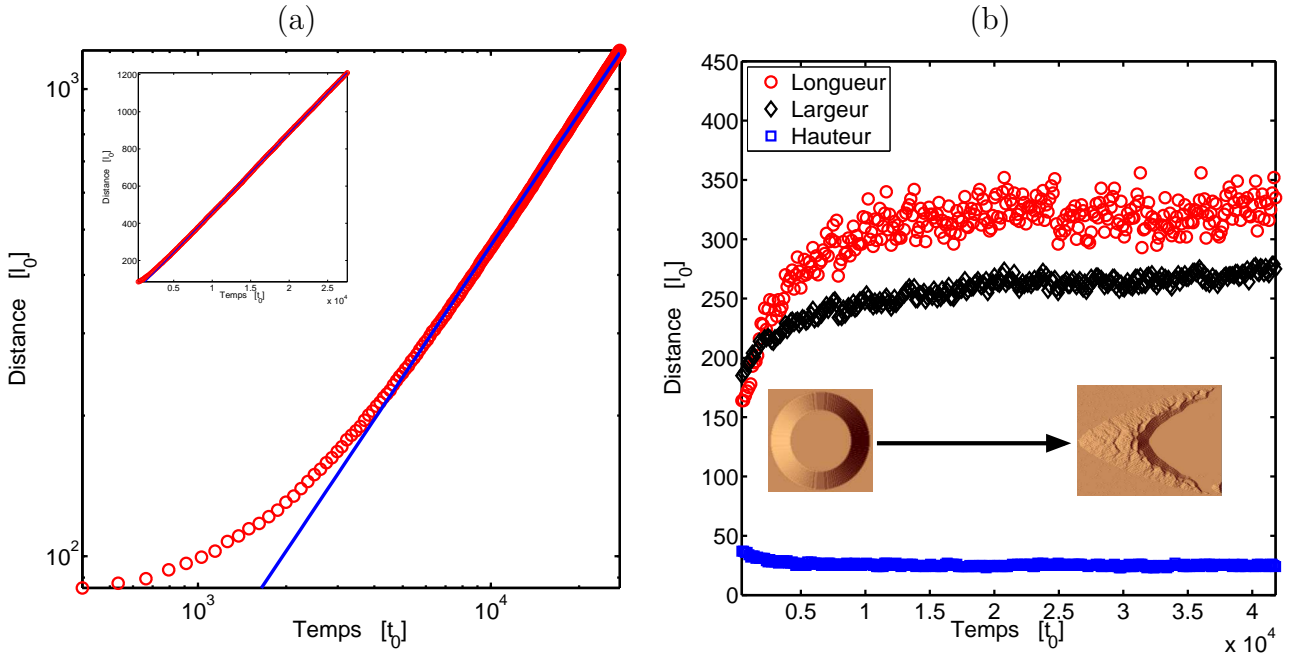


FIGURE 4.16 – **Convergence d’une barkhane vers un état statistiquement stationnaire.** Nous avons $\tau_1/\tau_0 = 20$ (Fig. 4.15). (a) La vitesse d’une barkhane : nous traçons la position du nez de la barkhane en fonction du temps partant d’un tas de sable ayant une forme conique tronquée. Les premières phases dispersives (diffusion, avalanches, émission) redistribuent le sédiment dans le système, diminuant le volume de la proto-barkhane qui, par conséquent, accélère. Très rapidement, la barkhane se forme atteignant une vitesse stationnaire (voir encadré). (b) La géométrie d’une barkhane : partant d’une forme conique tronquée, on observe que la dune s’élargit (diffusion, avalanche), s’étire (advection), et s’aplatit pour finalement converger vers sa forme stable que l’on décrit au travers d’une longueur L_∞ , d’une largeur W_∞ et d’une hauteur H_∞ .

Au regard de la morphodynamique des barkhanes sous différentes conditions d’écoulement (Figs. 4.14 et 4.15) et en fonction de leurs échelles de temps caractéristiques (Tabs. 4.1), il semble important de répondre ici à une question que beaucoup pourraient légitimement se poser :

Pourquoi les dunes secondaires ne sont-elles pas systématiquement observées ?

La première réponse, pleine de bon sens, est de dire que les structures sont trop petites. Cependant, pour les structures les plus grandes, cela peut aussi provenir de la rétroaction de la force de l’écoulement sur la forme des dunes. En effet, un écoulement plus rapide favorise de fortes pentes sur le dos de la dune et rend donc plus difficile l’identification des formes dunaires superposées. Une dernière possibilité est moins intuitive car elle fait aussi appel à la variabilité de la vitesse des écoulements. Il semble en effet naturel de penser que de fortes variations de vitesse* favoriseraient la formation de dunes secondaires. Nous pensons au contraire que ce n’est pas le cas. En effet, durant les périodes de vents violents, la dune évolue rapidement (Tab. 4.1 pour $\tau_1/\tau_0 = 1$) tout en augmentant son rapport d’aspect. Cela se traduit donc par un lissage topographique que les périodes d’écoulement lent mettent beaucoup plus de temps à déstabiliser (Tab. 4.1 pour $\tau_1/\tau_0 = 20$). Pour des écoulements unidirectionnels, une alternance

*. On rappelle que nous n’aborderons pas ici le problème de la variabilité de l’orientation des vents qui est certainement le principal agent de la formation des motifs secondaires (voir Chap. 5).

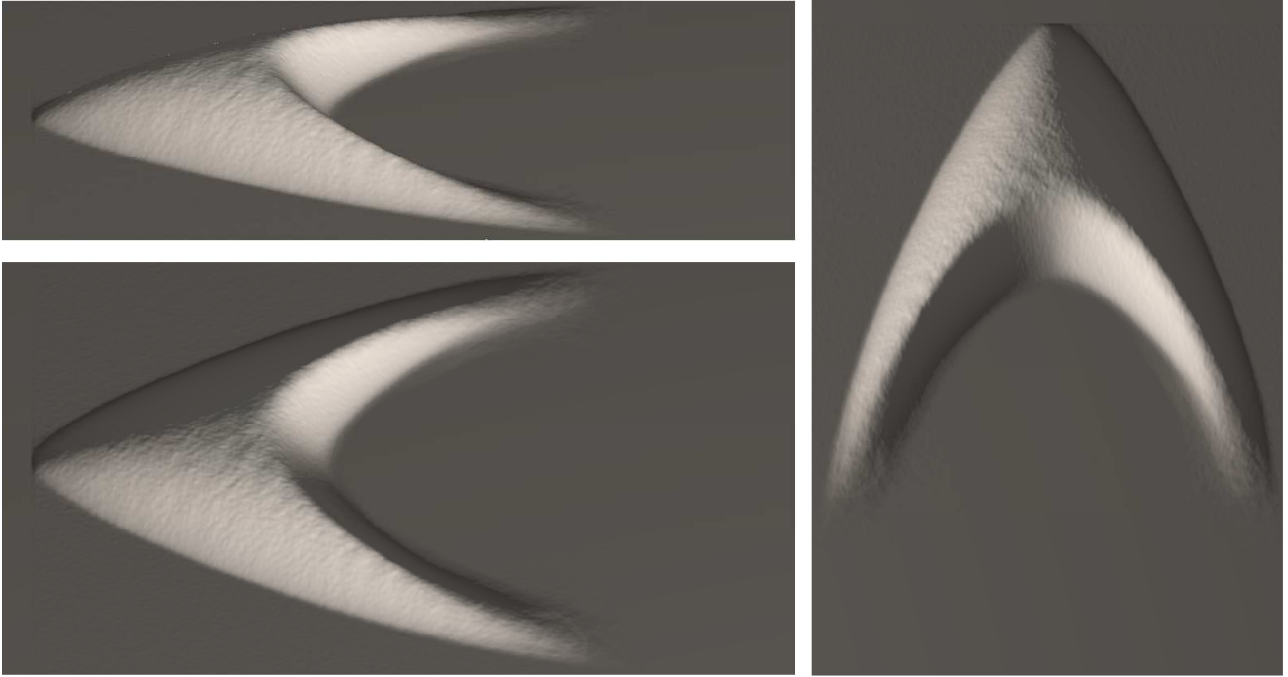


FIGURE 4.17 – **Forme stationnaire de la barchane modèle pour une vitesse d’écoulement de faible intensité.** Nous avons $\tau_1/\tau_0 = 20$ (Fig. 4.15). Cette topographie est obtenue par décalage et moyennage de 100 configurations ponctuelles une fois que la barchane a atteint son état statistiquement stationnaire.

entre de courtes périodes d’écoulement rapide et de plus longues périodes d’écoulement lent aurait donc tendance à rendre plus difficile l’identification de structures secondaires. Et ceci, même si ces structures secondaires sont systématiquement présentes.

4.3.3 D’une dynamique complexe à la barchane modèle

Les Figs 4.15 et 4.16 montrent clairement que, suivant que l’on s’intéresse ou non à la déstabilisation du lit par le motif élémentaire, il existe au moins deux échelles de description pour l’analyse des barchanes produites par notre modèle. Nous négligerons momentanément les structures secondaires pour nous concentrer sur la morphodynamique de la barchane modèle. Cette barchane “*idéale*” est obtenue par moyennage en repositionnant la dune par rapport à 4 points : le nez de la barchane et le pied de la face d’avalanche dans la direction de l’écoulement ; les limites latérales de la barchane perpendiculairement à l’écoulement au niveau du pied de la face d’avalanche. En pratique, la Fig. 4.17 est obtenue à partir de 100 configurations successives de barchane une fois qu’elle a atteint son état d’équilibre dynamique.

La barchane modèle que nous obtenons par moyennage est parfaitement lisse et peut être comparée aux résultats des modèles continus fonctionnant sous les mêmes conditions aux limites. Indépendamment du dos de la dune et de la face d’avalanche, il est très instructif de voir la forme que prend l’extrémité des cornes. Il s’agit réellement d’une zone large et plate où se diffuse le motif dunaire. Parce que sa taille est trop petite dans le sens de l’écoulement c’est la seule zone d’où le sédiment peut s’extraire de la barchane. On observe que cette zone a une largeur très bien définie qu’il serait utile de relier statistiquement aux autres dimensions de la dune [Elbelrhiti et al., 2008].

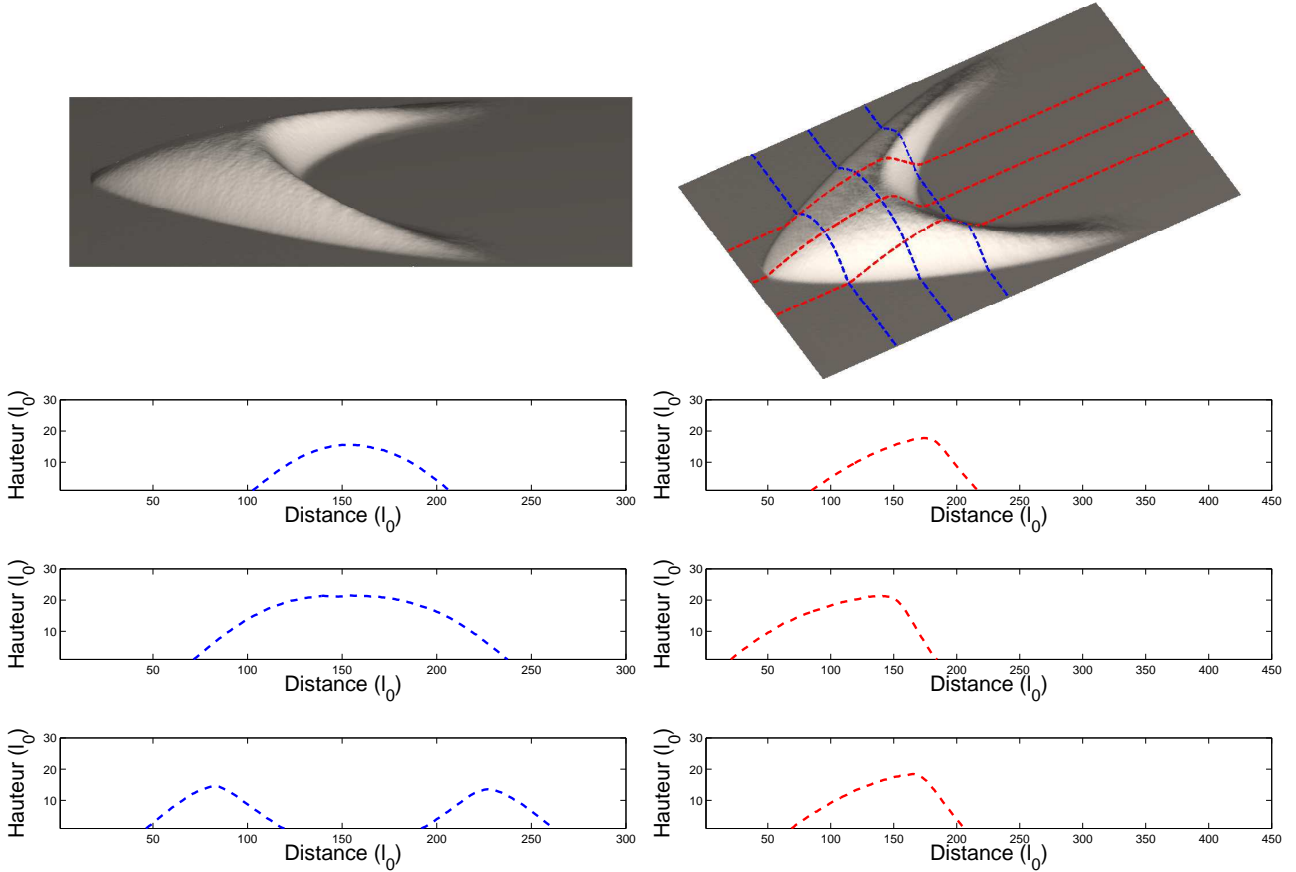


FIGURE 4.18 – **Profils topographiques au travers de la barchane modèle.** Dans la direction de l'écoulement (courbes rouges), on note de grandes similitudes dans les formes dunaires. Perpendiculairement à l'écoulement (courbes bleues), on distingue très clairement le dos de la dune, la zone sommitale et les cornes.

Les Figs. 4.18 et 4.19 montrent l'évolution de la topographie et de la contrainte de cisaillement le long de profils parallèle et perpendiculaire à l'écoulement principal. Si les rapports d'aspect de la dune sont conservés dans les différentes tranches parallèles à l'écoulement (Fig. 4.18), on distingue aussi très clairement la réduction de vitesse résultant de la compression de l'écoulement en amont de la dune (Fig. 4.19).

La barchane modèle offre aussi l'opportunité de mieux comprendre la distribution des transitions au sein de notre automate cellulaire et la manière dont ces transitions contribuent collectivement à la dynamique globale du système. La Fig. 4.20 dénombre sur un intervalle de temps court le nombre de transitions associées aux différents processus physiques du modèle (Tab.2.2). Ils se décomposent en deux classes, une première associée aux processus dispersifs comme les avalanches (Fig. 4.20a-d) et la diffusion (Fig. 4.20e-f), une seconde associée au transport (Fig. 4.20g). Toutes ces transition permettent de mesurer directement l'ensemble des flux sédimentaires au sein du modèle. La Fig. 4.21 montre ces flux sur toutes les configurations de barchanes présentées Fig. 4.15. On observe la prédominance du transport sur le dos de la dune, la convergence des flux gravitaires vers l'intérieur de la face d'avalanche et aussi les flux latéraux sur les bords de la dune faisant face à l'écoulement. Les petites barchanes émises par les dunes permettent d'identifier les mêmes mécanismes de transport.

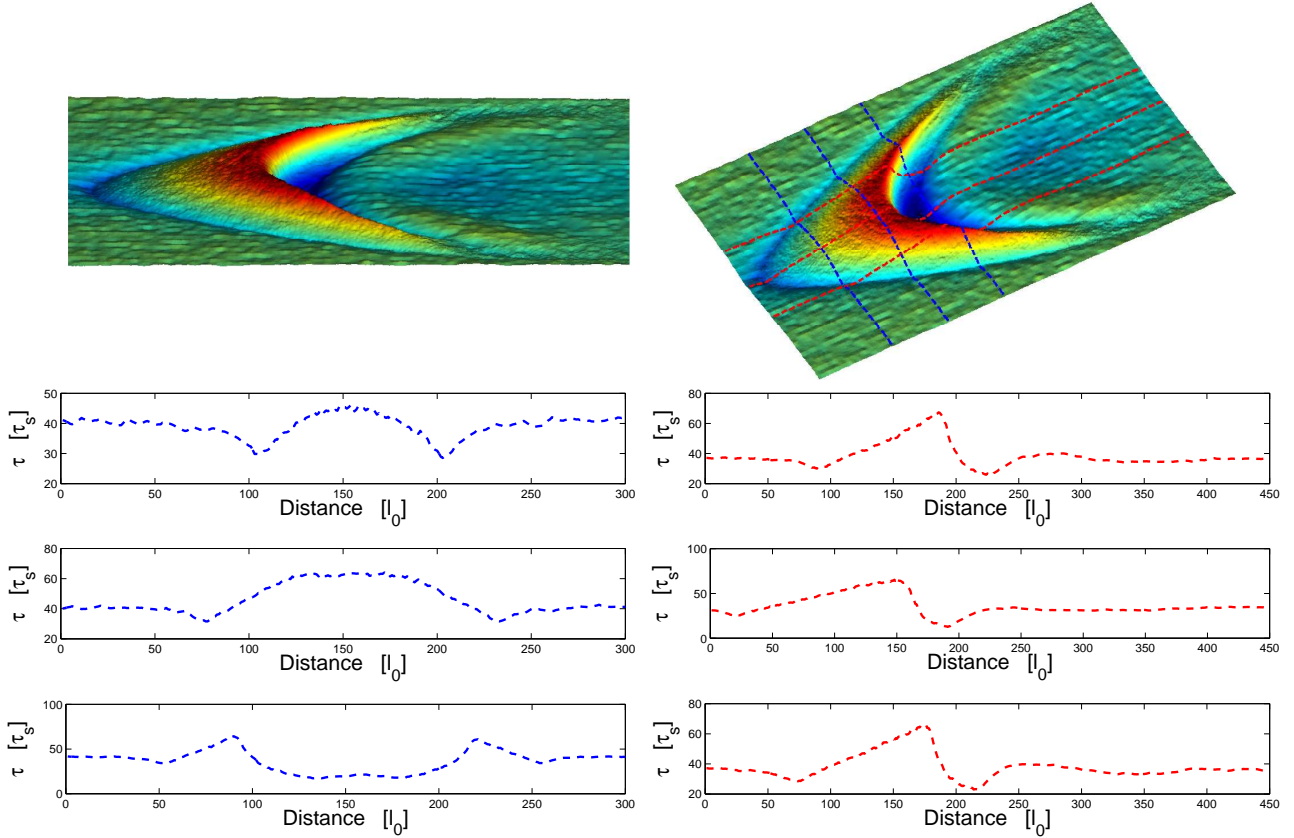


FIGURE 4.19 – **Profils de cisaillement basal au travers de la barkhane modèle.** Dans les directions parallèles (courbes rouges) et perpendiculaires (courbes bleues) à l'écoulement, on observe systématiquement la réduction de la vitesse de cisaillement sous l'effet de la compression du fluide en amont de l'obstacle dunaire.

En utilisant le principe de conservation de la masse, nous pouvons écrire

$$\operatorname{div}(\vec{q}) = \partial_x q_x + \partial_y q_y = -\partial_t h, \quad (4.13)$$

La Fig. 4.22 montre que l'on peut retrouver a posteriori cette équation de conservation de la masse dans notre modèle. Pour calculer $\operatorname{div}(\vec{q})$, on utilise le décompte des transitions de la Fig. 4.20 et un mode de calcul en différence finie à l'échelle élémentaire de notre automate cellulaire. Pour calculer $\partial_t h$, on calcule sur le même intervalle de temps les variations de hauteur en tous points de la barkhane modèle.

Pour expliquer que les différentes tranches de la barkhane modèle évoluent à la même vitesse, la Fig. 4.23 fait le bilan des flux dispersifs en ne prenant en compte que les transitions associées aux avalanches (Fig. 4.20a-d) et à la diffusion (Fig. 4.20e-f). En moyennant sur l'ensemble de la dune dans la direction de l'écoulement, on se rend compte des flux latéraux du centre de la dune vers les cornes. Ainsi, l'ensemble de la dune peut se propager à vitesse constante. Pour une vitesse de propagation c et un profil de hauteur $h(x, y)$, nous avons donc

$$h(x, y) = h_s(x - ct, y). \quad (4.14)$$

On pose le changement de variable

$$\xi = x - ct$$

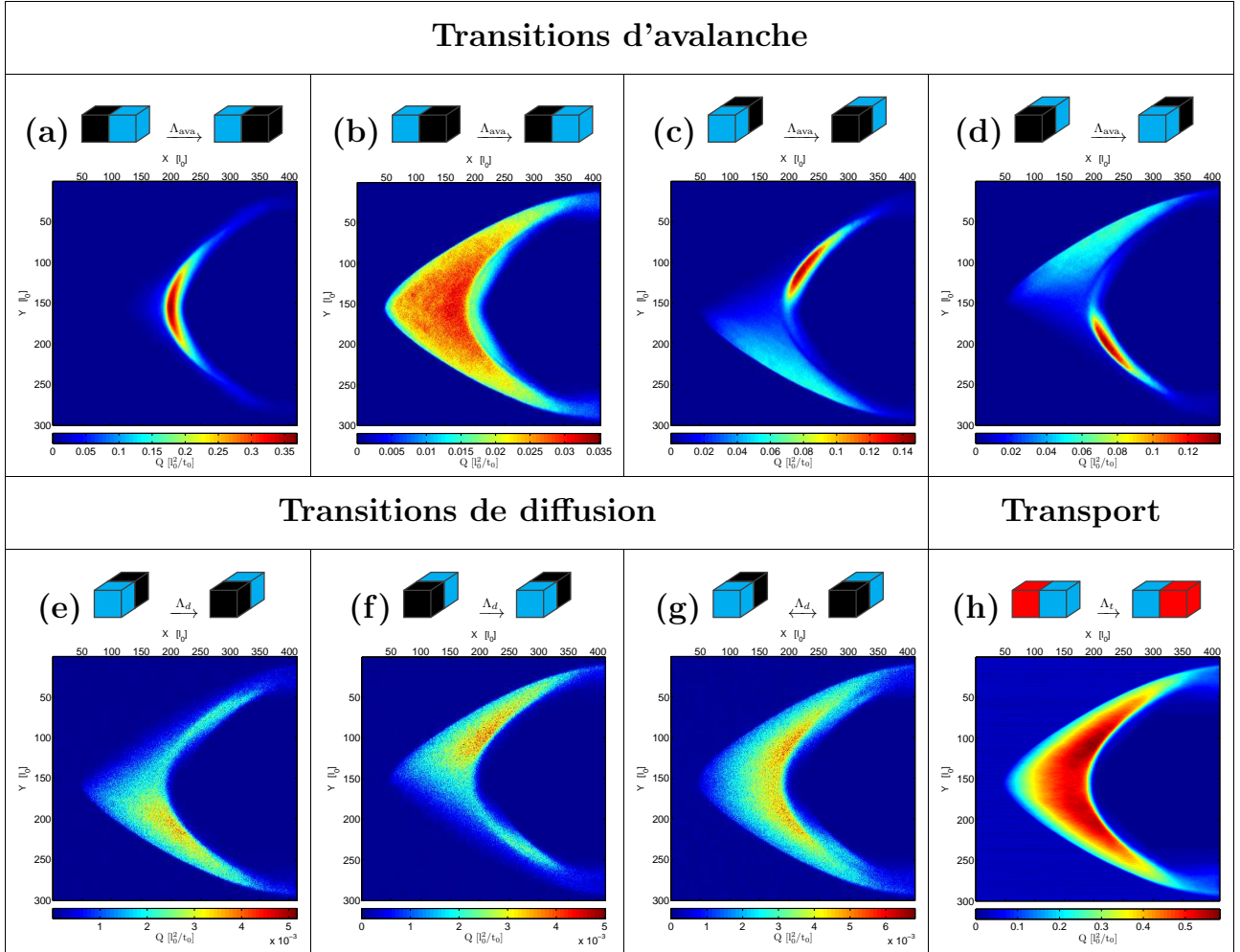


FIGURE 4.20 – Décompte du nombre de transitions en fonction des différents mécanismes physiques injectés dans le modèle. (a-d) Transitions associées au nouveau mécanisme d'avalanche. Dans la direction de l'écoulement, le nombre de transitions nous permet d'observer la très forte asymétrie entre le dos de la dune et la face d'avalanche (~ 2 ordres de grandeur). (e-f) Les transitions de diffusion se localisent sur les zones de fortes pentes et favorisent les flux latéraux indispensables pour stabiliser la vitesse des différentes tranches verticales de la dune dans la direction de l'écoulement.

de telle sorte que

$$\begin{cases} \partial_x h &= \partial_x h \frac{\partial \xi}{\partial x} = \partial_\xi h, \\ \partial_t h &= \partial_t h \frac{\partial \xi}{\partial t} = -c \partial_\xi h. \end{cases} \quad (4.15)$$

Nous pouvons alors écrire que

$$\partial_t h = -c \partial_x h. \quad (4.16)$$

4.4 Réconcilions physiciens et géographes

La vitesse moyenne de propagation des dunes peut s'estimer en fonction de leurs géométries et des flux de sédiment. Suivant la communauté, il existe cependant différentes expressions.

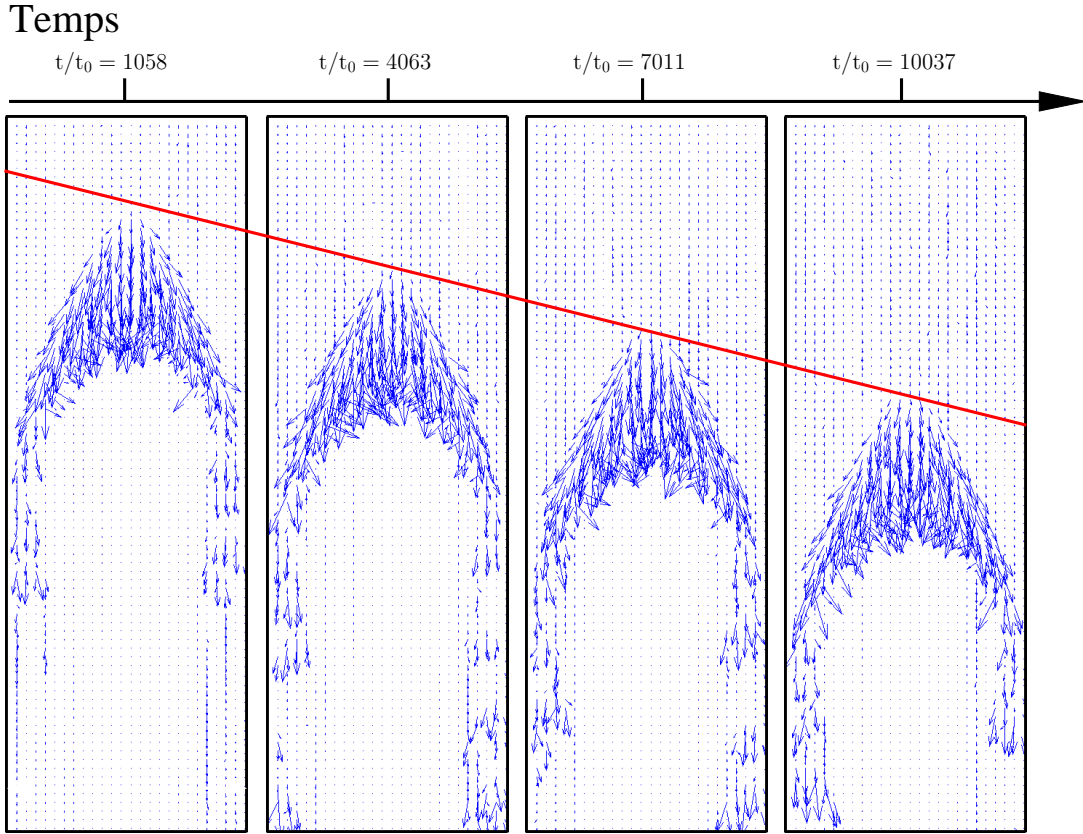


FIGURE 4.21 – Vecteurs de flux sédimentaires sur une barchane autour de son état stationnaire pour une vitesse d'écoulement de faible intensité. Le sens de l'écoulement est du haut vers le bas et $\tau_1/\tau_0 = 20$ (Eq. 2.2). On relève l'importance des flux latéraux sur le dos de la barchane, du centre de la dune vers les cornes. Ces flux expliquent la stabilité de la dune en permettant aux différentes sections verticale de la dune d'avancer à la même vitesse dans des plans parallèles à l'écoulement.

Nous essaierons ici de les relier pour discuter, au regard de nos résultats, la mise en oeuvre pratique de ces formules sur le terrain.

Les physiciens préfèrent s'intéresser aux flux de sédiment dans un référentiel en mouvement et sur des intervalles de temps très courts. Pour une dune idéale, bidimensionnelle et à l'équilibre dynamique, le principe de conservation de la masse (Eq. 4.13) permet alors d'établir une relation entre la nouvelle surface de sédiment stockée dans la face d'avalanche (zone grisée de la Fig. 4.24) et $Q_{\text{sat}}^{\text{crest}}$, le flux de sédiment à la crête. Dimensionnellement, nous avons

$$H_{\infty} \delta x = Q_{\text{sat}}^{\text{crest}} \delta t,$$

où δx est le déplacement de la dune pendant un temps infinitésimal δt et H_{∞} la hauteur de la dune stable. La vitesse c de propagation de la dune peut donc s'écrire

$$c = \frac{\delta x}{\delta t} = \frac{Q_{\text{sat}}^{\text{crest}}}{H_{\infty}}. \quad (4.17)$$

Les géographes préfèrent s'intéresser aux flux de sédiment dans un référentiel fixe et sur des intervalles de temps plus longs. Dans la majorité des cas, ils utilisent le temps caractéristique de migration des dunes, c'est à dire le rapport

$$t_m = \frac{L_u}{c}$$

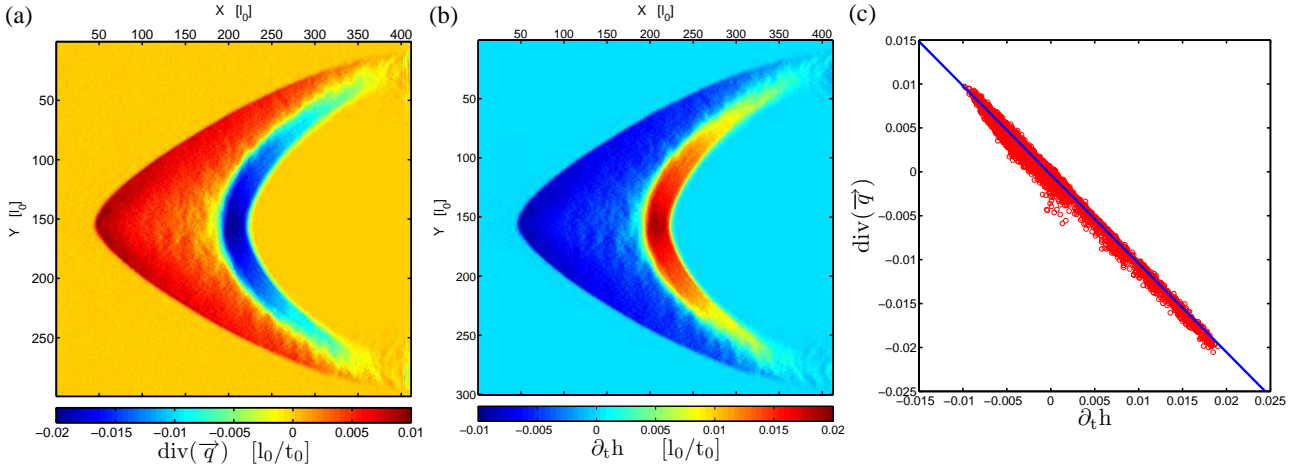
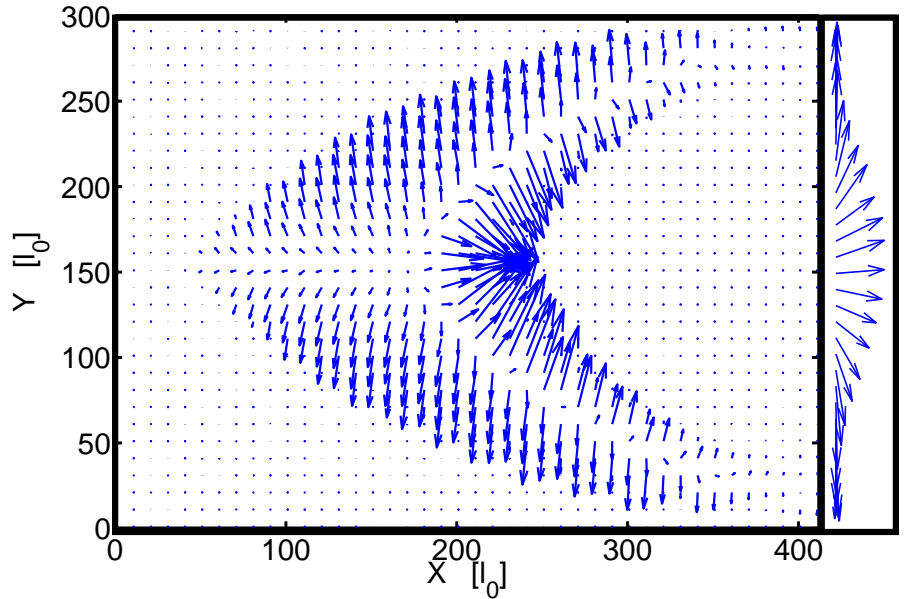


FIGURE 4.22 – L'équation de conservation de la masse dans le modèle. Comme le montre la Fig. 4.20 nous sommes capables de faire le décompte des transitions dans le modèle sur un intervalle de temps donné. (a) A partir de différences finies à l'échelle de notre maille, nous en déduisons des flux et la divergence des flux, $\text{div}(\vec{q})$. (b) Sur le même intervalle de temps, nous pouvons mesurer la différence de hauteur pour estimer $\partial_t h$. (c) En reliant ces deux paramètres nous retrouvons l'équation de conservation de la masse dans le modèle.

FIGURE 4.23 – Vecteur de flux sédimentaires dispersifs sur une barchane modèle. Le sens de l'écoulement est de la gauche vers la droite et $\tau_1/\tau_0 = 20$ (Eq. 2.2). Nous ne prenons ici en compte que les transitions associées aux mécanismes de diffusion et d'avalanche pour identifier les flux latéraux au sein du modèle. Ces flux expliquent comment les différentes tranches de la barchane modèle se propagent à la même vitesse malgré des hauteurs de crête variables.



entre la longueur de la dune stable et sa vitesse de propagation. Durant cet intervalle de temps, en considérant une nouvelle fois une géométrie très idéalisée, le flux moyen de sédiment, $\langle Q_{\text{sat}} \rangle$ peut s'écrire en fonction de la morphologie de la dune (Fig. 4.25) :

$$\langle Q_{\text{sat}} \rangle = \frac{H_{\infty} L_u}{2t_m} = \frac{H_{\infty} c}{2}.$$

et donc

$$c = \frac{2\langle Q_{\text{sat}} \rangle}{H_{\infty}}. \quad (4.18)$$

Pour réconcilier géographes et physiciens, il suffit donc de relier $\langle Q_{\text{sat}} \rangle$ à $Q_{\text{sat}}^{\text{crest}}$.

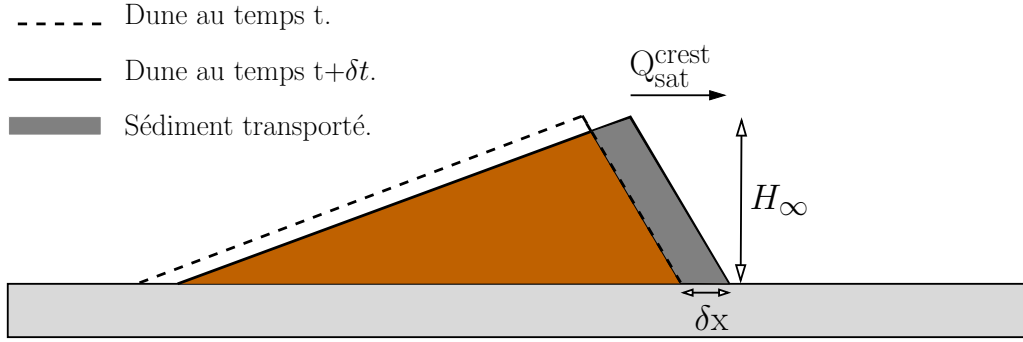


FIGURE 4.24 – Evolution d’une dune stable durant un intervalle de temps très court. Dans le référentiel de la dune, le principe de conservation de la masse permet de relier la nouvelle surface de sédiment stockée dans la face d’avalanche (zone grisée) au flux de sédiment à la crête. On peut alors en déduire une relation entre la vitesse de la dune, sa hauteur et le flux à la crête (Eq. 4.17).

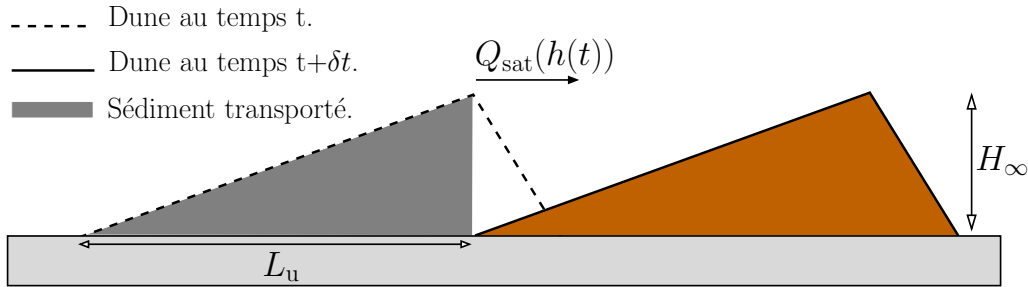


FIGURE 4.25 – Chaque dune peut être associée à un temps caractéristique de migration égal au temps qu’elle met à parcourir une distance égale à sa longueur. Pour une dune stable et bidimensionnelle, le flux de sédiment moyen mesuré en un point fixe est alors directement le rapport entre la surface de la dune dans le plan vertical orienté suivant la direction de l’écoulement et le temps caractéristique de migration.

Si le flux de sédiment sur le dos de la dune est directement proportionnel à la hauteur,

$$Q_{\text{sat}}(h) = c \times h, \quad \text{avec} \quad Q_{\text{sat}}(H_{\infty}) = Q_{\text{sat}}^{\text{crest}},$$

et que la dune se propage à vitesse constante,

$$h(t) = \begin{cases} H_{\infty} \left(-\frac{c}{L_u} t + 1 \right) & \text{si } 0 < t < t_m, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

on peut intégrer le flux de sédiment sur le dos de la dune pour montrer que

$$\langle Q_{\text{sat}} \rangle = \frac{1}{t_m} \int_0^{t_m} Q_{\text{sat}}(h(t)) dt = \frac{Q_{\text{sat}}^{\text{crest}}}{2}.$$

Les relations 4.17 et 4.18 sont donc similaires sous la condition que l’ensemble des relations de proportionnalité énoncé ci-dessus soit respecté.

CHAPITRE 5

MORPHODYNAMIQUE DUNAIRE SOUS DES CONDITIONS D'ÉCOULEMENT MULTIDIRECTIONNELLES

Résumé

Les dunes étoiles sont des dunes pyramidales constituées d'un enchevêtrement de structures dunaires s'étirant dans de multiples directions. La symétrie radiale et la taille de ces dunes semblent illustrer un degré élevé de complexité entre un régime d'écoulement multidirectionnel et la topographie. Cependant, nous présentons ici des simulations dans lesquelles les dunes étoiles ne sont produites que par la superposition de dunes longitudinales s'alignant suivant la résultante des vents primaires. Il n'est donc pas nécessaire de faire appel à d'obscurs écoulements secondaires pour expliquer la forme globale des dunes étoiles. Dans notre modèle, les bras des dunes étoiles rayonnent dans différentes directions et peuvent même potentiellement se détacher pour interagir avec d'autres dunes avoisinantes. Nous en déduisons que la propagation des bras est un processus essentiel pour les échanges de masse dans les champs de dunes étoiles. En utilisant les structures sédimentaires 3D produites par le modèle, nous constatons que les dimensions et le taux de croissance des bras dépendent de la fréquence avec laquelle les vents changent de direction. La morphodynamique dunaire ne dépendrait donc pas seulement de l'orientation des flux globaux mais aussi de la séquence temporelle avec laquelle ils s'établissent. Ces résultats apportent de nouvelles perspectives dans la résolution du problème inverse consistant à reconstituer les conditions climatiques passées à partir de la forme des dunes.

Coexistence of bedforms : the star dunes paradigm

Deguo Zhang

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

Clément Narteau

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

Olivier Rozier

Laboratoire de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP, UMR 7154, CNRS, Univ. P7), 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.

Sylvain Courrech du Pont

Laboratoire MSC (Matière et Systèmes Complexes), Sorbonne Paris Cité, Univ Paris Diderot, UMR 7057 CNRS, Bâtiment Condorcet, 10 rue Alice Domon et Léonie Duquet, 75205 Paris Cedex 13, France.

Article en révision dans Nature Géoscience

Abstract

Star dunes are giant pyramidal dunes composed of interlaced arms with sinuous crests and slip faces oriented in various directions *Wasson & Hyde [1983]*. The radial symmetry and the size of the pattern seem to illustrate a high degree of complexity between multidirectional wind regime and topography *Lancaster [1989]; Zhang & Schubert [2000]*. However, compared to other dune types, little is known about the formation and the evolution of star-dunes, which are ubiquitous in major depositional centres of modern sand seas *Clemmensen [1987]; Nielson & Kocurek [1987]; Lancaster [1995]*. Here, we report simulations in which the star dune morphology results from a combination of longitudinal dunes produced by primary winds. Star dune arms radiate and may interact with other dunes in the neighbourhood. Thus, we infer that arm propagation is an important mass exchange process in star-dune fields. Using 3D sedimentary structures produced by the model, we find that both the dimensions and growth rate of the arms reach stationary values controlled by the frequency at which the wind changes direction. These results suggest that polymodal crest orientations can be used to solve more efficiently the inverse problem consisting in reconstructing the climatic conditions from dune shape.

Above a threshold wind velocity at which sand grains start to move, aeolian dunes constantly adapt their shapes in response to the flow *Bagnold* [1941]; *Pye & Tsoar* [1990]. In arid deserts on Earth, this permanent reorganisation process may lead to the formation of star-dune fields, a regular network of majestic sand hills characterised by a complex tangle of bedforms with multiple orientations (Figs. 5.1a-d). Star-dune-like morphologies may result from amalgamation, the merging of two or more dunes into a single one, or from the development of new arms on a well-established dune pattern *Nielson & Kocurek* [1987]; *Lancaster* [1983]. In both cases, the role of wind directional variability and secondary flow has been emphasised but not precisely quantified *Lancaster* [1989]. However, star dunes are the largest aeolian dune pattern in Earth's sand seas *Breed & Grow* [1979] so that they can integrate wind properties over a wide range of time scales. Then, as for other giant dune types, they exhibit a band-limited hierarchy of superimposed bedforms, from the elementary length scale for the formation of dunes *Elbelrhiti et al.* [2005], $\lambda_{\max} \approx 20$ m, to the length scale at which pattern coarsening stops (typically kilometres, the size of star dunes), which is likely to be controlled by the thickness of the convective atmospheric boundary layer *Andreotti et al.* [2009].

There is still no extensive study on star dunes, essentially because of their size. Up to now, only transient stages of development have been presented using discrete numerical models *Werner* [1995] or underwater laboratory experiments *Hersen* [2005]. On the other hand, the physics of sand dunes under bimodal winds is actually an active area of research. For the same flow velocity and the same time duration between the two wind reorientations, continuous numerical models *Parteli et al.* [2009] and experimental works *Rubin & Hinter* [1987]; *Rubin & Ikeda* [1990]; *Reffet et al.* [2010]; *Taniguchi et al.* [2010] have shown that dunes align longitudinally/transversally to the resultant wind trend if the angle θ between the wind directions is larger/smaller than 90° . These studies have also suggested that the dune morphology (e. g. crest-line sinuosity, number of defects) may be strongly affected by the characteristic time of the bimodal wind, i. e. the time between two changes of wind direction. In this paper, we generalise these observations to multidirectional wind regimes and superimposed bedforms using the output of a real-space cellular automaton model. Then, we show that star dunes may be described as sets of longitudinal dunes and demonstrate that their dimensions and growth rates depend on the time function of wind directionality.

The real-space cellular automaton model is a hybrid approach that combines a cellular automaton model of sediment transport with a lattice-gas cellular automaton for high Reynolds-flow simulation *Narteau et al.* [2009]; *Zhang et al.* [2010]. In the model of sediment transport, we consider three states (fluid, mobile and immobile sediment) and local interactions between pairs of nearest neighbour cells called doublets (Fig. 5.1e). We isolate individual physical processes and associate each of them with a set of doublet transitions and a specific transition rate. This way, we introduce into the model the characteristic time scales of the physical mechanisms under consideration (erosion, transport, deposition, gravity and diffusion). Neutral cells are used to shape the virtual environment. Here, the sedimentary cells are placed on a rotating table to reproduce all types of wind directionality (Fig. 5.1f). To compute the flow, we use a multispeed lattice-gas approach taking into account motions and collisions of fluid particles between nearest and next nearest neighbours *Frisch et al.* [1986]; *d'Humières et al.* [1986]. Fluid particles can move only within the fluid state of the model of sediment transport. Other states are solid boundaries on which the fluid particles are rebounding in the opposite direction. The model simulates two-dimensional flows in vertical planes aligned with the wind direction and confined by two horizontal walls of neutral cells. We impose no-slip boundary conditions on the bed surface and free-slip boundary conditions along the ceiling as a first approximation of a

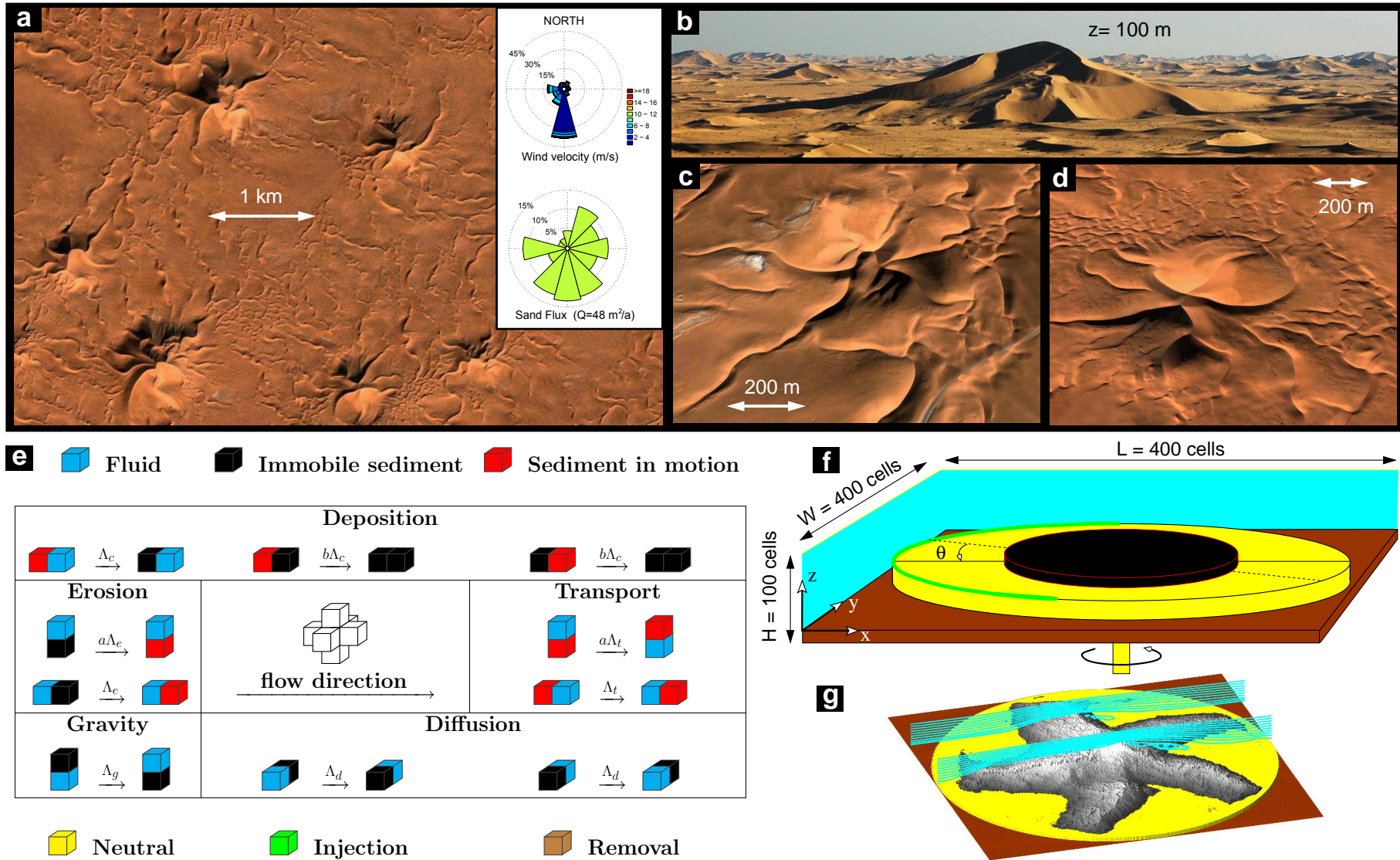


FIGURE 5.1 – Star dunes using a real space cellular automaton model. **a**, A portion of the Grand Erg Oriental (Algeria, $30^\circ 51' 53.06''$ North, $7^\circ 53' 52.20''$ East) with a mean distance between neighbouring star dunes of approximately 2 km. Wind and sand roses are calculated from the Hassi-Messaoud airport data (2005-2009) located approximately 150 km west of the star dunes. **b-d**, Lateral and top views of individual star dunes. **e**, The three states (fluid, mobile and immobile sediment) and the doublet interactions in the model of sediment transport. Neutral cells are used to shape the virtual environment. Injection/removal cells are used to introduce input/output fluxes of sediment. **f**, A circular rotating table surrounded by removal cells with a semi-circle of injection cells upstream is used to reproduce a multidirectional wind regime. **g**, Velocity streamlines above a star dune using a lattice gas cellular automaton. The rebounds of fluid particles on solid cells and the spatial fluctuations of the bed shear stress ensure permanent feedback mechanisms between flow and topography (see Supplementary Information for the model parameter values).

free surface. By averaging the motions of fluid particles over space and time, we compute the wind velocity (Fig. 5.1g) and quantify the bed shear stress on the topography. Local erosion rates are assumed to be linearly related to the shear stress and sediment in motion reduces the wind velocity at the surface of the bed; consequently, there is a complete feedback mechanism between flow and bedform dynamics.

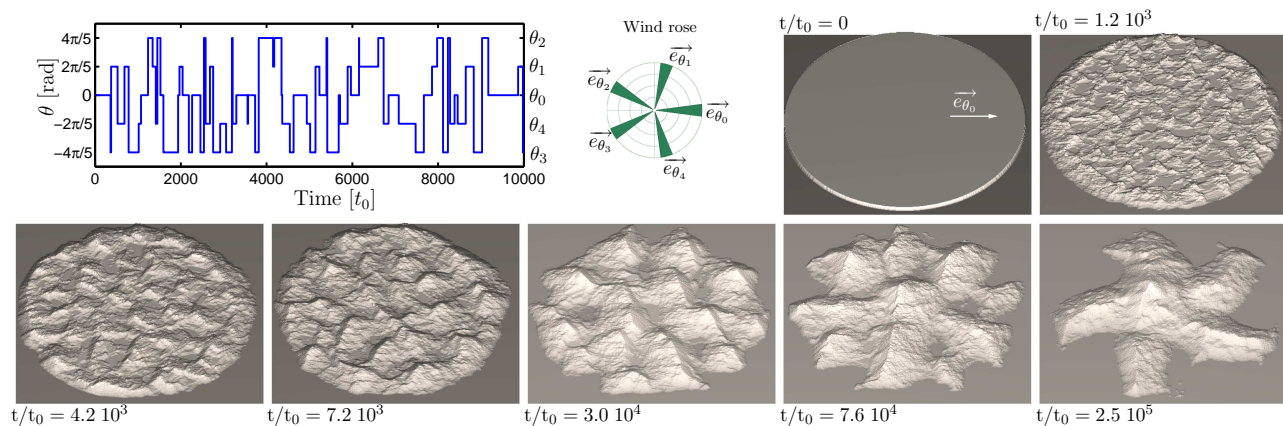


FIGURE 5.2 – **Formation of a star dune by coarsening using a random time function of wind directionality.** The wind blows only from 5 directions ($\theta_i = 2\pi i/5$, with $i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$), $T_\theta = 500 t_0$, the mean time spent in each direction is the same and the wind speed is constant. Thus, considering a flat layer of sediment, the mean sediment flux in each direction is the same and the total flux is null (i. e.

$\sum_{i=0}^4 \vec{e}_{\theta_i} = 0$). The final stage shows the star dune in a dynamic equilibrium state that is reached when dune height scales with flow depth.

To quantify the length and time scales $\{l_0, t_0\}$ of our discrete numerical scheme, we have first identified λ_{\max} , the elementary length scale for the formation of dunes, by testing the stability of a simple configuration of bedforms perturbed by sine wave *Narteau et al.* [2009]. Thus, for all natural environments where dunes can be observed *Claudin & Andreotti* [2006], this model can be quantitatively used by setting the l_0 and t_0 -values to the appropriate values of the relevant physical parameters *Hersen et al.* [2002] – in particular fluid and sediment densities $\{\rho_f, \rho_s\}$ and the grain size d . Moreover, because of the imposed top boundary condition, dune patterns cannot grow indefinitely in height and the maximum dune size scales with the depth H of the fluid layer *Zhang et al.* [2010]. Therefore, we can set up the model to reproduce complex structures with a pertinent and controlled range of superimposed bedforms, including giant dunes in Earth’s sand seas. In this case, we take $l_0 = 0.5$ m and $t_0 = 2.3 \cdot 10^{-3}$ a using $\lambda_{\max} = 20$ m, $\langle u_* / u_c \rangle = 1.72$, $\langle Q_{\text{sat}} \rangle = 48$ m²/s, $d = 180$ μm , $\rho_f = 1.2$ kg/m³, $\rho_s = 2.65 \cdot 10^3$ kg/m³, $H = 100 l_0$ where u_* is the shear velocity, u_c is the threshold shear velocity for sediment transport and Q_{sat} is the saturated flux of sediment measured on a flat sand bed (see roses in Fig. 1a and Supplementary Information).

Fig. 5.2 shows the formation of a star dune by pattern coarsening (i. e. amalgamation) using a random time function of the wind directionality with five modes, $\theta_i = 2\pi i/5$ with $i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. The wind velocity and the mean time spent in each of the five directions are the same so that the mean flux of sediment is null. In addition, each sedimentary cell leaving the rotating table is reinjected upstream to ensure mass conservation. The bedforms dynamics explore the full hierarchy of length scales, from the elementary wavelength that perturbs the initial flat sand bed to the size of the giant star dune that scales with the depth of the flow.

Finally, a stationary state is reached when the star dunes cannot increase in height *Andreotti et al.* [2009]. We can therefore simulate individual star dunes of all sizes by adjusting the sand availability to the flow depth and the horizontal dimension of the domain. In the present case of five wind orientations, the final configuration is a five-armed star dune with arms pointing against the individual wind directions. Note that this stationary dune feature is robust and resilient to the random time function of wind directionality.

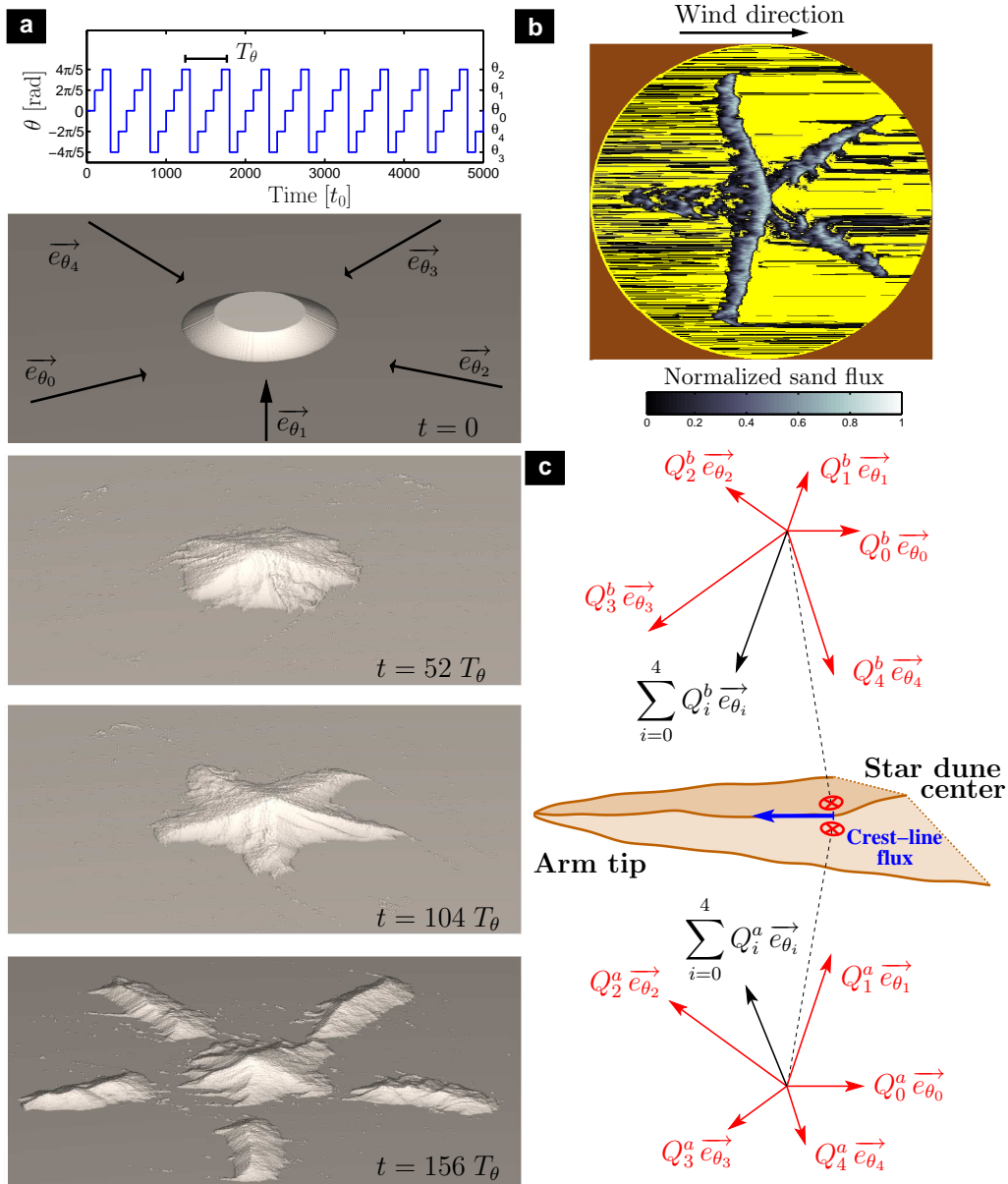


FIGURE 5.3 – **Arm development and sediment flux across a crest-line of a star dune.** **a**, Formation of a star dune by growth of longitudinal dunes using a periodic oscillating function of wind directionality. The period $T_\theta = 500 t_0$ and the rotation angle $\theta = 2\pi/5$ are constant. **b**, Sediment fluxes on the star dune at $t = 120 T_\theta$. **c**, For a given arm, we measure the sand flux at the crest for each wind direction. The cumulative flux yields to arm growth.

To investigate the origin of this star-dune shape, we apply a periodic function of wind directionality with the same five orientations to a truncated conical sand pile located at the

centre of the rotating table. For a period $T_\theta = 500 t_0$, (Fig. 5.3a) shows the formation of a star dune by nucleation and growth of incipient arms. Over short time, the conical shape is flattened and sediment transport produces upwind slopes with angles smaller than the angle of repose of the granular material. Rapidly, crest lines formed by primary winds merge into five arms aligned with each of the five wind directions. These arms grow and eventually detach. In all cases they propagate linearly away from the pyramidal dune. In arid deserts on Earth, we infer that arm growth is a critical mechanism, which controls mass exchange in star-dune fields (Fig. 1a) and consequently the evolution of major depositional centres.

As is systematically the case for sand dunes, the star-dune shape may be studied through the estimation of the sand flux in crestral areas *Rubin & Hinter* [1987]. Using the output of the model, we directly quantify the orientation and the magnitude of the sediment flux across the crest-line by counting the number of transitions in the model of sediment transport (Fig. 5.3b). (Fig. 5.3c) shows that there are mirror transport properties from both sides of the crest. The resultant flux obtained by summation reveals that there is a net sediment flux oriented toward the arm tip as it is the case for isolated longitudinal dunes *Reffet et al.* [2010]. In our model framework, where the flow is only computed in 2D vertical plane, star dunes may be considered as a combination of longitudinal dunes and there is no need of secondary air flow to give rise to a complex dune shape. The coexistence of crests with different orientations is just a consequence of the stability of longitudinal dunes with respect to the symmetry of the wind regime *Reffet et al.* [2010].

Given the stochastic nature of the wind variations (speed, direction), the dynamics of a single star dune in nature may have additional levels of complexity and secondary air flow may contribute to the final shape of the star dune. Nevertheless, we propose that star dunes are a combination of propagating longitudinal dunes and that their collective behaviour in dunefields are controlled by the arm development mechanism. Hence, we analyse the morphodynamics of star dune arms using our ideal periodic function of wind directionality (Fig. 5.3a) and the sedimentary structures *Bristow et al.* [2000] produced by the model (Figs. 5.4a,b). We find that the propagating arms reach a stationary state characterised by constant width, height and growth rate. Arm width and height increase linearly with an increasing T_θ -value (Figs. 5.4c). There is therefore a dynamic equilibrium between arm dimension and the characteristic time of wind directionality (see Supplementary Information). Besides, (Figs. 5.4d) shows that the arm growth rate is decreasing as a power-law with respect to an increasing T_θ -value above a characteristic time T_c , which is here slightly longer than the seasonal time scale on Earth ($700 t_0 \approx 1.6a$). If the wind periodicity is shorter than this characteristic time, $T_\theta/T_c < 1$, the growth rate tends to a constant value that can be directly related to the wind velocity. For larger T_θ -value, $T_\theta/T_c \geq 1$, arm growth is inhibited by the development of defects and the detachment of smaller barchanoid dunes at the tip. In this case, the deficit of sediment flux associated with arm growth is compensated by an increase of the free flux across the entire domain, especially at the boundary of the rotating table (see Supplementary Information). Finally, when the T_θ -value is larger than a critical time scale T_\exists , star dunes cannot form. Instead, the dune shape has time to adapt to each individual wind and does not integrate the multimodal nature of the wind regime. As expected, T_\exists decreases with the dune size and transient barchanoid shapes may be observed. Then, assuming that there is maximum dune size *Andreotti et al.* [2009], a small wind direction variability (i. e. large T_θ -value and/or large drift potential for individual winds) can prevent the coexistence of dune patterns with different orientations and therefore the appearance of star dunes. This dependency of the dune morphology and dynamics on T_θ suggests that field studies should take into account and document the frequency with which the

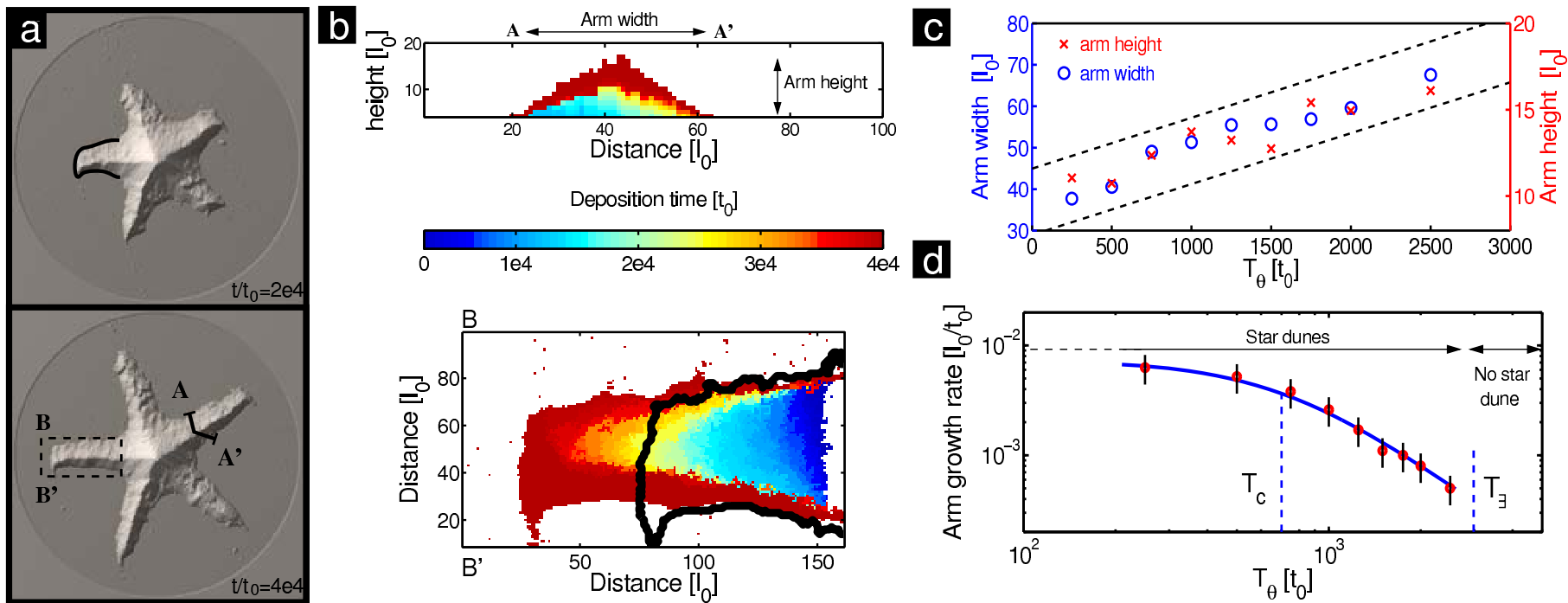


FIGURE 5.4 – **Arm growth rate and depositional patterns of star dunes.** **a**, Star dune shape at $t/t_0 = 2 \cdot 10^4$ (top) and $t/t_0 = 4 \cdot 10^4$ (bottom) using the periodic oscillating function of wind directionality with a period $T_\theta = 200 t_0$ and a truncated conical sand pile as the initial condition. **b**, Sedimentary structures at $t/t_0 = 4 \cdot 10^4$ in a vertical section across the crest (top) and at the base (bottom) of a star dune arm. At any distance from the star dune centre, we can measure both width and height of the arm. To illustrate that arms grow with a constant width, we show the contour of the star dune arm at $t/t_0 = 2 \cdot 10^4$ (black line). **c**, Width and height of star dune arm with respect to T_θ , the period of wind reorientation. Keeping the arm aspect-ratio constant, both the width and height increase linearly with respect to an increasing T_θ -value. Dashed lines correspond to 16% and 84% quantiles of these dimensions along the five arms. **d**, Arm growth rate Γ_g with respect to T_θ . The solid line corresponds to an approximation of the data by the formula $\Gamma_g = A / (1 + (T_\theta/T_c)^2)$. In this formula, $A = 7.3 \cdot 10^{-3} l_0/t_0$ is the maximum growth rate for small T_θ -values and $T_c = 700 t_0$ is the characteristic time above which arm growth is inhibited by ejection of material at the arm tip. T_\exists is a critical threshold for the formation of star dunes. It is not a sharp threshold as a large variety of transient dune shape may be observed when the dune adapts to the new wind directions.

wind changes direction in addition to the classical ratio between the resultant drift potential and the drift potential.

Although dunes are ubiquitous over Mars, there is no star-dune fields and the rare incipient three-armed star dunes that have been reported significantly differs from their terrestrial analogs *Edgett & Blumberg* [1994]. Whereas giant dunes on Mars are expected to be approximately of the same size as on Earth *Claudin & Andreotti* [2006]; *Andreotti et al.* [2009], the seasonal time scale is twice as long (≈ 2 a). This small wind variability (i. e. large T_θ -value) together with a relatively small maximum size for dunes is likely to prevent arm growth and the formation of fully-developed star dunes on Mars. Such a conclusion is supported by the degree of resemblance of all the other dune types on Mars and on Earth *Breed et al.* [2006]; *Bourke* [2010] and the omnipresence of Martian (mega-)barchan dunes.

Dunefields and sedimentary records offer a unique opportunity to elucidate modern and past climatic conditions on Earth and other planetary bodies. Nevertheless, this requires the solution of an inverse problem in which transport properties, directionally varying flow and superimposed bedforms are critical ingredients. In this perspective, our 3D model of dunes has important implications because it is able to reproduce the coexistence of complex bedforms with different orientations as well as the associated depositional patterns that specifically result from their dynamics. When applied to natural dunefields, we therefore conclude that the angular distribution of crest-line orientations as well as the evolution rate of the different generations of dunes can be used to assess the variability of wind directionality over several time scales.

The different ingredients of the model summarised in Secs. 2.1 and 2.2 have been described in full details in *Narteau et al.* [2009]. We just recall here the main characteristics which are particularly relevant to the present study. In addition, we present how we extract the transport properties from the wind data. Finally, in Sec. 5.3 we detail how we analyse the morphodynamics of star dune for different T_θ -values, the period of wind directionality.

5.1 Flow calculation and wind speed in the real-space cellular automaton model

We use a two-dimensional lattice-gas model to simulate the flow and calculate the permanent feedback between bed shear stress and topography [*Frisch et al.*, 1986; *Chopard & Droz*, 1998; *Rothman & Zaleski*, 2004]. In the model of sediment transport, the flow is calculated in 2D vertical planes parallel to the direction of the wind and confined by two walls of neutral cells at the top and the bottom of the system.

Using the output of the lattice-gas cellular automaton, we estimate both components of the local velocity field by averaging the velocity vectors of fluid particles over space and time. Velocity \vec{V} is expressed in terms of a number of fluid particles and we use the normal \vec{n} to the topography to calculate the bed shear stress

$$\tau_s = \tau_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{n}}, \quad (5.1)$$

where τ_0 is the stress scale of the model (see Tab. 1). Then, we consider that the erosion rate

is linearly related to the bed shear stress τ_s according to

$$\Lambda_e = \begin{cases} 0 & \text{for } \tau_s \leq \tau_1, \\ \Lambda_0 \frac{\tau_s - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{for } \tau_1 \leq \tau_s \leq \tau_2, \\ \Lambda_0 & \text{else.} \end{cases} \quad (5.2)$$

where Λ_0 is a constant rate, τ_1 is the threshold for motion inception and τ_2 is a parameter to adjust the linear relationship. For consistency, we always have $\tau_s \ll \tau_2$. By definition, $(\tau_s - \tau_1)$ is the excess shear stress from which we can account for the feedback mechanism of the bed shear stress on the topography.

In the simulations presented here, all the model parameter values are kept constant except the T_θ -value. Nevertheless, we can associate changes in τ_1 -values to variations in excess shear stress and therefore to variations in wind shear velocity : the higher the τ_1 -value is, the lower the wind shear velocity is. Then, for all τ_1 -values, we have computed the saturated sand flux on a flat bed and renormalise this flux with respect to its maximum value at $\tau_1 = 0$ (Fig. 2.7).

Theoretical transport relationships can be expressed as

$$Q_{\text{sat}} = \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_s \leq \tau_c, \\ \tau_s^\gamma (\tau_s - \tau_c) & \text{if } \tau_s \geq \tau_c. \end{cases}$$

where γ is a positive (or null) constant and τ_c the shear stress at the onset of erosion [*Bagnold, 1956; Anderson & Haff, 1988; Ungar & Haff, 1987; Rasmussen et al., 1996; Andreotti, 2004a*]. Introducing the shear velocity $u_* \propto \tau_s^{1/2}$ (i. e. high Reynolds number) and considering that Q_{sat}^0 is the Q_{sat} -value for $\tau_c = 0$, we can show that

$$\frac{Q_{\text{sat}}}{Q_{\text{sat}}^0} = 1 - \left(\frac{u_c}{u_*} \right)^2. \quad (5.3)$$

As described below, wind velocity time series allow to calculate the (u_*/u_c) -value in nature and therefore to estimate the corresponding $Q_{\text{sat}}/Q_{\text{sat}}^0$ -value. Considering that we have the same ratio in the model, Eq. 5.3 and Fig. 2.7 give the opportunity to estimate the τ_1 -value that we should take in our simulation. This value corresponds to a given flux of sediment $Q_{\text{sat}}(\tau_1)$ expressed in units of l_0^2/t_0 , where l_0 and t_0 are the elementary length and time scales of the model, respectively. Let us now determine the $\{l_0, t_0\}$ -values.

5.2 Length and time scales in the real-space cellular automaton dune model

The elementary length and time scales $\{l_0, t_0\}$ of the CA dune model are determined with respect to the physical mechanism that select λ_{max} , the characteristic length scales for the formation of dunes in nature (i. e. the most unstable wavelength of a flat sand bed exposed to a fluid flow). Then, in all natural environments where the dune instability can be observed, the l_0 and t_0 -values can be calculated with respect to the magnitude of the parameters that control the λ_{max} -value and the saturated flux of sediment [*Hersen et al., 2002; Elbelrhiti et al., 2005; Charru, 2006; Claudin & Andreotti, 2006; Narteau et al., 2009; Zhang et al., 2010*].

5.2.1 The elementary length scale

Using a linear stability analysis, the characteristic length scale for the formation of dunes in the model, λ_{\max} , can be expressed in unit of l_0 and compare to the corresponding length scale in nature. For arid desert on Earth, *Elbelrhiti et al.* [2005] have shown that

$$\lambda_{\max} \approx 50 \frac{\rho_s}{\rho_f} d \approx 20 \text{ m.} \quad (5.4)$$

In the cellular automaton dune model, *Narteau et al.* [2009] have shown that

$$\lambda_{\max} \approx 40 l_0.$$

Then, the elementary length scale of the real-space cellular automaton dune model is

$$l_0 = 0.5 \text{ m.} \quad (5.5)$$

5.2.2 The elementary time scale

From the meteorological data-file of Hassi-Messaoud airport (Algeria, 31° 40' North, 6° 9' East), we extract the wind speed u^i and the wind direction \vec{x}_i at different times $t_1 \leq t_i \leq t_N$, $i \in [1, N]$. Considering that these wind properties have been measured at a height of $z = 10$ m, we calculate the shear velocity

$$u_*^i = \frac{u^i \kappa}{\log(z/z_0)}$$

where $z_0 = 10^{-3}$ m is the surface roughness length and $\kappa = 0.4$ is the von-Kármán constant. The mean shear velocity is

$$\langle u_* \rangle = \frac{\sum_{i=2}^N u_*^i \delta_i(t_i - t_{i-1})}{\sum_{i=2}^N \delta_i(t_i - t_{i-1})},$$

with

$$\delta_i = \begin{cases} 0 & \text{for } u_*^i < u_c, \\ 1 & \text{for } u_*^i \geq u_c. \end{cases}$$

We obtain

$$\langle u_* \rangle = 0.33 \text{ m/s} \quad \text{and} \quad \left\langle \frac{u_*}{u_c} \right\rangle = 1.72$$

using the formula of *Iversen & Rasmussen* [1999],

$$u_c = 0.1 \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_f} g d} = 0.19 \text{ m/s,} \quad (5.6)$$

to determine the threshold shear velocity value for motion inception. Then, we inject this $\langle u_*/u_c \rangle$ -value in Eq. 5.3 and Fig. 2.7 to estimate the corresponding τ_1 -value and the corresponding flux of sediment. Here, we have

$$\frac{Q_{\text{sat}}(\tau_1)}{Q_{\text{sat}}(\tau_1 = 0)} = 0.66,$$

$$\tau_1 = 8\tau_0 \quad \text{and} \quad Q_{\text{sat}} = 0.44 l_0^2/t_0.$$

With the same wind data, we also estimate the sand flux using another relationship proposed by *Iversen & Rasmussen* [1999],

$$Q_{\text{sat}}(u_*) = 22 \frac{\rho_f}{\rho_s} \sqrt{\frac{d}{g}} (u_*^2 - u_c^2) \quad \text{for} \quad u_* \geq u_c. \quad (5.7)$$

In practise, we calculate the sand flux vector over a flat sand bed

$$\overrightarrow{Q_{\text{sat}}^i} = Q_{\text{sat}}(u_*^i) \delta_i \overrightarrow{x_i}.$$

Thus, we estimate the mean sand flux, also called the drift potential,

$$Q = DP = \frac{\sum_{i=2}^N \|\overrightarrow{Q_{\text{sat}}^i}\| (t_i - t_{i-1})}{\sum_{i=2}^N (t_i - t_{i-1})} = 48 \text{ m}^2/a, \quad (5.8)$$

as well as the resultant drift potential

$$RDP = \left\| \sum_{i=2}^N (t_i - t_{i-1}) \overrightarrow{Q_{\text{sat}}^i} \right\| = 7.8 \text{ m}^2/a \quad (5.9)$$

from the 1st of January 2006 to the 31st of December 2009.

Finally, matching the average saturated flux in the model to that in the dune field, we get

$$t_0 = \frac{Q_{\text{sat}}(\tau_1)}{Q} l_0^2. \quad (5.10)$$

Numerically, we obtain

$$t_0 = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ a} = 0.84 \text{ d} = 20.17 \text{ h}.$$

5.2.3 Model parameters

An important ingredient of the model is that each transition is characterised by a rate parameter with the dimension of a frequency. These transition rates introduce into the model the characteristic time scales of the physical mechanisms under consideration (Tab. 2.1).

All these rate parameters are expressed with respect to the elementary time scale t_0 in such a way that their relative contribution have to be measured from their ratio. For this reason, transition rates for erosion (Λ_0), deposition (Λ_c) and transport (Λ_t) are chosen close to one with $\Lambda_c < \Lambda_0 < \Lambda_t$. Gravity (Λ_g) and diffusion (Λ_d) are occurring over much shorter and longer periods of time, respectively. We chose $\Lambda_d \ll \Lambda_0 \ll \Lambda_g$. $a < 1$ corresponds to the ratio between vertical and horizontal transition rates for erosion and transport ; $b > 1$ corresponds to the ratio between deposition rates on flat and rough surfaces (see Fig. 2.7).

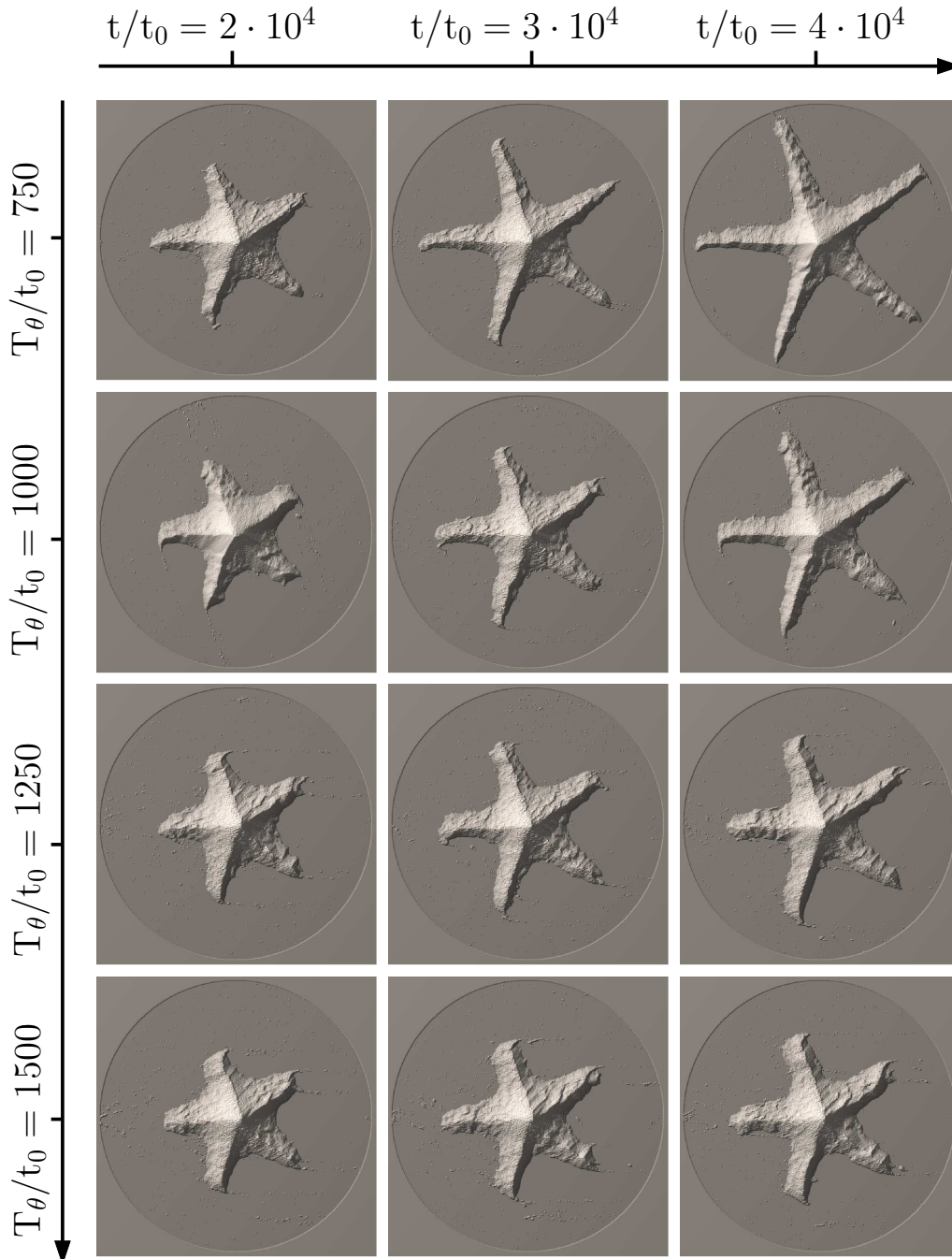


FIGURE 5.5 – Growth of star dune (from the left to the right) using a periodic function of wind directionality with a period T_θ . Images have a width of $600 l_0$. When the T_θ -value increases (from the top to the bottom), the arm growth rate decreases and both width and height of the arms increase, keeping the arm aspect ratio constant. Note the similitude in star-dune shape at $t/t_0 = 2 \cdot 10^4$ for all the T_θ -values.

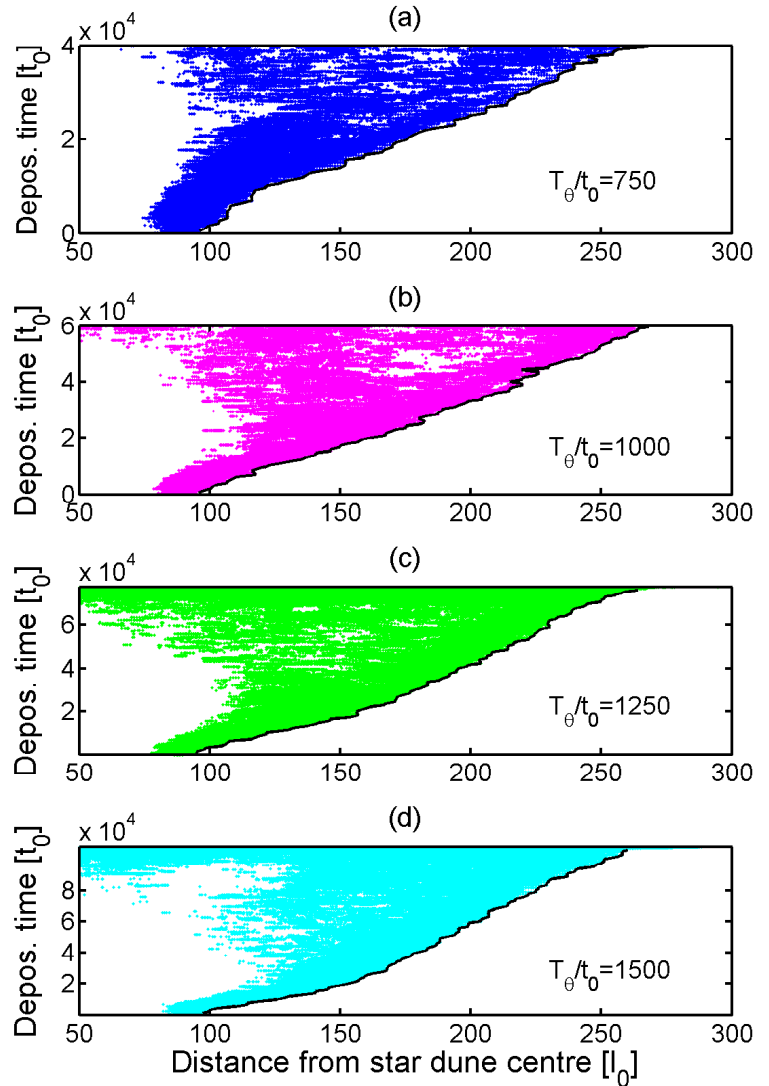
5.3 Morphodynamics of star dune arms

In all numerical simulations presented below, the initial condition is a truncated conical sand pile located in the middle of the rotating table. Its basis has a radius of $L/3 = 100 l_0$. For the conservation of mass within the system, each sedimentary cell ejected from the rotating table in the direction of the flow is reinjected randomly through a semi-circle of injection cells

located along the upwind border of the rotating table.

Fig. 5.5 shows the development of star dunes by growth of incipient arms using a periodic function of wind directionality with a period T_θ . As it is systematically the case in all simulations, arm growth directions are opposite to the individual wind directions. For an increasing T_θ -value, we observe that the arm growth rate is decreasing and that the width and the height of each arm are increasing (see also Fig. 5.4c). To understand these behaviours we can quantify all these variables using the output of the cellular automaton model of sediment transport.

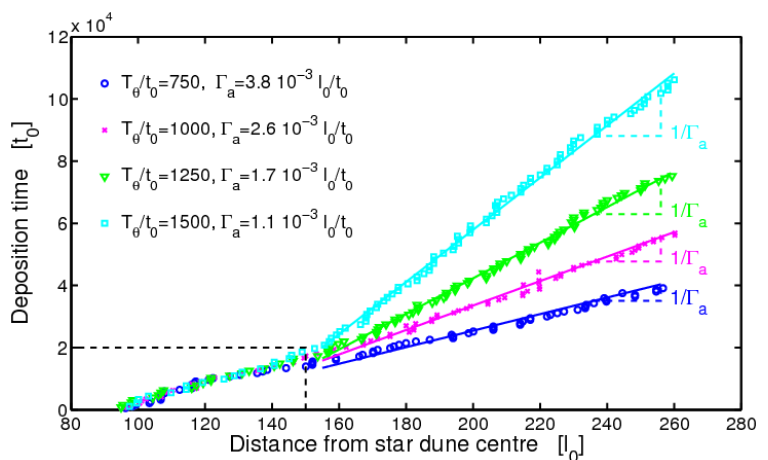
FIGURE 5.6 – Deposition time of sedimentary cells with respect to the distance to the star dune centre for (a) $T_\theta/t_0 = 750$ and $t/t_0 = 4 \cdot 10^4$, (b) $T_\theta/t_0 = 1000$ and $t/t_0 = 6 \cdot 10^4$, (c) $T_\theta/t_0 = 1250$ and $t/t_0 = 8 \cdot 10^4$, (d) $T_\theta/t_0 = 1500$ and $t/t_0 = 11 \cdot 10^4$. The slope of the envelop function (black line) is inversely proportional to the arm growth rate Γ_a (see also Fig. 5.7).



For example, we can use the sedimentary structures of the star dunes produced by the model (see Fig. 5.4a and b). During all the simulations, whenever a mobile sedimentary cell makes a transition to an immobile state, it records the time of this transition. This time is reset to the current time when the sedimentary cell becomes mobile again. Then, any configuration of immobile sedimentary cell at any time can be used to infer the depositional history of the mobile sedimentary layer in the model. Using these informations for star dunes produced with different periods T_θ of wind directionality, we evaluate the arm growth rate Γ_a from the radial distribution of deposition time of immobile sedimentary cells (Fig. 5.6). For all time periods in the past, we identify the maximum distance from the star dune centre where deposition

has taken place (black envelopes in Fig. 5.6). Two different regimes are observed during the formation and the development of star dunes in the model (Fig. 5.7)a :

FIGURE 5.7 – The envelop function of the radial deposition pattern for different T_θ -values (black lines in Fig. 5.6). Two depositional regimes appear before and after $t/t_0 = 2 \cdot 10^4$ (black dashed line). For $t/t_0 < 2 \cdot 10^4$, the entire surface of the original sand pile is reworked, erosion dominates and the incipient arms form (see also Fig. 5.8). For $t/t_0 > 2 \cdot 10^4$, arms grow with a constant rate that depends on the periodicity of wind directionality. Because the slope is inversely proportional to the arm growth rate Γ_a (colored dashed lines), the arm growth rate is constant and decreases with respect to an increasing T_θ -value.



- For $t/t_0 < 2 \cdot 10^4$, the entire surface of the original conical sand pile is reworked, erosion dominates and the flux at the boundary of the rotating table increases rapidly (see Fig. 5.8 for $t/t_0 < 10^4$). Then, incipient arm form and the boundary flux relaxes toward an equilibrium value (see Fig. 5.8 for $10^4 < t/t_0 < 2 \cdot 10^4$). As shown in Figs. 5.5 and 5.7, this preliminary phase is not affected by the periodic function of wind directionality : the (constant) arm growth rate and the radial patterns of sedimentation are the same for all T_θ -values.
- For $t/t_0 > 2 \cdot 10^4$, incipient arms develop with a stationary growth rate that depends on the specific time function of wind directionality. Fig. 5.7 shows that the arm growth rate is constant and decreases with respect to an increasing T_θ -value (see Fig. 5.4d).

We simultaneously study the morphological properties of star dune arms. Both height and width are increasing linearly with respect to an increasing T_θ -value, thereby maintaining a constant aspect ratio (see Fig. 5.4c). In addition, we examine the evolution of both height and width of star dune arms from $t/t_0 = 2 \cdot 10^4$ to $t/t_0 = 4 \cdot 10^4$ (Figs. 5.9 and 5.10, respectively). From these growth patterns, we can conclude that the characteristic time of the wind directionality mainly control arm width and that arm height adjusts to it in response to the flow.

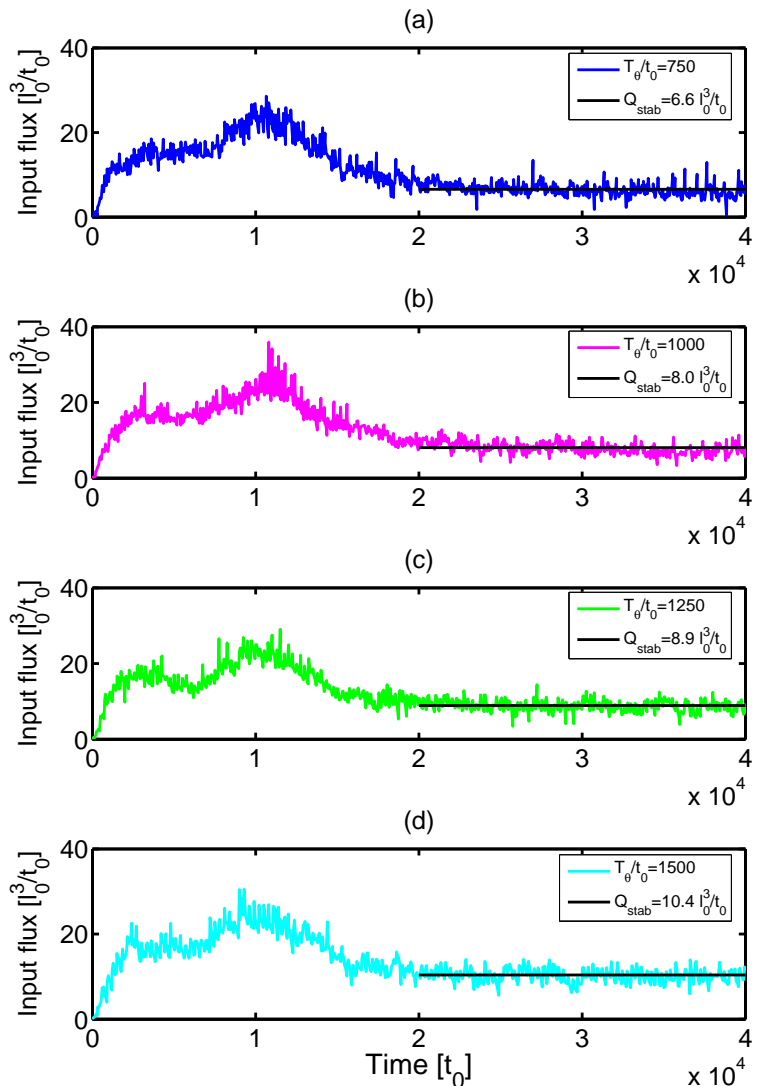
Finally, we can also compare the sedimentary flux at the boundary of the rotating table (i. e. the “free” flux) with the sedimentary flux associated with arm growth (i. e. the “bulk” flux). To estimate the volumetric “bulk” flux we take

$$Q_a = n_a \Gamma_a \overline{H}_a \overline{W}_a$$

where $n_a = 5$ is the number of arms and where \overline{H}_a and \overline{W}_a are the average height and width of the growing arm, respectively. Fig 5.11 shows that the free and bulk fluxes are of the same order of magnitude and strongly anti-correlated when plotted with respect to the T_θ -value. They evolve symmetrically with respect to one another indicating that, as the T_θ -value increases, the deficit of bulk flux is compensated by an increase of the free flux across the entire domain, especially at the boundary of the rotating table. This free flux generated during period of constant wind directionality is a critical control parameter on arm growth rate.

From all these observations, we can draw a general picture of the morphodynamics of star dune arms in the model :

FIGURE 5.8 – Flux of sedimentary cells across the boundary of the rotating table (the so-called “free flux”) with respect to time for (a) $T_\theta/t_0 = 750$, (b) $T_\theta/t_0 = 1000$, (c) $T_\theta/t_0 = 1250$, (d) $T_\theta/t_0 = 1500$. Two main regimes are observed before and after $t/t_0 = 2 \cdot 10^4$. For $t/t_0 < 2 \cdot 10^4$, the entire surface of the original sand pile is reworked, erosion dominates and the free flux increases before relaxing toward an equilibrium value. For $t/t_0 > 2 \cdot 10^4$, a constant growth rate is observed and the free flux oscillates around a stable value Q_{stab} that depends on the T_θ -value.



1. An arm is resilient to a period of constant wind direction only if it is able to keep a memory over a period T_θ . It follows a dynamic equilibrium between the dimensions of the arms and the characteristic time of wind directionality (here T_θ).
2. Arm growth rate is impeded by
 - the free flux of sediment released at the arm tip during periods of constant wind directionality. During these time periods, the (longitudinal) arm is seen as a transverse dune on a typical length from the tip that is increasing with respect to an increasing T_θ -value. Thus, dune tips are the main source of free flux.
 - wind direction opposite of the arm growth direction, as it is systematically the case here in all simulations.

The combination of all these ingredients explain why the arm growth rate depends non-linearly on the T_θ -value, the characteristic time of wind directionality (see Fig. 5.4d).

More generally, it is worth noting that all these results obtained for star dunes should qualitatively apply to longitudinal dunes.

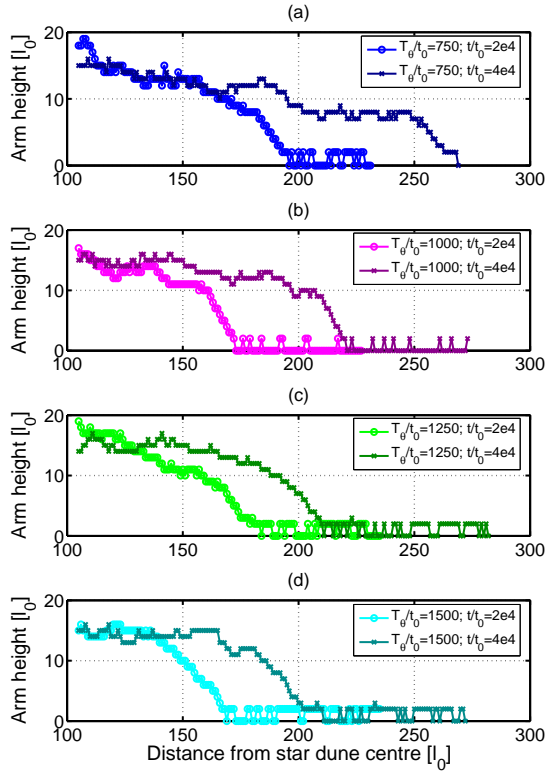


FIGURE 5.9 – Height of a star-dune arm with respect to the centre of the star dune at $t/t_0 = 2 \cdot 10^4$ (light curves) and $t/t_0 = 4 \cdot 10^4$ (dark curves) for (a) $T_\theta/t_0 = 750$, (b) $T_\theta/t_0 = 1000$, (c) $T_\theta/t_0 = 1250$, (d) $T_\theta/t_0 = 1500$. The height of the growing arm rapidly converges to a constant value that increases with an increasing T_θ -value.

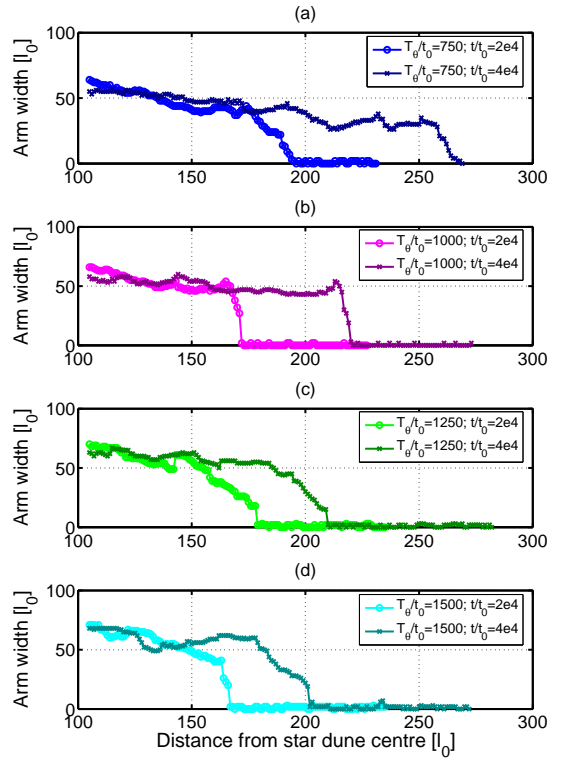
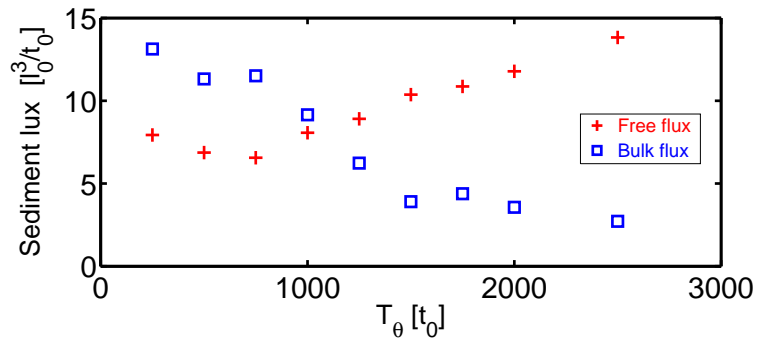


FIGURE 5.10 – Width of a star-dune arm with respect to the centre of the star dune at $t/t_0 = 2 \cdot 10^4$ (light curves) and $t/t_0 = 4 \cdot 10^4$ (dark curves) for (a) $T_\theta/t_0 = 750$, (b) $T_\theta/t_0 = 1000$, (c) $T_\theta/t_0 = 1250$, (d) $T_\theta/t_0 = 1500$. The width of the growing arm rapidly converges to a constant value that increases with an increasing T_θ -value.

FIGURE 5.11 – Flux of sediment associated with the growth of star dune arms (the so-called “bulk flux”, blue squares) and across the boundary of the rotating table (the so-called “free flux”, red crosses). The strong anti-correlation and their symmetric evolution indicate that, in the model, the arm growth rate is mainly controlled by the release of sedimentary cells at the arm tip during period of constant wind orientation.



CHAPITRE 6

LA MER DE SABLE DE SHANSHAN DANS LE BASSIN COMPRESSIF DE TURFAN

Pour un modélisateur, l’objectif est toujours de confronter les résultats de ses simulations aux données de terrain. Ce travail est d’autant plus efficace si l’on a une bonne connaissance de l’objet naturel et que l’on acquiert soi-même les données. La thèse s’étant concentrée sur des aspect numériques, le travail de terrain fait partie de nos projets post-doctoraux. Dans le but d’illustrer nos simulations, nous analysons ici un jeu de données parcellaires acquises durant une mission dédiée au transport sédimentaire. Il est néanmoins suffisant pour fixer les objectifs de nos futures missions.

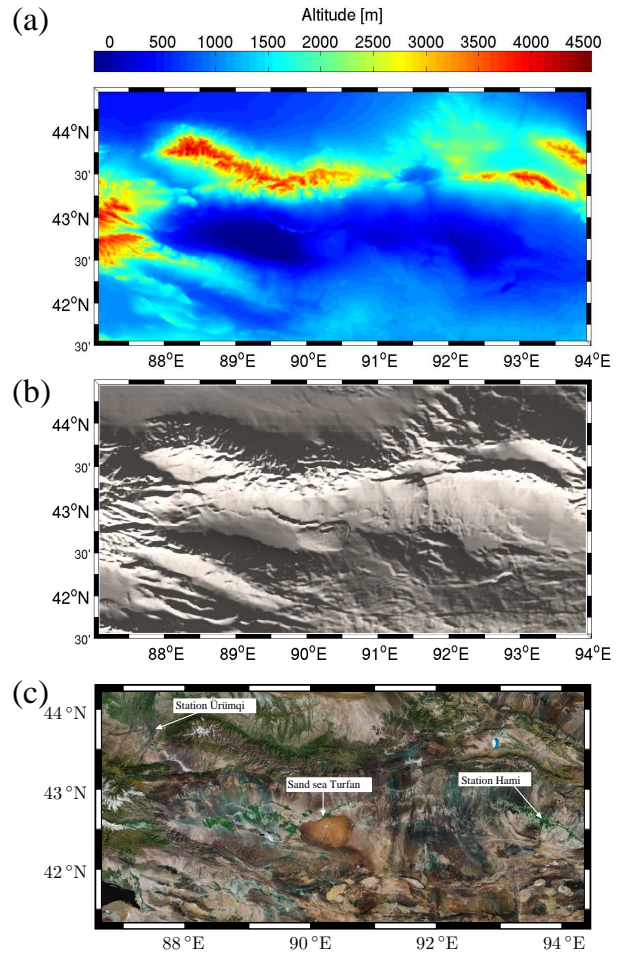
6.1 Le contexte géologique et climatique

Située au nord-ouest de la Chine, la dépression de Turfan est un bassin compressif intramontagneux se trouvant sous le niveau de la mer (Fig. 6.1a). Elle est bordée au sud par les chaînons orientaux du Tianshan (3000 m) et au nord par le Bogda Shan (6000 m). Cette dépression fermée reçoit moins de 50 mm de précipitations par an. Il s’agit donc d’une zone aride qui favorise l’accumulation des sédiments charriés par les rivières graveleuses qui émergent des montagnes environnantes. La rupture de pente brutale se traduit par la formation de cônes alluviaux au sein desquels se produisent des mécanismes de ségrégation granulaire. En aval, les particules les plus fines peuvent être remobilisées par le vent. Ce transport éolien explique la présence d’un champ de dunes couvrant une surface d’environ 2000 km² à l’est de la dépression (Fig. 6.1b). A l’échelle des cycles climatiques, le bassin de Turfan peut donc être considéré comme une zone de dépôt conduisant à la formation et au développement d’une mer de sable*. On l’appellera ici la mer de sable de Shanshan, d’après le nom de la ville la plus proche.

Le caractère endoréïque des bassins, l’amplitude des variations topographiques et de température ainsi que le climat continental aride expliquent la multidirectionnalité des vents dans cette région de Chine (Fig. 6.2). Cependant, nous ne disposons pas à l’heure actuelle de données météorologiques suffisamment fiables pour nous permettre d’étudier les vents qui parcourent

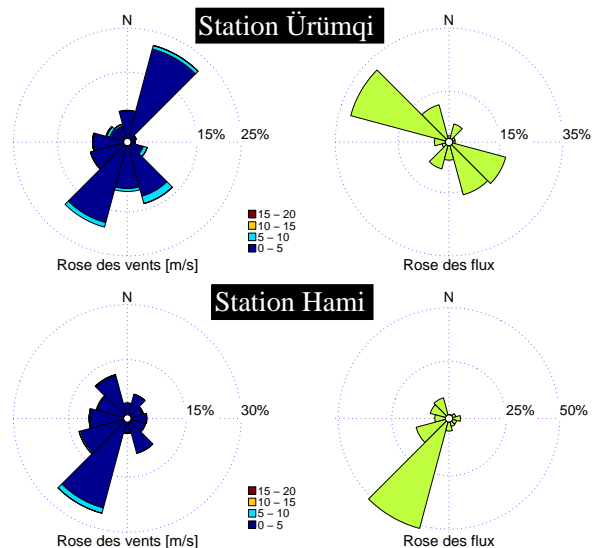
*. Les déserts de dunes peuvent aussi être appelé “*mers dunaires*” ou “*ergs*” en adoptant le nom d’origine arabe.

FIGURE 6.1 – **La dépression de Turfan.** (a) Carte topographique du bassin compressif intramontagneux de Turfan. La base du bassin se situe sous le niveau de la mer, entre deux chaînons montagneux orientés est-ouest et culminant à plus de 3000 m. (b) Topographie avec un éclairage rasant orienté au nord-est. On distingue très clairement le champ de dunes confiné sur la bordure orientale du bassin (42°35′ nord et 90°5′ est). Les limites franches de cette mer de sable s’expliquent par la présence de topographie à l’est et au sud ainsi que par la présence de chenaux d’irrigation à l’ouest et au nord. (c) Image satellite de la dépression de Turfan. L’ouest du bassin est une zone de forte exploitation agricole qui profite des chenaux d’irrigation. Les flèches indiquent la position des stations météorologiques les plus proches (voir Fig. 6.2).



la mer de sable de Shanshan. Nous nous limiterons donc à une analyse morphologique des structures dunaires actives résultant du remplissage alluvio-éolien.

FIGURE 6.2 – **Vents et flux sédimentaires au Nord-Ouest de la Chine.** Roses des vents et flux de sable théoriques associés à ces écoulements atmosphériques sur les deux aéroports les plus proches situés à Ürümqi (43°47′ nord et 87°37′ est, à environ 243 km à l’est) et Hami (42°49′ nord et 93°31′ est, à environ 270 km à l’ouest). Ces données soulignent la nécessité d’acquérir des données météorologiques autour de la ville de Shanshan afin de mieux contraindre les vents à l’origine des formes dunaires.



A l’ouest du bassin de Turfan, le champ de dunes culmine à plus de 600 m d’altitude bien que la base du bassin soit le plus souvent sous le niveau de la mer (Fig. 6.3). Les dunes qui le composent peuvent donc être considérées comme des dunes géantes. Cependant, l’amplitude de

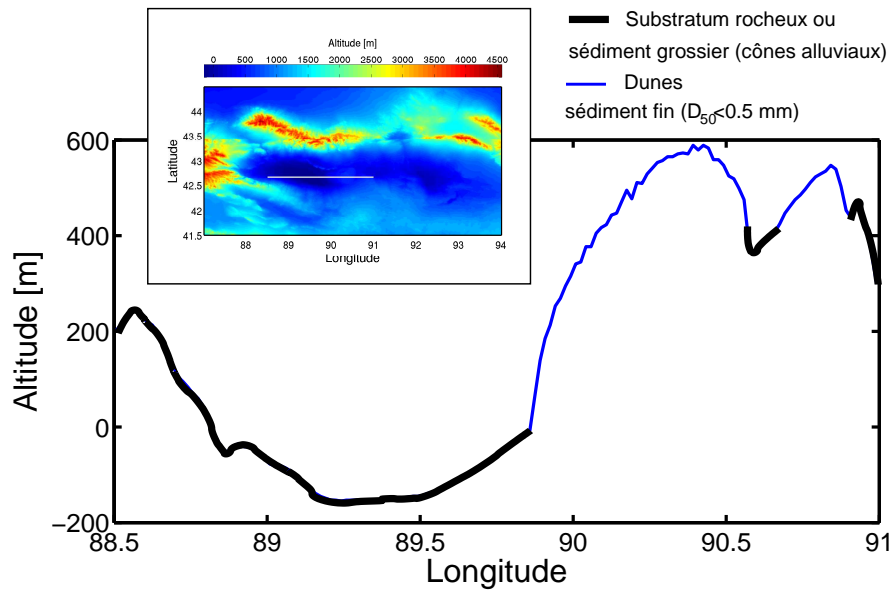


FIGURE 6.3 – **Hauteur moyenne de la mer de sable de Turfan.** Profil topographique ouest-est au travers de la dépression de Turfan (voir encadré). Malgré les cônes alluviaux, l'altitude minimum du bassin de Turfan est d'environ -180 mètres. Les plus haute dunes atteignent une altitude d'environ 600 m. Même si le substratum rocheux possède une forte topographie, comme le soulignent les affleurements situés au centre du champ de dunes, les structures sédimentaires de cette mer de sable peuvent être considérées comme des dunes géantes.

la topographie environnante et l'affleurement d'un socle rocheux au centre du champ de dunes suggèrent que les dépôts sédimentaires ne dépassent pas quelques centaines de mètres. Comme pour les données de vent, il sera nécessaire de fournir de nouvelles contraintes d'observation pour déterminer avec précision la position du substratum rocheux et l'épaisseur de la mer de sable de Shanshan. Les traces de sondages géophysiques dédiés à l'exploitation des ressources du sous-sol nous font penser que de telles données pourraient être facilement accessibles. De même, dans le but de discuter de manière quantitative des mécanismes de stabilisation des dunes géantes, il sera aussi nécessaire de mieux contraindre la hauteur de la couche limite atmosphérique dans cette région ultra-continentale[†] et montagneuse d'Asie centrale [Andreotti *et al.*, 2009].

Au sein de la mer de sable de Shanshan, presque tous les types de dunes peuvent être observés, parfois sous la forme de structures individuelles, le plus souvent sous la forme d'une imbrication de structures de différentes tailles et de différentes natures. La Fig. 6.4 montre comment se distribuent ces formes dunaires qui, à l'échelle kilométrique, peuvent prendre la forme de

- Dunes transverses recomposées (Fig. 6.4a).
- Dunes linéaire à orientations multiples (Fig. 6.4b).
- Chaînes de dunes étoiles (Fig. 6.4c).
- Dunes transverses complexes (Fig. 6.4d).
- Dunes linéaires recomposées (Fig. 6.4e).
- Dunes étoiles (Fig. 6.4f).

[†]. Le bassin de Turfan est au cœur du continent asiatique dans une des régions du globe les plus éloignées du littoral.

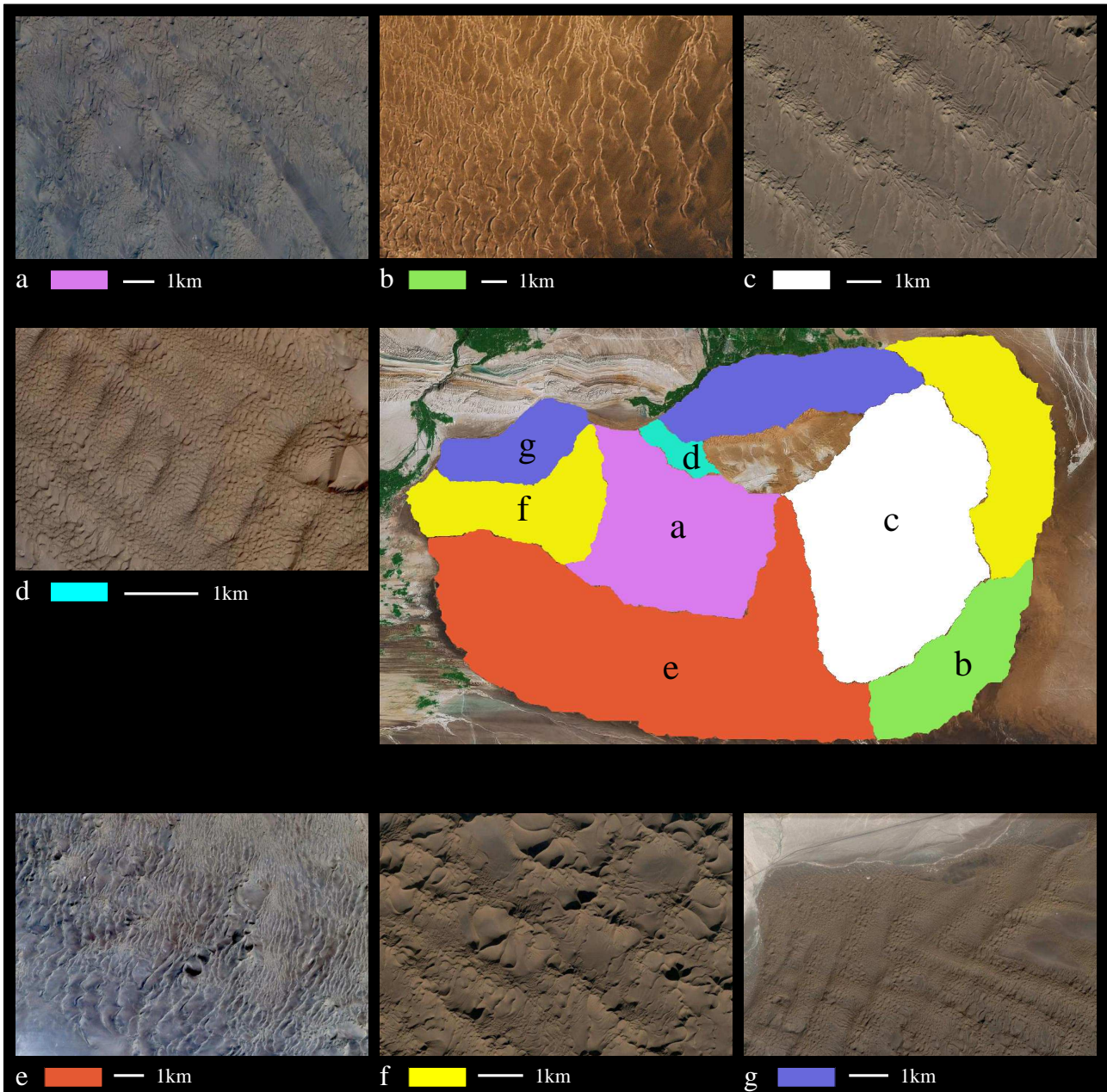


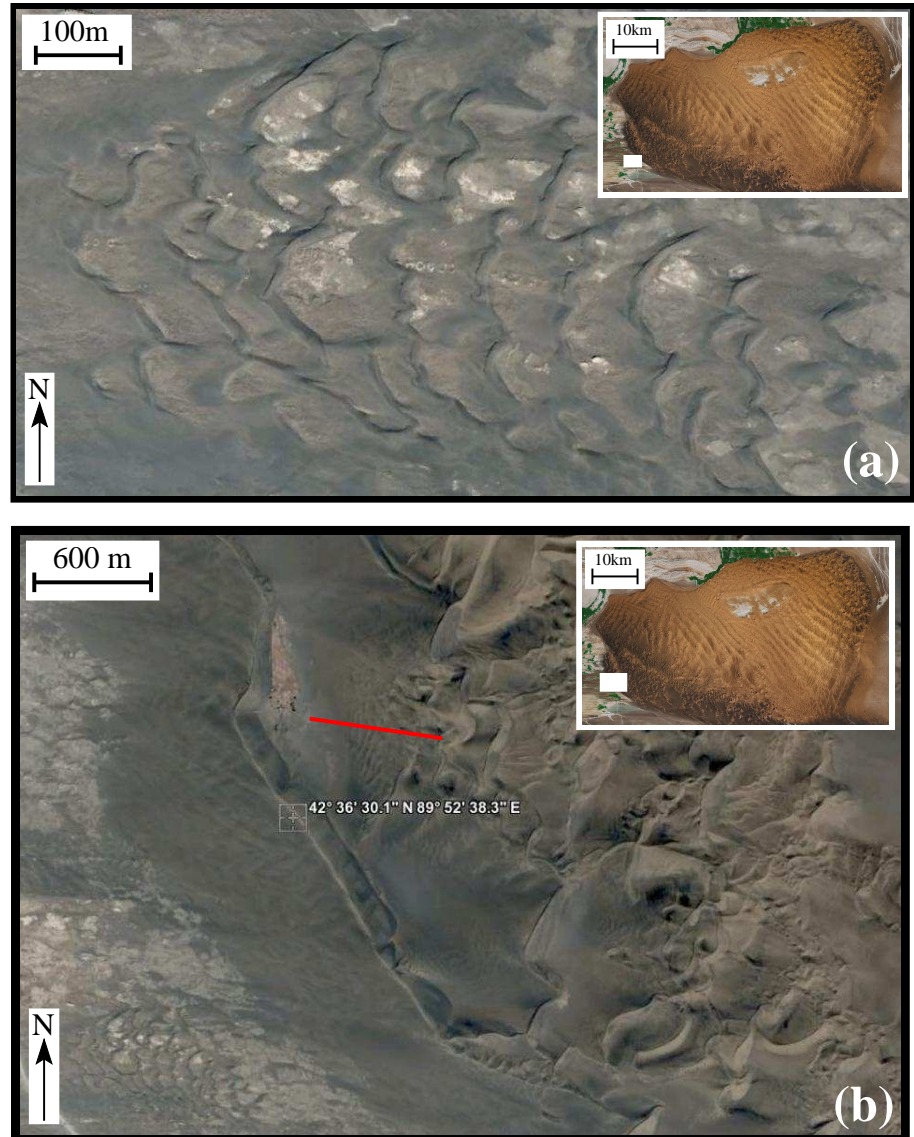
FIGURE 6.4 – Les différents types de dunes de la mer de sable de Turfan. Dans cette zone de dépôt, les structures dunaires sont multiples et d’une grande complexité. On y reconnaît successivement (a) des dunes transverses recomposées, (b) des dunes linéaires à orientations multiples, (c) des chaînes de dunes étoilées, (d) des dunes transverses complexes, (e) des dunes linéaires recomposées, (f) des dunes étoilées, (g) des réseaux de dunes superposées. Chaque type révèle une hiérarchie de sous-structures dunaires depuis des échelles décamétriques jusqu’aux échelles kilométriques qui caractérisent les dunes géantes de cette mer de sable.

– Réseaux de dunes superposées (Fig. 6.4g).

Dans l’optique de ce travail de thèse et compte tenu des avantages que procurent les outils de modélisation que nous développons, il est important de souligner que les dunes secondaires sont présentes sur tous ces types de dunes. Si l’analyse de cette hiérarchie de structures dunaires est enthousiasmante d’un point de vue numérique, elle peut être décourageante sur le terrain. Il

convient donc de trouver des zones dans lesquelles les différentes générations de dunes peuvent être distinguées les unes des autres.

FIGURE 6.5 – **Direction moyenne des vents dans le bassin de Turfan.** L'orientation des dunes barkhanes de petite taille (a) est en parfait accord avec l'orientation de la dune transverse géante (b) qui marque la limite occidentale de la mer de sable de Shanshan (voir encadrés). Ces deux observations sont, elles aussi, tout à fait concordantes avec le fait que cette mer de sable se situe sur la partie orientale du bassin compressif de Turfan (Fig. 6.1b). Toutes ces propriétés morphologiques suggèrent donc que les flux sédimentaires sont en moyenne orientés vers l'est et ceci sur de multiples échelles de temps (i. e. les temps caractéristiques associés à la formation de la mer de sable, de la dune transverse géante et des barkhanes). Le segment de droite rouge situe notre relevé topographique; les coordonnées géographiques indiquent la position du théodolite durant la mesure.



A la périphérie du champ de dunes, il est possible d'identifier des oueds dont les lits sédimentaires sont remobilisés par le vent durant les périodes de sécheresse. A l'ouest, la formation de barkhanes semble indiquer que la direction des vents respecte une distribution monomodale orientée d'ouest en est (Fig. 6.5a). En bordure du champ, la présence d'une dune transverse géante dont la crête s'étire du nord au sud renforce cette hypothèse sur des échelles de temps beaucoup plus longues (Fig. 6.5b). Il semblerait donc que le champ soit alimenté, au moins partiellement, par des apports sédimentaires provenant de l'est du bassin. Cette conclusion est en parfait accord avec le confinement oriental de la mer de sable de Shanshan dans le bassin compressif de Turfan (Fig. 6.1b).

6.2 La taille des dunes élémentaires de la mer de sable de Shanshan

Au regard de la complexité des structures dans le reste du champ de dunes, le pourtour occidental de la mer de sable de Shanshan offre des structures d’une relative simplicité. Nous choisissons donc cette zone pour essayer de mesurer la taille élémentaire des dunes dans cette partie très reculée du continent asiatique. Pour suivre au mieux le développement d’une instabilité, notre objectif est donc de mesurer la topographie de structures secondaires qui se forment et se propagent sur les flancs des dunes de plus grandes tailles.

Même si les images satellitaires indiquent qu’il existe bien une superposition de structures sur la dune transverse géante qui marque la limite du champ (Fig. 6.5b), leurs amplitudes topographiques sont trop faibles pour que l’on puisse les mesurer de manière suffisamment précise. Pour cette raison, nous choisissons de mesurer un profil topographique sur la dune de plus petite taille située plus à l’est. Si cette dune se complexifie énormément sur sa partie la plus haute, elle présente une face suffisamment régulière dans sa partie la plus basse pour qu’une instabilité puisse se développer (Fig. 6.6a).

Le théodolite que nous utilisons est équipé d’un distance-mètre (*Topcon G7200L*) qui référence en coordonnées cartésiennes $\{x, y, z\}$ la position des cibles par rapport à la position de la base. Nous plaçons notre théodolite sur la crête de la dune transverse géante qui culmine à plus de 80 m. Ce point haut nous permet de viser chaque point de la dune le long de notre profil. Nous nous déplaçons perpendiculairement aux structures secondaires (Fig. 6.6b) en suivant un azimut de $42^{\circ}36'30.1''$ Nord (Fig. 6.6c). Nous prenons un point de mesure tous les 3 mètres sur de faibles pentes et tous les mètres sur le dos des structures secondaires.

Afin de faire ressortir la topographie des dunes secondaires nous projetons la position de nos mesures sur un profil parfaitement linéaire (Fig. 6.7a). Le long de ce profil nous lisons la topographie en utilisant une fenêtre glissante d’une largeur de 60 m que nous déplaçons de point en point (Fig. 6.7b). La différence entre la topographie lissée et la topographie réelle nous donne l’amplitude des dunes élémentaires qui sont en train de se développer (Fig. 6.7c). Dans ce signal, nous identifions et numérotons de 1 à 8 l’ensemble des structures observées sur le terrain (Figs. 6.6b et 6.6c).

Pour estimer la taille élémentaire des structures secondaires qui se développent le long du profil, nous localisons les crêtes et les pieds de face d’avalanche[‡] (Fig. 6.8a). La Fig. 6.8b montre l’évolution de la distance de crête-à-crête le long du profil. On observe que cette distance est approximativement de 20 m en bas de la dune. Elle augmente ensuite significativement pour atteindre des valeurs de l’ordre de 60 m au sommet de la dune. Sur les Figs. 6.8c et 6.8d, on observe que cette augmentation de longueur d’onde s’accompagne d’une forte augmentation d’amplitude.

Nous considérons ici que la taille élémentaire des dunes est une bonne approximation de λ_{\max} la longueur d’onde la plus instable lorsqu’un lit sédimentaire de forme sinusoïdale est perturbé par un écoulement (voir Sec. 1.1.5). Dans la suite, nous prendrons donc

$$\lambda_{\max} \approx 20 \text{ m.}$$

‡. Pour les structures dunaires n’ayant pas encore développé de face d’avalanche, nous localisons les terminaisons des dômes

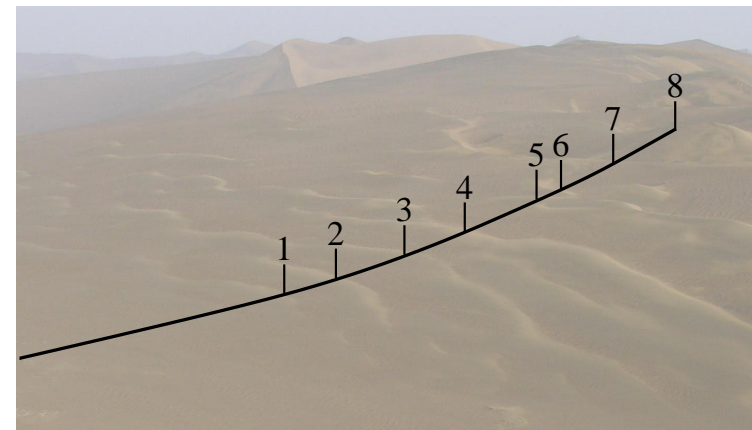
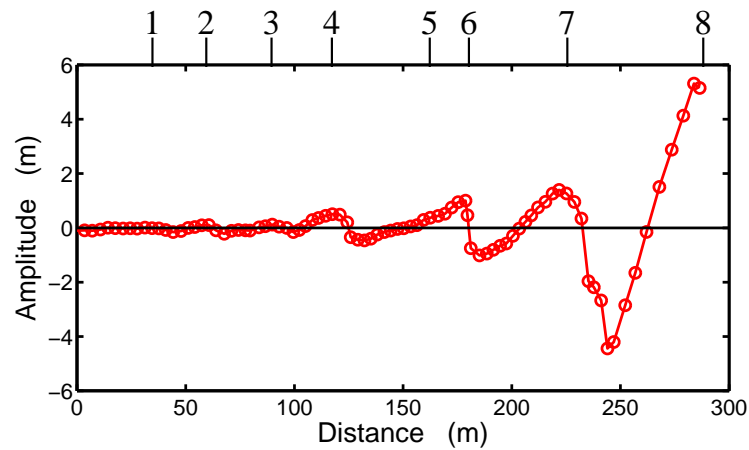
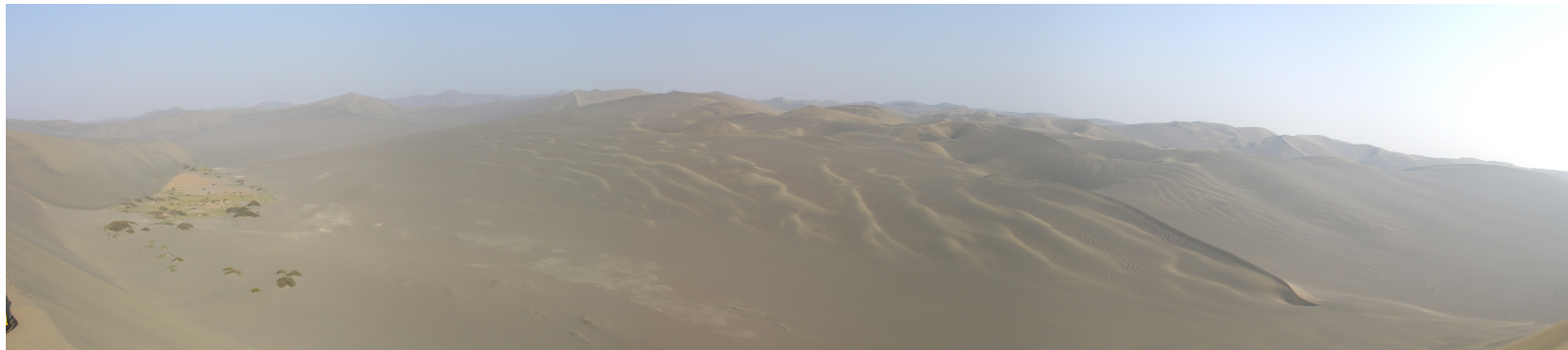


FIGURE 6.6 – **Site de mesure et dunes élémentaires.** (a) Panorama de structures dunaires pris du sommet de la dune transverse géante (≥ 80 m) qui marque la limite occidentale de la mer de sable de Shanshan (Fig. 6.5b). De la gauche vers la droite, on distingue la face d’avalanche de cette dune transverse, le substratum rocheux recouvert de végétation et une dune de type transverse sur laquelle se propagent de plus petites structures. (b) Amplitude topographique de ces dunes secondaires après filtrage (voir Fig. 6.7). On localise des crêtes qui sont remplacées sur notre profil de mesure en (c).

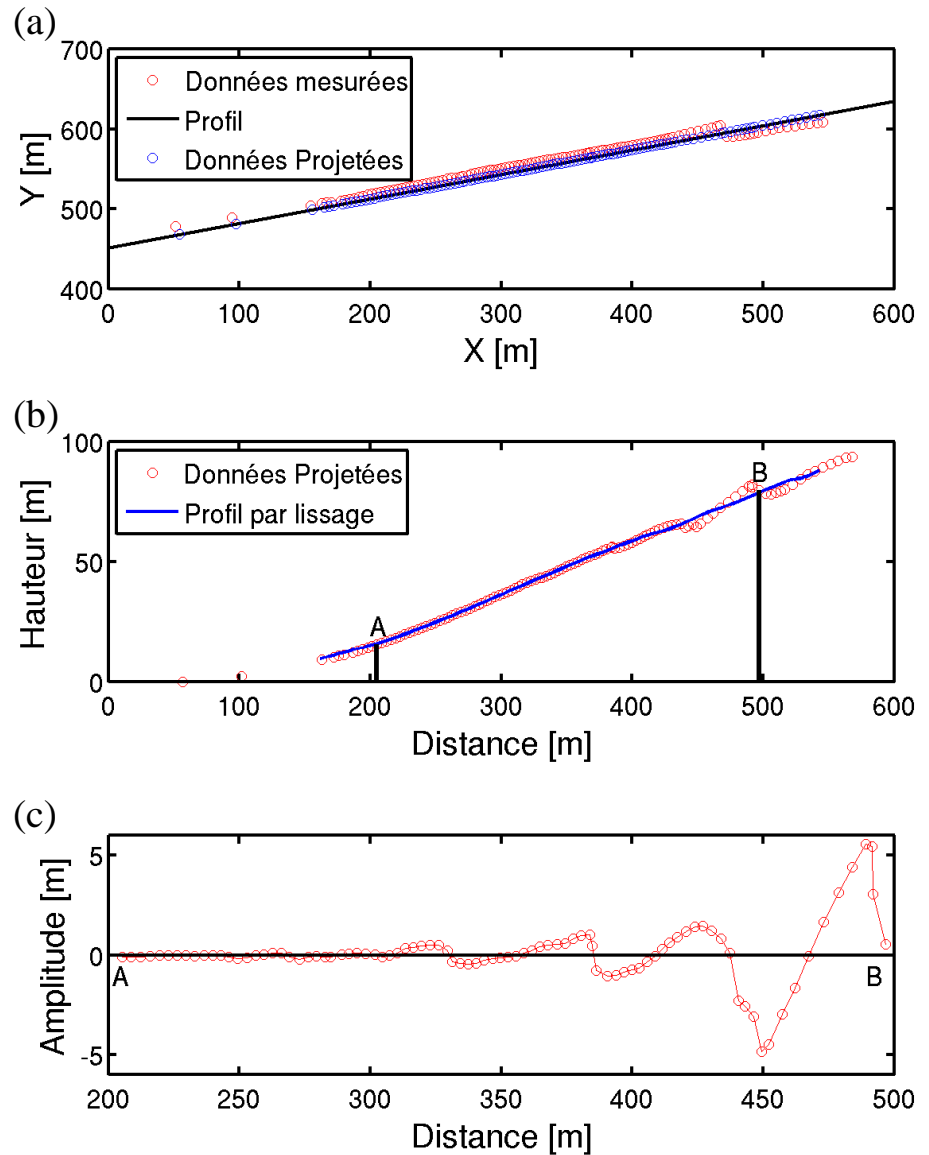


FIGURE 6.7 – Mesures topographiques et filtrage. (a) Position relative de la mesure topographique et projection le long d'un profil linéaire. (b) Lissage de la topographie le long du profil. A chaque point de mesure, on utilise une fenêtre glissante ayant une largeur de 60 m. (c) Amplitude relative des dunes secondaires par différence. Seules les 3 plus grandes structures sont suffisamment grandes pour avoir développé une face d'avalanche.

6.3 Une distribution granulométrique bimodale

Le sédiment de la mer de sable de Shanshan n'est pas parfaitement homogène et il est fréquent de distinguer différentes tailles de grains (Figs. 6.9a et 6.9b). Ces différents grains s'identifient d'autant plus qu'ils n'ont pas la même couleur et qu'ils ne sont pas uniformément représentés au sein des différentes structures sédimentaires. Une telle ségrégation granulaire est bien entendu présente au sein des dunes (Fig. 6.9a) où la dynamique des avalanches sépare les gros grains des petits et crée une stratification suivant l'angle de talus. Sur le lit sédimentaire, elle est aussi présente et se caractérise par des nappes de grains grossiers et/ou la formation de rides éoliennes composées uniquement des grains les plus fins. Ces observations nous conduisent à penser que ces hétérogénéités de taille des grains participent localement à la morphodynamique dunaire.

Afin de caractériser la distribution granulométrique du sédiment qui compose la dune sur laquelle nous avons fait nos mesures de nivellement, nous avons prélevé un échantillon de sable que nous séchons, tamisons puis pesons au laboratoire. Les résultats sont présentés Tab. 6.1 et Fig. 6.9c. La présence de deux pics pour des tailles de grains respectivement supérieures

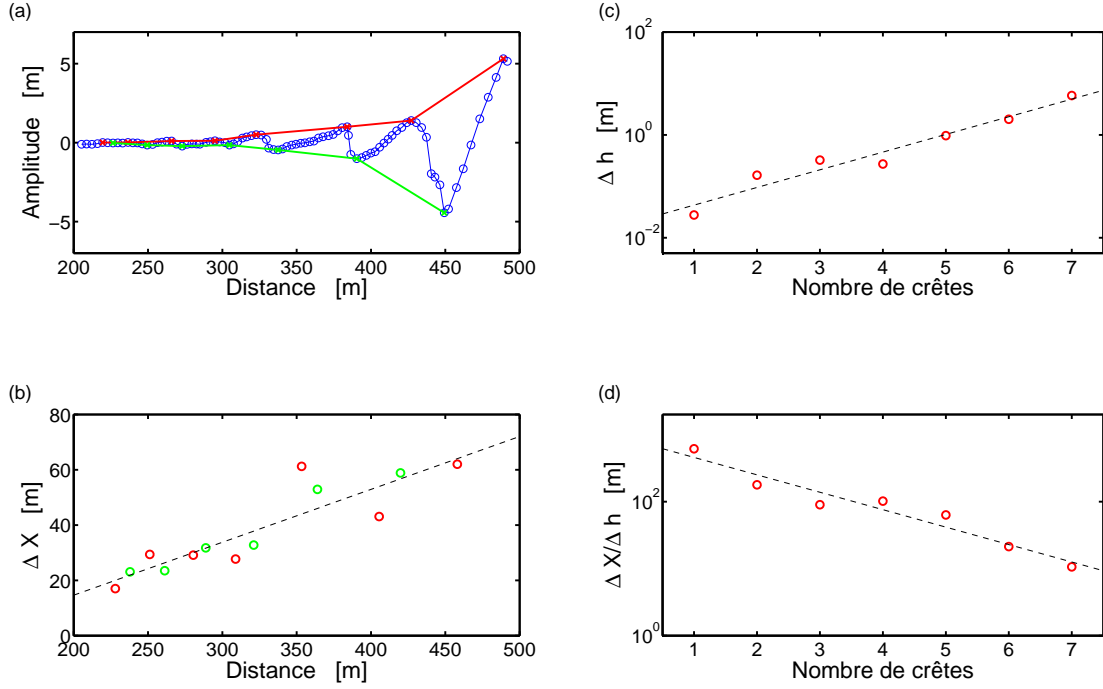


FIGURE 6.8 – **Mesure de la taille élémentaire des dunes.** (a) Amplitude relative des dunes secondaires et identification des maxima (i. e. crête; croix rouges) et des minima (croix vertes). (b) Distances crête-à-crête (points rouges) et distances séparant deux terminaisons de dunes successives (points verts) le long du profil. (c) Amplitude maximum de la forme dunaire en fonction du nombre de crêtes. (d) Rapport entre la distance crête-à-crête et l'amplitude en fonction du nombre de crêtes. Pour (c) et (d), notons l'échelle logarithmique de l'ordonnée. Pour (b), (c) et (d), une droite en pointillé sert de référence.

à 0.1 mm et 1 mm confirme nos observations de terrain. Nous séparons les sables grossiers ($D \geq 1$ mm) des grains fins ($D < 1$ mm) afin de caractériser plus finement chaque pic.

Pour les grains les plus fins, la Fig. 6.10 montre que la taille des grains se distribue suivant une loi lognormale

$$f_{\mu_l, \sigma_l}(D) = \frac{1}{\sigma_l D \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\log(D) - \mu_l)^2}{2\sigma_l^2}\right). \quad (6.1)$$

où $\mu_l = -1.72$ et $\sigma_l = 0.44$ sont la moyenne et l'écart-type de la distribution du logarithme des diamètres. La moyenne et l'écart-type de la distribution des diamètres des grains fins sont donc respectivement

$$\mu = \exp\left(\mu_l + \frac{\sigma_l^2}{2}\right) = 0.197 \text{ mm}$$

et

$$\sigma = \sqrt{\exp(\sigma_l^2) - 1} \exp(2\mu_l + \sigma_l^2) = 0.59 \text{ mm}.$$

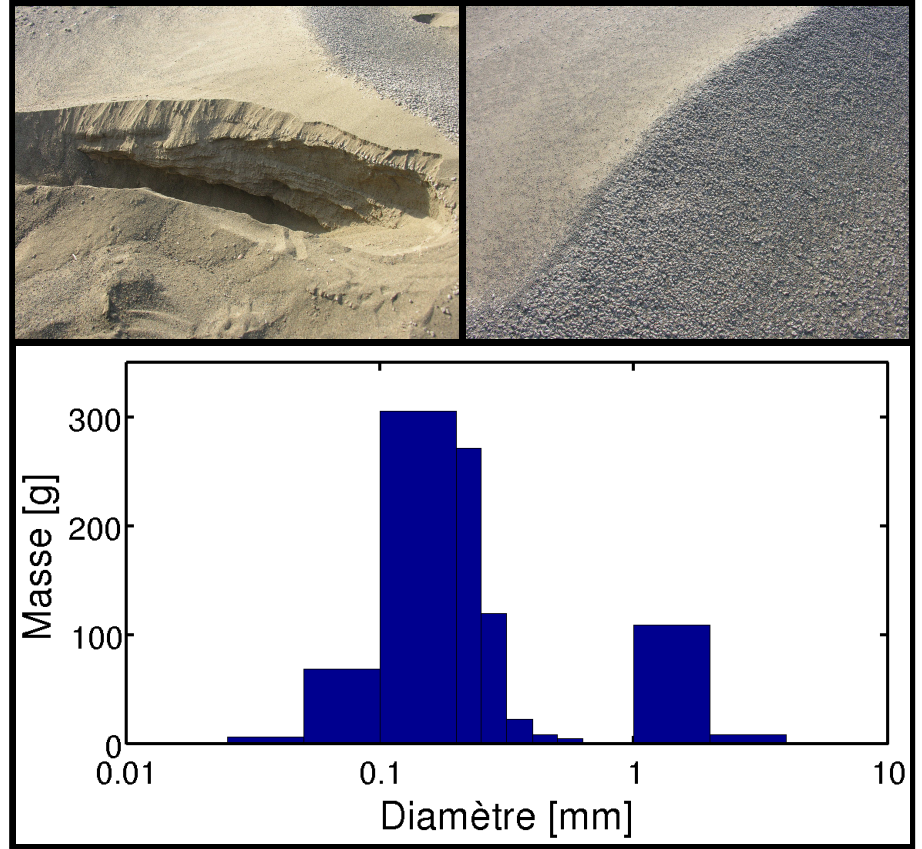
Traditionnellement, la taille caractéristique des grains d'une distribution lognormale est celle du mode de la distribution :

$$d_f = M_o = \exp(\mu_l) = 0.18 \text{ mm}.$$

Finalement, la densité des grains de sable fins est mesurée grâce à un pycnomètre[§] Nous trou-

§. Un pycnomètre désigne un instrument utilisé pour mesurer, à une température déterminée, la masse volumique d'un solide à partir de sa différence de masse avec le volume d'eau correspondant.

FIGURE 6.9 – **Distribution granulométrique d'un échantillon de sable.** (a) Lit et dépôt sédimentaires de la mer de sable de Shanshan. (b) Distribution granulométrique. Les limites de classes correspondent aux dimensions des tamis. Ces deux observations montrent très clairement la présence de deux tailles de grains.



vons

$$\rho_f = 2.67 \pm 0.05 \text{ g/cm}^3.$$

Les grains grossiers couvrent une gamme granulométrique beaucoup plus étroite que nous analysons directement par des méthodes d'analyse d'images. La Fig. 6.11 révèle une distribution normale

$$\mathcal{N}_{\mu,\sigma}(D) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(D-\mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (6.2)$$

où $\mu = 1.66 \text{ mm}$ and $\sigma = 0.18 \text{ mm}$ sont la moyenne et l'écart-type des diamètres de grains. Il semble donc que les grains grossiers soient très bien triés. Cependant, notre échantillon n'est pas représentatif de l'ensemble du champ de dunes et le nombre de grains mesurés est trop petit pour des particules de cette taille. Comme auparavant, la densité des grains de sable grossiers est mesurée grâce à un pycnomètre et nous trouvons

$$\rho_g = 2.72 \pm 0.05 \text{ g/cm}^3,$$

mesure très similaire à celle des grains fins.

Ces mesures de densité peuvent être comparées à la densité de l'échantillon totale de sable

$$\rho_{\text{dune}} = 1.85 \text{ g/cm}^3.$$

afin de quantifier approximativement la porosité des éléments architecturaux composés de grains fins

$$\phi_f = 1 - \frac{\rho_{\text{dune}}}{\rho_f} = 0.30$$

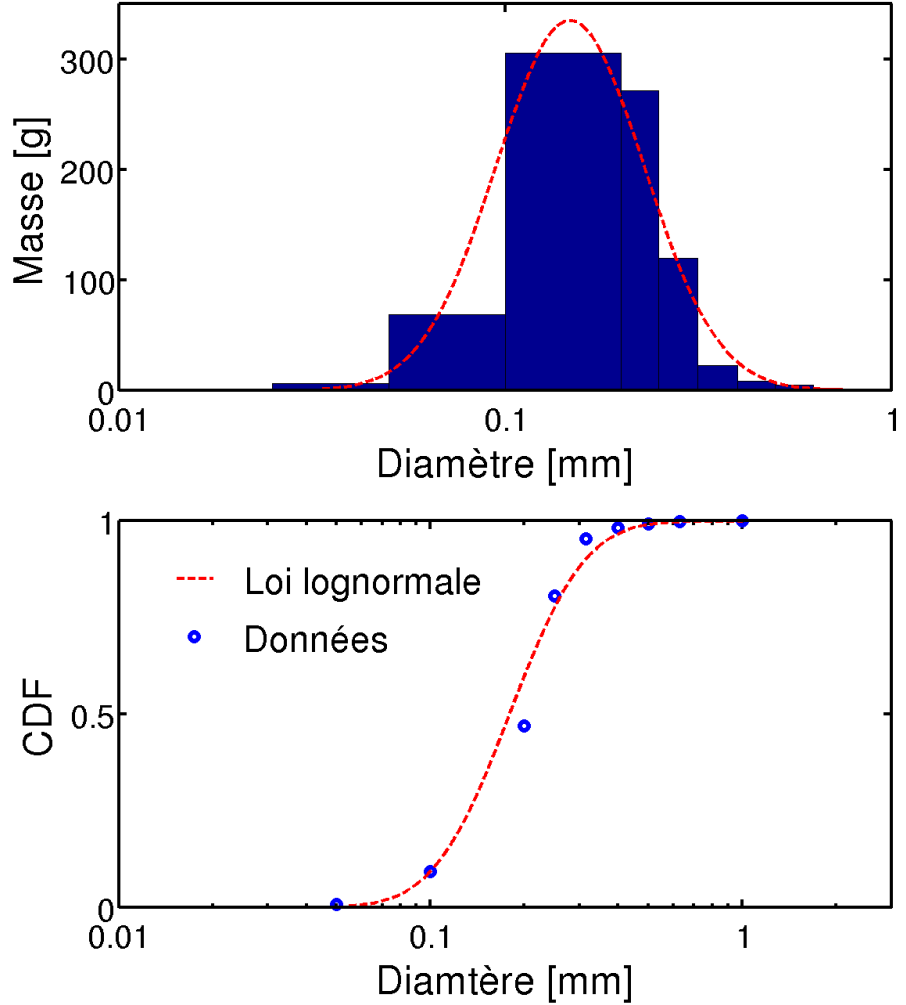


FIGURE 6.10 – **Distribution granulométrique des grains fins.** Les paramètres de la loi lognormale qui approxime le mieux les données sont $\mu_l = -1.72$ et $\sigma_l = 0.44$. Le mode de cette distribution théorique vaut 0.18 mm.

ou de grains grossiers

$$\phi_g = 1 - \frac{\rho_{\text{dune}}}{\rho_g} = 0.32.$$

En plus de ces deux tailles de grains, le tamisage révèle aussi des particules très fines ($D < 10^{-4}$ m) dans des proportions non négligeables. Ces particules sont du loëss, une farine glaciaire (argileuse ou silicatée) qui se dépose dans les cônes alluviaux des rivières graveleuses alimentant le piedmont (Fig. 6.1). Extrêmement léger, le loëss est repris par le vent et peut parcourir de très grandes distances. Il n'est donc pas surprenant d'en retrouver piégé localement dans les zones de dépôts sableux. Dans ce cas, même si sa proportion massique reste très faible ($< 1\%$), le loëss pourrait significativement modifier la cohésion du milieu granulaire environnant.

6.4 Confrontations des mesures de terrains à la théorie

Comme nous l'avons décrit en introduction (Chap. 1), de nombreuses observations et différentes théories suggèrent que la taille élémentaire des dunes est directement proportionnelle à la longueur de saturation l_{sat} , la distance sur laquelle le transport s'équilibre avec le cisaillement basal induit par l'écoulement [Andreotti et al., 2002a; Elbelrhiti et al., 2005]. Une question importante est maintenant de déterminer quels sont les mécanismes qui contrôlent l_{sat} et no-

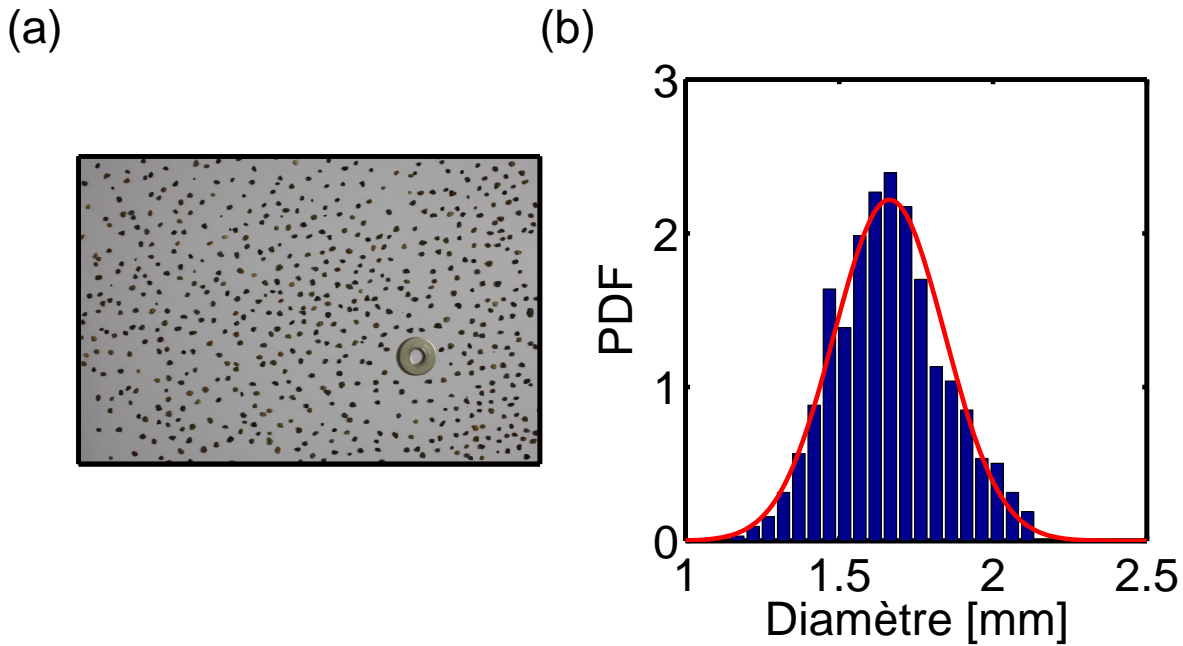


FIGURE 6.11 – **Distribution granulométrique des grains grossiers.** Les paramètres de la loi normale utilisée pour le fit sont $\mu = 1.66$ mm et $\sigma = 0.18$ mm

FIGURE 6.12 – **Un échantillon provenant de la mer de sable de Shanshan.** 3 types de sédiments peuvent être observés : un sable grossier (haut), un sable fin (bas) et, entre les deux, du loess, une farine glaciaire très fine et de couleur claire.



tamment si cette longueur dépend ou non de la vitesse de cisaillement [*Parteli & Herrmann, 2007; Andreotti & Claudin, 2007; Parteli et al., 2007a; Andreotti et al., 2008*]. Les principaux mécanismes qui peuvent jouer sur la valeur de l_{sat} sont (a) l'éjection des grains du lit sédimentaires, (b) l'inertie du fluide lorsqu'il se réadapte à un changement de flux, (c) l'inertie des grains lorsqu'ils se mettent en mouvement. Si les deux premiers mécanismes dépendent de la vitesse de l'écoulement, l'inertie d'un grain n'en dépend pas. N'ayant accès à aucune donnée de vents sur notre site de mesure, nous ne discuterons donc ici que de la relation entre la taille des dunes élémentaire et l'inertie des grains [*Hersen et al., 2002; Claudin & Andreotti, 2006*].

En se basant sur l'équation qui régit le mouvement d'un grain dans un écoulement turbulent de vitesse donnée (Eq. 1.17), il est possible de montrer que le grain atteint une vitesse

D_{\min} [mm]	D_{\max} [mm]	Masse [g]
0.000	0.050	6.2
0.050	0.100	68.5
0.100	0.200	305.7
0.200	0.250	271.6
0.250	0.315	120.0
0.315	0.400	22.9
0.400	0.500	8.6
0.500	0.630	4.7
0.630	1.000	1.3
1.000	2.000	109.1
2.000	4.000	8.4

TABLE 6.1 – **Distribution granulométrique d'un échantillon de sable.** La masse totale de sable est d'environ 927 g. Sa masse volumique moyenne est de 1.85 ± 0.05 g/cm³. Après séchage et tamisage, on pèse les échantillons pour chaque classe granulométrique [D_{\min} ; D_{\max}]. On lit directement sur ces données la bimodalité de la distribution granulométrique.

asymptotique sur une distance proportionnelle à

$$l_{\text{drag}} = \frac{\rho_s}{\rho_f} d$$

où l_{drag} est la longueur d'inertie, d le diamètre des grains et ρ_s/ρ_f le rapport des densités du matériel sédimentaire et du fluide. Nos mesures de terrain nous permettent de déterminer les valeurs de la longueur d'inertie pour des grains grossiers ou fins :

$$l_{\text{drag}}^f = 0.44 \text{ mm} \quad \text{et} \quad l_{\text{drag}}^g = 3.69 \text{ mm}.$$

Par conséquent, nous pouvons estimer le rapport entre la taille élémentaire des dunes mesurées et la longueur d'inertie :

$$\lambda_{\text{max}}/l_{\text{drag}}^f \approx 45.$$

Sur un jeu de données beaucoup plus conséquent, *Elbelrhiti et al. [2005]* montrèrent que dans le Sahara Occidental $\lambda_{\text{max}}/l_{\text{drag}}^f \approx 48$. Nos résultats sont donc en parfait accord avec ces observations.

6.5 Perspectives pour de futures campagnes de mesures

Il est bien évident que notre étude est incomplète car elle ne repose que sur une série de mesures de nivellement et un échantillon de sable. Cependant, elle permet d'identifier certaines problématiques et de construire, sur la base des données et de notre (petite) expérience, des projets de recherche couplant modélisation numérique (Chaps. 2, 3, 5) et mesures in-situ.

Au regard de nos investigations de terrain, nous identifions trois grands thèmes de recherche nécessitant de nouvelles campagnes de mesures :

- **De l'instabilité au vieillissement** : sur notre site, nous avons mesuré que la longueur d'onde la plus instable est d'environ 20 m. Il s'agira de la mesurer en différents sites pour en estimer la variabilité. Nous pourrons alors comparer nos distributions à celles de *Elbelrhiti et al.* [2005]. Nous avons observé que, durant les premières phases de mûrissement des formes dunaires, la hauteur augmente beaucoup plus rapidement que la longueur d'onde. Une fois encore, il faudra vérifier statistiquement de telles mesures dans le but de mieux décrire les différentes étapes de développement dunaire. Simultanément, il faudra bien entendu essayer d'estimer les flux sédimentaires ainsi que l'effet de la pente apparente ou de l'altitude.
- **Population granulométriques** : en plus du loess, la coexistence de deux tailles de grains peut jouer un rôle déterminant dans la dynamique dunaire. L'objectif sera donc d'identifier la distribution des différents types de grains à la surface des dunes et en profondeur. Cette analyse requiert des développements numériques que nous discuterons en conclusion de cette thèse.
- **Topographie et champ de dunes** : Il est évident que, de part et d'autre de la mer de sable de Shanshan, l'épaisseur de sédiment évolue. Il est donc légitime de se demander si celle-ci a un impact sur la forme des dunes notamment autour de la zone où le socle affleure. Plus généralement, il s'agira d'étudier l'effet d'un méga-obstacle sur la morphodynamique dunaire. C'est une étape importante pour déterminer si ce type de paysage peut être utilisé pour déterminer l'orientation des vents dans les zones où il est impossible à mesurer. Simultanément, il sera nécessaire de caractériser les écoulements en fonction de l'altitude à l'échelle de la mer de sable.

En conclusion de cette partie de mon travail de thèse, je propose donc de faire de la mer de sable de Turfan un site pilote pour l'étude des dunes complexes.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce travail de thèse est non seulement une contribution à l'étude de la morphodynamique dunaire mais aussi une contribution plus théorique aux méthodes numériques discrètes. Nous développerons tout d'abord cet aspect théorique pour nous permettre de dresser ensuite quelques perspectives dunaires.

Un automate cellulaire de l'espace réel ¶

Durant cette thèse, nous avons développé et utilisé un automate cellulaire de l'espace réel ¶ se construisant entièrement sur des interactions de voisinage direct. La principale faiblesse de ce type de modèles discrets réside dans le choix arbitraire de l'échelle élémentaire sur laquelle viennent se construire les interactions de premiers voisins. Nous avons montré ici comment cette échelle pouvait être définie a posteriori à partir de la confrontation entre des mécanismes d'instabilité dans le modèle et dans la nature (Chap. 2). Nous pensons que ce résultat est important à double titre. Tout d'abord, il nous permet de quantifier avec précision l'ensemble des comportements du modèle. Surtout, il démontre empiriquement qu'aux échelles méso/macrosopiques où s'effectue l'observation du système modèle, il est possible de reproduire et d'identifier les mêmes instabilités que dans la nature. Dans ce cas, nous pouvons conclure que notre modèle est pertinent et qu'il incorpore suffisamment d'ingrédients pour que soient bien pris en compte les mécanismes qui sont à l'oeuvre aux échelles inférieures à celle de la maille. Très généralement, dans le domaine des sciences de la Terre et de l'Univers, nous affirmons que c'est une chance. En effet, pour espérer décrire un jour efficacement un système géophysique, il faudra de toute manière se placer à une échelle intermédiaire. A ce niveau, il s'agira d'intégrer une composante aléatoire représentant la variabilité des processus physiques de plus petite échelle, et ceci quelle que soit la nature, déterministe ou stochastique, de ces processus. C'est, dans tous les cas, la philosophie que nous avons adoptée et la thèse que nous défendons.

En physique, il existe toujours différents niveaux de description, de l'échelle microscopique (des cellules) jusqu'à l'échelle macroscopique où le comportement global d'un système peut être analysé. Les outils numériques de type automate cellulaire tendent à développer une approche ascendante consistant à agréger des comportements élémentaires pour produire des comportements collectifs de grande échelle. A la différence de la physique statistique, ces outils reposent

¶. ReSCAL, a Real-Space Cellular Automaton Laboratory, est maintenant un logiciel libre sous License Publique Générale GNU (Copyright ©2011).

sur la modélisation directe d'un nombre limité d'éléments ($< 10^9$). Leurs interactions mutuelles se traduisent par des mécanismes de rétroaction des niveaux supérieurs sur les structures élémentaires. La coexistence de ces deux phases, ascendante et descendante, explique à n'en pas douter toute la diversité des structures que peuvent produire les automates cellulaires. La richesse de ces comportements a une contrepartie. Il est souvent difficile d'extraire et de quantifier les observables physiques qui sont normalement, et à juste titre, utilisées dans les approches traditionnelles consistant par exemple à résoudre des équations aux dérivées partielles. Dans ce travail de thèse, nous avons montré que ceci était possible à partir d'un automate cellulaire de l'espace réel, au moins en ce qui concerne les dunes. C'est une étape importante qui ouvre de nouvelles perspectives dans les autres domaines où notre outil numérique peut être utilisé [Zhang *et al.*, 2006, 2007].

Notre système dynamique implémente un schéma d'itération asynchrone sur la base d'un processus stochastique : (a) chaque cellule susceptible d'opérer une transition d'un état vers un autre se voit attribuer une probabilité par unité de temps ; (b) chaque transition correspond à une itération du modèle et à un intervalle de temps donné. Nous sommes donc dans la configuration classique des chaînes de Markov dont la principale particularité est l'absence de mémoire. La connaissance du système à un instant t détermine totalement son évolution ultérieure. Nous pensons que ce type de système dynamique est plus propice que d'autres à l'émergence de structures spatio-temporelles. Nous suggérons même que des schémas synchrones implémentant plusieurs transitions dans le même intervalle de temps pourraient produire par lissage une moins grande variété de comportements. Nous n'avons pas testé cette hypothèse mais, qu'elle se vérifie ou non, il est important de souligner le rapport très intéressant entre la richesse des comportements produits par le modèle et le temps de calcul correspondant.

Les automates cellulaires de l'espace réel tel que nous les envisageons laissent libre cours aux mécanismes d'émergence^{||}. En effet, ils ne sont pas fondés sur des ensembles de relations empiriques, comme c'est trop systématiquement le cas en géomorphologie. Au lieu de cela, la dynamique du système est entièrement contrôlée par des états physiques (c'est à dire une représentation discrète de l'espace réel en 3D) et un jeu d'interactions volontairement basiques. Nous respectons ainsi la nature des automates cellulaires, et toutes les relations qui sont habituellement injectées de manière arbitraire pourront être reproduites a posteriori à partir des sorties numériques de nos simulations. Nous argumentons alors que, pour des lois qui ne sont pas encore connues, notre approche peut avoir un caractère prédictif. Une fois encore cet argument demande à être vérifié notamment en physique dunaire sur la base de ce travail de thèse.

Une hiérarchie de motifs dunaires

Sur beaucoup d'aspects notre automate cellulaire de l'espace réel permet de compléter l'offre de modélisation dans tous les domaines dans lesquels la dynamique des lits sédimentaires joue un rôle important. En effet, il s'agit d'un nouvel outil 3D dans lequel il est possible d'injecter des processus de subsurface, des transitions de phase ou encore des variables d'état prenant en compte ou non des facteurs chimiques ou biologiques (couvert végétale, activités humaine ou animale). Après une conclusion "dunaire", nous présenterons donc un certain nombre de perspectives qui ont motivé la fin du travail doctoral.

^{||}. On identifie un mécanisme d'émergence lorsque les différents agents s'allient pour produire ensemble des phénomènes dont l'origine ne peut être anticipée que grâce à la combinaison de leurs interactions.

Une nouveauté du modèle que nous avons développé pour l'étude des populations de dunes est d'avoir couplé un automate cellulaire de l'espace réel dédié au transport sédimentaire avec un gaz sur réseau. Nous ne sommes pas les seuls à développer ce type de couplage et le travail de *Chopard & Droz [1998]* est un parfait exemple de ce qu'il faut faire pour améliorer encore ce type de modèle hybride. Cependant, nous n'avons pas cherché à injecter des méthodes de Lattice-Boltzmann parce que, grâce à un gaz sur réseau, nous respectons la philosophie de notre approche basée uniquement sur des interactions de premiers voisins. De plus, notre objectif n'est pas de rapidement produire un écoulement 3D. Nous pensons qu'il est préférable dans un premier temps de regarder les motifs dunaires sans la complexité induite par des mouvements transversaux. Une des grandes réussites des récents modèles est d'ailleurs d'avoir démontré que bon nombre de ces complexités aéro/hydrodynamiques sont inutiles pour expliquer toutes les formes de dunes. Une fois encore c'est une chance, car il serait impossible dans l'état des connaissances actuelles de conclure sur la dynamique dunaire si celle-ci dépendait trop des écoulements turbulents.

Le couplage que nous mettons en place entre le compartiment sédimentaire et le compartiment fluide converge seul vers des équilibres qui permettent de reproduire l'instabilité dunaire sur lit plat et sur le dos des plus grandes dunes. D'autres équilibres se développent lorsque des structures de grande taille apparaissent, créant tout naturellement des zones de recirculation. Alors que les modèles continus ont besoin du concept de l'enveloppe pour générer très arbitrairement ces zones, elles s'établissent spontanément dans notre modèle. Avec notre approche, nous n'avons pas la prétention de dire que nous modélisons correctement ces zones. Par contre, nous pensons qu'il est important qu'elles se construisent dynamiquement en fonction de la forme du lit. Un tel ingrédient peut être essentiel pour l'émergence d'une hiérarchie de structures dunaires qui, sinon, pourrait être annihilée par le jeu de lois déterministes.

Dans nos simulations, nous montrons que l'instabilité dunaire s'exprime en permanence dès que le cisaillement basal et la topographie ne présentent pas de variations majeures. Ainsi, nous sommes capables de reproduire des dunes secondaires qui ont toutes les mêmes propriétés dynamiques que les dunes sur lesquelles elles se propagent (Fig. 3.8). Cette superposition de structures dunaires se manifeste davantage dans des configurations d'écoulement faible parce qu'elles génèrent, par effet de seuil, des pentes plus douces. Le confinement est un autre paramètre qui amplifie de manière significative la formation des dunes secondaires. Dans notre automate cellulaire, ce confinement s'exprime au travers d'un plafond sur lequel on impose des conditions de glissement qui annulent la vitesse dans la direction perpendiculaire à la paroi mais la conserve dans la direction tangentielle. C'est une première approximation de l'effet d'une surface libre sur les formes de lits sédimentaires. Il reste encore beaucoup à faire dans ce domaine mais les conditions aux limites actuelles nous permettent déjà d'obtenir des structures dunaires dont la distribution en taille atteint un régime d'équilibre dynamique. Le principal mécanisme pour cela est la déstabilisation des plus grandes structures en une hiérarchie de plus petites.

En jouant avec la hauteur de l'écoulement et la quantité de sable disponible nous sommes capables de redimensionner tous les types de dunes et de stabiliser leur dynamique autour d'états statistiquement stationnaires. Cela présente l'énorme avantage de pouvoir extraire du modèle des comportements asymptotiques que l'on pourra ensuite quantifier. Par définition, c'est aussi le seul moyen d'étudier les nombreuses structures géantes que l'on rencontre dans la nature. Nous concluons qu'il s'agit ici de la contribution majeure de cette thèse.

Perspectives dunaires

Au cours de cette thèse nous avons successivement présenté le modèle (Chap. 2) et les différents motifs produits par des écoulements monodirectionnels (Chap. 3) ou multidirectionnels (Chap. 5). Ainsi nous avons démontré que notre modèle était un outil numérique qui, comme d'autres avant lui, pouvait explorer la morphodynamique dunaire. Bien entendu, nous avons au passage contribué à une meilleure compréhension de la physique du transport sédimentaire notamment en caractérisant une hiérarchie de structures dunaires à partir de la même instabilité. Nous avons aussi souligné le rôle essentiel du confinement (Chap. 3) et de la période de rotation des vents (Chap. 5). Cependant, nous sommes convaincus que le modèle n'a pas encore été exploité à sa pleine mesure. Nous revendiquons qu'il possède des ingrédients qui lui sont propres et qui lui permettront dans le futur d'explorer de manière originale et pertinente de nombreux contextes géophysiques. Dans la majorité des cas, il faudra prendre en compte une combinaison de mécanismes. Nous pensons que c'est sur cette *route vers la complexité*, que les qualités de notre modèle s'exprimeront le mieux.

Dunes froides

Sur Terre, la vitesse moyenne des vents atteint son maximum au niveau des zones polaires et les cristaux de glace ou même la neige peuvent s'y comporter comme un granulaire. Par conséquent, les dunes y sont fréquemment observées (Figs. 6.13a, 6.13b) et les calottes polaires constituent une nouvelle frontière pour les communautés qui explorent, au travers de la morphodynamique dunaire, les conditions climatiques dans lesquelles elles se sont formées. En effet, même si intrinsèquement la physique du transport est la même, il est bien évident que les dunes de désert froids et chauds vont avoir des particularités provenant de la nature des mécanismes qui s'y développent. Dans le cas des dunes froides sur Terre, ce seront typiquement les mécanismes de fusion et de solidication. Sur Mars et Titan, où les dunes froides sont là aussi omniprésentes, cela pourrait respectivement être la sublimation du CO₂ dans les couches de subsurface [*Gardin et al.*, 2010] où la cohésion [*Rubin & Hesp*, 2009].

Notre modèle se construisant autour d'un nombre limité de variables d'états, il permet tout naturellement d'implémenter des transitions de phase. C'est d'ailleurs pour des processus de fusion-solidification qu'il a été initialement développé par *Narteau et al.* [2001]. Rien n'empêche donc de construire une nouvelle version de notre automate cellulaire qui puisse intégrer les diagrammes de phase des matériaux en plus des mécanismes de transport granulaire. Nous pensons que l'on pourrait alors reproduire de manière efficace et originale la dynamique des dunes froides sur Terre mais aussi sur d'autres planètes. Par construction, la version 3D de notre automate cellulaire de l'espace réel permet aussi d'injecter des processus de subsurface en activant des transitions au sein du compartiment sédimentaire. On pourrait alors utiliser le modèle pour tenter de modéliser les tâches brunes observées durant le dégivrage des dunes Martiennes (Figs. 6.13c, 6.13d).

Lits polydisperses

Le milieu granulaire est rarement homogène, composé uniquement de grains ayant la même taille. Ces hétérogénéités de tailles de grains ne sont pourtant jamais prises en compte dans les modèles numériques de dunes, très certainement parce que cela aurait un coût très élevé en terme de temps de calcul. De plus, il faudrait modéliser plus finement les avalanches pour être capable d'y injecter les mécanismes de ségrégation granulaire qui y sont systématiquement

présents. Notre modèle offre dans ce domaine de nouvelles perspectives. En effet, le travail de *Makse et al.* [1997] a montré qu'il était possible de reproduire efficacement les mécanismes de stratification/ségrégation au sein des automates cellulaires. De plus, nous sommes capables d'injecter différents états granulaires afin de distinguer les gros grains des petits, et ceci sans même créer de nouvelles transitions, les anciennes étant pondérées en fonction de la taille des grains. Dès lors, nous avons tous les ingrédients pour reproduire efficacement la dynamique dunaire de milieux polydispersés (Fig. 6.13g). Auparavant, il faudra cependant une nouvelle fois se poser la question de la longueur élémentaire au sein de notre automate cellulaire tout comme il faudra définir ce que représentent, à cette échelle, les états granulaires dans la configuration d'un milieu polydispersé.

Dunes et climat

Dans les prochaines années, nous pensons que le grand défi de la physique dunaire sera de résoudre le problème inverse consistant à caractériser les écoulements à partir de la forme des dunes. Ce thème de recherche est important sur Terre pour déterminer les conditions climatiques passées à partir des enregistrements sédimentaires. Sur d'autres corps planétaires, où il est encore impossible d'avoir accès à des mesures météorologiques, la résolution de ce problème inverse est une étape cruciale. En effet, cela constitue presque le seul moyen de retirer des informations sur les écoulements atmosphériques et donc de contraindre le climat.

Ce problème inverse que l'on se propose de relever est difficile pour deux raisons. Tout d'abord, hors des zones de dépôts, les dunes étant systématiquement remaniées, elles ne gardent la mémoire des écoulements passés que sur des échelles de temps courtes comparées à celle des cycles climatiques. Ensuite, et il s'agit certainement du point le plus critique, la relation entre le transport sédimentaire et la vitesse de l'écoulement est une loi non-linéaire à seuil. Dès lors, dans le pire des cas, l'intégralité des flux sédimentaires pourrait se produire pendant des tempêtes, phénomènes extrêmes durant lesquels soufflent des vents violents ayant des directions très différentes de celles des vents moyens qui résultent uniquement du forçage climatique global.

Malgré ces écueils théoriques, il faut bien admettre que dans beaucoup de configurations sur Terre, il est possible de déduire de manière efficace l'orientation moyenne des vents à partir de critères morpho-sédimentaires (Figs. 1.14-1.17). Nous pensons que les résultats exposés dans cette thèse démontrent qu'il est maintenant possible d'aller plus loin. Nous avons en effet montré que les dimensions des dunes et leurs vitesses de propagation pouvaient directement dépendre de la fréquence avec laquelle les vents changent de direction. En plus de l'orientation moyenne des flux sédimentaires, la morphodynamique dunaire pourrait nous permettre d'acquérir des informations concernant les fluctuations temporelles de la direction des vents dominants. Sur Terre et pour de grandes échelles de temps, cela pourrait être très utile pour contraindre les cycles climatiques. Sur Mars, Vénus ou Titan, cela permettrait de relier ou non ces flux à des paramètres orbitaux. Surtout, cela apporterait aux modèles de climats extra-terrestres des contraintes observationnelles indispensables à leurs évaluations.

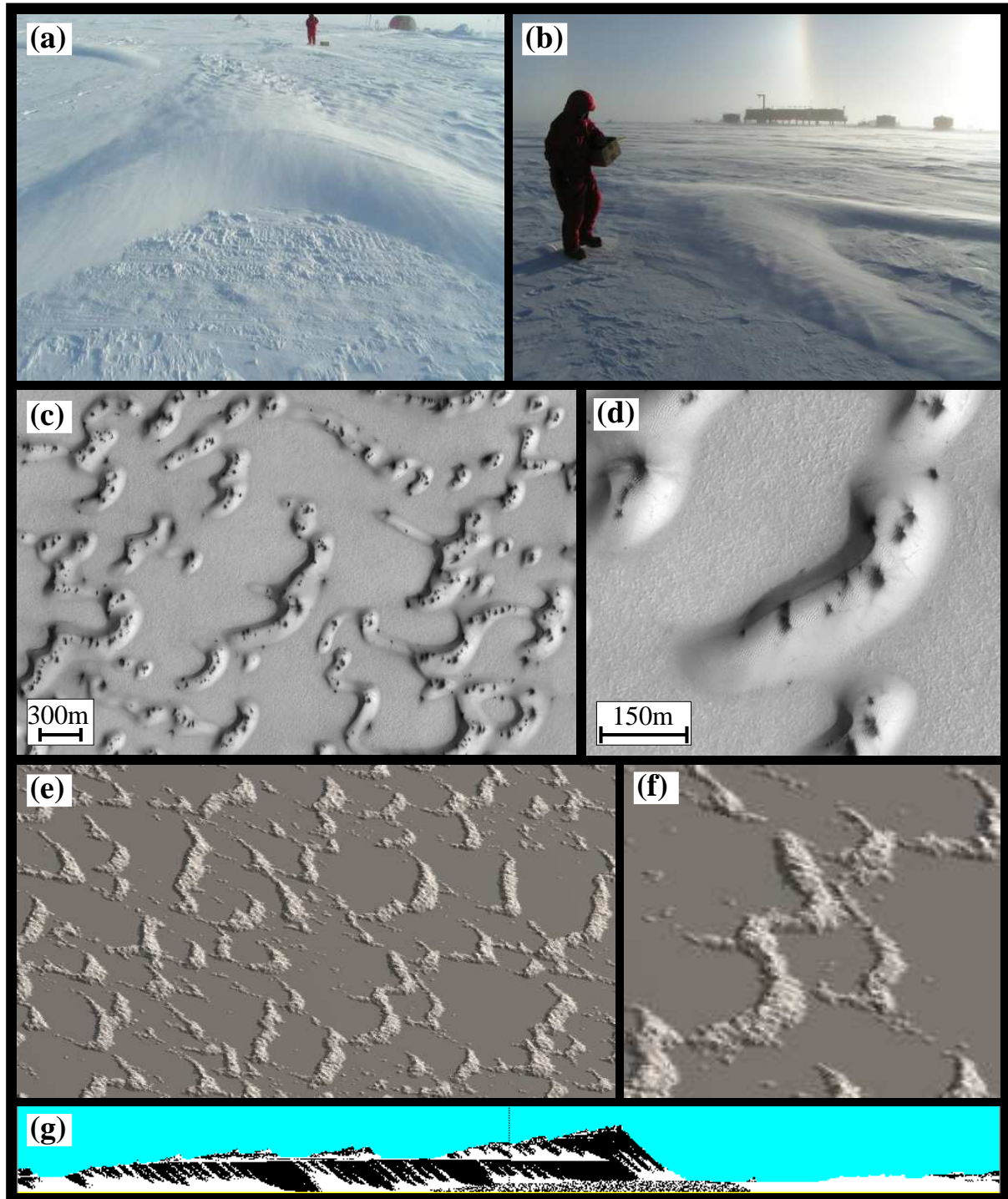


FIGURE 6.13 – **Dunes froides.** (a,b) Barkhanes froides au site de forage européen de Kohnen. Ces dunes se forment durant les tempêtes (> 10 m/s à $h = 2$ m) et sont préservées dans les glaces [Birnbbaum *et al.*, 2010]. Elles ont une hauteur d’environ 20 cm pour un rapport d’aspect inférieur à 0.1. Leur densité est plus élevée que celle de la surface de glace environnante. (c,d) Tâches noires (“dark spots”) sur les dunes du pôle nord de Mars, image hirise ESP-016270-2590 de coordonnées 78.6° Nord et 105.2° Est [Gardin *et al.*, 2010]. (e,f) Champ de dunes barchanoïdes dans le modèle. (g) Stratification et ségrégation d’une barchane géante dans le modèle. La présence du plafond favorise la formation d’une hiérarchie de structures dunaires. Les cellules blanches et noires correspondent à deux états granulaires ayant des angles d’avalanche distincts. Les structures sédimentaires 3D permettent d’injecter dans le modèle des processus de subsurface qui jouent certainement un rôle très important sur Mars (i. e. sublimation). De même, le modèle se construisant autour d’un nombre limité de variables d’état (voir les cellules blanches et noires), il permettra d’implémenter très facilement le rôle de la cohésion (Titan) ou des transitions de phase (Terre).

Bibliographie

- Ahmedou, D. O., A. O. Mahfoudh, P. Dupont, A. O. El Moctar, A. Valance, & K. R. Rasmussen (2007), Barchan dune mobility in mauritania related to dune and interdune sand fluxes, *J. Geophys. Res.*, *112*(F02016). [83](#)
- Anderson, R. S. (1991), Wind modification and bed response during saltation of sand in air., *Acta Mechanica (Suppl.)*, *1*, 21–51. [13](#)
- Anderson, R. S., & P. K. Haff (1988), Simulation of eolian saltation, *Science*, *241*(4867), 820. [13](#), [40](#), [52](#), [120](#)
- Andreotti, B. (2004a), A two-species model of aeolian sand transport, *J. Fluid Mech.*, *510*, 47–70. [13](#), [40](#), [52](#), [53](#), [120](#)
- Andreotti, B. (2004b), The song of dunes as a wave-particle mode locking, *Phys. Rev. Lett.*, *93*(23). [14](#)
- Andreotti, B., & P. Claudin (2007), Comment on “minimal size of a barchan dune”, *Phys. Rev. E*, *76*(6, Part 1). [14](#), [41](#), [55](#), [140](#)
- Andreotti, B., P. Claudin, & S. Douady (2002a), Selection of dune shapes and velocities - part 1 : Dynamics of sand, wind and barchans, *Euro. Phys. J. B.*, *28*(3), 321–339. [14](#), [15](#), [16](#), [21](#), [65](#), [139](#)
- Andreotti, B., P. Claudin, & S. Douady (2002b), Selection of dune shapes and velocities - part 2 : A two-dimensional modelling, *Eur. Phys. J. B.*, *28*(3), 341–352. [38](#), [41](#), [50](#), [51](#)
- Andreotti, B., P. Claudin, & O. Pouliquen (2008), Measurements of the aeolian sand transport saturation length, *Submitted to Geomorphology*, *arXiv :0805.3417*. [14](#), [41](#), [52](#), [55](#), [140](#)
- Andreotti, B., A. Fourriere, F. Ould-Kaddour, B. Murray, & P. Claudin (2009), Giant aeolian dune size determined by the average depth of the atmospheric boundary layer, *Nature*, *457*(7233), 1120–1123. [16](#), [65](#), [72](#), [80](#), [82](#), [113](#), [116](#), [117](#), [119](#), [131](#)
- Andreotti, B., P. Claudin, & O. Pouliquen (2010), Measurements of the aeolian sand transport saturation length, *Geomorphology*, *123*(3-4), 343–348. [88](#)
- Baas, A. C. W., & J. M. Nield (2007), Modelling vegetated dune landscapes, *Geophys. Res. Lett.*, *34*(6). [37](#), [56](#), [65](#)
- Bagnold, R. A. (1941), *The physics of blown sand and desert dunes.*, Methuen, London. [14](#), [28](#), [40](#), [41](#), [52](#), [75](#), [88](#), [113](#)
- Bagnold, R. A. (1956), Flow of cohesionless grains in fluids, *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, *249*, 235. [40](#), [52](#), [120](#)
- Bak, P. (1997), *How Nature works*, Oxford Univ. Press. [99](#)
- Bak, P., C. Tang, & K. Wiesenfeld (1988), Self-organised criticality, *Phys. Rev. A*, *38*, 364–374. [44](#), [67](#)

- Birnbaum, G., et al. (2010), Strong-wind events and their influence on the formation of snow dunes : observations from kohonen station, dronning maud land, antarctica, *J. Glaciol.*, *56*(199), 891–902. [148](#)
- Bourke, M. C. (2010), Barchan dune asymmetry : Observations from Mars and Earth, *Icarus*, *205*, 183–197. [119](#)
- Breed, C. S., & T. Grow (1979), Morphology and distribution of dunes in sand seas observed by remote sensing, in *A study of global sand seas*, edited by E. McKee, pp. 252–302, U.S. Geological Survey. [37](#), [65](#), [113](#)
- Breed, C. S., M. J. Grolier, & J. F. McCauley (2006), Morphology and distribution of common sand dunes on Mars : comparison with the Earth, *J. Geophys. Res.*, *84*, 8183–8204. [119](#)
- Bristow, C. S., S. D. Bailey, & N. Lancaster (2000), The sedimentary structure of linear sand dunes, *Nature*, *406*(6791), 56–59. [12](#), [37](#), [56](#), [65](#), [117](#)
- Bristow, C. S., G. A. T. Duller, & N. Lancaster (2007), Age and dynamics of linear dunes in the namib desert, *Geology*, *35*(6), 555–558. [56](#)
- Bristow, C. S., K. A. Hudson-Edwards, & A. Chappell (2010), Fertilizing the amazon and equatorial atlantic with west african dust, *Geophys. Res. Lett.*, *37*. [30](#)
- Charru, F. (2006), Selection of the ripple length on a granular bed, *Phys. Fluids*, *18*, 121–508. [14](#), [41](#), [70](#), [94](#), [97](#), [120](#)
- Chepil, W. S. (1958), The use of evenly spaced hemispheres to evaluate aerodynamic forces on a soil surface, *Trans. Am. Geophys. Union*, *39*(397–403). [7](#)
- Chopard, B., & M. Droz (1998), *Cellular automata modeling of physical systems*, Cambridge University Press. [38](#), [44](#), [65](#), [68](#), [119](#), [145](#)
- Claudin, P., & B. Andreotti (2006), A scaling law for aeolian dunes on Mars, Venus, Earth, and for subaqueous ripples, *Earth. Planet. Sci. Lett.*, *252*(1-2), 30–44. [16](#), [38](#), [41](#), [51](#), [52](#), [55](#), [70](#), [73](#), [102](#), [115](#), [119](#), [120](#), [140](#)
- Clemmensen, B. (1987), Complex star dunes and associated aeolian bedforms, hopeman sandstone (permo-triassic), moray firth basin, scotland, in *Desert Sediments : Ancient and Modern*, edited by L. Frostick & I. Reid, pp. 3–23, Geol. Soc. London. [26](#), [112](#)
- d’Humières, D., P. Lallemand, & U. Frisch (1986), Lattice gas models for 3d hydrodynamics, *Europhys. Lett.*, *2*(4), 291–297. [38](#), [45](#), [46](#), [68](#), [113](#)
- Durán, O., & H. J. Herrmann (2006), Vegetation against dune mobility, *Phys. Rev. Lett.*, *97*(18), 188,001. [30](#), [38](#), [65](#)
- Durán, O., V. Schwammle, & H. Herrmann (2005), Breeding and solitary wave behavior of dunes, *Phys. Rev. E*, *72*(2, Part 1). [38](#)
- Edgett, K. S., & D. G. Blumberg (1994), Star and linear dunes on mars, *Icarus*, *112*(2), 448 – 464. [119](#)

- Elbelrhiti, H. (2005), Morphodynamique des barkhanes : étude des dunes du sud-ouest marocains, Ph.D. thesis, Université Paris VII, Paris. [82](#)
- Elbelrhiti, H., P. Claudin, & B. Andreotti (2005), Field evidence for surface-wave-induced instability of sand dunes, *Nature*, *437*, 720–723. [7](#), [14](#), [16](#), [37](#), [38](#), [41](#), [52](#), [53](#), [65](#), [70](#), [75](#), [76](#), [83](#), [88](#), [113](#), [120](#), [121](#), [139](#), [141](#), [142](#)
- Elbelrhiti, H., B. Andreotti, & P. Claudin (2008), Barchan dune corridors : Field characterization and investigation of control parameters, *J. Geophys. Res.*, *113*(F2). [38](#), [65](#), [75](#), [104](#)
- Eldridge, F. (1980), *Wind machines.*, vol. 37, 199–209 pp., Van Nostrand Reinhold Co. [19](#)
- Engelund, F. (1970), Instability of erodible beds, *J. Fluid Mech.*, *42*, 225–&. [5](#), [40](#)
- Engelund, F., & J. Fredsøe (1982), Sediment ripples and dunes, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, *14*, 13–37. [40](#)
- Ewing, R. C., G. Kocurek, & L. W. Lake (2006), Pattern analysis of dune-field parameters, *Earth Surf. Proc. Land.*, *31*(9), 1176–1191. [37](#), [65](#)
- Finkel, H. J. (1959), The barchans of southern Peru, *Journal of Geology*, *67*, 614–647. [65](#)
- Fischer, S., M. E. Cates, & K. Kroy (2008), Dynamic scaling of desert dunes, *Phys. Rev. E*, *77*(3), 031,302. [65](#)
- Fourrière, A., P. Claudin, & B. Andreotti (2008a), Ripples and dunes in a turbulent stream. Part 1 : Turbulent flow over topography, *Submitted to J. Fluid Mech.*, *arXiv :0708.2823*. [41](#), [51](#), [55](#)
- Fourrière, A., P. Claudin, & B. Andreotti (2008b), Ripples and dunes in a turbulent stream. Part 2 : Evidences against the formation of river dunes by primary linear instability, *Submitted to J. Fluid Mech.*, *arXiv :0805.3417*. [41](#), [51](#)
- Fourrière, A., P. Claudin, & B. Andreotti (2010), Bedforms in a turbulent stream : formation of ripples by primary linear instability and of dunes by non-linear pattern coarsening., *J. Fluid Mech.*, *649*, 287. [7](#)
- Fredsøe, J. (1974), On the development of dunes in erodible channels, *J. Fluid Mech.*, *64*, 1–16. [5](#), [40](#)
- Frisch, U. (1995), *Turbulence*, Cambridge University Press. [2](#)
- Frisch, U., B. Hasslacher, & Y. Pomeau (1986), Lattice-gas automata for the navier-stokes equation, *Phys. Rev. Lett.*, *56*(14), 1505–1508. [38](#), [44](#), [68](#), [113](#), [119](#)
- Gardin, E., P. Allemand, C. Quantin, & P. Thollot (2010), Defrosting, dark flow features, and dune activity on mars : Example in russell crater, *J. Geophys. Res.*, *115*(E6), E06,016. [146](#), [148](#)
- Groh, C., A. Wierschem, N. Aksel, I. Rehberg, & C. A. Kruelle (2008), Barchan dunes in two dimensions : Experimental tests for minimal models, *Phys. Rev. E*, *78*(021304). [73](#), [75](#)

- Groh, C., I. Rehberg, & C. A. Kruelle (2009), How attractive is a barchan dune?, *New Journal Of Physics*, *11*(023014). [73](#)
- Hardy, J., O. de Pazzis, & Y. Pomeau (1976), Molecular dynamics of a classical lattice gas : Transport properties and time correlation functions, *Phys. Rev. A*, *13*(5), 1949–1961. [44](#)
- Hastenrath, S. (1967), The barchans of the Arequipa region, southern Peru, *Zeitschrift für Geomorphologie*, *11*, 300–331. [65](#)
- Hastenrath, S. (1987), The barchan dunes of southern Peru revisited, *Zeitschrift für Geomorphologie*, *31-2*, 167–178. [65](#)
- Hersen, P. (2004), On the crescentic shape of barchan dunes, *Euro. Phys. J. B.*, *37*(4), 507–514. [21](#), [38](#), [73](#), [77](#), [81](#)
- Hersen, P. (2005), Flow effects on the morphology and dynamics of aeolian and subaqueous barchan dunes, *J. Geophys. Res.*, *110*, 10 pp., 10.1029/2004JF000185. [113](#)
- Hersen, P., & S. Douady (2005), Collision of barchan dunes as a mechanism of size regulation, *Geophys. Res. Lett.*, *32*, doi :10.1029/2005GL024179. [65](#)
- Hersen, P., S. Douady, & B. Andreotti (2002), Relevant length scale of barchan dunes, *Phys. Rev. Lett.*, *89*(26). [14](#), [70](#), [74](#), [115](#), [120](#), [140](#)
- Hersen, P., K. H. Andersen, H. Elbelrhiti, B. Andreotti, P. Claudin, & S. Douady (2004), Corridors of barchan dunes : Stability and size selection, *Phys. Rev. E*, *69*(1, Part 1). [38](#), [65](#)
- Howard, A. D., J. B. Morton, M. Gad El Hak, & D. B. Pierce (1978), Sand transport model of barchan dune equilibrium, *Sedimentology*, *25*, 307–338. [71](#)
- Hunt, J. C. R., S. Leibovich, & K. J. Richards (1988), Turbulent wind flow over smooth hills, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, *114*, 1435–1470. [6](#), [40](#)
- Iversen, J. D., & K. Rasmussen (1999), The effect of wind speed and bed slope on sand transport, *Sedimentology*, *46*, 723–731. [121](#), [122](#)
- Jackson, P. S., & J. C. R. Hunt (1975), Turbulent wind flow over a low hill, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, *101*, 929. [5](#), [6](#), [40](#), [51](#), [75](#), [82](#)
- Kármán, T. v. (1934), Turbulence and skin friction, *J. Aeron. Sci.*, *1*, 1–20. [2](#)
- Kármán, T. v. (1935), Some aspects of the turbulence problem., *Proc. 4th Int. Congr. Appl. Mech.*, pp. 54–91. [3](#)
- Kennedy, J. F. (1963), The mechanics of dunes and antidunes in erodible bed channels, *J. Fluid Mech.*, *16*, 521–544. [5](#), [40](#), [82](#)
- Kocurek, G., & R. C. Ewing (2005), Aeolian dune field self-organization - implications for the formation of simple versus complex dune-field patterns, *Geomorphology*, *72*(1-4), 94–105. [37](#), [65](#), [77](#)

- Kocurek, G., K. G. Havholm, M. Deynoux, & R. C. Blakey (1991), Amalgamated accumulations resulting from climatic and eustatic changes, akchar erg, mauritania, *Sedimentology*, 38(4), 751–772. [37](#)
- Kroy, K., G. Sauermann, & H. J. Herrmann (2002a), Minimal model for sand dunes, *Phys. Rev. Lett.*, 88(5). [38](#), [41](#)
- Kroy, K., G. Sauermann, & H. J. Herrmann (2002b), Minimal model for aeolian sand dunes, *Phys. Rev. E*, 66(3, Part 1). [38](#), [41](#), [65](#), [75](#)
- Lajeunesse, E., L. Malverti, & F. Charru (2010), Bed load transport in turbulent flow at the grain scale : Experiments and modeling, *J. Geophys. Res.*, 115(F4), F04,001. [9](#), [97](#)
- Lancaster, N. (1983), Controls of dune morphology in the namib sand sea, in *Eolian Sediments and Processes*, pp. 261–289, Elsevier, Amsterdam, Ed. by M. E. Brookfield & T. S. Ahlbrandt. [113](#)
- Lancaster, N. (1985), Variations in wind velocity and sand transport on the windward flanks of desert sand dunes, *Sedimentology*, 32, 581–593. [75](#)
- Lancaster, N. (1989), The dynamics of star dunes : an example from the Gran Desertio, Mexico, *Sedimentology*, 36, 273–289. [112](#), [113](#)
- Lancaster, N. (1992), Relations between dune generations in the Gran Desierto, Mexico, *Sedimentology*, 39, 631–644. [65](#)
- Lancaster, N. (1995), *Geomorphology of desert dunes*, Routledge, New-York. [26](#), [37](#), [65](#), [112](#)
- Lancaster, N., W. G. Nickling, C. K. M. Neuman, & V. E. Wyatt (1996), Sediment flux and airflow on the stoss slope of a barchan dune, *Geomorphology*, 17(1-3), 55–62. [83](#)
- Lettau, K., & H. Lettau (1978), Experimental and micrometeorological field studies of dune migration., *Exploring the World's Driest Climate*. [13](#)
- Livingstone, I., & A. Warren (1996), *Aeolian geomorphology*, Addison Wesley Longman, Harlow, United Kingdom. [80](#)
- Mainguet, M., & B. Remini (2004), Le role des mega-obstacles dans la formation et le faconnement des ergs :quelques exemples du sahara., *larhyss*, 3, 13–23. [33](#)
- Makse, H., S. Havlin, R. King, & H. Stanley (1997), Spontaneous stratification in granular mixtures, *Nature*, 386, 379–381. [12](#), [147](#)
- McEwan, I. K., B. B. Willetts, & M. A. Rice (1992), The grain/bed collision in sand transport by wind, *Sedimentology*, 39(6), 971–981. [13](#)
- McKee, E. D. (1979), Introduction to a study of global sand seas, in *A study of global sand seas*, edited by E. McKee, pp. 3–19, U.S. Geological Survey, professional Paper 1052. [37](#), [65](#)
- Meyer-Pander, E., & R. Müller (1948), Formulas for bed load transport, in *Proceedings of the 2nd Meeting of the International Association for Hydraulic Structures Research*, pp. 39–64, Inter. Assoc. for Hydraul. Res., Delft, Netherlands. [40](#)

- Momiji, H., & A. Warren (2000), Relations of sand trapping efficiency and migration speed of transverse dunes to wind velocity, *Earth Surf. Proc. Land.*, 25(10), 1069–1084. [38](#), [65](#)
- Momiji, H., H. Nishimori, & S. R. Bishop (2002), On the shape and migration speed of a proto-dune, *Earth Surf. Proc. Land.*, 27(12), 1335–1338. [21](#)
- Narteau, C., J.-L. Le Mouél, J. Poirier, E. Sepúlveda, & M. G. Shnirman (2001), On a small scale roughness of the core-mantle boundary, *Phys. Earth Planet. Int.*, 191, 49–61. [44](#), [67](#), [146](#)
- Narteau, C., D. Zhang, . Rozier, & P. Claudin (2009), Setting the length and time scales of a cellular automaton dune model from the analysis of superimposed bed forms, *J. Geophys. Res.*, 114, F03006. [65](#), [67](#), [69](#), [70](#), [71](#), [73](#), [83](#), [99](#), [113](#), [115](#), [119](#), [120](#), [121](#)
- Nielson, J., & G. Kocurek (1987), Surface processes, deposits, and development of star dunes : Dumont dune field, California, *Geol. Soc. of Am. Bull.*, 99, 177–186. [26](#), [112](#), [113](#)
- Nishimori, H., & N. Ouchi (1993), Computational models for sand ripple and sand dune formation, *Int. J. Mod. Phys. B*, 7(9-10), 2025–2034, workshop on dynamics of power systems, Tokyo, Japan, Nov 16-18, 1992. [38](#), [42](#), [65](#)
- Nishimori, H., M. Yamasaki, & K. H. Andersen (1998), A simple model for the various pattern dynamics of dunes, *Int. J. of Modern Physics B*, 12(3), 257–272, toshiba-Keio Workshop on Current Trends in Complex Systems Research, Tokyo, Japan, Oct 29-31, 1996. [38](#)
- Nishimori, H., M. Yamasaki, & K. H. Andersen (1999), A simple model for the various pattern dynamics of dunes, *Int. J. of Modern Physics B*, 12, 257–272. [65](#)
- Parker, G. (1975), Sediment inertia as cause of river antidunes, *J. Hydraul. Div.*, 101, 211–221. [40](#)
- Parteli, E. J., & H. J. Herrmann (2007), Dune formation on the present mars, *Phys. Rev. E*, 76(041307). [38](#), [41](#), [140](#)
- Parteli, E. J. R., O. Durán, & H. J. Herrmann (2007a), Reply to “comment on ‘minimal size of a barchan dune’ “, *Phys. Rev. E*, 76(6, Part 1). [14](#), [41](#), [55](#), [140](#)
- Parteli, E. J. R., O. Duran, & H. J. Herrmann (2007b), Minimal size of a barchan dune, *Phys. Rev. E*, 75(1, Part 1). [55](#)
- Parteli, E. J. R., O. Durán, H. Tsoar, V. Schwämmle, & H. J. Herrmann (2009), Dune formation under bimodal winds, *Proc. Nat. Ac. Sc.*, 106(52), 22,085–22,089. [113](#)
- Prandtl, L. (1935), The mechanics of viscous fluids., *Aerodynamic theory*, III, 34–208. [3](#), [4](#)
- Pye, K., & H. Tsoar (1990), *Aeolian sand and sand dunes*, Unwin Hyman, London. [113](#)
- Rasmussen, K. R., J. D. Iversen, & P. Rautahemio (1996), Saltation and wind-flow interaction in a variable slope wind tunnel, *Geomorphology*, 17(1-3), 19–28. [40](#), [52](#), [120](#)
- Reffet, E. (2010), Interaction surface-atmosphère en planétologie comparée : Application à la formation des dunes., Ph.D. thesis, Université Paris Diderot, Paris, France., 279 pp. [24](#)

- Reffet, E., S. Courrech du Pont, P. Hersen, & S. Douady (2010), Formation and stability of transverse and longitudinal sand dunes, *Geology*, *38*, 491–494. [23](#), [27](#), [113](#), [117](#)
- Reitz, M. D., D. J. Jerolmack, R. C. Ewing, & R. L. Martin (2010), Barchan-parabolic dune pattern transition from vegetation stability threshold, *Geophys. Res. Lett.*, *37*(19), L19,402. [30](#)
- Reynolds, A. J. (1965), Waves on the erodible bed of an open channel, *J. Fluid Mech.*, *22*, 113–133. [40](#)
- Richards, K. J. (1980), The formation of ripples and dunes on an erodible bed, *J. Fluid Mech.*, *99*(AUG), 597–618. [40](#)
- Rioual, F., A. Valance, & D. Bideau (2000), Experimental study of the collision process of a grain on a two-dimensional granular bed, *Phys. Rev. E*, *62*(2), 2450. [13](#)
- Rothman, D. H., & S. Zaleski (2004), *Lattice-Gas Cellular Automata*, Cambridge University Press. [44](#), [119](#)
- Rubin, D. M., & P. A. Hesp (2009), Multiple origins of linear dunes on earth and titan, *Nature Geoscience*, *2*(9), 653–658. [30](#), [32](#), [146](#)
- Rubin, D. M., & R. E. Hinter (1987), Bedform alignment in directionally varying flows, *Science*, *237*, 276–278. [113](#), [117](#)
- Rubin, D. M., & H. Ikeda (1990), Flume experiments on the alignment of transverse, oblique, and longitudinal dunes in directionally varying flows, *Sedimentology*, *37*, 673–684. [113](#)
- Sauermann, G. (2001), Modeling of wind blown sand and desert dunes, Ph.D. thesis, Universitat Stuttgart. [81](#)
- Sauermann, G., K. Kroy, & H. J. Herrmann (2001), Continuum saltation model for sand dunes, *Phys. Rev. E*, *64*(3, Part 1), art. no.–031,305. [14](#), [40](#), [65](#), [71](#)
- Sauermann, G., J. S. Andrade, L. P. Maia, U. M. S. Costa, A. D. Araujo, & H. J. Herrmann (2003), Wind velocity and sand transport on a barchan dune, *Geomorphology*, *54*(3-4), 245–255. [13](#), [83](#)
- Schieber, J., & J. Southard (2009), Bedload transport of mud by floccule ripples-direct observation of ripple migration processes and their implications, *Geology*, *37*(6), 483. [30](#), [32](#)
- Schieber, J., J. Southard, & K. Thaisen (2007), Accretion of mudstone beds from migrating floccule ripples, *Science*, *318*(5857), 1760. [30](#), [32](#)
- Schwämmle, V., & H. J. Herrmann (2005), A model of barchan dunes including lateral shear stress, *Europ. Phys. J. E*, *16*(1), 57–65, doi10.1140/epje/e2005-00007-0. [81](#)
- Smith, L. D. (1970), Stability of a sand bed subjected to a shear flow of low froude number, *J. Geophys. Rev.*, *75*(30), 5928–5940. [5](#)
- Sørensen, M. (1991), An analytic model of wind-blown sand transport., *Acta Mechanica (Suppl.)*, *1*, 67–81. [13](#), [83](#)

- Sutton, O. G. (1953), *Micrometeorology*, New York : McGraw-Hill. [3](#)
- Sykes, R. I. (1980), An asymptotic theory of incompressible turbulent boundary layer flow over a small hump, *J. Fluid Mech.*, *101*, 647–670. [40](#)
- Taniguchi, K., N. Endo, & H. Sekiguchi (2010), Flume experiments on the morphology of isolated sand dunes under bidirectional flow conditions, *J. Geophys. Res.* [113](#)
- Taylor, P. A., P. J. Mason, & E. F. Bradley (1987), Boundary-layer flow over low hills, *Boundary-Layer Met.*, *39*, 107–132. [40](#)
- Ungar, J. E., & P. K. Haff (1987), Steady state saltation in air, *Sedimentology*, *34*, 289–299. [40](#), [52](#), [120](#)
- Wasson, R. J., & R. Hyde (1983), Factors determining desert dune type, *Nature*, *304*, 337–339. [112](#)
- Werner, B. T. (1995), Eolian dunes : Computer simulations and attractor interpretation, *Geology*, *23*, 1107. [38](#), [42](#), [56](#), [65](#), [113](#)
- Werner, B. T., & D. T. Gillespie (1993), Fundamentally discrete stochastic model for wind ripple dynamics, *Phys. Rev. Lett.*, *71*, 3230. [65](#)
- Werner, B. T., & P. K. Haff (1988), The impact process in aeolian saltation : two-dimensional simulations, *Sedimentology*, *35*(2), 189–196. [13](#)
- Werner, B. T., & G. Kocurek (1997), Bed-form dynamics : Does the tail wag the dog ?, *Geology*, *25*, 771–774. [21](#), [38](#), [65](#)
- White, B. R., & H. Mounla (1991), An experimental study of froud number effect on wind-tunnel saltation, *Acta Mech.*, pp. 145–157. [13](#)
- Wiggs, G. F. S. (2001), Desert dune processes and dynamics, *Prog. Phys. Geog.*, *25*(1), 53–79. [33](#), [37](#), [65](#)
- Wiggs, G. F. S., I. Livingstone, & A. Warren (1996), The role of streamline curvature in sand dune dynamics : evidence from field and wind tunnel measurements, *Geomorphology*, *17*, 29–46. [71](#)
- Wolfram, S. (1986), *Theory and application of cellular automata*, World scientific. [38](#)
- Zhang, D., C. Narteau, & O. Rozier (2006), Evolution d’un versant et formation de chenaux, Master’s thesis, Institut de Physique du Globe de Paris. [144](#)
- Zhang, D., C. Narteau, & O. Rozier (2007), Erosion par percolation et ruissellement d’eaux souterraines, Master’s thesis, Institut de physique du globe de Paris. [144](#)
- Zhang, D., C. Narteau, & . Rozier (2010), Morphodynamics of barchan and transverse dunes using a cellular automaton model, *J. Geophys. Res.*, *115*. [113](#), [115](#), [120](#)
- Zhang, K., & G. Schubert (2000), Magnetohydrodynamics in rapidly rotating spherical systems, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, *32*, 409–443. [112](#)